

Majorana 零模式的电导与低压振荡散粒噪声

颜志猛 王静 郭健宏

Low-bias oscillations of shot noise as signatures of Majorana zero modes

Yan Zhi-Meng Wang Jing Guo Jian-Hong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 187302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172372

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172372>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I18>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

三维拓扑绝缘体 antidot 阵列结构中的磁致输运研究

Magnetotransport in antidot arrays of three-dimensional topological insulators

物理学报.2018, 67(4): 047301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172346>

三维 a-IGZO 薄膜中的电子-电子散射

Electron-electron scattering in three-dimensional amorphous IGZO films

物理学报.2016, 65(16): 167301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.167301>

双量子点结构中 Majorana 费米子的噪声特性

Shot noise characteristics of Majorana fermions in transport through double quantum dots

物理学报.2015, 64(16): 167302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.167302>

扶手椅型石墨烯介观环中的持续电流

Persistent currents in mesoscopic graphene rings with armchair edges

物理学报.2015, 64(1): 017302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.017302>

分子激发中的表面等离激元增强效应

Surface plasmon enhancement effect in molecular excitation

物理学报.2014, 63(9): 097301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.097301>

Majorana 零模式的电导与低压振荡散粒噪声*

颜志猛 王静 郭健宏†

(首都师范大学物理系, 北京 100048)

(2017年11月2日收到; 2018年7月3日收到修改稿)

Majorana 零能量模式是自身的反粒子, 在拓扑量子计算中有重要应用. 本文研究量子点与拓扑超导纳米线混合结构, 通过量子点的输运电荷检测 Majorana 零模式. 利用量子主方程方法, 发现有无 Majorana 零模式的电流与散粒噪声存在明显差别. 零模式导致稳态电流差呈反对称, 在零偏压处显示反常电导峰. 电流差随零模式分裂能的增大而减小, 随量子点与零模式耦合的增强而增大. 另一方面, 零模式导致低压散粒噪声相干振荡, 零频噪声显著增强. 分裂能导致相干振荡愈加明显且零频噪声减小, 而量子点与零模式的耦合使零频噪声增强. 当量子点与电极非对称耦合时, 零模式使电子由反聚束到聚束输运, 亚泊松噪声增强为超泊松噪声. 稳态电流差结合低压振荡的散粒噪声能够揭示 Majorana 零模式是否存在.

关键词: Majorana 零模式, 量子点, 散粒噪声

PACS: 73.21.-b, 73.23.-b

DOI: 10.7498/aps.67.20172372

1 引言

在凝聚态系统中寻找并探测 Majorana 零能量模式 (Majorana zero modes, MZM) 引起了人们的极大兴趣^[1,2]. MZM 是自身的反粒子, 满足非阿贝尔交换统计性^[3,4]. 通常的电子可以等价地看成一对 MZM 的线性组合, 因此每对 MZM 可构成一个量子比特. 而 MZM 作为“半个电子”, 其交换会改变由成对 MZM 构成的量子态, 可实现拓扑量子计算^[5]. 作为非阿贝尔任意子, MZM 的存在受拓扑保护, 局域的环境干扰无法湮灭掉一个非局域的 MZM, 因此能有效地抵挡环境的退相干影响^[6].

实现基于 MZM 的拓扑量子计算首先必须要有合适的材料体系, 并测量体系是否具有非阿贝尔拓扑相, 即需要确认 MZM 的存在. 由 InSb 或 InAs 纳米线与 s-波超导体构成的异质结构, 结合超导电性、强自旋-轨道作用以及磁场能够实现拓扑超导态, 产生 MZM^[7-9]. 该异质结构易于调制和操控 MZM, 被广泛用于目前的实验中^[10-17]. 实验上,

零偏压附近出现的反常电导峰被认为是 MZM 存在的可能证据^[10-17]. 其他理论方案包括直接测量 MZM 的非阿贝尔统计性^[18]、反常 4π 周期约瑟夫森效应^[5]、自旋流关联函数^[19] 以及直接测量隧穿过 MZM 的电子噪声谱^[20] 等. 但是, 其他非拓扑的物理机制, 比如, 无序^[21]、Kondo 效应^[22], 特别是 Andreev 束缚态^[23] 都能产生类似的零偏压电导峰. 并且, 由于 MZM 是超导体的零能量模式, 对电磁测量不敏感, 以及超导体相位的脆弱性, 使得实验上难以明确地证明 MZM 存在, 还需要其他实验证据进一步甄别.

理论上提出将量子点 (quantum dot, QD) 与纳米线耦合, 利用隧穿过 QD 的电子探测 MZM^[24-31]. 零温时, QD 与 MZM 耦合使得零偏压处的电导峰减小 $1/2$ ^[24]. 大偏压极限下, 电流与噪声能够证明 QD-纳米线结构中存在 MZM^[25]. Chen 等^[26] 研究了类似模型在零温且有限偏压时的零频散粒噪声. 大偏压极限下, 零频全计数统计办法可探测相同结构中的 MZM^[27]. Shang 等^[28] 研究了 MZM 与双量子点耦合的 Aharonov-Bohm

* 北京市教委科研基金 (批准号: KM201210028008) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: gjhaso@163.com

干涉仪中的电导. Gong等^[29-31]研究了量子点链式结构与MZM耦合的微分电导. 诸多方案主要探讨了零偏压附近的反常电导峰^[24,26,29-31], 以及零温或大偏压极限的噪声谱^[25,27]. 最近, 实验上成功地将QD与InAs纳米线制备在一起, 利用QD的微分电导谱观测到Andreev束缚态合并形成的MZM^[15].

实验证据促使我们思考: 既然MZM导致零偏压附近出现反常电导峰, 那么(零)低偏压区的散粒噪声能否揭示MZM? 为此本文考虑图1所示的QD-MZM耦合系统, 采用主方程方法^[32]研究了一般情况(有限温度与偏压以及有限频率)的散粒噪声. 研究发现, MZM导致稳态电流差呈反对称, 在零偏压处显示反常电导峰, 表明存在MZM. 但是, 当QD与电极对称耦合时, 电流差则无法区分MZM. 而此时散粒噪声在低偏压区呈相干振荡, 并在零频处显著增强. 当QD与电极非对称耦合时, MZM使电子由反聚束到聚束输运, 亚泊松噪声增强为超泊松噪声. 稳态电流差结合低压振荡的散粒噪声能够证明MZM是否存在.

2 模型与理论方法

2.1 模型

考虑QD与纳米线耦合的装置, 如图1所示. 当s-波超导体与具有强自旋-轨道作用的半导体纳米线接触, 并施加较强的磁场, 满足 $E_Z^2 > \Delta^2 + \mu^2$ 时, 纳米线形成拓扑超导态, 在其两端产生MZM, 分别表示为 γ_1, γ_2 , 满足 $\gamma_i^\dagger = \gamma_i, \{\gamma_i, \gamma_j\} = 2\delta_{ij}$; E_Z 是Zeeman劈裂能, 与外磁场强度 B 成正比; μ 与 Δ 分别为纳米线的化学势和邻近效应引起纳米线中的超导带隙. QD与近邻 γ_1 耦合, 并处于强库仑阻塞区. 整个系统的哈密顿量可写作:

$$\begin{aligned} H &= H_1 + H_s + H_t, \\ H_1 &= \sum_{\alpha=L,R} \sum_k \varepsilon_{\alpha k} c_{\alpha k}^\dagger c_{\alpha k}, \\ H_s &= \varepsilon_D d^\dagger d + \frac{i}{2} \varepsilon_M \gamma_1 \gamma_2 + \lambda (d - d^\dagger) \gamma_1, \\ H_t &= \sum_{\alpha=L,R} \sum_k t_{\alpha k} d c_{\alpha k}^\dagger + \text{H.c.} \end{aligned} \quad (1)$$

这里 H_1 描述左、右两个金属电极, 其中 $c_{\alpha k}^\dagger (c_{\alpha k})$ 为电极电子的产生(湮灭)算符, 电子波矢量与能量分别为 \mathbf{k} 与 $\varepsilon_{\alpha k}$. H_t 描述QD与电极间的隧穿耦合,

耦合强度为 $t_{\alpha k}$, 设 $t_{\alpha k} \sim t_\alpha$ 与状态无关, 假定电极的电子态密度 ρ_α 为常数, 则电子隧穿率或能级线宽为 $\Gamma_\alpha = 2\pi\rho_\alpha |t_\alpha|^2$, 单电子在QD与纳米线之间隧穿的时间约为 $1/\Gamma_\alpha$. H_s 描述QD与MZM的耦合^[24-27], 其中 $d^\dagger (d)$ 表示QD的电子产生(湮灭)算符; ε_D 为有无电子占据的能量差, 实验上可通过栅极电压调节该单电子能级; $\varepsilon_M \sim \exp(-L/\xi)$ 为MZM的分裂能, 反映MZM波函数之间的重叠程度, L 为纳米线的有效长度, ξ 是超导相干长度; QD与近邻MZM的耦合强度为 λ , 一般地 λ 与QD-MZM的自旋有关. 如果QD电子在磁场中的Zeeman劈裂能 $E_s \gg \Gamma_\alpha$ 且 $\varepsilon_D \geq 0$, 则QD中自旋向下的电子能级($= \varepsilon_D + E_s$)将远大于费米能级, 因此可以忽略自旋向下的电子输运. 较大的Zeeman劈裂能同时也可抑制电子自旋的Kondo效应. 本文考虑无自旋电子, λ 取作实数.

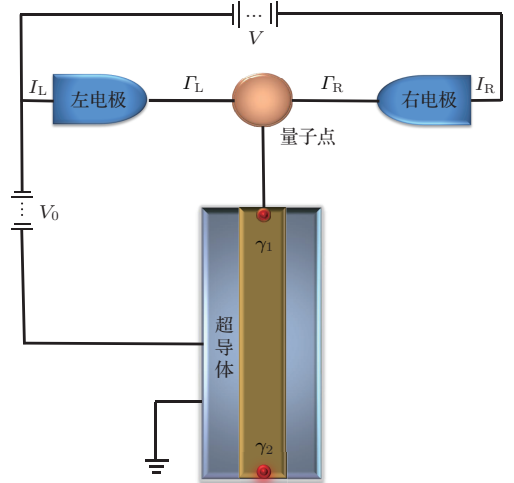


图1 QD与MZM耦合结构, 其中QD与近邻MZM耦合, 并与电极构成测量回路; 取超导体化学势为能量参考零点, 左右电极的化学势分别取作 $\mu_{L(R)} = e(V_0 \pm V/2)$ (e 为电荷电量)

Fig. 1. Schematic setup of a QD coupled to MZM. The QD is tunnel coupled to the nearest one of the MZM which are located at the two ends of the nanowire. The QD is connected to the electrodes, which forms a closed detection circuit. Choosing the chemical potential of the superconductor as the zero-energy reference, the chemical potentials of the left and right leads locate then at $\mu_{L(R)} = e(V_0 \pm V/2)$, respectively (with e the electron charge).

引入Dirac费米子 f , 表示纳米线中非局域电子的能级: $\gamma_1 = f^\dagger + f, \gamma_2 = i(f^\dagger - f)$, 满足反对易关系 $\{f, f^\dagger\} = 1$, 占据数为 $n_f = f^\dagger f$. 则哈密顿

量 H_s 可写为

$$H_s = \varepsilon_D d^\dagger d + \varepsilon_M \left(f^\dagger f - \frac{1}{2} \right) + (\lambda d f^\dagger + \lambda_1 f^\dagger d^\dagger + \text{H.c.}), \quad (2)$$

其中 $\lambda_1 = \lambda$ 或 $\lambda_1 = 0$ 分别标记 QD 与 MZM 耦合, 或 QD 与通常 Dirac 费米子的隧穿. $\lambda_1 = \lambda$ 时 H_s 表明非局域的 n_f 态是电子与空穴的等权叠加态, $n_f = 0 \rightarrow n_f = 1$ 既表示电子从 QD 到纳米线的正常隧穿 ($\sim d f^\dagger$), 又描述纳米线释放一对电子分别占据 QD 与 n_f 态而导致系统电子数不守恒的过程 ($\sim f^\dagger d^\dagger$). H_s 在 QD-MZM 的直积表象 $|n_D, n_f\rangle$ 中分块对角化, n_D 与 n_f 取 0 或 1, 分别表示 QD 或非局域费米能级上的电子占据, 其中 $|1, 1\rangle \equiv f^\dagger d^\dagger |0, 0\rangle$. QD-MZM 系统总电子数的宇称守恒, $\{|0, 1\rangle, |1, 0\rangle\}$ 构成奇宇称子空间, $\{|1, 1\rangle, |0, 0\rangle\}$ 构成偶宇称子空间, 分别对应 H_s 分块对角化的部分 $H_s^{(o)}$ 与 $H_s^{(e)}$. 当 $\varepsilon_M = 0$ 时, 奇、偶宇称子空间彼此等价 $H_s^{(o)} = H_s^{(e)}$; 而 $\varepsilon_M \neq 0$ 会破坏这种宇称简并性. 奇(偶)宇称子空间的非本征态 $|o^\pm\rangle$ ($|e^\pm\rangle$) 为

$$\begin{aligned} |o^+\rangle &= \frac{1}{N_o} \left[\lambda |01\rangle + \left(\frac{\delta_-}{2} + \Omega_o \right) |10\rangle \right], \\ |o^-\rangle &= \frac{1}{N_o} \left[- \left(\frac{\delta_-}{2} + \Omega_o \right) |01\rangle + |10\rangle \right], \\ |e^+\rangle &= \frac{1}{N_e} \left[\lambda_1 |00\rangle + \left(\frac{\delta_+}{2} + \Omega_e \right) |11\rangle \right], \\ |e^-\rangle &= \frac{1}{N_e} \left[- \left(\frac{\delta_+}{2} + \Omega_e \right) |00\rangle + \lambda_1 |11\rangle \right], \end{aligned} \quad (3)$$

本征能量 E_{o^\pm} (E_{e^\pm}) 分别为

$$\begin{aligned} E_{o^\pm} &= \frac{\varepsilon_D}{2} \pm \Omega_o, \\ E_{e^\pm} &= \frac{\varepsilon_D}{2} \pm \Omega_e. \end{aligned} \quad (4)$$

这里 $\delta_\pm = \varepsilon_D \pm \varepsilon_M$; $2\Omega_o = \sqrt{\delta_-^2 + 4\lambda^2}$ 与 $2\Omega_e = \sqrt{\delta_+^2 + 4\lambda_1^2}$ 分别描述奇(偶)宇称空间中能量本征态的 Rabi 分裂; $N_{o(e)}$ 为归一化系数. 隧穿哈密顿量 H_t 导致 QD 上电子占据数 ± 1 , 使得奇、偶宇称态相互混合, 例如 $\langle e^i | d | o^j \rangle \neq 0$, 但是同种宇称态并不混合, $\langle e^i | d | e^j \rangle = \langle o^i | d | o^j \rangle = 0$ ($i, j = +, -$).

2.2 理论方法

本文利用粒子数表象中的主方程描述体系的动力学^[32]. 根据左电极发射出的电子数 n_L 和右

电极收集到的电子数 n_R , 把系统状态划分成多粒子数空间. 将电极视为“环境”, 中间 QD-MZM 系统用约化密度矩阵 $\rho(t)$ 描述. 设 QD 与电极耦合较弱, 将 $\rho(t)$ 的运动方程展开至 Γ_α 的二阶项, 忽略系统能级的 Lamb 移位后, 得到粒子数表象中的主方程:

$$\begin{aligned} &\dot{\rho}^{(n_L, n_R)}(t) \\ &= -i\mathcal{L}\rho^{(n_L, n_R)} - \left\{ \frac{\Gamma_L}{2} [d^\dagger f_L^{(-)}(-\mathcal{L})d\rho^{(n_L, n_R)} \right. \\ &\quad + \rho^{(n_L, n_R)} f_L^{(+)}(-\mathcal{L})dd^\dagger \\ &\quad - f_L^{(-)}(-\mathcal{L})d\rho^{(n_L-1, n_R)}d^\dagger \\ &\quad \left. - d^\dagger \rho^{(n_L+1, n_R)} f_L^{(+)}(-\mathcal{L})d \right] + \text{H.c.} \Big\} \\ &\quad + (L \leftrightarrow R). \end{aligned} \quad (5)$$

(5) 式中 ($L \leftrightarrow R$) 表示将花括号中各项的 L 指标替换为 R, 即得到右电极对系统的耗散作用. 刘维尔超算符 \mathcal{L} 定义为 $\mathcal{L} \cdot \equiv [H_s, \cdot]$, 描述系统的相干演化. 费米函数 $f_\alpha^{(+)}(\omega) = [e^{\beta(\omega - \mu_\alpha)} + 1]^{-1}$ 描述电极的电子分布, 其中 μ_α 为化学势; $\beta = (k_B T)^{-1}$, k_B 为 Boltzmann 常数, T 为温度, 并假定两个电极温度相同; $f_\alpha^{(-)}(\omega) = 1 - f_\alpha^{(+)}(\omega)$. 对电子数求和后可得 $\sum_{\substack{n_L=0 \\ n_R=0}}^{\infty} \rho^{(n_L, n_R)}(t) = \rho(t)$ 并满足:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(t) &= \mathcal{L}_0 \rho + \sum_\alpha \mathcal{J}_{\alpha+} \rho + \sum_\alpha \mathcal{J}_{\alpha-} \rho, \\ \mathcal{L}_0 \rho &= -i\mathcal{L}\rho - \frac{1}{2} \sum_\alpha \Gamma_\alpha [d^\dagger f_\alpha^{(-)}(-\mathcal{L})d\rho \\ &\quad + \rho f_\alpha^{(+)}(-\mathcal{L})dd^\dagger + \text{H.c.}], \\ \mathcal{J}_{\alpha+} \rho &= \frac{1}{2} \Gamma_\alpha [f_\alpha^{(-)}(-\mathcal{L})d\rho d^\dagger + \text{H.c.}], \\ \mathcal{J}_{\alpha-} \rho &= \frac{1}{2} \Gamma_\alpha [d^\dagger \rho f_\alpha^{(+)}(-\mathcal{L})d + \text{H.c.}], \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\mathcal{L}_0 \rho$ 描述在电极影响下 QD-MZM 系统的非么正性演化, 左右电极粒子数不变化; $\mathcal{J}_{\alpha\pm} \rho$ 分别表示电子从 QD-MZM 系统隧穿进 α 电极以及电子从 α 电极隧穿进 QD-MZM 的量子跳跃过程.

由于超导体使系统的电子数不守恒 ($\alpha = d, d^\dagger, f^\dagger$), 故引入两个独立的计数变量 χ_α ($\alpha = L, R$), 分别统计左、右电极隧穿电子数的变化, 从而计算电极的电流. 利用二维傅里叶变换

$$\rho(\chi_L, \chi_R, t) = \sum_{n_L, n_R} \rho^{(n_L, n_R)}(t) e^{in_L \chi_L} e^{in_R \chi_R}$$

将方程 (5) 写作

$$\begin{aligned} \dot{\rho}(\chi_L, \chi_R, t) &= \mathcal{W}(\chi_L, \chi_R) \rho(\chi_L, \chi_R, t) \\ &= \left[\mathcal{L}_0 + \sum_{\alpha} e^{i\chi_{\alpha}} \mathcal{J}_{\alpha+} + \sum_{\alpha} e^{-i\chi_{\alpha}} \mathcal{J}_{\alpha-} \right] \\ &\quad \times \rho(\chi_L, \chi_R, t), \end{aligned} \quad (7)$$

(7) 式中各超算符的具体形式在 $|n_D, n_f\rangle$ 表象中容易得到. 利用 (7) 式可方便地计算稳态运输电流与散粒噪声. 为此, 引入累积生成函数 $G(\chi_L, \chi_R, t)$,

$$\begin{aligned} G(\chi_L, \chi_R, t) &\equiv \ln[\text{Tr} \rho(\chi_L, \chi_R, t)], \\ &= \ln \left[\sum_{n_L, n_R} P(n_L, n_R, t) e^{in_L \chi_L} e^{in_R \chi_R} \right], \end{aligned} \quad (8)$$

其中透射电子分布函数 $P(n_L, n_R, t) = \text{Tr} \rho^{(n_L, n_R)}(t)$, Tr 表示对 QD-MZM 系统求平均.

利用 $G(\chi_L, \chi_R, t)$, 求出各阶累积函数 $\langle\langle n_{\alpha}^k(t) \rangle\rangle$:

$$\begin{aligned} \langle\langle n_{\alpha}^k(t) \rangle\rangle &\equiv \langle\langle (n_{\alpha}(t) - \langle n_{\alpha}(t) \rangle)^k \rangle\rangle, \\ &= (-i\partial_{\chi_{\alpha}})^k G(\chi_L, \chi_R, t)|_{\chi_L=0, \chi_R=0}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中, $n_{\alpha}(t)$ 为 t 时刻 α 电极发射或收集的电子数算符, $\langle n_{\alpha}(t) \rangle = \text{Tr} \sum_{n_{\alpha}} n_{\alpha} \rho^{(n_{\alpha})}(t)$, 其中 $\rho^{(n_{\alpha})}(t)$ 可由 (5) 式对 α 电极的电子计数得到. 在实际求解中, 常利用拉普拉斯变换:

$$\begin{aligned} \tilde{G}(\chi_L, \chi_R, z) &= \ln\{\text{Tr}[z\mathbf{1} - \mathcal{W}(\chi_L, \chi_R)]^{-1} \rho^{\text{st}}\}, \end{aligned} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{1}$ 表示单位矩阵, ρ^{st} 表示系统的稳态密度矩阵, 满足 $\mathcal{W}(\chi_L, \chi_R)|_{\chi_L=0, \chi_R=0} \rho^{\text{st}} = 0$, 并设 $t=0$ 时 $\rho^{(n_L, n_R)}(0) = \rho^{\text{st}} \delta_{n_L, 0} \delta_{n_R, 0}$. 对 (10) 式分别计算相应计数变量 χ_{α} 的一阶与二阶偏微商, 可得到稳态电流以及散粒噪声.

2.3 电流与散粒噪声

利用“跳跃算符” $\mathcal{J}_{\alpha\pm}$ 可得到流经相应电极的稳态电流为

$$\begin{aligned} I_{\alpha} &= \frac{d\langle n_{\alpha}(t) \rangle}{dt}, \\ &= (-i\partial_{\chi_{\alpha}}) \frac{d}{dt} \text{Tr}[e^{\mathcal{W}(\chi_L, \chi_R)t} \rho^{\text{st}}]|_{\chi_L=0, \chi_R=0}, \\ &= \text{Tr}[(\mathcal{J}_{\alpha+} - \mathcal{J}_{\alpha-}) \rho^{\text{st}}]. \end{aligned} \quad (11)$$

QD-MZM 系统的约化密度矩阵 $\rho(t)$ 的演化方程可写成矢量方程, ρ^{st} 表示列矢量 $|\phi_0\rangle$, 相应的左矢

为行矢量 $\langle\langle \tilde{\phi}_0|$, 满足 $\text{Tr} \rho^{\text{st}} = \langle\langle \tilde{\phi}_0|\phi_0\rangle\rangle = 1$, 因此 $\langle\langle \tilde{\phi}_0| = (1, 1, \dots, 0, 0, \dots)$, 元素 1, 0 分别作用在 ρ^{st} 的对角元与非对角元上. 超算符 \mathcal{A} 的稳态平均值为 $\langle\langle \mathcal{A} \rangle\rangle = \text{Tr}\{\mathcal{A} \rho^{\text{st}}\} = \langle\langle \tilde{\phi}_0|\mathcal{A}|\phi_0\rangle\rangle$. 则 (11) 式可简洁地表达为

$$I_{\alpha} = \langle\langle \tilde{\phi}_0|(\mathcal{J}_{\alpha+} - \mathcal{J}_{\alpha-})|\phi_0\rangle\rangle. \quad (12)$$

其次, 利用 MacDonald 噪声公式^[33,34]:

$$S_{\alpha}(\omega) = \int_0^{\infty} \omega \sin(\omega t) \frac{d}{dt} [\langle n_{\alpha}^2(t) \rangle - \langle n_{\alpha}(t) \rangle^2] dt, \quad (13)$$

以及二阶累积, 可以证明 (13) 式中第二项 $\langle n_{\alpha}(t) \rangle = I_{\alpha} t$, 恰好与第一项 $\langle n_{\alpha}^2(t) \rangle$ 展开中的一部分相抵消. 因此对第一项 $\langle n_{\alpha}^2(t) \rangle$ 进行拉普拉斯变换后, 即可得到散粒噪声

$$\begin{aligned} S_{\alpha}(\omega) &= \Re\{\langle\langle \tilde{\phi}_0|(\mathcal{J}_{\alpha+} + \mathcal{J}_{\alpha-}) - 2(\mathcal{J}_{\alpha+} - \mathcal{J}_{\alpha-}) \\ &\quad \times \frac{1}{i\omega\mathbf{1} + \mathcal{W}(\chi_L, \chi_R)|_{\chi_L=0, \chi_R=0}} \\ &\quad \times (\mathcal{J}_{\alpha+} - \mathcal{J}_{\alpha-})|\phi_0\rangle\rangle\}, \end{aligned} \quad (14)$$

其中, 符号 \Re 表示对后面的代数多项式取实部.

3 模拟与讨论

利用 (7), (12) 以及 (14) 式可以方便地研究系统的电流与散粒噪声. 以下分别研究电流与噪声随耦合强度 Γ_{α} 、分裂能 ε_M 以及温度 T 的变化情况. 取 $\hbar = k_B = e = 1$, 并以 $e\Gamma_L$ 为能量基本单位.

3.1 电 流

由于左、右电极的电流不守恒, 定义两极的电流差为

$$\Delta I = I_R - I_L. \quad (15)$$

图 2 显示了在不同隧穿率 Γ_{α} 下电流差 ΔI 随偏压 V 的变化. 作为比较, 图 2 给出了没有 MZM 的情况 ($\lambda_1 = 0$). 没有 MZM 时, 电子在 QD 与通常的费米子能级之间隧穿, 系统的电子数守恒, $\Delta I = 0$ 且不随 Γ_{α} 变化, 在 $V = 0$ 处电子没有足够的能量隧穿进 QD, 电导为零. 当纳米线进入拓扑超导区 ($\lambda_1 = \lambda$), 纳米线吸收来自 QD 和 n_f 态的一对电子或者释放一对电子分别占据 QD 和 n_f 态. 当 $\Gamma_L = \Gamma_R$ 时, $\Delta I = 0$, 说明 QD 与电极对称耦合时仅用电流或微分电导无法区分是否存在 MZM.

通过调节 QD 栅极电压, 改变左、右隧穿结的透射率 Γ_α , 两极电流不再守恒, 电流差相对于 $\Delta I = 0$ 呈非对称变化 (图 2(a)).

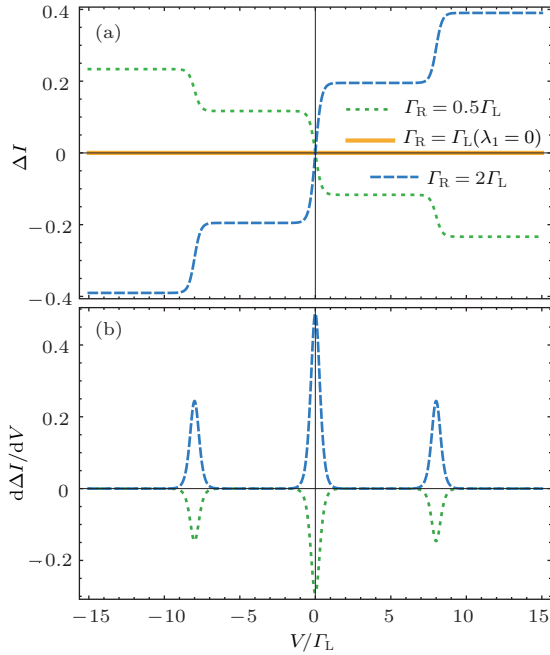


图 2 不同隧穿率 Γ_α 下发射极与收集极电流差及其微分电导随偏压 V 的变化 (a) 电流差; (b) 相应的微分电导; 其他参数 $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$

Fig. 2. Differences between the steady-state currents and the differential conductances: (a) Current differences between the steady-state source and drain for different QD-MZM coupling values; (b) the differential conductances. Other parameters are $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$.

在 $V = 0$ 处, 只有 MZM 组成的零能量电子参与传导, 因此出现零偏压电导峰. 微分电导 $d\Delta I/dV$ 可进一步说明电流差的台阶位置与非对称的物理原因 (图 2(b)), 以正向偏压为例. 电流台阶即电流产生跳变的位置由费米分布决定. 当发射极的费米能级与系统不同宇称能级间的 Rabi 频率共振时, 在 $|V/2| \approx |E_{e\pm} - E_{o\pm}|$ 处出现电导峰. QD 与右电极耦合越强 ($\Gamma_R \gg \Gamma_L$), 右电极越容易收集电子 (包括超导体释放到 QD 上的电子), 导致电流差增大且 $\Delta I > 0$, 零偏压电导峰较高; 反之, 当 $\Gamma_R \ll \Gamma_L$ 时左电极发射的电子容易隧穿进 QD 与纳米线, 在二者间相干振荡, 由于时间尺度 $1/\Gamma_R \gg 1/\lambda$, 电子不易隧穿进右电极, 很容易被超导体吸收, 而同时超导体释放到 QD 上的电子也难以被收集, 使得右电极在 $\sim 1/\Gamma_R$ 内收集与左极在

$\sim 1/\Gamma_L$ 内发射出的电子数的绝对差值减小, 电流差变小且 $\Delta I < 0$, 零偏压电导峰降低.

下面重点研究非对称耦合 $\Gamma_L \neq \Gamma_R$ 时的电流差. MZM 之间的分裂能 ε_M 对电流有重要影响. 实验上通过调节纳米线的栅极阵列, 改变回路纳米线的有效长度, 从而改变分裂能 [10,14]. 理论 [35] 与实验 [14] 证明, ε_M 随纳米线长度的增加呈指数衰减. 对长度约 $1 \mu\text{m}$ 的纳米线, ε_M 大约为 $0\text{--}50 \mu\text{eV}$. 当 Zeeman 磁场介于拓扑平庸相与非平庸相的临界值附近时 $\varepsilon_M \sim 0$ [35]. 图 3 显示 ε_M 对电流差 ΔI 的影响. 随着 ε_M 增大, 电流差逐渐减小, 台阶向大电压区移动, 即分裂能的增大抑制电流差. 这是因为 $\varepsilon_M = 0$ 时, MZM 波函数之间没有交叠, 奇、偶宇称完全等价, 当 QD 能级与 ε_M 共振时电子易于被超导体成对吸收和释放 ($\sim 2\lambda$), 右电极收集电子数显著增多, 电流差较大; 通过调节纳米线的栅极阵列, 改变纳米线的有效长度, 使得 MZM 波函数的重叠增大. 随着 ε_M 增大, 奇、偶宇称的对称性受到破坏, QD 与能级 ε_M 间的失谐量增大, 引起奇偶宇称能量的分裂变大, 电子不易被超导体成对吸收或发射, 导致电流差减小, 同时 $|V/2| \approx |E_{e\pm} - E_{o\pm}|$ 处的台阶向大偏压区移动.

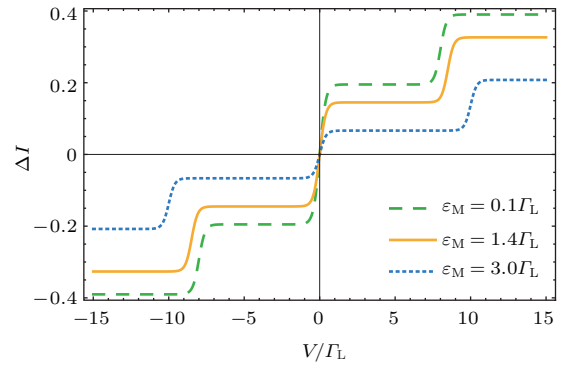


图 3 MZM 分裂能 ε_M 对电流差的影响 (其他参数 $\varepsilon_D = 0, \lambda = \lambda_1 = 2\Gamma_L, \Gamma_R = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$)

Fig. 3. Current differences between the steady-state source and drain for different energy splitting ε_M values. Other parameters are $\varepsilon_D = 0, \lambda = \lambda_1 = 2\Gamma_L, \Gamma_R = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$.

图 4 显示 QD-MZM 的耦合强度 λ 对电流差的影响. 与 ε_M 类似, QD-MZM 的耦合强度 λ 既影响电流差的大小, 又改变台阶的位置. 但是, 与图 3 中 ε_M 显著不同的是, 虽然电流差台阶随 λ 增大向大偏压区移动, 但是电流差却随 λ 增大而增大. 这是因为 QD-MZM 的耦合增强使得超导体更易于成对

吸收或释放电子, 在 $1/\lambda \ll 1/\Gamma_R$ 时间内右电极收集的电子数显著增加, 两极间电流差增大.

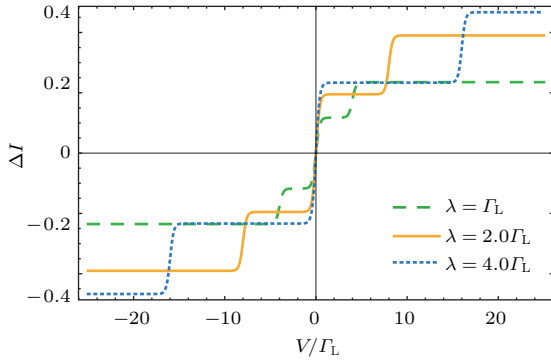


图4 耦合强度 λ 对电流差的影响(其他参数 $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \Gamma_R = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$)

Fig. 4. Current difference between the steady-state source and drain for different coupling λ values. Other parameters are $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \Gamma_R = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$.

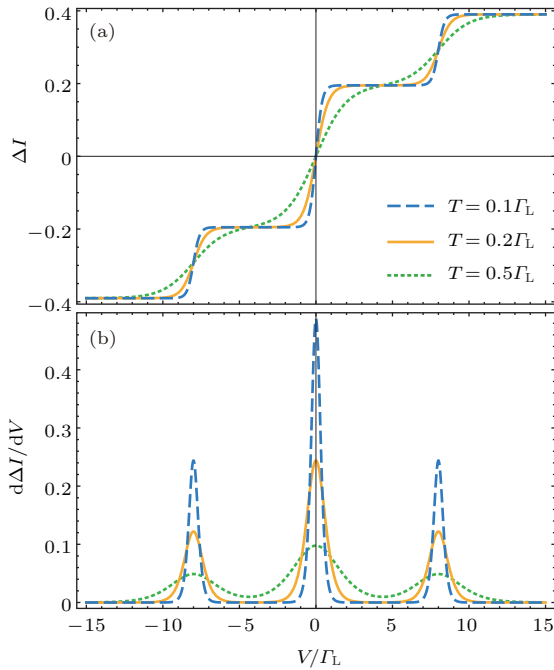


图5 温度对电流差及其微分电导的影响 (a) 电流差; (b) 相应的微分电导; 其他参数 $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_R = 2\Gamma_L$

Fig. 5. Current differences between the steady-state source and drain and the differential conductances for different temperature T values. Other parameters are $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_R = 2\Gamma_L$.

图5给出了温度对电流差的影响. 温度引起的热涨落反映在电极电子的费米分布中. 温度较低时, $\Delta I-V$ 曲线存在明显的台阶且台阶陡峭. 随着

温度升高, 费米面附近越来越多的电子参与运输, 热涨落引起的电荷隧穿增强, 导致电流差台阶逐渐变得平缓. 但是, 每个台阶的位置以及平台所代表的饱和电流差皆不变(图5(a)). $V = 0$ 时, MZM 导致的零偏压电导峰随温度升高而逐渐降低, 并逐渐展宽(图5(b)). 而没有 MZM 的库仑相互作用多能级系统中, $V = 0$ 时电流(电导)为零^[36,37].

3.2 散粒噪声

MZM 耦合电子的散粒噪声不同于普通 QD 情形. 散粒噪声能进一步表征 MZM. 下文重点研究对称耦合 ($\Gamma_L = \Gamma_R$) 的散粒噪声.

图6显示了有无 MZM 时的散粒噪声. 有 MZM 耦合时, 噪声谱呈现“相干振荡”, 表明在纳米线两端存在能量较低的 MZM, 与线内连续高能激发态之间存在能隙, 因此纳米线两端的 MZM 与 QD 发生耦合, 电子在 QD 与纳米线之间相干隧穿. 说明 MZM 是分立局域的状态. 其次, 尽管噪声谱都呈振荡形式, 但是 MZM 导致零频噪声显著增强(图6(b)), 尤其是在低偏压区 ($|V/2| \ll |E_{e\pm} - E_{o\pm}| \sim 0$), MZM 使得零能量电子可以传导, 因此低压散粒噪声依然呈相干振荡. 相反, 没有 MZM 时, $V \sim 0$ 附近的电子没有足够的能量而无法传导, 致使低压噪声为零(图6(a)). 比较低偏压(图6(c))与大偏压(图6(d))的噪声谱可见, 低压振荡的散粒噪声是大偏压极限 ($|V/2| \gg |E_{e\pm} - E_{o\pm}| \sim 8\Gamma_L$)^[25,27] 无法揭示的. 因此, 零频噪声的显著增强以及低压相干振荡的散粒噪声能够证明存在 MZM.

进一步, 研究不同耦合时的噪声谱. 首先, 考虑 MZM 分裂能对噪声的影响, 见图7. 随着 ε_M 的增大, 零频噪声减小并由峰逐渐变成谷. 由(3)和(4)式知, 当 ε_D 与超导体化学势共振时, 奇偶宇称空间等价, 相应能量的 Rabi 分裂相等. $\varepsilon_M \sim 0$ 时, 电子在 QD-纳米线之间相干振荡的频率约为 2λ , $S_R(\omega)$ 在频率 $\omega \simeq \pm 2\lambda$ 处显现噪声谷. 随着 ε_M 的增大, 电子在 QD-纳米线之间相干振荡频率变大 ($\simeq (\varepsilon_M^2 + 4\lambda^2)^{1/2}$), 噪声谱振荡越发明显(图7(c)), 谷的位置发生轻微移动(图7(d)). 但是, ε_M 的变化对大偏压区 ($V > 2(\varepsilon_M^2 + 4\lambda^2)^{1/2} \sim 8\Gamma_L$) 噪声台阶的位置与高度没有影响(图7(d)).

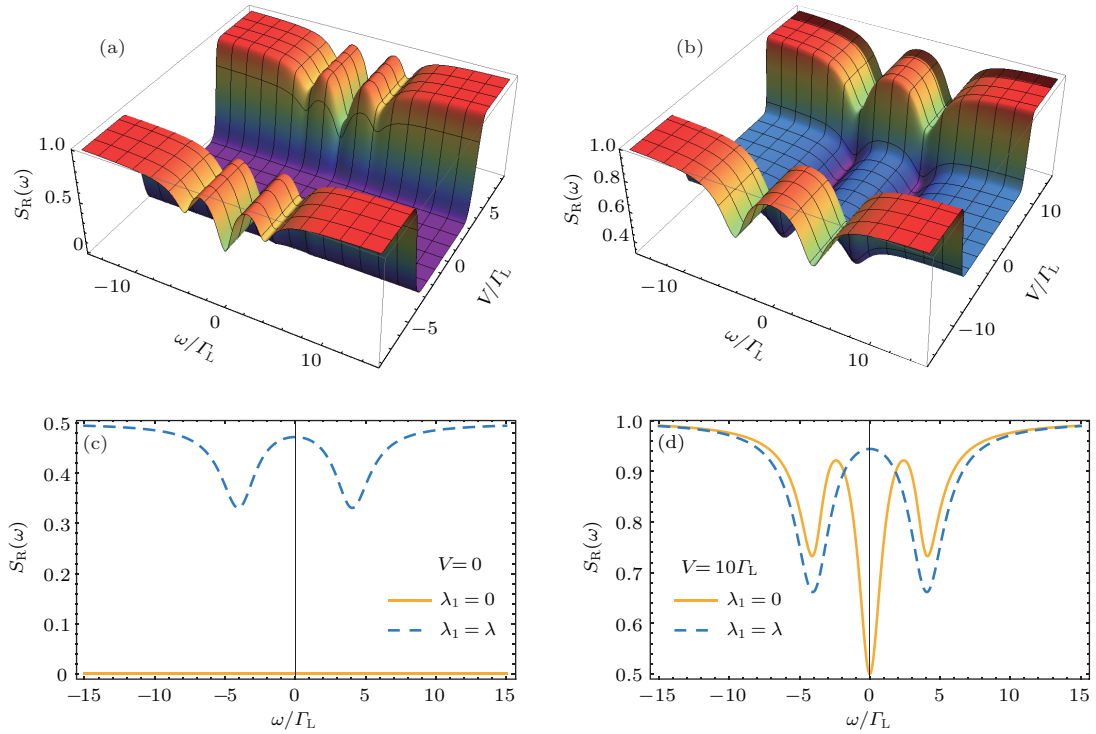


图6 散粒噪声 (a) 没有 MZM ($\lambda_1 = 0$); (b) 存在 MZM ($\lambda_1 = \lambda$); (c) 零电压 $V = 0$ 时有无 MZM 的噪声; (d) 大偏压 $V = 10\Gamma_L$ 时有无 MZM 的噪声; 其他参数 $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$
 Fig. 6. Shot noise: (a) Without MZM ($\lambda_1 = 0$); (b) with MZM ($\lambda_1 = \lambda$); (c) $V = 0$; (d) $V = 10\Gamma_L$. Other parameters are $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$.

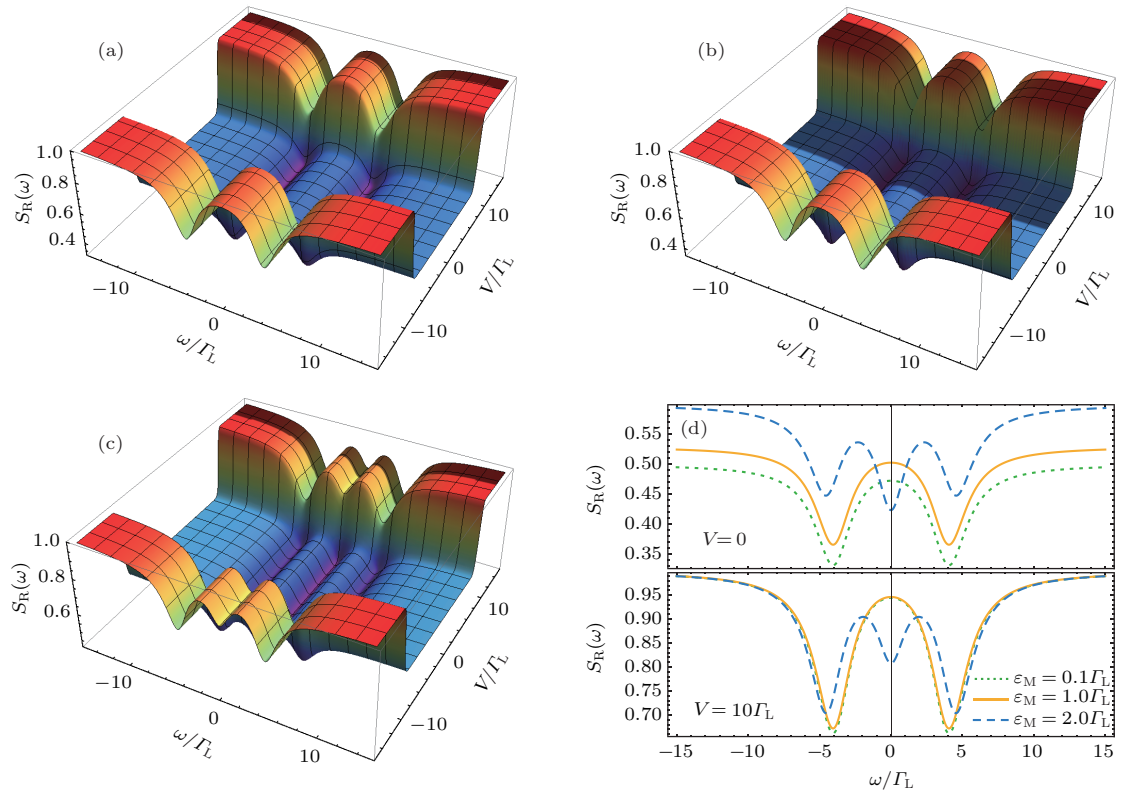


图7 分裂能 ε_M 对散粒噪声的影响 (a) $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L$; (b) $\varepsilon_M = 1.0\Gamma_L$; (c) $\varepsilon_M = 2.0\Gamma_L$; (d) $V = 0$ 与 $V = 10\Gamma_L$ 极限情况; 其他参数 $\varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$
 Fig. 7. Finite-frequency shot noise for different splitting energy ε_M values: (a) $\varepsilon_M = 0.1\Gamma_L$; (b) $\varepsilon_M = 1.0\Gamma_L$; (c) $\varepsilon_M = 2.0\Gamma_L$; (d) $V = 0$ and $V = 10\Gamma_L$. Other parameters are $\varepsilon_D = 0, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$.

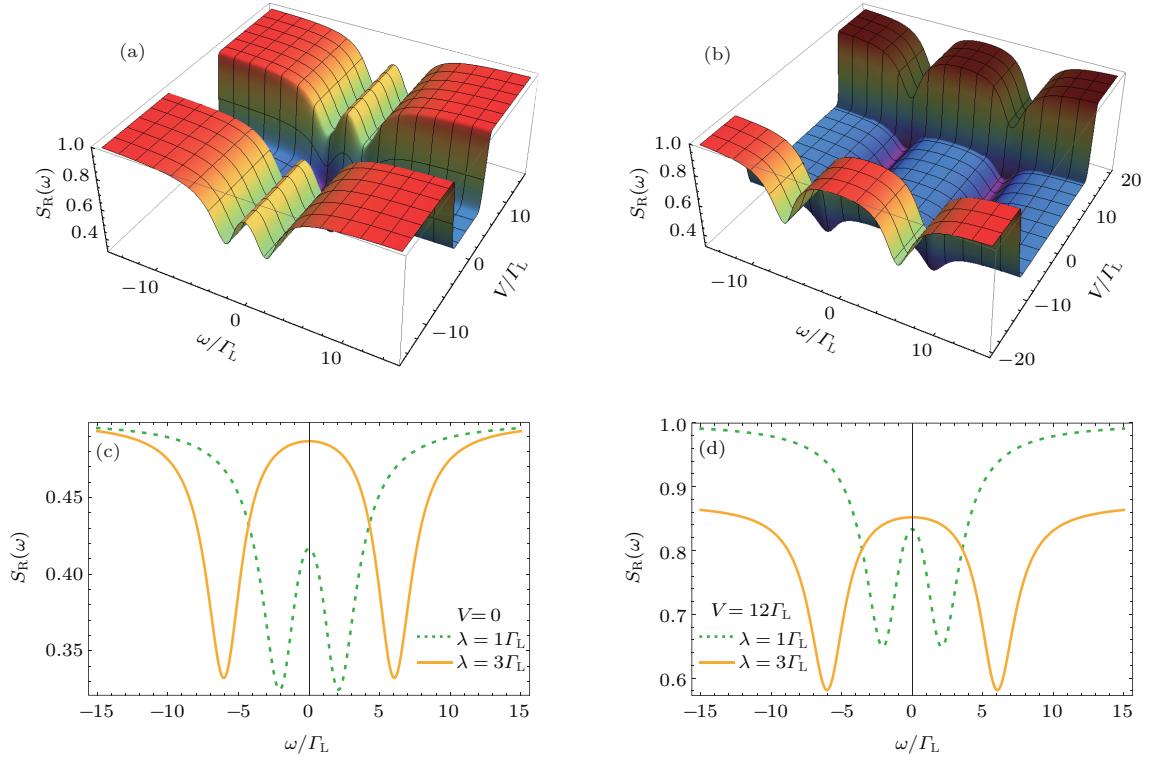


图8 耦合强度 λ 对散粒噪声的影响 (a) $\lambda = \Gamma_L$; (b) $\lambda = 3\Gamma_L$; (c) $V = 0$ 时 λ 的影响; (d) 大偏压 $V = 12\Gamma_L$ 时 λ 的影响; 其他参数 $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$

Fig. 8. Finite-frequency shot noise for different coupling λ values: (a) $\lambda = \Gamma_L$; (b) $\lambda = 3\Gamma_L$; (c) $V = 0$; (d) $V = 12\Gamma_L$. Other parameters are $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \Gamma_L = \Gamma_R, T = 0.1\Gamma_L$.

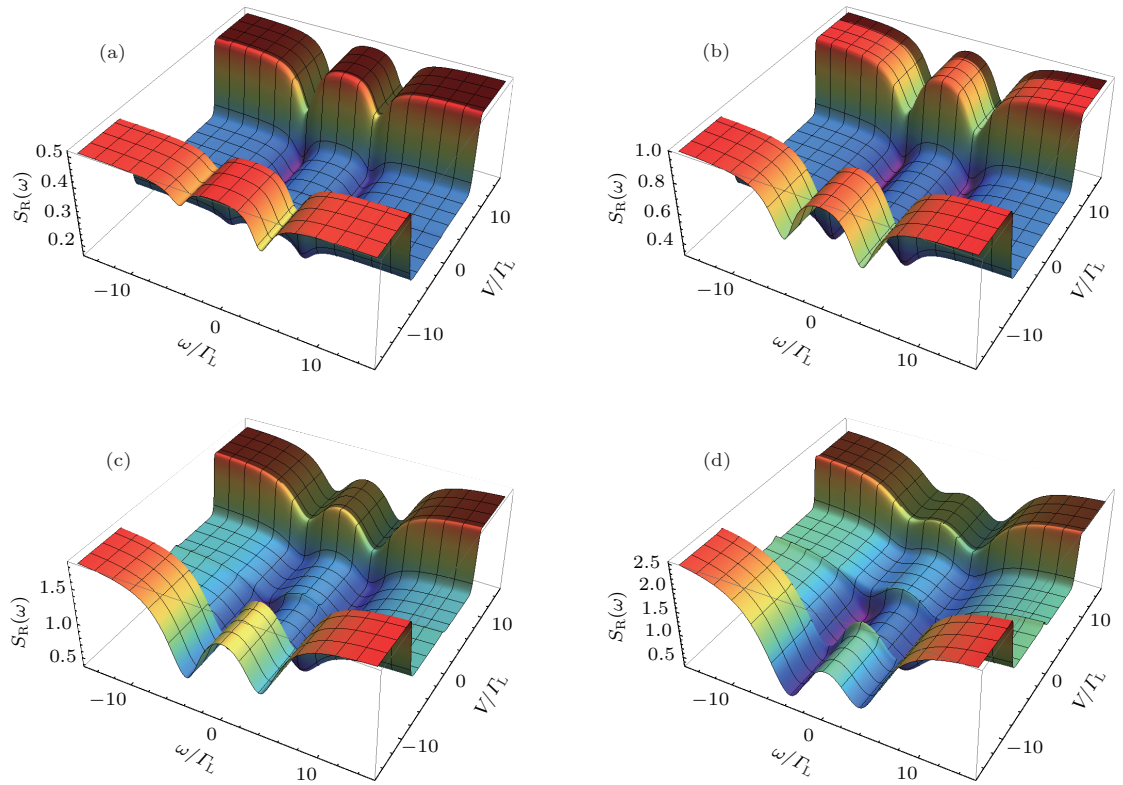


图9 系统与电极耦合强度 Γ_α 对散粒噪声的影响 (a) $\Gamma_R = 0.5\Gamma_L$; (b) $\Gamma_R = \Gamma_L$; (c) $\Gamma_R = 2.0\Gamma_L$; (d) $\Gamma_R = 3.0\Gamma_L$; 其他参数 $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$

Fig. 9. Finite-frequency shot noise for different coupling Γ_α values: (a) $\Gamma_R = 0.5\Gamma_L$; (b) $\Gamma_R = \Gamma_L$; (c) $\Gamma_R = 2.0\Gamma_L$; (d) $\Gamma_R = 3.0\Gamma_L$. Other parameters are $\varepsilon_D = 0, \varepsilon_M = 0.1\Gamma_L, \lambda_1 = \lambda = 2\Gamma_L, T = 0.1\Gamma_L$.

图 8 显示 QD-MZM 耦合强度 λ 对噪声的影响. 噪声谱依然呈相干振荡, 由于 $\varepsilon_D = 0$ 且 $\varepsilon_M \sim 0$, 噪声谷出现在 $\omega \simeq \pm 2\lambda$. 但是与图 7 明显不同的是, 由于 λ 增大, 电子在 QD-纳米线间相干振荡的频率加快, 导致零频噪声增大, 特别是低偏压 $V \sim 0$ 附近 $S_R(0)$ 增大尤为显著 (图 8 (c) 和图 8 (d)). 零频噪声峰展宽明显, 噪声谷逐渐向高频端移动. 而在偏压区, 噪声台阶随 λ 增大而逐渐向大偏压区移动, 直至大偏压极限下高频端 $S_R(\omega) \rightarrow 1$.

实验上调节栅极电压可以改变 Γ_α , 从而改变电子在 QD 上的停留时间, 因此 QD 与电极非对称耦合 $\Gamma_L \neq \Gamma_R$ 也会影响电流及其噪声. 图 9 显示, 随着耦合强度 Γ_R 的逐渐增大, 噪声谱呈现显著的非对称相干振荡, 零频噪声逐渐增强. 当 $\Gamma_L \gg \Gamma_R$ 且 $\Gamma_R < \lambda$ 时, 电子在 QD 与纳米线之间相干隧穿, 容易被超导体成对吸收或释放, 但右电极不易收集电子, 导致收集极电流减小, 噪声降低; 而当 $\Gamma_L \ll \Gamma_R$ 且 $\Gamma_R \geq \lambda$ 时, 电子能以较快时间 ($\Gamma_R^{-1} \ll \lambda^{-1}$) 隧穿进右电极, 导致收集极电流增大, 噪声增强. 特别是, 调节 Γ_R 可使散粒噪声逐渐由亚泊松噪声 ($S_R(\omega) < 1$) 变化为超泊松噪声 ($S_R(\omega) > 1$), 说明在 MZM 耦合下电子由反聚束到聚束输运. 而 Γ_α 的变化并不影响偏压区噪声台阶的位置.

4 结 论

本文利用主方程方法研究了 QD-MZM 混合结构中的稳态电流以及散粒噪声. MZM 导致两极电流不守恒, 电流差呈非对称性, 并在零偏压附近有明显的反常电导峰, 表明存在 MZM. 但是, QD 与电极对称耦合时, 电流差无法区分系统中是否存在 MZM. 而对称耦合时电子的散粒噪声谱在零偏压或低偏压区呈现“相干振荡”, 且零频噪声显著增强. 没有 MZM 的结构中低压散粒噪声则为零. 进一步发现, 当 QD 与电极非对称耦合时, MZM 使电子由反聚束到聚束输运, 亚泊松噪声增强为超泊松噪声. 低压振荡的散粒噪声弥补了 QD 与电极对称耦合时电流差无法区分 MZM 的缺陷. 因此, 稳态电流差结合低压振荡的散粒噪声可以表征系统中是否存在 MZM, 有助于进一步利用输运方法明确观测固态结构中的 MZM 特征.

参考文献

- [1] Wilczek F 2009 *Nat. Phys.* **5** 614
- [2] Elliott S R, Franz M 2015 *Rev. Mod. Phys.* **87** 137
- [3] Moore G, Read N 1991 *Nucl. Phys. B* **360** 362
- [4] Nayak C, Wilczek F 1996 *Nucl. Phys. B* **479** 529
- [5] Nayak C, Simon S H, Stern A, Freedman M, DasSarma S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1083
- [6] Alicea J 2012 *Rep. Prog. Phys.* **75** 076501
- [7] Sau J D, Lutchyn R M, Tewari S, DasSarma S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 040502
- [8] Lutchyn R M, Sau J D, DasSarma S 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 077001
- [9] Oreg Y, Refael G, Oppen F V 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 177002
- [10] Mourik V, Zuo K, Frolov S M, Plissard S R, Bakkers E P A M, Kouwenhoven L P 2012 *Science* **336** 1003
- [11] Das A, Ronen Y, Most Y, Oreg Y, Heiblum M, Shtrikman H 2012 *Nat. Phys.* **8** 887
- [12] Deng M T, Yu C L, Huang G Y, Larsson M, Caroff P, Xu H Q 2012 *Nano Lett.* **12** 6414
- [13] Nadj-Perge S, Drozdov I K, Li J, Chen H, Jeon S, Seo J, MacDonald A H, Bernevig B A, Yazdani A 2014 *Science* **346** 602
- [14] Albrecht S M, Higginbotham A P, Madsen M, Kuemmeth F, Jespersen T S, Nygard J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Nature* **531** 206
- [15] Deng M T, Vaitiekenas S, Hansen E B, Danon J, Leijnse M, Flensberg K, Nygard J, Krogstrup P, Marcus C M 2016 *Science* **354** 1557
- [16] Nichele F, Drachmann A C C, Whitticar A M, O'Farrell E C T, Suominen H J, Fornieri A, Wang T, Gardner G C, Thomas C, Hatke A T, Krogstrup P, Manfra M J, Flensberg K, Marcus C M 2017 *Phys. Rev. Lett.* **119** 136803
- [17] Zhang H, Gül Ö, Conesa-Boj S, Nowak M P, Wimmer M, Zuo K, Mourik V, de Vries F K, van Veen J, de Moor M W A, Bommer J D S, van Woerkom D J, Car D, Plissard S R, Bakkers E P A M, Quintero-Pérez M, Cassidy M C, Koelling S, Goswami S, Watanabe K, Taniguchi T, Kouwenhoven L P 2017 *Nat. Commun.* **8** 16025
- [18] Alicea J, Oreg Y, Refael G, von Oppen F, Fisher M P A 2011 *Nat. Phys.* **7** 412
- [19] Haim A, Berg E, von Oppen F, Oreg Y 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 166406
- [20] Bolech C J, Demler E 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 237002
- [21] Bagrets D, Altland A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 227005
- [22] Goldhaber-Gordon D, Shtrikman H, Mahalu D, Abusch-Magder D, Meirav U, Kastner M 1998 *Nature* **391** 156
- [23] Kells G, Meidan D, Brouwer P W 2012 *Phys. Rev. B* **86** 100503
- [24] Liu D E, Baranger H U 2011 *Phys. Rev. B* **84** 201308
- [25] Cao Y, Wang P, Xiong G, Gong M, Li X Q 2012 *Phys. Rev. B* **86** 115311
- [26] Chen Q, Chen K Q, Zhao H K 2014 *J. Phys.: Condens. Matter* **26** 315011
- [27] Li Z Z, Lam C H, You J Q 2015 *Sci. Rep.* **5** 11416
- [28] Shang E M, Pan Y M, Shao L B, Wang B G 2014 *Chin. Phys. B* **23** 057201

- [29] Gong W J, Zhang S F, Li Z C, Yi G, Zheng Y S 2014 *Phys. Rev. B* **89** 245413
- [30] Jiang C, Lu G, Gong W J 2014 *J. Appl. Phys.* **116** 103704
- [31] Gong W J, Zhao Y, Gao Z, Zhang S F 2015 *Curr. Appl. Phys.* **15** 520
- [32] Wang S K, Jiao H J, Li F, Li X Q 2007 *Phys. Rev. B* **76** 125416
- [33] Li X Q, Cui P, Yan Y J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **94** 066803
- [34] Luo J Y, Li X Q, Yan Y J 2007 *Phys. Rev. B* **76** 085325
- [35] DasSarma S, Sau J D, Stanescu T D 2012 *Phys. Rev. B* **86** 220506
- [36] Thielmann A, Hettler M H, König J, Schön G 2003 *Phys. Rev. B* **68** 115105
- [37] Aghassi J, Thielmann A, Hettler M H, Schön G 2006 *Phys. Rev. B* **73** 195323

Low-bias oscillations of shot noise as signatures of Majorana zero modes*

Yan Zhi-Meng Wang Jing Guo Jian-Hong[†]

(Department of Physics, Capital Normal University, Beijing 100048, China)

(Received 2 November 2017; revised manuscript received 3 July 2018)

Abstract

Majorana zero-energy modes are their own antiparticles, which are potential building blocks of topological quantum computing. Recently, there has been growing the interest in searching for Majorana zero modes in condensed matter physics. Semiconductor-superconductor hybrid systems have received particular attention because of easy realization and high-degree experimental control. The Majorana zero-energy modes are predicted to appear at two ends of a semiconductor nanowire, in the proximity of an s-wave superconductor and under a proper external magnetic field. Experimental signatures of Majorana zero modes in semiconductor-superconductor systems typically consist of zero-bias conductance peaks in tunneling spectra. So far it is universally received that an ideal semiconductor-superconductor hybrid structure should possess Majorana zero-energy modes. However, an unambiguous verification remains elusive because zero-bias conductance peaks can also have non-topological origins, such as Kondo effect, Andreev bound states or disorder effect. Therefore, it is important to investigate additional evidences to conclusively confirm the presence of Majorana zero modes in the hybrid solid state devices. It has been suggested that the Majorana-quantum dot hybrid system might be one of the solutions to the problem. Up to now, various Majorana-dot hybrid devices have been proposed to detect the existence of Majorana zero modes. Most of these studies mainly focused on the limits of transport at zero temperature, large bias voltage or zero frequency shot noise. Then a natural question is how the current correlations between the electrons transport through the topological nanowire, especially still in the zero-bias regime. In this paper, a specific spinless model consisting of a quantum dot tunnel-coupled to topological nanowire is considered. We present a systematic investigation of the electron transport by using a particle-number resolved master equation. We pay particular attention to the effects of Majorana's dynamics on the current fluctuations (shot noise) at nonzero temperature and finite bias voltage as well as at finite frequencies, especially in the low-bias regime. It is shown that the difference between the electrode currents combined with the low-bias oscillations of finite-frequency shot noise can identify Majorana zero modes from the usual resonant-tunneling levels. When there exist Majorana zero modes, on the one hand, the current difference depends on the asymmetry of electron tunneling rate. The asymmetric behaviors can expose the essential features of the

* Project supported by the Scientific Research Foundation of Beijing Education Commission, China (Grant No. KM201210028008).

† Corresponding author. E-mail: gjhaso@163.com

Majorana zero modes since the symmetric current difference is zero. And the zero-bias conductance peak appears for the asymmetric coupling. Moreover, as the Majorana splitting energy increases, the current difference is suppressed while it is increased with the dot-wire coupling increasing. On the other hand, the dynamics of Majorana coherent oscillations between the dot and the wire is revealed in the finite-frequency shot noise. Due to the existence of Majorana zero modes the finite-frequency shot noise shows oscillations with a pronounced zero-frequency noise enhancement. Especially in the low-bias regime, the noise spectrum still exhibits an oscillation behavior which is absent from the large-bias voltage limit. Furthermore, with the Majorana splitting energy increasing, the oscillations of shot noise become more obvious, but the zero-frequency peak is lowered. When the dot is asymmetrically coupled to the electrode, the shot noise gradually changes into the super-Poissonian statistics from the sub-Poissonian statistics. This indicates the crossover from antibunched to bunched electron transport. As a result, the combination of the current difference and the low-bias oscillations of finite-frequency shot noise allows one to probe the presence of Majorana zero modes. It is therefore expected that the findings of this work can offer additional guides for experiments to identify signatures of Majorana zero modes in solid state systems.

Keywords: Majorana fermion, quantum dot, shot noise

PACS: 73.21.-b, 73.23.-b

DOI: [10.7498/aps.67.20172372](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172372)