

基于频散补偿和分数阶微分的多模式兰姆波分离

倪龙 陈晓

Mode separation for multimode Lamb waves based on dispersion compensation and fractional differential

Ni Long Chen Xiao

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 204301 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180561

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180561>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphys.ac.cn/CN/Y2018/V67/I20>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于压缩感知的矢量阵聚焦定位方法](#)

Compressive focused beamforming based on vector sensor array

物理学报.2016, 65(2): 024302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024302>

[声矢量阵宽带目标波束域变换广义似然比检测算法](#)

Broadband target beam-space transformation in generalized likelihood ratio test using acoustic vector sensor array

物理学报.2015, 64(9): 094303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094303>

[基于信号子空间重构的鲁棒子区域 Frost 波束形成](#)

Robust sub-regional Frost beamforming based on the signal subspace reconstruction

物理学报.2015, 64(5): 054303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.054303>

[一种高效的自适应波束域变换方法及应用研究](#)

An efficient adaptive beam-space transformation technique and its application in array processing

物理学报.2015, 64(9): 094304 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.094304>

[基于赛利斯模型和分数阶微分的兰姆波信号消噪](#)

Noise suppression for Lamb wave signals by Tsallis mode and fractional-order differential

物理学报.2014, 63(18): 184301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.184301>

## 基于频散补偿和分数阶微分的多模式兰姆波分离\*

倪龙<sup>2)</sup> 陈晓<sup>1)2)3)†</sup>

1)(南京信息工程大学, 江苏省气象探测与信息处理重点实验室, 南京 210044)

2)(南京信息工程大学电子与信息工程学院, 南京 210044)

3)(南京信息工程大学, 大气环境与装备技术协同创新中心, 南京 210044)

(2018年3月29日收到; 2018年7月2日收到修改稿)

由于兰姆波的多模和频散特性, 实际检测时在同一激发频率下存在多种模式的混合信号, 而各模式信号有不同的频散特性, 使得在时频混叠的情况下兰姆波的检测变得十分复杂. 本文在频散补偿的基础上, 通过时延函数建模, 依靠不同模式频散趋势的差异性, 将时频混叠信号的分离问题转化为部分模式混叠信号的分离问题. 基于分数阶微分的理论, 用信号幅值谱分数阶微分极大值和对应频率分别与微分阶次拟合多项式实现特征参数的提取并依靠特征参数重建幅值谱. 结合相位谱重构时域信号以实现部分混叠信号中频散补偿后的模式的分离. 最后恢复频散获得分离后的兰姆波信号. 仿真和实验结果表明, 本文方法不仅可以实现时频混叠多模式兰姆波信号的分离, 更能保证分离精度, 有助于复杂多模式频散信号的分离与处理的进一步研究.

关键词: 兰姆波, 频散补偿, 分数阶微分, 多模式分离

PACS: 43.60.+d, 43.35.+d

DOI: 10.7498/aps.67.20180561

## 1 引言

随着材料科学和工业技术的迅速发展, 无损检测技术的应用变得更加普遍. 与其他无损检测方式相比, 超声兰姆波无损检测技术具有快速高效、成本低、对环境无污染等优点, 被广泛地应用于工业检测中, 已经在无损检测中占有重要的地位<sup>[1-3]</sup>.

兰姆波具有多模式频散的特性, 同一激发频率可能产生多种模式兰姆波<sup>[4,5]</sup>, 而不同模式的相速度随频率有不同的变化规律. 频散特性表明在一定条件下存在部分模式的相速度极为接近, 难以用希尔伯特-黄变换<sup>[6-8]</sup>、二维傅里叶变换<sup>[9,10]</sup>、小波脊<sup>[11,12]</sup>等方法进行分析和处理, 使得多种模式混叠的信号分离成为一个十分复杂的问题.

近年来, 频散补偿开始被用于兰姆波信号特性研究, 并取得了一定的成果. Sicard等<sup>[13]</sup>提出了一种频域数值重建技术, 实现了兰姆波频散信号的时

间压缩, 并将其应用在薄板回波信号的检测中. Xu等<sup>[14]</sup>将频散补偿应用在多模式分离中, 将频散波形补偿回激励信号, 利用时间加窗提取和恢复频散以实现各模式信号的分离. 但当相邻模式有相近的相速度频散特性时, 补偿后的信号仍然混叠部分其他模式信号, 导致恢复的频散信号存在较大的误差, 难以保证分离的精度. 针对以上存在的问题, 本文在频散补偿的基础上, 通过时延函数建模, 依靠不同模式频散趋势的差异性, 将时频混叠信号的分离问题转化为部分混叠信号的分离问题; 结合分数阶微分的特征参数提取, 减小加窗信号各模式残留信号的影响, 以实现时频混叠的多模式兰姆波混合信号的分离.

## 2 理论与方法

基于频散补偿和分数阶微分的多模式兰姆波分离方法主要有以下几个步骤: 1) 对测量得到的兰

\* 江苏省自然科学基金(批准号: BK20161536)、江苏省第十一批“六大人才高峰”高层次人才项目(批准号: DZXX-006)、江苏省“333 高层次人才培养工程”和江苏高校优势学科建设工程资助的课题.

† 通信作者. E-mail: chenxiao@nuist.edu.cn

姆波信号进行频散补偿, 通过加窗得到补偿模式的非频散信号和其他模式的局部混合信号; 2) 对该信号进行各阶分数微分提取极大值和对应频率, 然后用高斯分布作为幅值谱的模型, 提取该模式幅值谱的特征参数; 3) 结合相位谱利用傅里叶逆变换重构该模式频散补偿后的信号; 4) 通过恢复频散得到该模式的频散信号. 重复上述步骤以实现多模式兰姆波信号的分离.

### 2.1 兰姆波频散传递函数与频散补偿

兰姆波模式的频散曲线表示各模式速度随频率厚度积而变化的函数曲线<sup>[15-17]</sup>. 传播一段距离后接收到的频散信号是激励信号经过传递函数后产生不同时延的信号. 设激励信号  $y(t)$  频谱是  $Y(\omega)$ , 根据频散特性, 传播一段距离后的兰姆波信号  $g(t)$  可表示为

$$g(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) e^{j\omega(t - \frac{x}{cp(\omega)})} d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} Y(\omega) e^{-j\frac{x\omega}{cp(\omega)}} e^{j\omega t} d\omega, \quad (1)$$

式中  $x$  为传播距离,  $cp(\omega)$  为对应模式的相速度,  $j$  为虚数单位,  $t$  为时间,  $\omega$  为角频率,  $\pi$  为圆周率.

由 (1) 式可得  $g(t)$  的频谱  $G(\omega)$ ,

$$G(\omega) = Y(\omega) e^{-j\frac{x\omega}{cp(\omega)}}, \quad (2)$$

传递函数  $H(\omega)$  可表示为

$$H(\omega) = e^{-j\frac{x\omega}{cp(\omega)}}. \quad (3)$$

频散补偿实质上是频散过程的逆过程. 只需对测量信号进行逆运算处理即可还原成原激励信号, 即

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} G(\omega) H^{-1}(\omega) e^{j\omega t} d\omega. \quad (4)$$

补偿函数  $H^{-1}(\omega)$  可表示为

$$H^{-1}(\omega) = e^{j\frac{x\omega}{cp(\omega)}}, \quad (5)$$

即频散传递函数的逆函数为频散补偿函数, 采用补偿函数即可将原本频散的信号变回为原激励信号.

### 2.2 分数阶微分

假设待处理兰姆波信号的幅值谱为  $P(\omega)$ , 则其分数阶微分如下<sup>[18]</sup>:

$${}_c D_{\omega}^{\nu} P(\omega) = \lim_{h \rightarrow 0} \sum_{j=0}^{[(\omega-c)/h]} (-1)^j \binom{\nu}{j} P(\omega - jh), \quad (6)$$

其中  $\nu$  为微分阶数,  $\omega$  为角频率,  $\binom{\nu}{j}$  为二项式系数,  $h$  为离散步长,  $c$  为  $\omega$  的初值, 展开为级数. 则  $P(\omega)$  的分数阶微分  $s(\nu)$  输出为

$$s(\nu) = \frac{1}{h^{\nu}} \sum_{j=0}^{[(\omega-c)/h]} b_j^{\nu} P(\omega - jh), \quad (7)$$

其中

$$b_j^{\nu} = \begin{cases} 1, & j = 0, \\ (-1)^j \frac{\nu(\nu-1)(\nu-2)\cdots(\nu-j+1)}{j!}, & j > 1. \end{cases}$$

### 2.3 参数估计

兰姆波的激励信号是高斯包络信号, 所以其幅值谱是高斯函数, 为了能提取出兰姆波信号的幅值谱, 本文使用高斯函数为模型, 表达式为

$$P(\omega) = A e^{-\frac{(\omega-\mu)^2}{\sigma^2}}, \quad (8)$$

其中  $\mu$  为高斯模型的中心频率,  $\sigma$  为带宽,  $A$  为幅值.

高斯函数的分数阶微分有极大值, 极大值对应频率点和过零点这三种对应参数<sup>[19-22]</sup>, 由于多个高斯信号叠加时, 过零点相对敏感, 微弱噪声就会产生极大的误差, 故本文通过 1—2 阶分数阶微分, 采用极大值和极大值对应频率点与微分阶数的建立参数估计器如下:

$$\begin{cases} Z_{\max}(\nu) = a_4 \nu^4 + a_3 \nu^3 + a_2 \nu^2 + a_1 \nu + a_0, \\ f_{\max}(\nu) = b_4 \nu^4 + b_3 \nu^3 + b_2 \nu^2 + b_1 \nu + b_0, \end{cases} \quad (9)$$

其中  $Z_{\max}(\nu)$  是  $\nu$  阶微分对应的极大值;  $a_4, a_3, a_2, a_1, a_0$  为对应四次多项式系数;  $f_{\max}(\nu)$  是  $\nu$  阶微分对应的极大值频率;  $b_4, b_3, b_2, b_1, b_0$  为对应四次多项式系数;  $\nu$  为阶数<sup>[23,24]</sup>.

由 (9) 式可以推出参数  $A, \sigma$  和  $\mu$  的表达式:

$$\begin{cases} A = (a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0) \sigma e^{0.5/\sqrt{2}}, \\ \sigma = (15c_4 + 7c_3 + 3c_2 + c_1) \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}, \\ \mu = c_4 + c_3 + c_2 + c_1 + c_0 + \sigma/\sqrt{2}. \end{cases} \quad (10)$$

### 2.4 基于频散补偿和分数阶微分的多模式分离方法

先以  $S_1, A_1$  两个模式混合信号为例阐明本文所述分离方法, 其过程如图 1 所示.  $S_1$  和  $A_1$  的频散传递函数表示为  $H_{S_1}(\omega)$  和  $H_{A_1}(\omega)$ . 则混合信号的频谱可以表示为

$$G_{s_1A_1}(\omega) = H_{S_1}(\omega)Y_{S_1}(\omega) + H_{A_1}(\omega)Y_{A_1}(\omega). \quad (11)$$

先通过  $S_1$  模式的频散补偿函数  $H_{S_1}^{-1}(\omega)$  对混合信号进行补偿可得

$$\begin{aligned} H_{S_1}^{-1}(\omega)G_{s_1A_1}(\omega) \\ = H_{S_1}^{-1}(\omega)H_{A_1}(\omega)Y_{A_1}(\omega) + Y_{S_1}(\omega), \end{aligned} \quad (12)$$

即  $S_1$  模式已被还原为激励状态, 而  $A_1$  模式仍然处于频散状态, 在时域上仍有较长持续时间. 直接在零时刻以激励信号长度加窗, 即可得到完整的  $S_1$  模式以及局部  $A_1$  模式的混合信号. 即将问题转换为部分混叠信号分离的问题. 局部混合信号表示为  $D_{S_1A_1}(\omega)$ ,

$$D_{S_1A_1}(\omega) = Y_{S_1}(\omega) + D_{A_1}, \quad (13)$$

其中  $D_{A_1}$  为  $A_1$  模式在窗内的局部信号. 由于激励信号时域长度较短, 因此  $A_1$  模式主要信号成分仍然处于窗之外. 窗中有完整的  $S_1$  模式, 所以更易在局部混合信号中提取出  $S_1$  模式的特征参数.

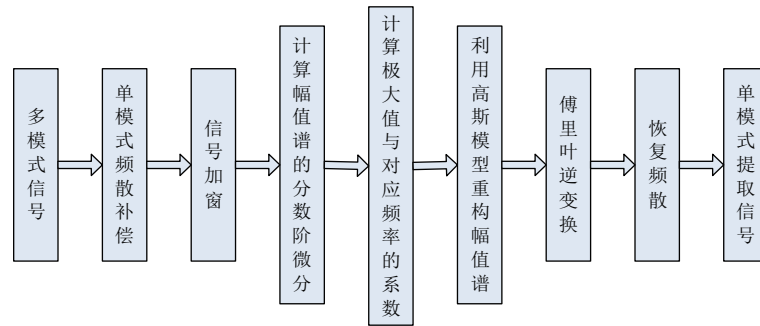


图 1 基于频散补偿和分数阶微分的分离方法流程图

Fig. 1. Separation method based on dispersion compensation and fractional differential.

接下来对加窗后的信号进行处理, 先利用傅里叶变换求得部分混合的幅值谱, 再对幅值谱进行分数阶微分, 提取分数阶微分的极大值与对应频率点拟合各项参数, 通过高斯模型重构幅值谱, 从而分离出  $S_1$  模式非频散信号. 最后通过  $H_{S_1}(\omega)$  恢复频散即可得到分离后的  $S_1$  模式时域信号, 进而实现  $S_1, A_1$  模式的混合信号的分离. 而两个以上模式混合信号的分离可通过提取一个模式信号后, 从原始信号中减去该模式的信号, 对剩余信号重复上述步骤, 依次提取各模式信号, 即可实现多模式混合信号的分离.

## 3 仿真

### 3.1 多模式信号仿真

为了验证上述方法对多模式超声兰姆波的分离效果, 先采用仿真数据, 根据各模式的频散特性, 通过钢板波速计算入射角频散曲线, 采用高斯调制

的  $S_1, A_1$  模式兰姆波信号作为分离的对象进行仿真测试, 入射角-频厚积曲线如图 2 所示.

激励信号如图 3 (a) 所示, 由频散曲线可知, 选取入射角为  $26^\circ$  斜探头时,  $A_1$  和  $S_1$  模式对应的中

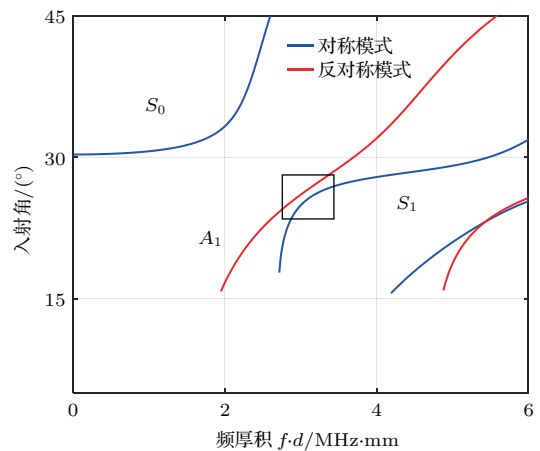


图 2 兰姆波入射角频厚积特性曲线

Fig. 2. Lamb wave incident angle vs. frequency- thickness product.

心频率分别为3 MHz和3.15 MHz. 所以激发出中心频率分别为3 MHz和3.15 MHz的高斯调制信号, 同时分别根据相速度特性曲线通过频散公式计算出经过25 cm探测距离后叠加形成的信号波形如图3(b)所示, 由混合信号幅值谱(图3(c))和短时傅里叶变换<sup>[25]</sup>时频分布图(图3(d))可以看出:  $A_1$ ,  $S_1$  模式混合信号相互叠加, 对应幅值呈非线性变化,  $A_1$ ,  $S_1$  模式频散曲线相靠近, 难以区分对应模式和提取独立特征参数.

而先对信号进行频散补偿, 可以将多模式信号分离的问题转换为把完整的  $S_1$  模式从它和  $A_1$  模式残留信号的混合信号中提取出来的问题. 图4(a)是经过频散补偿后的混合信号. 从图3(c)和图4(b)中频谱对比发现,  $A_1$  模式大部分能量被移除, 而主要信号  $S_1$  模式得以保留下来. 这样减小了分离问题的复杂度. 接下来就是要将  $S_1$  非频散信号从与部分  $A_1$  模式的叠加信号中分离出来.

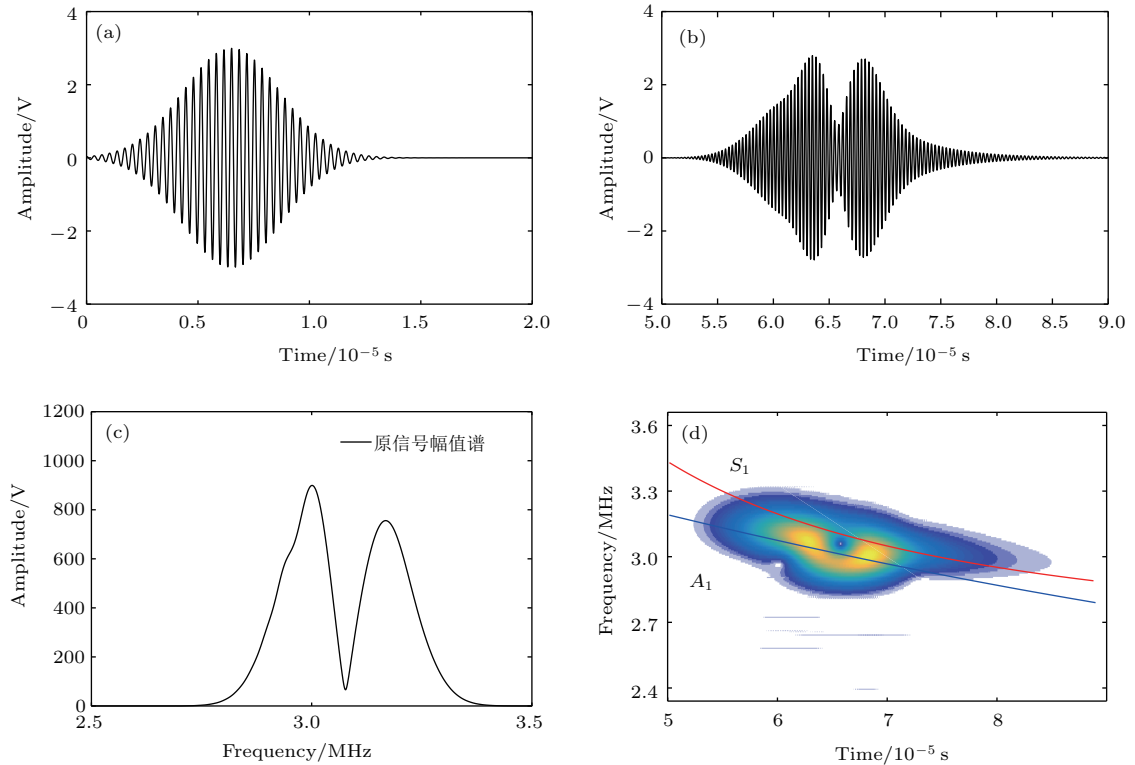


图3 信号仿真结果 (a)激励信号; (b)模拟混合信号; (c)混合信号幅值谱; (d)时频分布图

Fig. 3. Signal simulation results: (a) Incentive signal; (b) simulated signal; (c) mixed signal amplitude spectrum; (d) time-frequency distribution.

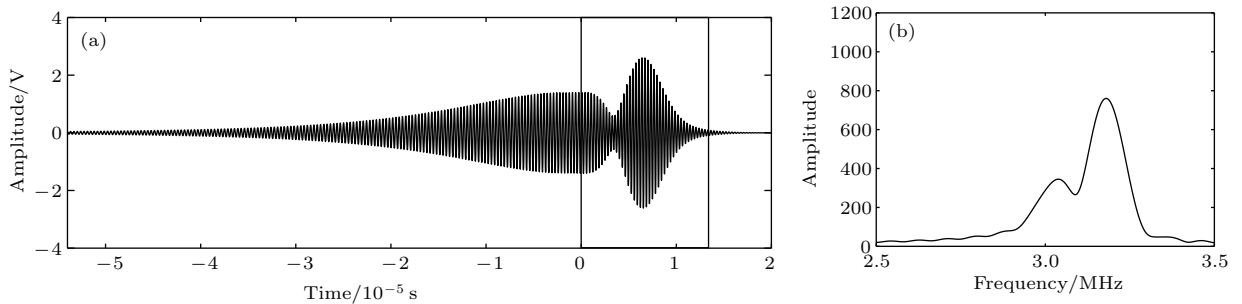


图4 进行  $S_1$  模式频散补偿后信号仿真结果 (a)时域波形; (b)幅值谱

Fig. 4. Signal stimulation results after  $S_1$  dispersion compensation: (a) Time domain waveform; (b) amplitude spectrum.

对部分混叠信号进行傅里叶变换得到幅值谱, 再进行分数阶微分, 提取各阶微分极大值和极大值对应点参数, 再通过拟合函数重构幅值谱, 并恢复  $S_1$  模式非频散时域信号如图 5 所示.

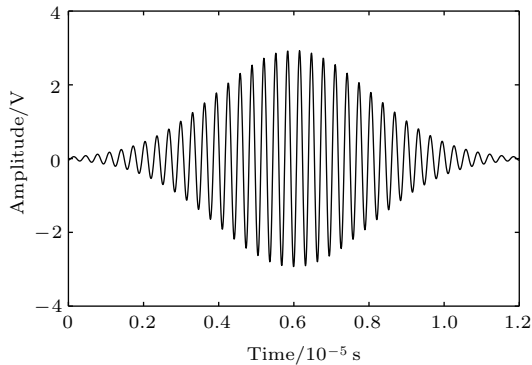


图 5 提取  $S_1$  模式非频散信号

Fig. 5. Extracted compensated  $S_1$  mode signal.

最后通过频散公式  $H_{S_1}(\omega)$  恢复频散即可得到分离后的  $S_1$  模式时域信号如图 6(a) 所示. 图中同时给出了原始  $S_1$  模式的时域信号. 从图 6(a) 可以看出, 分离出  $S_1$  模式信号与原  $S_1$  模式信号几乎

完全重合在一起. 从图 6(b) 中  $S_1$  的重构幅值谱和  $S_1$  原信号幅值谱对比可以看出, 重构信号中心频率、带宽和幅值与原  $S_1$  模式信号基本一致. 表 1 给出了  $S_1$  模式重构信号和原信号参数对比. 中心频率  $\mu$  分别为 3.16 MHz 和 3.15 MHz, 相对误差仅为 0.31%;  $A$  分别为 764.1 和 797.6, 相对误差为 4.2%;  $\sigma$  分别为 0.109 和 0.103, 相对误差为 5.8%. 图 6(c) 和图 6(d) 分别是原  $S_1$  模式信号和分离出的  $S_1$  模式信号的时频分布. 从图 6 可以看出,  $S_1$  模式原信号和重构信号的时频分布走势完全相同. 说明分离出的  $S_1$  模式的信号与原信号保持了很好的一致性.

表 1  $S_1$  模式原信号和提取信号参数对比

Table 1. Comparison of parameters of the original signal and the constructed signal for the  $S_1$  mode.

	$A$	$\mu$	$\sigma$
原信号	797.6	3.15	0.103
提取信号	764.1	3.16	0.109
相对误差/%	4.20	0.31	5.80

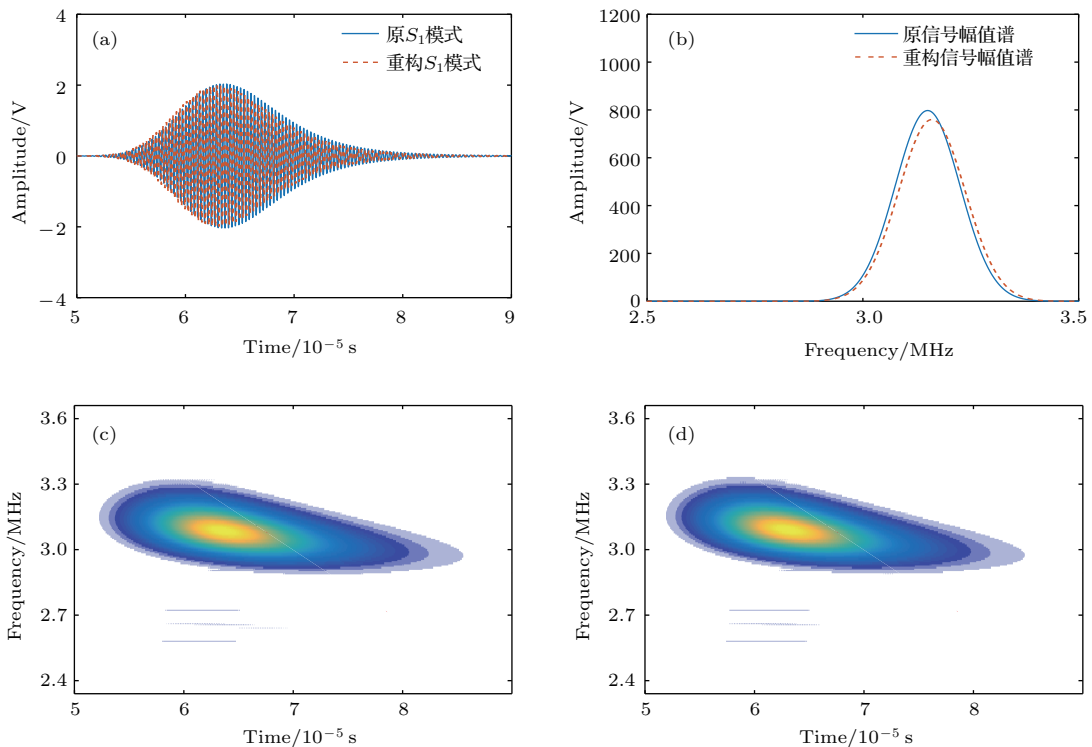


图 6 原  $S_1$  模式和重构  $S_1$  模式信号仿真结果 (a) 原  $S_1$  模式和重构  $S_1$  模式时域波形; (b) 原  $S_1$  模式和重构  $S_1$  模式幅值谱; (c) 原  $S_1$  模式时频分布图; (d) 重构  $S_1$  模式时频分布图

Fig. 6. Simulation results of original  $S_1$  mode signal and constructed  $S_1$  mode signal: (a) Waveform of original  $S_1$  mode and constructed  $S_1$  mode; (b) amplitude spectrum of original  $S_1$  mode and constructed  $S_1$  mode; (c) time-frequency distribution of  $S_1$  mode of original signal; (d) time-frequency distribution of  $S_1$  mode of constructed signal.

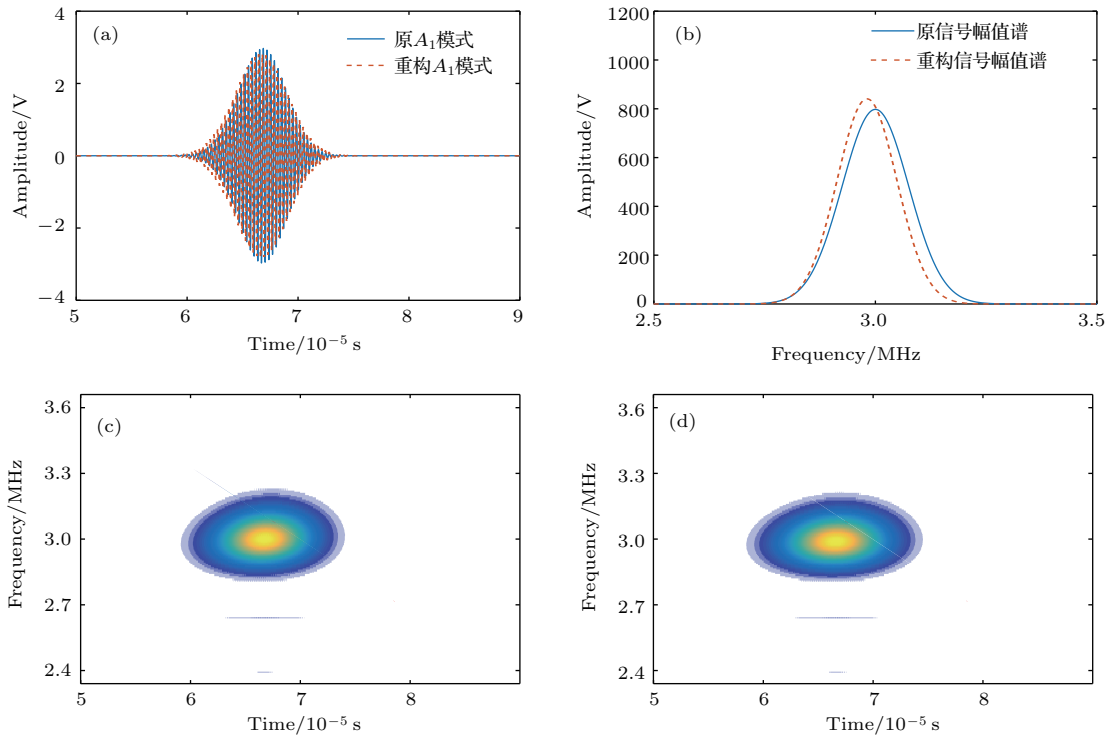


图7 原  $A_1$  模式和重构  $A_1$  模式信号仿真结果 (a) 原  $A_1$  模式和重构  $A_1$  模式时域波形; (b) 原  $A_1$  模式和重构  $A_1$  模式幅值谱; (c) 原  $A_1$  模式时频分布图; (d) 重构  $A_1$  模式时频分布图

Fig. 7. Simulation results of original  $A_1$  mode signal and constructed  $A_1$  mode signal: (a) Time domain waveform of original  $A_1$  mode and constructed  $A_1$  mode; (b) amplitude spectrum of original  $A_1$  mode and constructed  $A_1$  mode; (c) time-frequency distribution of  $A_1$  mode of original signal; (d) time-frequency distribution of  $A_1$  mode of constructed signal.

重复分离出  $S_1$  模式的方法, 先在时域从原混合信号减去提取出的  $S_1$  模式信号得到剩余信号, 进行频散补偿, 通过时域加窗得到  $A_1$  模式非频散波形. 通过分数阶微分重构幅值谱, 再通过幅值谱和探测距离重构  $A_1$  模式. 分离后的  $A_1$  模式时域信号如图 7(a) 所示. 图中同时给出了原始  $A_1$  模式的时域信号. 从图 7(a) 可以看出, 分离出  $A_1$  模式信号与原  $A_1$  模式信号几乎完全重合在一起. 从图 7(b)  $A_1$  的重构幅值谱和  $A_1$  原信号幅值谱对比可以看出重构信号中心频率、带宽和幅值与原  $A_1$  模式信号基本一致. 表 2 给出了  $A_1$  模式重构信号和原信号参数对比. 中心频率  $\mu$  与原  $A_1$  模式信号基本一致, 分别为 2.981 MHz 和 3.0 MHz, 相对误差仅为 0.63%.  $A$  分别为 840.9 和 797.6, 相对误差为 5.42%,  $\sigma$  分别为 0.095 和 0.103, 相对误差为 7.6%. 图 7(c) 和图 7(d) 分别是  $A_1$  模式原信号和分离出  $A_1$  模式信号的时频分布. 从图 7 中可以看出,  $A_1$  模式原信号和重构信号的时频分布走势基本相同. 说明分离出  $A_1$  模式的信号与原信号保持了较好的一致性.

从仿真结果来看, 分离出的各模式信号与原信号保持较好的一致性, 各模式能量分布和时域走势

都基本相同, 特征参数相对误差在 8% 以内. 由此表明, 本文方法可以利用频散特性和分数阶微分将各模式信号从混合信号中提取出来, 实现多模式信号的分离.

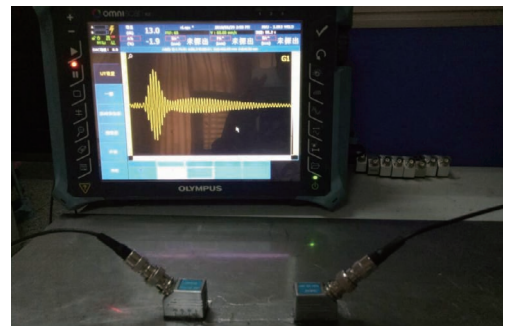


图8 实验仪器和试件

Fig. 8. Experimental instrument and specimen.

表2  $A_1$  模式原信号和提取信号参数对比

Table 2. Comparison of parameters of the original signal and the constructed signal for the  $A_1$  mode.

	$A$	$\mu$	$\sigma$
原信号	797.6	3	0.103
提取信号	840.9	2.981	0.095
相对误差/%	5.42	0.63	7.60

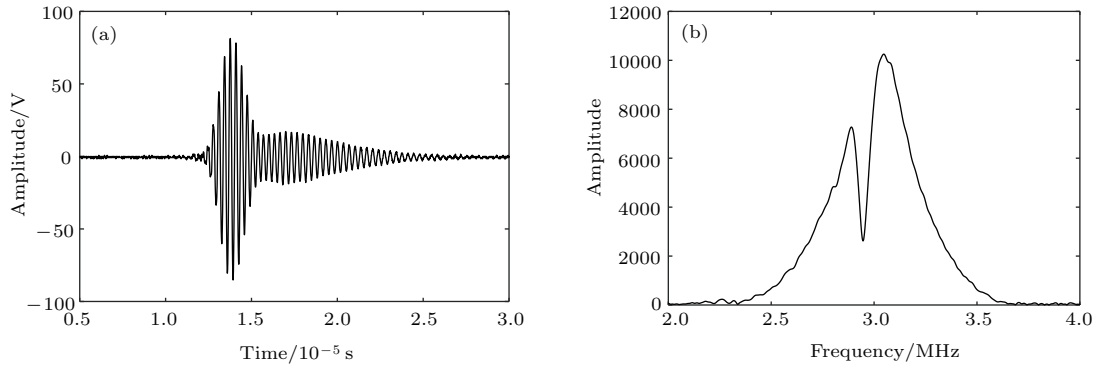


图9 采集信号仿真结果 (a) 时域波形; (b) 幅值谱

Fig. 9. Acquisition signal simulation results: (a) Time domain waveform; (b) amplitude spectrum.

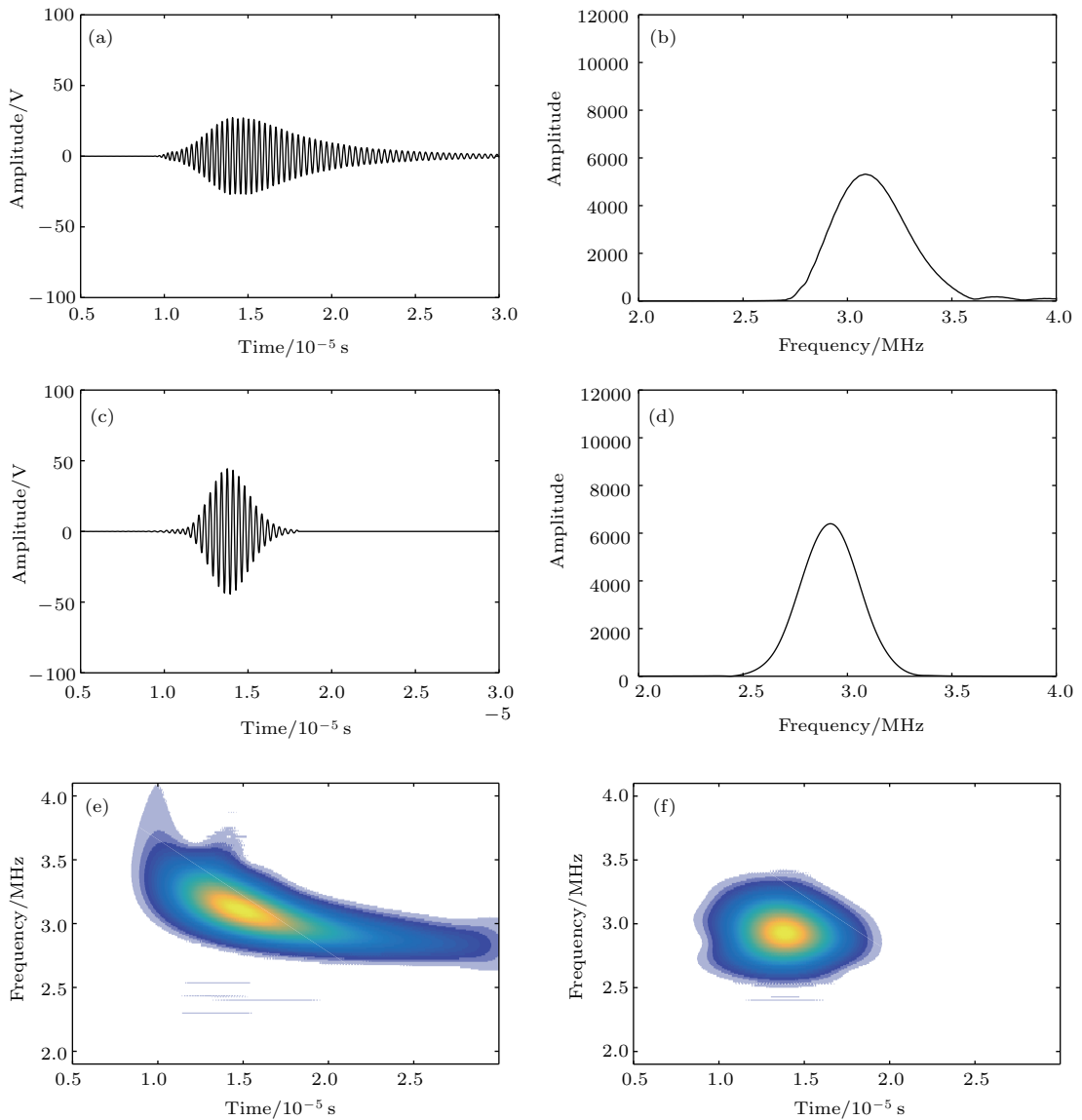


图10 不同模式信号仿真结果 (a) 分离  $S_1$  模式时域波形; (b) 分离  $S_1$  模式幅值谱; (c) 分离  $A_1$  模式时域波形; (d) 分离  $A_1$  模式幅值谱; (e) 分离  $S_1$  模式时频分布; (f) 分离  $A_1$  模式时频分布

Fig. 10. Various model signal simulation results: (a) Time domain waveform of  $S_1$  mode signal; (b) amplitude spectrum of  $S_1$  mode signal; (c) time domain waveform of  $A_1$  mode signal; (d) amplitude spectrum of  $A_1$  mode signal; (e) time-frequency distribution of  $S_1$  mode signal; (f) time-frequency distribution of  $A_1$  mode signal.



### 4 实验

为了进一步验证方法的可行性, 通过实验对上述方法进行验证. 实验仪器和试件布置如图 8 所示. 实验用奥林巴斯 MX2 探伤仪作为超声信号发生接收器, 用接触法产生超声兰姆波. 实验测试对象选用尺寸为 400 mm × 300 mm、厚度为 1 mm 的薄钢板. 斜探头和钢板之间通过耦合剂耦合. 用中心频率为 3 MHz、入射角为 26° 的斜探头激发超声兰姆波, 探头的晶片尺寸为 10 mm × 10 mm. 根据入射角-频厚积曲线, 这种斜探头在 1 mm 厚的钢板中激励出的是  $A_1$  和  $S_1$  模式的混合信号. 探伤仪采集数据后导入计算机, 信号分离在 Matlab 软件中完成. 当探头距离为 10 cm 时, 采集信号时域波形和对应幅值谱如图 9 所示.

分离出的各模式信号波形、幅值谱和时频分布如图 10 所示, 从分离的时域波形和时频分布可

以看出  $A_1$  模式和  $S_1$  模式波形具有较好的平滑性,  $A_1$  模式在相应频率频散缓慢, 而  $S_1$  模式频散较快. 这一点符合各模式频散特性, 也与仿真结果基本一致.  $A_1$  模式的中心频率为 2.92 MHz,  $S_1$  模式的中心频率为 3.08 MHz, 两个模式中心频率相差 0.16 MHz, 也与钢板的频散特性曲线一致.

将重构的  $A_1$  模式和  $S_1$  模式信号相加, 得到重构混合信号如图 11 所示. 图中同时给出了原始实验采集到的信号. 虽然在频率 2.8—2.9 MHz 范围处仍有误差, 但可以看出时域波形和能量分布与原始信号基本一致, 说明本方法可以成功的提取多模式混合信号中的各模式信号. 从时域图上可以看出, 信号的初始部分有较大的误差. 从时频分布图中可以看出主要能量分布与原信号较为一致, 但在初始时间  $(1.0—1.1) \times 10^{-5}$  s 范围内有部分能量缺失, 而末尾能量有所增加. 这说明提取出的信号仍有一定的误差.

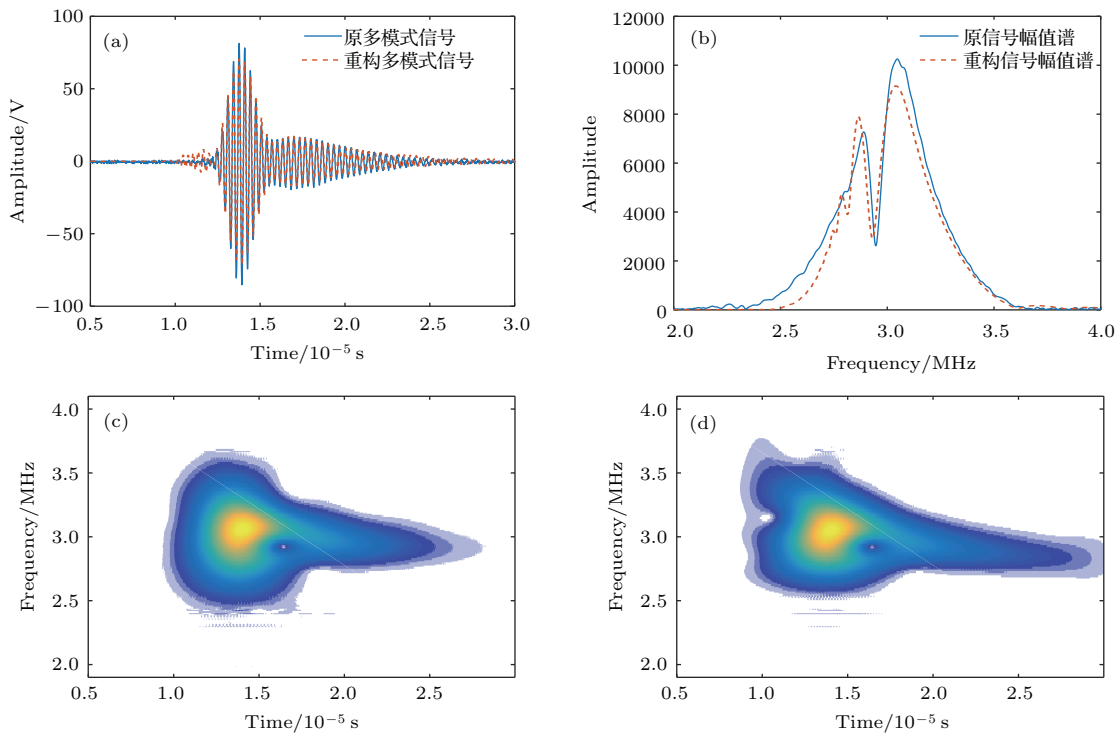


图 11 原混合信号和重构混合信号的仿真结果 (a) 时域波形; (b) 幅值谱; (c) 原混合信号时频分布图; (d) 重构混合信号时频分布图  
 Fig. 11. Simulation results of original mixed signal and constructed mixed signal: (a) Time domain waveform; (b) amplitude spectrum; (c) time-frequency distribution of original signal; (d) time-frequency distribution of constructed signal.

### 5 结论

本文将频散补偿和分数阶微分相结合, 通过时延函数建模, 依靠不同模式频散的差异性, 将复杂

混叠信号的分离问题转化为部分混叠信号的分离问题; 然后应用分数阶微分, 对信号幅值谱分数阶微分极大值拟合多项式实现特征参数的提取, 实现部分混叠信号中非频散模式的分离; 再根据频散特性和探测距离, 恢复时域波形, 从而提取各模式信

号, 实现多模式分离. 仿真和实验结果表明, 本文方法不仅可以实现多模式信号的分离, 更能保证分离精度, 有助于复杂多模式频散信号的分离与处理. 本文方法和现有多模式分离算法相比较, 主要优点在于将频散补偿与分数阶微分相结合, 解决了单模式频散补偿后仍与其他模式部分信号混叠的问题, 提高了单模式非频散信号的提取精度, 为实现多模式信号的准确分离奠定基础. 从分离后各模式的时域波形和幅值谱与原信号对比发现, 前一个模式提取信号的误差会影响剩余模式信号的提取精度. 而且实际的激励信号并不一定都是高斯包络信号, 所以用高斯模型进行拟合也存在一定的误差.

### 参考文献

- [1] Gao G J, Geng M X 2012 *Appl. Acoust.* **31** 42 (in Chinese) [高广健, 邓明晰 2012 应用声学 **31** 42]
- [2] Zhang H Y, Cao Y P, Yu J B, Chen X H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 114301 (in Chinese) [张海燕, 曹亚萍, 于建波, 陈先华 2011 物理学报 **60** 114301]
- [3] Zhai G, Jiang T, Kang L, Wang S 2010 *IEEE Trans. Ultrason. Ferr.* **57** 2725
- [4] Yu Y L, Zhang H Y, Feng G R, Ma S W 2013 *Acta Acustica* **38** 576 (in Chinese) [于勇凌, 张海燕, 冯国瑞, 马世伟 2013 声学学报 **38** 576]
- [5] Zhang H Y, Yao J C, Wang R, Ma S W 2014 *Chin. Phys. Lett.* **31** 084301
- [6] Wang D, Mao G J, Huang H 2012 *Nondestruct. Test.* **34** 22 (in Chinese) [王杜, 毛国均, 黄辉 2012 无损检测 **34** 22]
- [7] Xu B C, Wang M L, Jia Q 2014 *Appl. Mech. Mater.* **490** 1698
- [8] Fan S X, Zhang H Y, Lv D H 2007 *Tech. Acoust.* **26** 628 (in Chinese) [樊仕轩, 张海燕, 吕东辉 2007 声学技术 **26** 628]
- [9] Liu Z Q, Ta D A 2000 *Tech. Acoust.* **19** 212 (in Chinese) [刘镇清, 他得安 2000 声学技术 **19** 212]
- [10] Wang Z G, Liu D, Ta D A 2015 *Appl. Acoust.* **34** 189 (in Chinese) [张正罡, 刘丹, 他得安 2015 应用声学 **34** 189]
- [11] Zhang Y, Tang B P, Deng L 2014 *J. Mech. Eng.* **50** 1 (in Chinese) [张焱, 汤宝平, 邓蕾 2014 机械工程学报 **50** 1]
- [12] Chen X, Gao Y, Bao L 2014 *J. Vibroeng.* **16** 464
- [13] Sicard R, Goyette J, Zellouf D 2002 *Ultrasonics* **40** 727
- [14] Xu K, Ta D, Moilanen P, Wang W 2012 *J. Acoust. Soc. Am.* **131** 2714
- [15] Xu K L, Tan Z, Ta D A, Wang W Q 2014 *Acta Acustica* **39** 99 (in Chinese) [许凯亮, 谈钊, 他得安, 王威琪 2014 声学学报 **39** 99]
- [16] Wang J, Wang Q 2015 *Inform. Res.* **41** 16 (in Chinese) [王晶, 王强 2015 信息化研究 **41** 16]
- [17] Chen L, Wang Y M, Geng H Q, Ye W, Deng W L 2016 *China Measurement & Test* **42** 132 (in Chinese) [陈乐, 王悦民, 耿海泉, 叶伟, 邓文力 2016 中国测试 **42** 132]
- [18] Samko S G, Kilbas A A, Marichev O I 1993 *Fractional Integrals and Derivatives: Theory and Applications* (Switzerland: Cordon and Breach Science Publishers) p21
- [19] Li Y L, Yu S L, Zhen G 2007 *Science in China Series B: Chemistry* **37** 361 (in Chinese) [李远禄, 于盛林, 郑罡 2007 中国科学B辑 化学 **37** 361]
- [20] Chen X, Wang C L 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 184301 (in Chinese) [陈晓, 汪陈龙 2014 物理学报 **63** 184301]
- [21] Chen X, Gao Y, Wang C 2015 *J. Vibroeng.* **17** 4211
- [22] Chen X, Wang C L 2015 *Res. Nondestruct. Eval.* **26** 174
- [23] Chen X, Wang C L 2014 *J. Vibroeng.* **16** 2676.
- [24] Yang Z Z, Zhou J L, Lang F N 2014 *J. Image. Graph.* **19** 1418 (in Chinese) [杨柱中, 周激流, 郎方年 2014 中国图象图形学报 **19** 1418]
- [25] Zhang Y, Huang S, Zhao W, Wang K 2015 *Electr. Meas. Instrum.* **52** 19 (in Chinese) [张宇, 黄松岭, 赵伟, 王琬 2015 电测与仪表 **52** 19]

# Mode separation for multimode Lamb waves based on dispersion compensation and fractional differential\*

Ni Long<sup>2)</sup> Chen Xiao<sup>1)2)3)†</sup>

1) (*Jiangsu Key Laboratory of Meteorological Exploration and Information Processing, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

2) (*School of Electronics and Information Engineering, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

3) (*Collaborative Innovation Center of Atmospheric Environment and Equipment Technology, Nanjing University of Information Science and Technology, Nanjing 210044, China*)

( Received 29 March 2018; revised manuscript received 2 July 2018 )

## Abstract

With the rapid development of material science and industrial technology, the application of ultrasonic Lamb wave to the industrial nondestructive testing has received considerable attention due to its advantages of rapidness, high efficiency, high accuracy, and low cost. However, the multimode and dispersion problem of Lamb waves are still challenging. Multimode mixed Lamb wave signals are often present at the same excitation frequency in the actual detection. To separate dispersive multimode Lamb waves overlapped in time and frequency domains, a separation method based on dispersion compensation and fractional differential is presented. The multimode Lamb waves overlapped in time and frequency domains are first compensated by using the dispersion characteristic. Based on the dispersion compensation, the time-delay function is modeled. The function is used as a transfer function. Its inverse is considered as a dispersion compensation function. Then, the amplitude spectra of Lamb waves are divided into fractional order differentials. The parameters of each mode are extracted by using the fitting polynomial between the maximum amplitude and the differential order and that between the peak frequency and the differential order. Its amplitude spectrum is extracted based on its parameters. By combining with its phase spectrum, the individual mode is constructed after the dispersion has been recovered. Simulation and experiments are performed on a 1 mm-thick stainless steel plate. The oblique transducers with the angle of  $26^\circ$  and the central frequency of 3 MHz are used to excite the  $S_1$  and  $A_1$  mode overlapped Lamb wave signal in the plate. The transducers are coupled with the stainless steel plate by using the ultrasonic couplant. Simulation and experimental analysis show that the present method can not only achieve the separation of time-frequency overlapped multimode Lamb waves, but also guarantee the separation precision. The main advantage of the presented method is the combination of the dispersion compensation and the fractional differential, which solves the problem of mixing with other mode signals after the single mode dispersion has been compensated, and improves the extraction precision of each mode. Therefore, this method can be used for separating the time-frequency overlapped multimode Lamb waves. It is conducive to the signal processing of multi-mode Lamb wave dispersion.

**Keywords:** Lamb wave, dispersion compensation, fractional differential, multimode separation

**PACS:** 43.60.+d, 43.35.+d

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180561

\* Project supported by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20161536), the Six Talent Peaks Project in Jiangsu Province, China (Grant No. DZXX-006), the 333 High Level Personnel Training Project of Jiangsu Province, China, and the Priority Academic Program Development of Jiangsu Higher Education Institutions, China.

† Corresponding author. E-mail: [chenxiao@nuist.edu.cn](mailto:chenxiao@nuist.edu.cn)