

非均匀水流中涌浪运动对水下量子通信性能的影响

聂敏 潘越 杨光 孙爱晶 禹赛雅 张美玲 裴昌幸

Influence of surge movement in non-uniform water flow on performance of underwater quantum communication

Nie Min Pan Yue Yang Guang Sun Ai-Jing Yu Sai-Ya Zhang Mei-Ling Pei Chang-Xing

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 140305 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180078

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180078>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I14>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于量子隐形传态的量子保密通信方案](#)

Quantum communication scheme based on quantum teleportation

物理学报.2017, 66(23): 230303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.230303>

[基于 cluster 态的信道容量可控的可控量子安全直接通信方案](#)

Cluster state based controlled quantum secure direct communication protocol with controllable channel capacity

物理学报.2017, 66(18): 180303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.180303>

[两个独立全光纤多通道光子纠缠源的 Hong-Ou-Mandel 干涉](#)

Hong-Ou-Mandel interference between two independent all-fiber multiplexed photon sources

物理学报.2017, 66(12): 120302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.120302>

[基于 Bell 态粒子和单光子混合的量子安全直接通信方案](#)

Quantum secure direct communication protocol based on the mixture of Bell state particles and single photons

物理学报.2016, 65(23): 230301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.230301>

[降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略](#)

Optimal mean photon number of decoy state protocol based on chameleon self-adaptive strategy under the background of rainfall

物理学报.2016, 65(2): 020303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.020303>

非均匀水流中涌浪运动对水下量子通信性能的影响*

聂敏¹⁾ 潘越^{1)†} 杨光¹⁾²⁾ 孙爱晶¹⁾ 禹赛雅¹⁾ 张美玲¹⁾ 裴昌幸³⁾

1) (西安邮电大学通信与信息工程学院, 西安 710121)

2) (西北工业大学电子信息学院, 西安 710072)

3) (西安电子科技大学, 综合业务网国家重点实验室, 西安 710071)

(2018年1月11日收到; 2018年5月5日收到修改稿)

涌浪运动是非均匀水流中的一种非线性运动, 是常见的海洋运动形式之一. 在进行水下量子通信时, 会对光量子信号的传输造成极大的影响. 然而, 有关涌浪运动造成量子通信信道参数变化的研究, 迄今尚未展开. 为了研究涌浪运动对水下量子通信性能的影响, 首先对涌浪运动的传播建立了数学模型并分析了其频谱特性. 针对退极化信道, 提出了涌浪运动与水下量子通信信道纠缠和信道容量的定量关系, 并对量子密钥分发过程中误码率的影响进行了分析. 仿真结果表明, 当海面风速在 0—20.5 m/s 变化时, 随着传播周期逐渐增大, 信道纠缠度由 0.0012 逐渐增加到 0.8426, 信道容量由 0.8736 减小到 0.1024, 密钥分发过程中, 量子误码率由 0.1651 增加到 0.4812. 由此可见, 涌浪运动对于水下量子通信性能有着明显的影响. 因此, 在进行水下量子通信时, 应根据涌浪运动的不同程度, 自适应调整系统参数.

关键词: 水下量子通信, 涌浪运动, 信道纠缠度, 量子误码率

PACS: 03.67.Hk, 42.50.Nn, 67.90.+z

DOI: 10.7498/aps.67.20180078

1 引言

量子通信作为迄今惟一被证明是无条件安全的通信方式, 量子通信技术在金融、军事和政务等领域的应用前景得到了广泛的认可. 2005年, 潘建伟团队^[1]实现了 13 km 级自由空间的量子纠缠分发和量子密钥分发, 首次证实了光子纠缠态在穿越大气层后, 其量子性能依然能够发挥作用, 并验证了星地之间量子通信的可能性. 2010年, 由清华大学和中国科技大学组成的科研团队^[2], 在北京与河北之间成功实现了 16 km 的量子隐形传态实验. 2012年, 中国科学技术大学合肥微尺度物质科学国家实验室、中国科学院上海技术物理研究所

光电技术研究所等单位组成的联合研究团队又成功实现了 100 km 级自由空间量子隐形传态和双向量子纠缠分发^[3]、星地量子通信的全方位地基验证^[4]等重要实验. 同年, 德国 Max-Planck 研究所与奥地利量子光学与量子信息研究所 (IQOQI)^[5]在 LaPalMa 岛与 Tenerife 岛之间, 实现了自由空间光链路超过 143 km 的量子隐形传态通信实验, 为星地之间实现量子通信奠定了坚实的科学基础.

量子信号在自由空间传输时, 必然会受到环境因素影响. 文献^[6]研究了中尺度沙尘暴对卫星量子通信的影响, 为沙尘条件下量子卫星通信的研究奠定了基础. 文献^[7]介绍了在降雨背景下诱骗态协议最优平均光子数的变色龙自适应策略, 依据该算法, 可以对每脉冲平均光子数进行调整, 使系统

* 国家自然科学基金 (批准号: 61172071, 61201194)、陕西省自然科学基金 (批准号: 2014JQ8318)、陕西省国际科技合作与交流计划 (批准号: 2015KW-013) 和陕西省教育厅科研计划 (批准号: 16JK1711) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: 1601210022@stu.xupt.edu.cn

的安全密钥生成率得到提升, 以此来提高通信质量. 文献 [8] 研究了中纬度地区电离层偶发 E 层对量子卫星通信性能的影响. 这些研究都是在不同环境下, 自然因素对量子通信所造成的影响, 对于后续研究有着重要的参考价值.

波浪的传播经常受到水流的影响, 例如产生 Doppler 频移效应, 顺流时波高减小, 波长增大; 逆流时波高增大, 波长不变. 文献 [9, 10] 基于 Boussinesq 型方程研究了非均匀水流中波浪的传播. 涌浪运动是一种常见的非均匀水流运动, 涌浪具有较规则的外形, 排列比较整齐, 波峰线较长, 波面较平滑, 比较接近于正弦波的形状. 早在 20 世纪 50 年代, 国外学者就提出了几种预报、分析涌浪的理论. Sverdrup 和 Munk [11, 12] 从能量的角度去计算涌浪传播中的波高与周期变化以及传播时间. 之后也有一部分学者基于实测资料的分析, 给出了一些经验性的解释. Bretschneider [13] 依据观测资料绘制出了一系列的涌浪特性图例, 来解释涌浪在传播过程中的一些特性变化.

2017 年 8 月, 上海交通大学金贤敏团队成功进行了首个海水量子通信实验, 在国际上首次通过实验验证了水下量子通信的可行性. 在实验中, 该团队选择光子的极化作为信息编码的载体, 并通过模拟证明, 在非常大的损耗和散射下, 极化编码的光子只会丢失, 而不会发生量子比特翻转, 而没有丢失的光子可被用于建立安全密钥. 目前, 国内外还没有展开关于在海水的自然现象下对于量子通信性能影响的研究, 因此, 本文的研究为水下量子通信系统的性能研究奠定了一定的基础.

本文根据涌浪运动的特性, 针对其对于光量子吸收和散射等消光效应的影响, 分析了在进行水下量子通信时, 对量子纠缠度、量子信道容量、量子密钥分发和量子误码率的影响, 分析了涌浪在运动过程中波高及周期对纠缠保真度、信道容量、密钥分发率和误码率之间的定量关系, 通过仿真验证, 为光量子信号在涌浪运动的条件下进行水下量子通信提供参照依据.

2 非均匀水流中涌浪运动传播的数学模型及其频谱特性

Wang 等 [14] 从势流理论出发, 将速度势函数表示为任意水深层处垂向坐标的幂级数, 将幂级数

代入 Laplace 方程得到速度势函数的级数解, 再将速度势函数表达式代入水底边界条件, 并进行截断和引入微分算子, 利用自由面上的水平和垂向波动速度来表示自由面边界条件, 推导了包含给定水流作用的新型 Boussinesq 型方程. 截断到五阶导数项的一维理论模式, 即

$$\eta_t - \tilde{\omega}_\omega + (\tilde{\mu}_\omega + \mu_c)\eta_x = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} &(\tilde{q})_t + g\eta_x + \tilde{q}(\tilde{q})_x - (\tilde{\omega}_\omega)^2\eta_x\eta_{xx} \\ &- \tilde{\omega}_\omega(\tilde{\omega}_\omega)_x \cdot (1 + (\eta_x)^2) - \tilde{q}(\mu_c)_x \\ &- \mu_c(\tilde{q})_x + \mu_c(\mu_c)_x = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} &\left[\tilde{\omega}_\omega - \frac{4}{9}\lambda^2(\hat{\omega}_\omega)_{xx} + \frac{1}{63}\lambda^4(\hat{\omega}_\omega)_{xxx} \right] \\ &+ \left[\lambda(\mu_\omega)_x - \frac{1}{9}\lambda^3(\hat{\mu}_\omega)_{xxx} + \frac{1}{945}\lambda^5(\hat{\mu}_\omega) \right] \\ &+ h_x \left[\hat{\mu}_\omega - \left(\frac{1}{3} - b_1 \right) \lambda^2(\hat{\mu}_\omega)_{xx} \right. \\ &+ \left. \left(-\frac{2}{63} - \frac{1}{6}b_1 + b_3 \right) \lambda^4(\hat{\mu}_\omega)_{xxxx} \right] \\ &- h_x \left[(1 - b_1)\lambda(\tilde{\omega}_\omega)_x \right. \\ &\left. - \left(-\frac{1}{2}b_1 + b_3 \right) \lambda^3(\tilde{\omega}_\omega)_{xxx} \right] = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_\omega &= \hat{\mu}_\omega - \frac{1}{2}(\eta - \hat{z})^2(\hat{\mu}_\omega)_{xx} + \frac{1}{24}(\eta - \hat{z})^4(\hat{\mu}_\omega)_{xxxx} \\ &+ (\eta - \hat{z})(\hat{\omega}_\omega)_x - \frac{1}{6}(\eta - \hat{z})^3(\hat{\omega}_\omega)_{xxx} \\ &+ \frac{1}{120}(\eta - \hat{z})^5(\hat{\omega}_\omega)_{xxxxx}, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 η_t 为自由平面随时间变化的位移; \tilde{q} 为自由表面上速度势函数的水平梯度, $\tilde{q} = \tilde{\mu}_\omega + \tilde{\omega}_\omega\eta_x$, $\tilde{\mu}_\omega$ 为自由面上水平速度分量, $\tilde{\omega}_\omega$ 为垂直速度分量; 直角坐标 (x, y, z) 的原点在静水面上; z 轴竖直向上为正; h 为水深; η 为自由面位移; μ_c 为背景水流速度; g 为重力加速度; $\hat{\mu}$ 和 $\hat{\omega}$ 分别为任意水深 $z = \hat{z}$ 处的水平速度分量和垂直速度分量; $\lambda = h + \hat{z}$, $\hat{z} = \tau h$, 其中 $\tau = -0.5$, $b_1 = -0.204113$, $b_3 = 0.00653242$.

控制方程组中含 6 个未知量: η , \tilde{q} , $\tilde{\mu}$, $\tilde{\omega}$, $\tilde{\omega}_\omega$, $\hat{\mu}_\omega$. 在上述方程组 (1)–(4) 式中, (1) 式和 (2) 式都是从完全非线性的自由表面运动学和动力学条件推导而来, 而且在 (1)–(4) 式中, 均含有未知量与未知量导数的乘积项, 因此, 是非线性方程.

涌浪运动是一种非均匀水流下的非线性运动, 其变化是极其复杂的. 由于涌浪的复杂性和随机性, 观测方案、记录方式以及分析方法的选取和设计, 都必须紧密结合谱的概念进行, 利用谱进行海

浪数值计算, 是一种有效方法. 可以通过其波高、周期和波长等参数, 来反映涌浪运动的特性.

各种特征波高可用谱的相对于原点的0阶矩 m_0 表示, 波高的概率分布函数为^[15]

$$f(H) = 2a_2 \frac{H}{H_0^2} \exp \left[-a_2 \left(\frac{H}{H_0} \right)^2 \right], \quad (5)$$

式中

$$a_2 = \begin{cases} \frac{1}{8}, & H_0 = \sigma, \\ \frac{\pi}{4}, & H_0 = \bar{H}, \\ 1, & H_0 = H_1, \end{cases} \quad (6)$$

H_0 为特征波高, H_1 为均方根波高, \bar{H} 为平均波高, 取 $H_0 = \sigma\sqrt{m_0}$ 及 $a_2 = 1/8$, σ 为均方根方差, 得

$$f(H) = \frac{H}{4m_0} \exp \left(-\frac{H^2}{8m_0} \right), \quad (7)$$

由此得

$$\bar{H} = \int_0^\infty H f(H) dH = \sqrt{2\pi m_0}, \quad (8)$$

$$H_1 = \sqrt{8m_0}. \quad (9)$$

本文采用的是 Pierson 和 Moscowitz^[16] 于 1964 年对于北大西洋的观测资料进行 460 次谱分析后, 从中挑出充分成长的 5 个谱, 依据风速 10.3, 12.9, 15.5, 18.0, 20.5 m/s (特指海面上 19.5 m 高度处的风速), 结果如图 1 所示. 图 1 中 $S(\omega)$ 为无因次谱极值; f, ω 分别为风浪的频率和角速度. 由于海面上的风具有扰动性, 以风要素对海浪进行无因次变化时, 随着频率的增大, 谱极值变化较明显, 波能起伏较大.

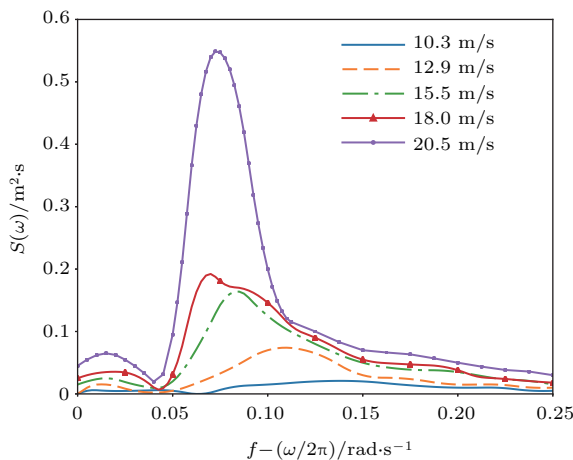


图 1 不同风速下充分成长有因次风浪频谱

Fig. 1. Frequency spectra of fully development different wind and wave under different wind speeds.

将不同形式的无因次谱进行拟合后, 得到有因次的频谱为

$$A^2(\omega) = \frac{\alpha \xi^2}{\omega^2} \exp \left[-\beta \left(\frac{\xi}{U} \right)^4 \right], \quad (10)$$

式中无因次常数 $\alpha = 8.10 \times 10^{-3}$, $\beta = 0.74$; U 为风速; $\omega = 2\pi/T$; ξ^2 为实测波面的方差.

应用以上公式计算波高时, 可取 m_0 等于 ξ^2 , 依据 (10) 式中的 Pierson-Moscowitz 谱^[17] 可得

$$H = \left(\frac{2\alpha}{\beta} \right)^{1/2} \cdot \frac{1}{g} U^2. \quad (11)$$

海浪传播的周期 T 可由已知的解析形式的谱进行计算, 计算公式为^[18]

$$T = \frac{\sqrt{6}}{B^{1/2}} \pi, \quad (12)$$

式中 B 表示外部因素, 如风要素或者波要素作为参量, 对谱造成影响的一个系统.

对于 (10) 式中的 Pierson-Moscowitz 谱, $B = \beta g^4/U^4$ 时, 由 (12) 式得

$$T = \frac{2\pi^{1/4}}{\beta^{1/4}} \cdot \frac{U}{g} = 1.62\pi \frac{U}{g}. \quad (13)$$

涌浪的波长计算公式为^[18]

$$L = \frac{\pi}{g} U^2. \quad (14)$$

合并 (13) 式及 (14) 式得

$$L = \frac{g}{2.6\pi} T^2. \quad (15)$$

在涌浪运动发生时, 受风速变化的影响, 随着风速逐渐增大, 涌浪的波高和波长的变化趋势如图 2 和图 3 所示.

由图 2 和图 3 可见, 随着风速的逐渐增强, 涌浪的波长和波高逐渐增大, 并且呈指数形式上升.

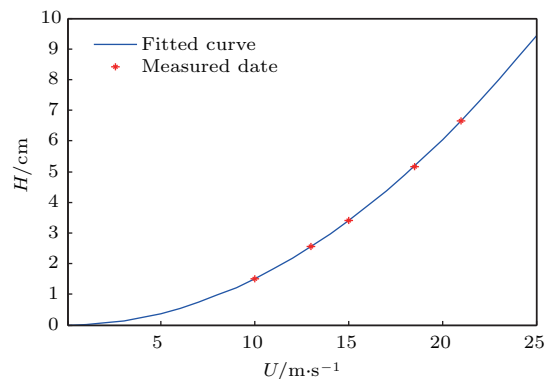


图 2 不同风速下涌浪运动波高的变化

Fig. 2. Variation of wave height in wave motion under different wind speeds.

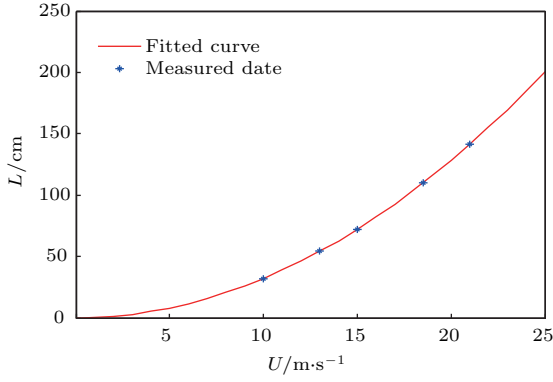


图3 不同风速下涌浪运动波长的变化
Fig. 3. Variation of wavelength in wave motion under different wind speeds.

3 涌浪运动对水下量子信道纠缠度的影响

在涌浪运动的作用下, 涌浪的波高以及周期的变化, 会导致量子态相干性的破坏, 这种现象称为量子消相干. 消相干导致量子态所携带的信息丢失, 量子纠缠度下降, 从而影响量子通信.

根据文献 [19], 纠缠度可表示为

$$E = S(\rho_A) = S(\rho_B) = -\text{Tr}(\rho_A \log_2 \rho_A). \quad (16)$$

假设涌浪运动为系统 A, 量子信道为系统 B, 系统 A 的约化密度矩阵为

$$\rho_A = \text{Tr}_B(\rho_{AB}). \quad (17)$$

在进行水下量子通信时, 两个系统相互作用形成的初始状态可表示为

$$|\psi_{AB}\rangle = |e_0\rangle|\phi_0\rangle = \sum_i \sqrt{p_i}|n\rangle|e_0\rangle, \quad (18)$$

式中 $|n\rangle$ 为 Hilbert 空间中的一组完备基; $\sqrt{p_i}$ 为系统 A 和系统 B 的约化密度矩阵的共同的非零本征值; $|e_0\rangle$ 为涌浪运动的初始状态. 随着运动周期的变化, 纠缠最终演化为

$$|\psi_{AB}\rangle = \sum_i \sqrt{p_i}|n\rangle|e_s\rangle, \quad (19)$$

其中 $|e_s\rangle$ 为涌浪运动状态和量子态相互作用的最终态.

由 (18) 式和 (19) 式可知, 量子信道纠缠度和涌浪运动的各项频谱特性有关, 根据 (11) 式、(13) 式和 (14) 式, 定义在涌浪运动的条件下量子信道的纠缠度为

缠度为

$$E = \frac{1.62\pi T}{g \exp(H)L}. \quad (20)$$

根据 (20) 式, 量子信道的纠缠度与涌浪运动的波高、周期、波长有关. 在海面风速为 0—25 m/s 时, 涌浪的波长在 0—200 cm 变化, 且海面风速为 10.3, 12.9, 15.5, 20.5 m/s 时, 对纠缠度 E , 涌浪传播的周期 T 及波高 H 的关系进行仿真, 结果如图 4 所示.

由图 4 (a)—(d) 可知, 当风速在 0—25 m/s 变化时, 随着传播周期的增大以及逆向水流的影响, 量子信道的纠缠度增大, 由 0.0012 逐渐增加到 0.8426. 另外, 随着波动能量的增加, 波高逐渐增大, 海水对信号的衰减作用明显增强.

在不同风速下发生涌浪运动时, 对纠缠度 E , 涌浪传播的周期 T 及波长 L 的关系进行列表分析, 通过仿真, 结果如表 1 和表 2 所列. 由表 1 可知, 周期在 5.3—10.6 s 时, 纠缠度由 0.2094 上升到 0.6775. 由表 2 可知, 波长在 34.1—134.9 cm 时, 纠缠度由 0.7093 下降到 0.2377.

表 1 不同风速下纠缠度与周期的关系

Table 1. Relationship between the entanglement degree and the period under different wind speeds.

$U/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	T/s	E
10.3	5.3	0.2094
12.9	6.7	0.3389
15.5	8.0	0.4840
20.5	10.6	0.6775

表 2 不同风速下纠缠度与波长的关系

Table 2. Relationship between the entanglement degree and wavelength under different wind speeds.

$U/\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$	L/cm	E
10.3	34.1	0.7093
12.9	53.4	0.5808
15.5	77.1	0.3547
20.5	134.9	0.2377

由表 1 可知, 周期的变化对纠缠度的影响较为明显, 随着传播周期的增大, 涌浪受逆向水流的影响, 量子信道的纠缠度增大. 由表 2 可知, 随着波长的增加, 波能传递的速率加快, 波动能量增加, 量子信道的纠缠度下降.

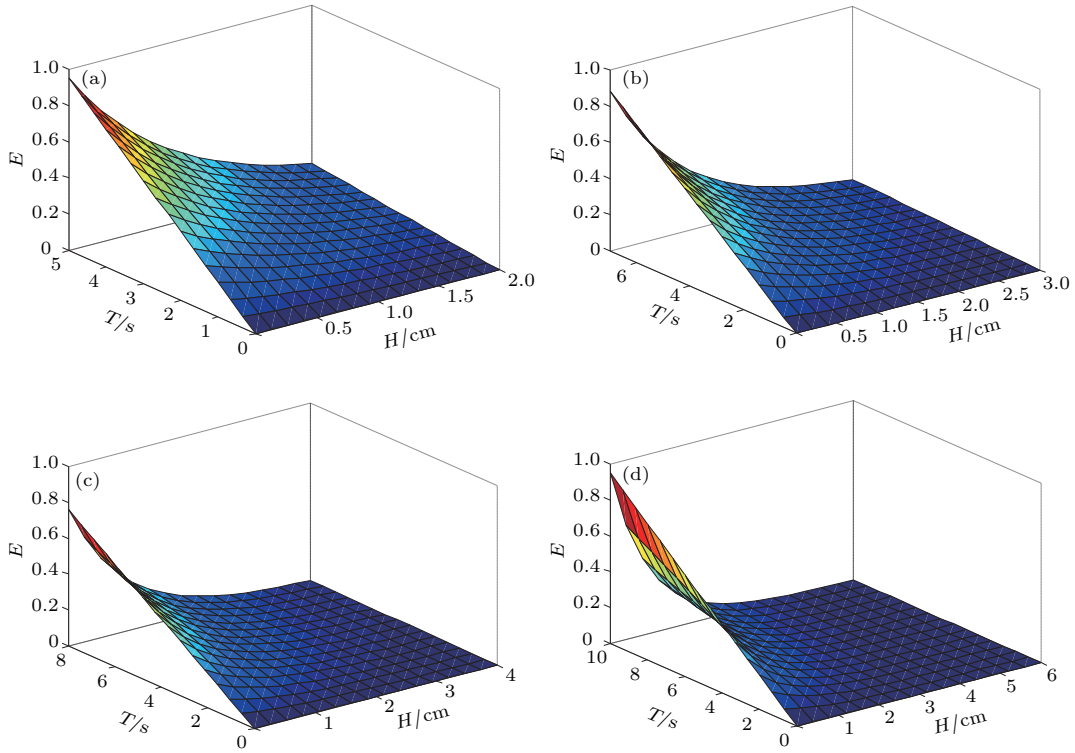


图4 不同风速下纠缠度与周期和波高的关系 (a) 10.3 m/s; (b) 12.9 m/s; (c) 15.5 m/s; (d) 20.5 m/s

Fig. 4. Relationship of the entanglement degree with the period and with the wave height at different wind speeds: (a) 10.3 m/s; (b) 12.9 m/s; (c) 15.5 m/s; (d) 20.5 m/s.

4 涌浪运动对系统中量子信道容量的影响

涌浪运动会对量子态相干性造成破坏, 量子信道噪声会引起信道容量的变化. 下面以退极化信道为例, 建立涌浪物理特性与退极化信道容量的关系.

一个量子位的密度算子 γ 可以表示为 $\frac{1}{2}(\mathbf{I} + \boldsymbol{\psi} \cdot \boldsymbol{\sigma})$, \mathbf{I} 为恒等算子, $\boldsymbol{\sigma}$ 为约化密度矩阵. 由于量子位受到涌浪运动的影响, 导致极化矢量 $\boldsymbol{\psi}$ 衰减^[20], 从而造成量子态消相干现象.

设量子态的一般态为 $\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$, $|e\rangle$ 表示涌浪运动时的量子态, 则量子态和涌浪运动联合演化为

$$|e\rangle = (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle) \rightarrow \alpha(|e_0\rangle|0\rangle + |e_0\rangle|1\rangle) + \beta(|e_1\rangle|1\rangle + |e_1\rangle|0\rangle). \quad (21)$$

将涌浪运动态表示为

$$\begin{cases} |e_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|e_0\rangle \pm |e_1\rangle), \\ |\hat{e}_{\pm}\rangle = \frac{1}{2}(|\hat{e}_0\rangle \pm |\hat{e}_1\rangle). \end{cases} \quad (22)$$

定义 $|e_+\rangle = |e_1\rangle$, $|\hat{e}_+\rangle = |e_x\rangle$, $|\hat{e}_-\rangle = |e_y\rangle$, $|e_-\rangle = |e_z\rangle$, 则量子位和涌浪运动构成的复合系统的么正演化表示为

$$W : |\zeta\rangle|e_1\rangle \rightarrow \sqrt{1-m}\mathbf{I}|\zeta\rangle \otimes |e_1\rangle + \sqrt{\frac{m}{3}}X|\zeta\rangle \otimes |e_x\rangle + \sqrt{\frac{m}{3}}Y|\zeta\rangle \otimes |e_y\rangle + Z|\zeta\rangle \otimes |e_z\rangle, \quad (23)$$

式中 m 为量子位的退极化概率.

对 $|e_1\rangle$ 演化而来的正交基 $\{|e_1\rangle, |e_x\rangle, |e_y\rangle, |e_z\rangle\}$ 求偏迹, 得量子位的密度算子为

$$\hat{\gamma} = \frac{1}{2} \left[\mathbf{I} + \left(1 - \frac{5}{4}m \right) \boldsymbol{\psi}(0) \cdot \boldsymbol{\sigma} \right]. \quad (24)$$

对比 $\gamma = \frac{1}{2}(\mathbf{I} + \boldsymbol{\psi} \cdot \boldsymbol{\sigma})$ 可见, 极化矢量的大小减小到原来的 $1 - \frac{5}{4}m$.

退极化信道可表示为^[21]

$$\varepsilon(\rho_i) = m\frac{\mathbf{I}}{2} + (1-m)\rho_i, \quad (25)$$

式中 ρ_i 为量子比特, m 为量子位的退极化的概率; $\mathbf{I}/2$ 为完全混合态, $\varepsilon(\rho_i)$ 为量子系统经过退极化信道后的状态.

设输入为 $\rho_1 = |0\rangle\langle 0|$, $\rho_2 = |1\rangle\langle 1|$, 则量子信道状态为

$$\begin{aligned} \varepsilon\left(\sum_i m_i \rho_i\right) &= \varepsilon[m_1 \rho_1 + (1 - m_1) \rho_2] \\ &= \frac{m}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} + (1 - m) \rho_1 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ &\quad + (1 - m) \left(1 - m \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right) \\ &= \begin{bmatrix} \frac{m}{2} + (1 - m) \rho_1 & 0 \\ 0 & \frac{m}{2} + (1 - m)(1 - m_1) \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (26)$$

对应的诺依曼熵为

$$\begin{aligned} s\left[\varepsilon\left(\sum_i m_i \rho_i\right)\right] &= -\left[\frac{m + 2(1 - m) \rho_1}{2} \log_2 \frac{m + 2(1 - m) \rho_1}{2}\right. \\ &\quad \left. + \frac{m + 2(1 - m)(1 - \rho_1)}{2}\right. \\ &\quad \left. \times \log_2 \frac{m + 2(1 - m)(1 - \rho_1)}{2}\right], \end{aligned} \quad (27)$$

输出的诺依曼熵为

$$s[\varepsilon(\rho_1)] = s[\varepsilon(\rho_2)] = H_2\left(\frac{m}{2}\right), \quad (28)$$

(24) 式中 $H_2\left(\frac{m}{2}\right)$ 为二元香农熵, 则

$$\begin{aligned} \sum_i m_i s[\varepsilon(\rho_i)] &= m_1 H_2\left(\frac{m}{2}\right) + (1 - m_1) H_2\left(\frac{m}{2}\right) \\ &= H_2\left(\frac{m}{2}\right). \end{aligned} \quad (29)$$

由此, 信道容量为

$$\begin{aligned} C(m, m_1) &= s\left[\varepsilon\left(\sum_i m_i \rho_i\right)\right] - \sum_i m_i s[\varepsilon(\rho_i)] \\ &= -\left\{\left[\frac{m}{2} + (1 - m)m_1\right] \log_2 \left[\frac{m}{2} + (1 - m)m_1\right]\right. \\ &\quad \left. + \left[\frac{m}{2}(1 - m)(1 - m_1)\right]\right. \\ &\quad \left. \times \log_2 \left[\frac{m}{2} + (1 - m)(1 - m_1)\right]\right\} - H_2\left(\frac{m}{2}\right). \end{aligned} \quad (30)$$

当 $m = \frac{1}{2}$ 时, (26) 式第一项取最大值. 则

$$s\left[\varepsilon\left(\sum_i m_i \rho_i\right)\right] = H_2\left(\frac{1}{2}\right) = 1,$$

因此信道容量为

$$C = \max C\left(m, \frac{1}{2}\right) = 1 - H_2\left(\frac{m}{2}\right). \quad (31)$$

在涌浪运动的条件下, 根据涌浪波高和周期联合分布的概率密度函数及海浪频谱的无因次常数与平均波长的关系^[22-23], 涌浪运动条件下量子位的退极化概率为

$$m = \exp\sqrt{\frac{2\alpha}{\beta}} H \exp\left(\frac{\log_2 T}{g}\right) L. \quad (32)$$

对量子信道容量、涌浪的波高及传播周期之间的关系进行仿真, 结果如图 5 所示.

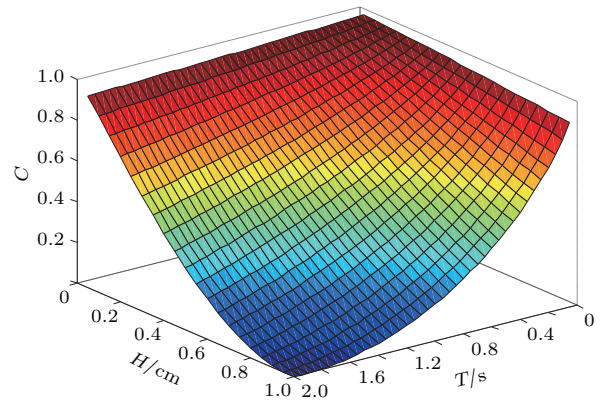


图 5 信道容量与波高和周期的关系

Fig. 5. Relationship between channel capacity and wave height and cycle.

由图 5 可知, 涌浪运动在风速变化的影响下, 涌浪传播周期增大, 受逆向水流的影响, 量子信道容量逐渐减小. 随着波动能量的增加, 波长逐渐增大, 波能传递的速率加快, 造成信道容量逐渐降低.

对量子信道容量、涌浪的波长及传播周期之间的关系进行仿真, 结果如图 6 所示.

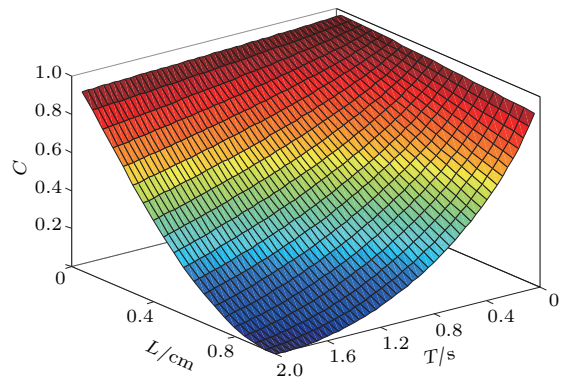


图 6 信道容量与波长和周期之间的关系

Fig. 6. Relationship of the channel capacity with the wavelength and with the cycle.

由图 6 可知, 当风速在 0—25 m/s 变化时, 在涌浪运动的绕射作用下, 随着波长的增加, 波能传递的速率加快, 波动能量增强, 量子信道容量下降, 在波长较大的情况下, 周期的变化使得信道容量下降的趋势更加明显. 随着传播周期的增大, 涌浪受逆向水流的影响, 量子信道容量减小, 由 0.8736 减小到 0.1024.

5 涌浪运动对量子密钥分发过程中误码率的影响

基于 BB84 协议下的量子密钥分发系统, 量子误码率 N_{QBER} 为接收到的误码比特率 N_{error} 与总比特率 R_{sift} 之比, 是对系统评估的有效参数 [24], 即

$$N_{\text{QBER}} = \frac{N_{\text{error}}}{R_{\text{sift}}} = \frac{\chi\eta_a(1-\delta)\exp(-4\chi\eta_a) + \delta\chi\eta_a\exp(-\chi)}{F_S R_r (1 - \exp(-\kappa T_c P T_a \chi F_c))}, \quad (33)$$

式中 χ 为光电探测量子效率; $\eta_a = \eta_B/2 + \eta_D$, η_B 为背景噪声引起的光子计数, η_D 为光电探测器的暗电流计数; δ 为退极化效应因子; F_S 为筛选因子; R_r 为发射脉冲重复率; F_c 为测量因子; κ 为激光脉冲平均光子数; T_a 为系统传输率; P 为单光子俘获率; 信道传输因子 T_c 为

$$T_c = \left(\frac{K}{K_0}\right)^{\sec\hat{\theta}} = 10^{-0.1A_{\text{atm}}\hat{\theta}}, \quad (34)$$

式中 K/K_0 为传输振幅比, K 为量子态传播后的振幅, K_0 为初始振幅; $\hat{\theta}$ 为高斯光束远场发射角; A_{atm} 为链路衰减系数.

设光子波长 $\lambda = 1.21 \mu\text{m}$, 采用高斯基模光束作为光源脉冲, 其余参数取值如表 3 所列, 对涌浪运动的波高、波长和量子密钥分发过程中的误码率之间的关系进行了仿真, 结果如图 7 所示.

表 3 信道误码率的各项参数取值

Table 3. Parameter values of channel error rate.

χ	F_c	F_S	R_r	η_D	η_B	P	T_a	δ	κ
0.65	1	0.5	0.5	10^{-6}	10^{-3}	0.5	1	10^{-6}	1

由图 7 可知, 当波长和波高同时在 0—2 cm 增加时, 误码率呈指数形式增加, 由 0.1651 增加到 0.4812. 由此可知, 在进行水下量子通信时, 量子态在传输过程中, 受涌浪运动作用的影响, 量子密钥分发过程受到干扰, 影响系统的通信性能.

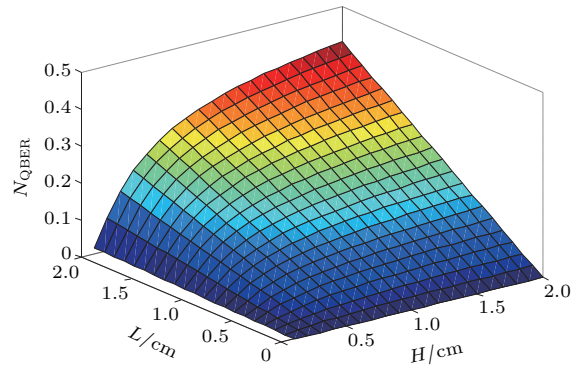


图 7 误码率与波长和波高的关系

Fig. 7. Relationship of the bit error rate with the wavelength and with the wave height.

6 结 论

本文研究了非均匀水流中涌浪运动对水下量子通信性能的影响. 根据涌浪运动传播的特性, 建立了量子信道的纠缠度、信道容量以及密钥分发中误码率与涌浪运动特性之间的函数关系, 分析了其频谱特性, 这对水下量子通信研究有一定重要意义. 仿真结果表明, 随着涌浪运动波长和波高的增大, 量子信道纠缠度和信道容量近似呈指数减小. 涌浪传播周期和波长越大, 量子密钥分发过程中误码率越高. 因此, 在进行水下量子通信时, 涌浪运动会对通信系统造成一定的影响, 可根据气象条件, 自适应调衡系统参数, 降低涌浪对量子通信的影响.

参考文献

- [1] Peng C Z, Yang T, Bao X H 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 4
- [2] Jin X M, Ren J G, Yang B, Yi Z H, Zhou F, Xu X F, Peng C Z, Wang S K, Yang D, Pan J W, Hu Y F, Jiang S 2010 *Nat. Photon.* **4** 376
- [3] Yin J, Ren J G, Lu H 2012 *Nature* **488** 185
- [4] Wang J Y, Yang B, Liao S K 2013 *Nature Photon.* **7** 387
- [5] Ma X S, Thomas H, Thomas S, Wang D Q, Sebastian K, William N, Bernhard W, Alexandra M, Johannes K, Elena A, Vadim M, Thomas J, Rupert U, Anton Z 2012 *Nature* **489** 269
- [6] Nie M, Shang P G, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 240303 (in Chinese) [聂敏, 尚鹏钢, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2014 物理学报 **63** 240303]
- [7] Nie M, Wang Y, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 020303 (in Chinese) [聂敏, 王允, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2016 物理学报 **65** 020303]
- [8] Nie M, Tang S R, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 020303 (in Chinese) [聂敏, 唐守荣, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2017 物理学报 **66** 020303]

- [9] Yoon S B, Liu P L F 1989 *J. Fluid Mech.* **205** 397
- [10] Li Y C, Zhang Y G 1996 *J. Hydrody.* **11** 205 (in Chinese) [李玉成, 张永刚 1996 水动力学研究与进展 **11** 205]
- [11] Sverdrup H U, Munk W H 1947 *J. Hydrographic Office* **601** 44
- [12] Sverdrup H U 1947 *American Geophysical Union.* **28** 407
- [13] Bretschneider C L 1952 *American Geophysical Union.* **33** 381
- [14] Wang Y L, Zhang H S, Miao G P 2005 *China Ocean Engineering* **19** 49
- [15] Higgins M S 1975 *J. Geophys. Res.* **80** 2688
- [16] Pierson W J, Moscowitz L 1964 *J. Geophys. Res.* **69** 5181
- [17] Higgins M S 1970 *J. Geophys. Res.* **75** 6778
- [18] Wen S C 1984 *Wave Theory and Calculation Principle* (Beijing: Science Press) pp203–210 (in Chinese) [文圣常 1984 海浪理论与计算原理 (北京: 科学出版社) 第 203—210 页]
- [19] Zhang Y D 2010 *Quantum Mechanics* (Beijing: Science Press) p343 (in Chinese) [张永德 2010 量子力学 (北京: 科学出版社) 第 343 页]
- [20] Yin H, Ma H X 2006 *Introduction to Quantum Communication in Military* (Beijing: Military Science Press) p227 (in Chinese) [尹浩, 马怀新 2006 军事量子通信概论 (北京: 军事科学出版社) 第 227 页]
- [21] Yin H, Han Y 2013 *Quantum Communications Theory and Technology* (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p83 (in Chinese) [尹浩, 韩阳 2013 量子通信原理与技术 (北京: 电子工业出版社) 第 83 页]
- [22] Chakrabarti S K, Cooley R P 1997 *Coastal Engineering* **16** 63
- [23] Pan J C, Chen Z H 1996 *J. Marine Science Bulletin* **5** 1 (in Chinese) [潘锦嫦, 陈志宏 1996 海洋通报 **5** 1]
- [24] Nie M, Ren J, Yang G, Zhang M L, Pei C X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 150301 (in Chinese) [聂敏, 任杰, 杨光, 张美玲, 裴昌幸 2015 物理学报 **64** 150301]

Influence of surge movement in non-uniform water flow on performance of underwater quantum communication*

Nie Min¹⁾ Pan Yue^{1)†} Yang Guang¹⁾²⁾ Sun Ai-Jing¹⁾ Yu Sai-Ya¹⁾
Zhang Mei-Ling¹⁾ Pei Chang-Xing³⁾

1) (School of Communication and Information Engineering, Xi'an University of Posts and Telecommunication, Xi'an 710121, China)

2) (School of Electronics and Information, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

3) (State Key Laboratory of Integrated Service Networks, Xi'an University of Electronic Science and Technology, Xi'an 710071, China)

(Received 11 January 2018; revised manuscript received 5 May 2018)

Abstract

Quantum communication is brand new way of communication in which quantum entanglement is used to transmit information. It is an interdisciplinary subject combining quantum informatics with modern communication theory. Motivated by the communication requirements for underwater sensor networks, submarines, etc., underwater optical communication has been developing rapidly in recent years due to the ideal information security of quantum communication. However, the research on the performance of underwater quantum communication in sea has not yet been fully developed because of a series of factors such as surge, salinity and seaweed and so on. In this paper, the influence of surge in non-uniform water flow on the underwater quantum communication is studied theoretically and experimentally. Firstly, a new Boussinesq equation with a given flow function is derived based on the horizontal and vertical wave velocity of the free surface to represent the free surface boundary conditions. On the other hand, In view of the nonlinear motion of movement, the complexity of change and the randomness of the distribution, the spectrum is used for numerically calculating the surge. The characteristics of wave motion are described by wave height, period and wavelength. Secondly, the influence of surge on the entanglement of underwater quantum channel is analyzed. It is proved that the wave height of surge and the change of the cycle affect quantum communication due to the destruction of the quantum coherence and the reduction in quantum entanglement degree. Thirdly, the influence of surge motion on the quantum channel capacity is studied. The influence of the relation between the wavelength and the transmission cycle on the quantum channel capacity is simulated. The relationship between the physical characteristics of surge wave and the capacity of depolarized channel is established. Fourthly, the influence of surge motion on error rate in quantum key distribution is studied. The simulation results show that when the sea surface wind speed changes in a range of 0–20.5 m/s, the propagation cycle is increased gradually. The channel entanglement is increased from 0.0012 to 0.8426, and the channel capacity is reduced from 0.8736 to 0.1024. In the key distribution process, the quantum bit error rate increases from 0.1651 to 0.4812. Therefore, in underwater quantum communication, the parameters of the system should be adjusted adaptively according to the varying degree of the surge movement.

Keywords: underwater quantum communication, surge movement, channel entanglement degree, quantum bit error rate

PACS: 03.67.Hk, 42.50.Nn, 67.90.+z

DOI: 10.7498/aps.67.20180078

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61172071, 61201194), the Natural Science Research Foundation of Shaanxi Province, China (Grant No. 2014JQ8318), the International Scientific and Technological Cooperation and Exchange Program in Shaanxi Province, China (Grant No. 2015KW-013), and the Scientific Research Program Funded by Shaanxi Provincial Education Department, China (Grant No. 16JK1711).

† Corresponding author. E-mail: 1601210022@stu.xupt.edu.cn