

含少量气泡流体饱和孔隙介质中的弹性波

王婷 崔志文 刘金霞 王克协

Propagation of elastic waves in saturated porous medium containing a small amount of bubbly fluid

Wang Ting Cui Zhi-Wen Liu Jin-Xia Wang Ke-Xie

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 114301 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180209

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180209>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I11>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于蜷曲空间结构的近零折射率声聚焦透镜](#)

Acoustic focusing lens with near-zero refractive index based on coiling-up space structure

物理学报.2017, 66(24): 244301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.244301>

[液体材料超声处理过程中声场和流场的分布规律研究](#)

Acoustic field and convection pattern within liquid material during ultrasonic processing

物理学报.2017, 66(19): 194303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.194303>

[基于热声相控阵列的声聚焦效应](#)

Acoustic focusing by thermoacoustic phased array

物理学报.2017, 66(15): 154302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.154302>

[流体-镀层基底界面波的传播特性](#)

Propagation properties of interface waves at fluid-coated solid interface

物理学报.2017, 66(8): 084302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.084302>

[气泡线性振动对含气泡水饱和多孔介质声传播的影响](#)

Effect of linear bubble vibration on wave propagation in unsaturated porous medium containing air bubbles

物理学报.2016, 65(23): 234301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.234301>

含少量气泡流体饱和孔隙介质中的弹性波*

王婷 崔志文† 刘金霞 王克协

(吉林大学物理学院, 长春 130012)

(2018年1月28日收到; 2018年3月8日收到修改稿)

考虑孔隙流体中含有少量气泡, 且气泡在声波作用下线性振动, 研究声波在这种孔隙介质中的传播特性. 本文先由流体质量守恒方程和孔隙度微分与流体压力微分的关系推导出了含有气泡形式的渗流连续性方程; 在处理渗流连续性方程中的气体体积分数时间导数时, 应用 Commander 气泡线性振动理论导出气体体积分数时间导数与流体压强时间导数的关系, 进而得到了修正的 Biot 形式的渗流连续性方程; 最后结合 Biot 动力学方程求得了含气泡形式的位移场方程, 便可得到两类纵波及一类横波的声学特性. 通过对快、慢纵波的频散、衰减及两类波引起的流体位移与固体位移关系的考察, 发现少量气泡的存在对快纵波和慢纵波的传播特性影响较大.

关键词: 孔隙介质, 含气泡液体, Biot 理论, 弹性波

PACS: 43.35.+d, 91.60.Lj

DOI: 10.7498/aps.67.20180209

1 引言

自然界中很多物质都存在孔隙, 如泥土、岩石等, 人们称这些物质为多孔介质. 多孔介质声学^[1]就是研究声波在多孔介质中的传播规律, 通过对孔隙介质弹性波速度频散和衰减的测量来获得孔隙介质声学参数的科学. Biot^[2]建立了流体饱和孔隙介质声学理论, 该理论得出在流体饱和多孔介质中存在三种体波: 快纵波、慢纵波和横波. 随后又有许多研究者对多孔介质进行了研究^[3–6].

但上述模型孔隙内只包含一种液体, 而实际的孔隙内往往含有气体和液体或两种液体. 所以也有许多研究者致力于研究声波在三相介质中的传播规律^[7]. Santos 等^[8]考虑毛细管压力作用, 利用补偿虚功原理和拉格朗日变分原理建立了两种不相溶流体饱和孔隙介质波动理论, 该理论指出孔隙介质中存在着三种纵波和一类横波. 蔡袁强等^[9]考虑了各相物质间的惯性耦合, 利用孔隙介质

多相渗流力学原理和连续介质理论推导了两种不相混溶流体饱和多孔介质的波动方程. 李伟华^[10]研究了非饱和土孔隙流体中含有气体的情况, 把孔隙水的体积模量与孔隙气体的体积模量等效为一种模量, 得出少量气体的存在对孔隙内物质的总体积模量影响很大, 但他并没有考虑气泡的振动. White 等^[11]建立了一种内部包含气泡、外部为水的球形部分饱和孔隙模型, 也称斑块饱和模型; Johnson^[12]发展了 White 等的理论, 提出了一个满足更广泛孔隙斑块形态的模型, 这种模型当气体含量很少时, 气体的存在对声波的传播影响并不大. 但由 Keller 和 Miksis^[13]提出的气泡振动理论可知, 少量的气泡会对流体中的声速产生很大的影响. 因而本文建立了孔隙介质中含有流体和少量气泡且气泡在声波作用下线性振动的孔隙介质模型. 目前国内外对声波在含气泡液体中的传播有很多研究^[14–20], 对声波在含气流体孔隙介质中的研究相对较少. Anderson 和 Hampton^[21]总结了流体饱和沉积岩、含气沉积岩和含气水中的声波

* 国家自然科学基金 (批准号: 41474098, 11134011)、吉林省科技发展计划 (批准号: 20180101282JC) 和声场声信息国家重点实验室开放基金资助的课题.

† 通信作者. E-mail: cuizw@jlu.edu.cn

性质的知识,并预测了含气泡沉积岩中声波的传播特性; Yang 和 Church^[22] 研究了单个气泡在黏弹组织中的振动规律; Mantouka 等^[23] 采用了 Yang 和 Church 的理论,研究了声波在含气沉积岩中的传播,但在求其速度和衰减时采用的是 Commander 和 Prosperetti^[15] 含气泡流体中计算复声速的方法,并没有涉及到孔隙理论. 郑广赢和黄益旺^[24] 考虑气泡位于孔隙流体中,研究只含有少量气体时声波在沉积物中的传播,但因采用等效密度流体模型只能得到一种快纵波的传播规律,不能同时考察第二类纵波——慢纵波及横波的传播特性. 本文结合流体质量守恒方程^[25] 重新推导了含少量气泡情况的渗流连续性方程,在处理气体体积分数与流体压力的关系时不采用等效密度流体模型进行处理,而是直接代入,因而可以得到两类纵波及横波的速度频散和衰减等声学特性,进而可以考察含少量气泡流体饱和和孔隙介质中声波传播特性的一般规律.

2 含气泡孔隙流体渗流连续性方程

在 Biot 理论的渗流连续性方程中,孔隙中的流体考虑的是纯流体. 而本节中要推导的渗流连续性方程是考虑孔隙流体中含有少量气泡的情况.

流体质量守恒方程^[25] 表示为

$$\frac{\partial(\rho_f \phi)}{\partial t} + \nabla \cdot [\rho_f (\mathbf{q} - \phi \mathbf{u}_t)] = 0, \quad (1)$$

其中 ϕ 表示孔隙度; ρ_f 为流气总密度; $\mathbf{u}$ 表示固体骨架的位移, $\mathbf{u}_t = \partial \mathbf{u} / \partial t$; $\mathbf{q}$ 为渗流速度, $\mathbf{q} = \phi \partial \mathbf{U} / \partial t$, $\mathbf{U}$ 表示孔隙流体的位移.

将(1)式线性化有

$$\frac{\phi}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{w}_t = 0, \quad (2)$$

其中 $\mathbf{w}$ 表示流体相对于骨架的位移, $\mathbf{w}_t = \phi(\mathbf{U}_t - \mathbf{u}_t)$.

孔隙度的微分与骨架应变微分、流体压力微分的关系为^[26]

$$d\phi = \alpha de + \frac{dP}{Q}, \quad (3)$$

其中 P 表示孔隙流体压力; e 为骨架应变; $de = \nabla \cdot \mathbf{u}$; $\alpha = 1 - K_b/K_s$, K_b , K_s 分别为骨架和颗粒的体积模量, $\frac{1}{Q} = \frac{1-\phi}{K_s} - \frac{K_b}{K_s^2}$.

用 ϕ_g 表示气体的体积分数, ρ_w , ρ_g 分别表示流体和气体的密度, 当 ϕ_g 很小时,

$$\rho_f = (1 - \phi_g) \rho_w + \phi_g \rho_g \approx (1 - \phi_g) \rho_w. \quad (4)$$

流体体积模量 K_w 与流体密度、压强的关系:

$$\frac{d\rho_w}{\rho_w} = \frac{dP}{K_w}. \quad (5)$$

将(3)—(5)式代入(2)式可以得到含有气泡形式的孔隙流体渗流连续性方程:

$$-\dot{P} = C \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + M \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}} - M \phi \cdot \dot{\phi}_g, \quad (6)$$

其中 C , M 为弹性模量, 上面的点表示对时间的导数.

3 气泡体积分数与液体压强的关系

对于孔隙流体中的气泡,假设: 1) 气泡大小相同且在流体中均匀分布; 2) 气泡中气体为理想气体, 忽略泡内蒸汽的影响; 3) 气体液体两相互不相溶. 气体体积分数 ϕ_g 可以表示为

$$\phi_g = \frac{V_g}{V_k}, \quad (7)$$

其中 V_g 表示单位孔隙中气体的含量, $V_g = 4\pi R^3 N/3$, R 为气泡的瞬时半径, N 为单位体积内的气泡个数, $V_k = 4\pi a^3/3$ 表示单位孔隙的体积, a 为孔隙半径.

由(7)式可知气体体积分数 ϕ_g 与气泡瞬时半径 R 的关系为

$$\phi_g = \frac{NR^3}{a^3}. \quad (8)$$

Keller 和 Miksis^[13] 气泡径向运动的振动方程:

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\dot{R}}{c}\right) R \ddot{R} + \frac{3}{2} \left(1 - \frac{\dot{R}}{3c}\right) \dot{R}^2 \\ &= \frac{1}{\rho_w} \left(1 + \frac{\dot{R}}{c} + \frac{R}{c} \frac{d}{dt}\right) (P_B - p), \end{aligned} \quad (9)$$

式中 c 表示流体中的声速, $c = \sqrt{K_w/\rho_w}$, P_B 表示气泡液体边界液体一侧的压强, p 定义为气泡所在位置当气泡不存在时的压强, $p = P_\infty + P_t$, 其中 P_∞ 表示液体静态压强, P_t 表示气泡的散射声场和驱动声场的和, 并假定其为孔隙中的流体压强.

考虑气泡线性振动, 在 $\omega R_0/c \ll 1$ 时, 将(9)式线性化, Commander 和 Prosperetti^[15] 给出

$$R = R_0 \left(1 - \frac{1}{(\omega_0^2 - \omega^2 + 2ib\omega)} \frac{P_t}{\rho_w R_0^2}\right), \quad (10)$$

其中,

$$\begin{aligned}\omega_0^2 &= \frac{P_{\text{in}0}}{\rho_w R_0^2} \left(\text{Re}\beta - \frac{2\sigma}{R_0 P_{\text{in}0}} \right); \\ b &= \frac{2\eta}{\rho_w R_0^2} + \frac{\omega^2 R_0}{2c} + \frac{P_{\text{in}0}}{2\rho_w \omega R_0^2} \text{Im}\beta; \\ \beta &= \frac{3\gamma}{1 - 3(\gamma - 1)\text{i}\chi \left[(\text{i}/\chi)^{1/2} \coth(\text{i}/\chi)^{1/2} - 1 \right]}; \\ \chi &= \frac{D}{\omega R_0^2};\end{aligned}$$

R_0 为气泡的初始半径; $P_{\text{in}0}$ 表示稳定状态下气泡内部的压强, 由气泡的边界条件知 $P_{\text{in}0} = P_\infty + 2\sigma/R_0$, σ 表示气液界面的表面张力系数; η 是孔隙流体黏滞系数, D 为气体的热扩散系数, γ 为气体的比热.

因此由 (8) 式和 (10) 式可求得:

$$\phi_g = \frac{N}{a^3} \left[R_0^3 \left(1 - \frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2\text{i}b\omega} \frac{P_t}{\rho_w R_0^2} \right)^3 \right]. \quad (11)$$

通常 $\frac{1}{\omega_0^2 - \omega^2 + 2\text{i}b\omega} \frac{P_t}{\rho_w R_0^2}$ 的数量级数小于 1, 略去二阶以上的项, 有

$$\phi_g = -\frac{3NR_0}{\rho_w a^3 (\omega_0^2 - \omega^2 + 2\text{i}b\omega)} P_t.$$

最后可得到气泡体积分数时间导数与压强时间导数的关系为

$$\dot{\phi}_g = -\frac{3NR_0}{\rho_w a^3 (\omega_0^2 - \omega^2 + 2\text{i}b\omega)} \dot{P}. \quad (12)$$

得到了气泡体积分数时间导数与压强时间导数的关系后, 便可结合 (6) 式得到类似 Biot 形式的渗流连续方程, 有

$$-\dot{P} = C' \nabla \cdot \dot{\mathbf{u}} + M' \nabla \cdot \dot{\mathbf{w}}, \quad (13)$$

其中, $C' = \alpha M'$, $1/M' = 1/M + \xi$, $\xi = \frac{3NR_0}{\rho_w a^3 (\omega_0^2 - \omega^2 + 2\text{i}b\omega)} \phi$.

4 含气泡情况的 Biot 位移场方程

Biot^[2] 建立了流体饱和孔隙介质弹性波动力学理论, 后人称之为 Biot 理论. Biot 理论成功地描述了弹性波在牛顿黏性流体饱和孔隙介质中传播的基本规律, 已得到越来越广泛的应用. Biot 理论的两个运动方程和孔隙介质的应力应变关系为:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\tau} = \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \ddot{\mathbf{w}}, \quad (14)$$

$$-\nabla P = \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \frac{\alpha_\infty \rho_f}{\phi} \ddot{\mathbf{w}} + \frac{\eta}{\kappa} \dot{\mathbf{w}}, \quad (15)$$

$$\boldsymbol{\tau}_{ij} = \lambda_b e \delta_{ij} + 2G_b e_{ij} - \alpha P \delta_{ij}, \quad (16)$$

式中 $\boldsymbol{\tau}$ 为多孔介质的应力; ρ 为多孔介质的混合密度; α_∞ 为弯曲度; κ 为渗透率; λ_b , G_b 为骨架拉梅系数.

联立 (13)—(16) 式, 即可得到含气泡形式的 Biot 位移场方程:

$$\begin{aligned}[H' - G_b] \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + G_b \nabla^2 \mathbf{u} + C' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{w}) \\ = \rho \ddot{\mathbf{u}} + \rho_f \ddot{\mathbf{w}},\end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}C' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + M' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{w}) \\ = \rho_f \ddot{\mathbf{u}} + \frac{\alpha_\infty \rho_f}{\phi} \ddot{\mathbf{w}} + \frac{\eta}{\kappa} \dot{\mathbf{w}},\end{aligned} \quad (18)$$

其中 $H' = K_b + 4G_b/3 + \alpha^2 M'$. 将 (17), (18) 式与 Biot 位移场方程对比, 发现形式上完全一致, 只有 H' , C' , M' 与 Biot 的不同, 它们表示修正后的含气泡振动形式的模量.

设位移矢量按 $e^{\text{i}\omega t}$ 随时间变化, 得频域方程:

$$\begin{aligned}[H' - G_b] \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + G_b \nabla^2 \mathbf{u} \\ + C' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{w}) + \omega^2 \rho \mathbf{u} + \omega^2 \rho_f \mathbf{w} = 0,\end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned}C' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + M' \nabla (\nabla \cdot \mathbf{w}) \\ + \omega^2 \rho_f \mathbf{u} + \omega^2 \tilde{\rho} \mathbf{w} = 0,\end{aligned} \quad (20)$$

其中 $\tilde{\rho} = \alpha_\infty \rho_f / \phi - \text{i}\eta / (\omega \kappa)$.

对位移矢量 $\mathbf{u}$, $\mathbf{w}$ 进行亥姆霍兹 (Helmholtz) 分解, 引入势函数并代入 (19), (20) 式可得到纵波、横波满足的波动方程^[3,5], 此处从略. 其中, 纵波慢度 s 满足的方程为

$$\begin{aligned}(H' M' - C'^2) s^4 + (2\rho_f C' - \rho M' - \tilde{\rho} H') s^2 \\ + (\rho \tilde{\rho} - \rho_f^2) = 0.\end{aligned} \quad (21)$$

可得快、慢纵波的相速度与衰减系数为:

$$V_j = 1/\text{Re}(s_j), \quad (22)$$

$$Q_j^{-1} = 2\text{Im}(s_j)/\text{Re}(s_j). \quad (23)$$

快、慢纵波的渗流位移振幅与固相位移振幅的比值为

$$\alpha_j = -\frac{H' s_j^2 - \rho}{C' s_j^2 - \rho_f}. \quad (24)$$

本文所要考察的快、慢纵波的流体位移与固体位移振幅的比值为 $\beta_j = 1 + \alpha_j / \phi$, 其中 $j = \text{p}_1, \text{p}_2$ 分别代表快、慢纵波.

横波慢度 s_s 满足的方程为

$$(\rho - G_b s_s^2) \tilde{\rho} - \rho_f^2 = 0. \quad (25)$$

可得横波的相速度与衰减系数为:

$$V_s = 1/\text{Re}(s_s), \quad (26)$$

$$Q_s^{-1} = 2\text{Im}(s_s)/\text{Re}(s_s). \quad (27)$$

横波的渗流位移振幅与固相位移振幅的比值为

$$\alpha_s = -\frac{\rho - G_b s_s^2}{\rho_f}. \quad (28)$$

横波的流体位移与固体位移振幅的比值为 $\beta_s = 1 + \alpha_s/\phi$.

由 (25)–(28) 式可知, 横波的声学特性与密度和剪切模量有关, 当只有少量气泡存在时, ρ_f , ρ 变化都较小, 且剪切模量不变化, 因而横波的声学特性变化较小. 所以本文没有对横波进行计算研究.

5 计算结果与分析

下面对弹性波进行研究. 计算参数如下: $\phi = 0.3$; $\kappa = 9 \times 10^{-10} \text{ m}^2$; $\eta = 1.0 \times 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$; $\alpha_\infty = 2.15$; $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$; $\rho_s = 2690 \text{ kg/m}^3$; $\rho_g = 1.3 \text{ kg/m}^3$; $P_\infty = 1 \times 10^5 \text{ Pa}$; $\sigma = 72.75 \times 10^{-3} \text{ N/m}$; $\gamma = 1.4$; $G_b = 2.61 \times 10^7 \text{ Pa}$; $K_b = 4.36 \times 10^7 \text{ Pa}$; $K_s = 3.6 \times 10^{10} \text{ Pa}$; $K_w = 2.0 \times 10^9 \text{ Pa}$; $R_0 = 2.0 \times 10^{-6} \text{ m}$; $D = 2.4 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$. 计算结果见图 1—图 4, 其中图 1 为快纵波相速度和衰减的全频率曲线, 图 2 为慢纵波相速度和衰减曲线, 图 3、图 4 分别为流体位移与固相位移的振幅比值的大小和相位.

气泡共振频率与声场驱动频率、气泡半径大小等参数有关 [24]. 本文选取的参数下, 当气泡体

积分分数为 0—0.001 范围内, 气泡的共振频率分布在 400—10000 kHz. 由图 1 可以看出: 在气泡共振频率处, 介质的相速度、衰减等参数出现高幅度变化, 这与文献 [24] 的结果一致, 此不再赘述. 而人们更关心的海底勘探、油气储层地下勘探等, 其频率范围从几赫兹至几十千赫兹, 所以下文重点考察这一频率范围含少量气液体饱和沉积岩中弹性波的传播特性. 从图 1 可以发现, 当气泡体积分数为 0 时, 该曲线与 Biot 模型结果一致, 这从理论公式中也可以看出: 当 $\phi_g = 0$ 时, 气泡个数 $N = 0$, $\xi = 0$, 则 (17), (18) 式退化为 Biot 位移场方程. 随着气体体积分数的增加, 快纵波的相速度变化幅度很大. 当频率很低时, 快纵波的低频近似公式为

$$V_{P1} = \sqrt{\frac{1}{\rho} \left[K_b + \frac{4G_b}{3} + \frac{M}{1 + M \frac{\phi_g \cdot \phi}{P_\infty + 4\sigma/(3R_0)}} \right]}. \quad (29)$$

当 ϕ_g 分别为 0, 0.00001, 0.0001, 0.001 时, 由 (22) 式计算得到的速度 ($f = 10 \text{ Hz}$) 分别为 1663.3, 1573.9, 1133.7, 497.53 m/s, 而由低频近似 (29) 式求得的速度分别为 1653.3, 1564.5, 1127.3, 495.9 m/s. 近似公式给出了很好的近似值, 并直观反映了快纵波速度与介质参数特别是与气体体积分分数及气泡半径的关系. 由图 1(b) 可知, 在低频区域, 快纵波的衰减值随着气体体积分数的增加而逐渐减小, 但变化幅度很小, 且可以看到其低频处的弛豫峰值对应的频率不随着气体体积分数的变化而变化.

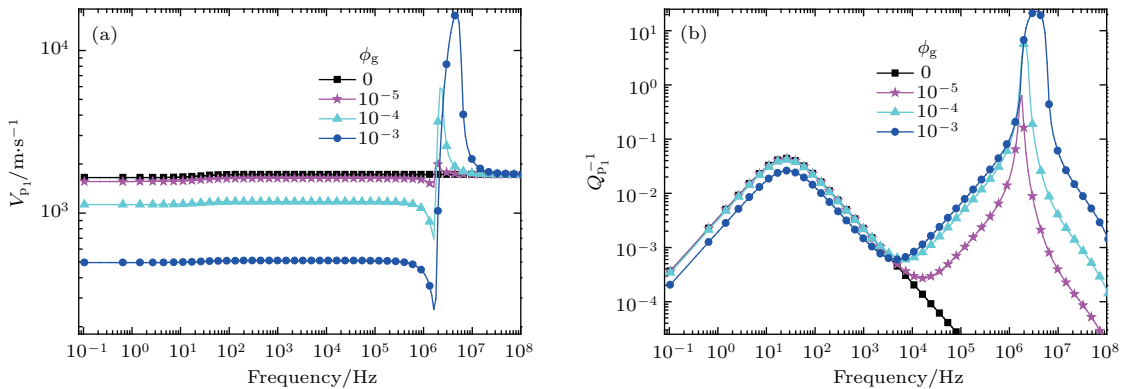


图 1 快纵波的相速度和衰减

Fig. 1. Phase velocity and attenuation of the fast compressional waves.

慢纵波的结果见图2, 随着气体体积分数的增加, 慢纵波的相速度在低频变化较小, 在高频范围变化较大, 由慢纵波低频近似公式 $V_{p2} = \sqrt{2(K_b + 4G_b/3) \cdot \frac{\kappa\omega}{\eta}}$ 可以看出在低频范围, 慢纵

波的速度与气体体积分数无关. 慢纵波的衰减值远远大于快纵波的衰减值, 这也再次表明慢纵波具有强衰减的特性; 对于含少量气体的情况, 慢纵波的衰减值随着气体体积分数的增加也逐渐减小, 但变化幅度较小.

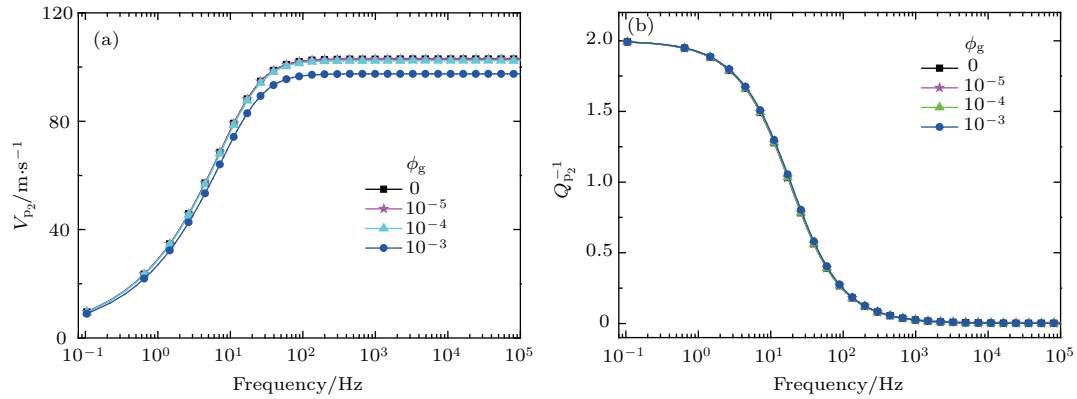


图2 慢纵波的相速度和衰减

Fig. 2. Phase velocity and attenuation of the slow compressional waves.

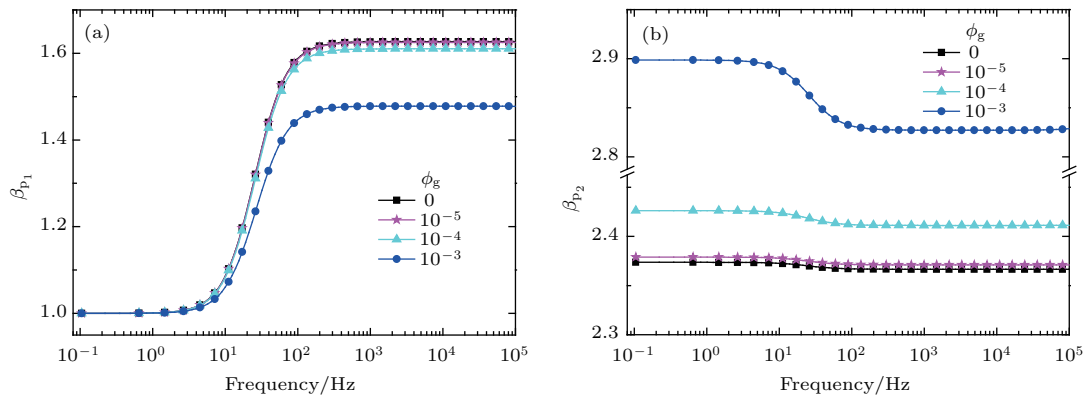


图3 快、慢纵波引起的孔隙流体位移与固相位移的振幅比值的大小 (a) 快纵波; (b) 慢纵波

Fig. 3. Amplitude ratio of pore fluid displacement and solid displacement caused by fast and slow compressional waves: (a) Fast compressional waves; (b) slow compressional waves.

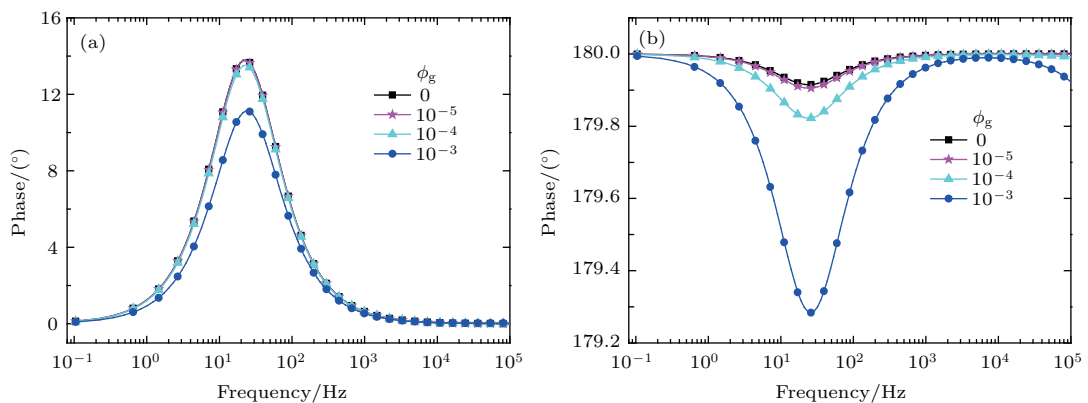


图4 快、慢纵波引起的孔隙流体位移与固相位移的振幅比值的相位 (a) 快纵波; (b) 慢纵波

Fig. 4. Phase of amplitude ratio of pore fluid displacement and solid displacement caused by fast and slow compressional waves: (a) Fast compressional waves; (b) slow compressional waves.

由图3可以看出,在同一气体体积分数下,随着频率的增加,快纵波的孔隙流体位移与固相位移的振幅比值的大小逐渐升高,慢纵波的逐渐减小.随着气体体积分数的增加,快纵波引起的孔隙流体位移与固相位移的振幅比值的大小逐渐减小,慢纵波的逐渐增加,且增加幅度相对较大.此外,也可以看出气体体积分数的变化对慢纵波的所有频率都有影响,对快纵波低频影响小而对高频区域影响较大,这与相速度曲线随气体体积分数变化规律相反.结果表明,气体体积分数对快、慢纵波引起的孔隙流体位移与固相位移的振幅比值影响较大.慢纵波可诱导较大的渗流[3],若考虑声电效应[27],这种含少量气液体饱和介质将会诱导更强的震电信号.

由图4可以看出,快纵波的孔隙流体的胀缩比固体的胀缩略有超前,慢纵波孔隙流体的胀缩与固体的胀缩反相.此外,随着气体体积分数的增加,快纵波和慢纵波孔隙流体位移与固相位移振幅比值的相位都逐渐减小,但慢纵波变化的幅度较小,与Biot理论的结果相差很小.

6 结 论

考虑孔隙流体中含有少量气泡,且气泡在声波作用下线性振动,研究声波在这种孔隙介质中的传播特性.在气液不相溶条件下基于Biot理论,结合Commander给出的小振幅声波在含气泡液体中的气泡线性振动模型,在处理气体体积分数与液体压强关系时没有用到等效密流体模型,而是采用了直接代入的方法,因而得到了更一般的声学理论模型.给出了修正的模量 M' ,得到了和Biot位移场方程形式对应的含少量气泡情况的位移场方程,可以考查快、慢纵波及横波的传播特性.同时,本文给出了快纵波的速度低频近似公式,近似公式直观反映了快纵波速度与介质参数,特别是与气体体积分数及气泡半径的关系.计算考查了声波在此孔隙介质模型中的传播特性.结果表明,少量气泡的存在对孔隙介质的快、慢纵波的声速、衰减、两类波引起的流体位移与固体位移关系都有影响,其中对快纵波的声速影响较大.关于快纵波的研究结果与郑广赢和黄益旺[24]的结论一致.从修正的动态模量 M' 来看,气泡的振动改变了孔隙介质的动态弹性模量,所以导致声速的变化很大,快纵波的速度低频近似公式解析也给出了直观的表达.同时,不同

频率下的气泡振动效应也是波衰减的另一个需要考虑的因素.本文给出的声学模型可以用于考察含少量气体的流体饱和孔隙介质如海洋沉积岩中声波传播特性.本文的结果有待于实验的验证,因此,相关实验也是值得进一步开展的研究工作.气泡振动在海洋学中有着重大的意义,本文研究的孔隙介质流体中含有少量气泡的声学理论对地探开采、声波测井等领域也有着重要的参考意义.

参考文献

- [1] Qiao W X, Wu W Q, Wang Y J 1996 *Prog. Phys.* **16** 386 (in Chinese) [乔文孝, 吴文虬, 王耀俊 1996 物理学进展 **16** 386]
- [2] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 168
- [3] Cui Z W, Wang K X, Cao Z L, Hu H S 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 3083 (in Chinese) [崔志文, 王克协, 曹正良, 胡恒山 2004 物理学报 **53** 3083]
- [4] Plona T J 1980 *Appl. Phys. Lett.* **36** 259
- [5] Cui Z W, Wang K X 2003 *Int. J. Eng. Sci.* **41** 2179
- [6] Pride S R, Berryman J G 2003 *Phys. Rev. E* **68** 036604
- [7] Wang X M 2009 *Appl. Acoust.* **28** 1 (in Chinese) [王秀明 2009 应用声学 **28** 1]
- [8] Santos J E, Corberó J M, Douglas J 1990 *J. Acoust. Soc. Am.* **87** 1428
- [9] Cai Y Q, Li B Z, Xu C J 2006 *Chin. J. Rock Mech. Eng.* **25** 2009 (in Chinese) [蔡袁强, 李宝忠, 徐长节 2006 岩石力学与工程学报 **25** 2009]
- [10] Li W H 2002 *Northwest. Seismological J.* **24** 303 (in Chinese) [李伟华 2002 西北地震学报 **24** 303]
- [11] White J E, Mikhaylova N G, Lyakhovitskiy F M 1975 *J. Acoust. Soc. Am.* **57** S30
- [12] Johnson D L 2001 *J. Acoust. Soc. Am.* **110** 682
- [13] Keller J B, Miksis M 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **68** 628
- [14] Prosperetti A, Crum L A, Commander K W 1988 *J. Acoust. Soc. Am.* **83** 502
- [15] Commander K W, Prosperetti A 1989 *J. Acoust. Soc. Am.* **85** 732
- [16] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064304 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 张小丽 2013 物理学报 **62** 064304]
- [17] Wang Y, Lin S Y, Mo R Y, Zhang X L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134304 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 莫润阳, 张小丽 2013 物理学报 **62** 134304]
- [18] Wang Y, Lin S Y, Zhang X L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 034301 (in Chinese) [王勇, 林书玉, 张小丽 2014 物理学报 **63** 034301]
- [19] Zhu L G 2009 *Ship Sci. Tech.* **10** 64 (in Chinese) [祝令国 2009 舰船科学技术 **31** 64]
- [20] Wang H B, Wang Z Q, Zhang H Y, Zhang W P 2005 *Shipbuild. China* **46** 44 (in Chinese) [王虹斌, 王芝秋, 张洪雨, 张文平 2005 中国造船 **46** 44]
- [21] Anderson A L, Hampton L D 1980 *J. Acoust. Soc. Am.* **67** 1890
- [22] Yang X M, Church C C 2005 *J. Acoust. Soc. Am.* **118** 3595

- [23] Mantouka A, Dogan H, White P R, Leighton T G 2016 *J. Acoust. Soc. Am.* **140** 274
- [24] Zheng G Y, Huang Y W 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 234301 (in Chinese) [郑广赢, 黄益旺 2016 物理学报 **65** 234301]
- [25] Dvorkin J, Nur A 1993 *Geophysics* **58** 523
- [26] Biot M A 1941 *J. Appl. Phys.* **12** 155
- [27] Hu H S 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 1954 (in Chinese) [胡恒山 2003 物理学报 **52** 1954]

Propagation of elastic waves in saturated porous medium containing a small amount of bubbly fluid*

Wang Ting Cui Zhi-Wen[†] Liu Jin-Xia Wang Ke-Xie

(School of Physics, Jilin University, Changchun 130012, China)

(Received 28 January 2018; revised manuscript received 8 March 2018)

Abstract

It is very important to understand the acoustical properties of porous medium. To study the relationship between acoustical and other physical properties of porous medium will help us to use acoustical tools for determining the physical properties of porous medium. Many researchers have paid much attention to the properties of acoustic wave propagation in the gassy marine sediments based on the Biot model which is popularly used to predict the dispersion and attenuation of sound in saturated porous medium. The patchy model which contains gas inside the spherical water predicts that the existence of gas just has little effect on the propagation of acoustic wave in porous medium when the gas content is very small. However, the presence of a small number of bubbles in a fluid saturated sediment will lead to different acoustic responses. As is well known, the bubble vibration theory proposed by Keller and Miksis shows that a small number of bubbles existing in the liquid will have a great influence on sound velocity and attenuation. Therefore, in order to study the effect of a small amount of gas existing in fluid saturated porous medium on the property of acoustic wave propagation, we investigate a bubbly liquid saturated porous medium and consider the case of the bubbles vibrating linearly under the action of sound waves. First, we derive the continuity equation of the seepage according to the mass conservation of the pore fluid and the relationship between porosity differentiation and pore fluid pressure differentiation. Then, the bubble linear vibration theory given by Commander is used to deal with the time derivative of gas volume fraction in the continuity equation of the seepage, The bubble linear vibration theory gives the relationship between instantaneous bubble radius and background pressure of the medium. Through this relationship, we obtain the equation of time derivative of gas volume fraction and time derivative of pore fluid pressure. Then, we combine the obtained equation with the continuity equation of seepage, and obtain the modified continuity equation of seepage whose form is similar to that of Biot model. Finally, the modified Biot's equations for fluid saturated porous medium containing a small amount of bubbly fluid is obtained. As is well known, an effective density fluid model for acoustic propagation in sediments, derived from Biot theory, just can predict the acoustic properties of the fast compressional waves. However, the present model can predict the acoustic properties of fast, slow compressional waves and shear waves propagating in sediments. Through numerically calculating the dispersion, attenuation, amplitude ratios of pore fluid displacement to solid displacement for fast and slow compressional waves, it is found that the existence of a small number of bubbles has an influence on the acoustic properties of both the fast compressional waves and the slow compressional waves, especially the velocity of the fast compressional wave. In addition, the low-frequency speed approximation formula for the fast compressional wave is also presented. The approximate formula directly indicates the relationship between the velocity of fast compressional wave and the parameters of porous medium such as the gas volume fraction and the bubble radius. This study shows that the influence of a small number of bubbles in fluid saturated on acoustic wave propagation is noticeable. The modified Biot model presented in this paper provides one model to study the properties of acoustic waves in fluid saturated porous medium with a small number of bubbles.

Keywords: porous medium, bubbly liquid, Biot theory, elastic wave

PACS: 43.35.+d, 91.60.Lj

DOI: 10.7498/aps.67.20180209

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 41474098, 11134011), the Natural Science Foundation of Jilin Province of China (Grant No. 20180101282JC), and the State Key Laboratory of Acoustics, China.

[†] Corresponding author. E-mail: cuizw@jlu.edu.cn