

流体/准饱和多孔介质中伪 Scholte 波的传播特性

仇浩淼 夏唐代 何绍衡 陈炜昀

Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space

Qiu Hao-Miao Xia Tang-Dai He Shao-Heng Chen Wei-Yun

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 204302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180853

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180853>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I20>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[基于联合波叠加法的浅海信道下圆柱壳声辐射研究](#)

Sound radiation of cylinder in shallow water investigated by combined wave superposition method  
物理学报.2018, 67(8): 084301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171963>

[海面冰层对声波的反射和散射特性](#)

Reflecting and scattering of acoustic wave from sea ices

物理学报.2017, 66(23): 234301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.234301>

[基于模式分离的兰姆波逆时偏移成像](#)

Reverse time migration Lamb wave imaging based on mode separation

物理学报.2017, 66(21): 214301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.214301>

[阵元随机均匀分布球面阵列联合噪声源定位方法](#)

Noise source identification by using near field acoustic holograpy and focused beamforming based on spherical microphone array with random unifrom distribution of elements

物理学报.2017, 66(1): 014303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014303>

[海面随机起伏对噪声场空间特性的影响规律](#)

Ocean surface wave effect on the spatial characteristics of ambient noise

物理学报.2017, 66(1): 014301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.014301>

## 流体/准饱和多孔介质中伪Scholte波的传播特性\*

仇浩淼<sup>1)2)</sup> 夏唐代<sup>1)2)†</sup> 何绍衡<sup>1)2)</sup> 陈炜昀<sup>3)</sup>

1) (浙江大学, 滨海和城市岩土工程研究中心, 杭州 310058)

2) (浙江大学, 软弱土与环境土工教育部重点实验室, 杭州 310058)

3) (南京工业大学, 岩土工程研究所, 南京 210009)

(2018年4月29日收到; 2018年7月19日收到修改稿)

研究流体/多孔介质界面Scholte波的传播特性对于水下勘探、地震工程等领域具有重要意义. 本文基于Biot理论和等效流体模型, 采用势函数方法, 推导了描述有限厚度流体/准饱和多孔半空间远场界面波的特征方程和位移、孔压计算公式. 在此基础上, 分别以砂岩和松散沉积土为例, 研究了流体/硬多孔介质和流体/软多孔介质两种情况下, 可压缩流体层厚度和多孔介质饱和度对伪Scholte波传播特性的影响. 结果表明: 多孔介质软硬程度显著影响界面波的种类、相速度、位移和水压力分布; 有限厚度流体/饱和多孔半空间界面处伪Scholte波相速度与界面波波长和流体厚度的比值有关; 孔隙水中溶解的少量气体对剪切波的相速度的影响不大, 对压缩波相速度、伪Scholte波相速度和孔隙水压力分布影响显著.

**关键词:** 多孔介质, 界面波, 波速比, 位移分布, 传播特征

**PACS:** 43.20.+g, 43.35.+d, 68.08.-p

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180853

## 1 引言

近几十年来, 压缩波和剪切波在流体/固体界面处干涉形成的界面波一直是众多学者感兴趣的课题. 与体波相比, 界面波具有振幅大、传播距离远、损耗小、携带流体和固体诸多信息的特点<sup>[1]</sup>, 因此, 在海(河)底勘探、水声工程、地震工程等诸多领域具有重要的理论意义和应用价值. 夏唐代等<sup>[2-4]</sup>通过一系列研究详细探讨了流体/固体成层介质中界面波的传播特性. Padilla等<sup>[5]</sup>从理论和实验两方面研究了流体声速大于固体剪切波速且小于压缩波速时流/固界面波的特性. 张海刚等<sup>[6]</sup>和祝捍皓等<sup>[7]</sup>采用分层海底模型, 探讨了海洋环境参数对Scholte波特性的影响.

实际地质材料往往含有连通孔隙, 而以上的研究中固体介质均采用理想弹性模型, 这显然与实际情况存在差异, 主要原因有: 1) 孔隙率、渗透性、迂

曲度、流体黏滞系数等参数对体波影响显著, 势必影响界面波的传播; 2) 边界条件允许多孔介质中的孔隙水与上覆流体进行交换, 而在单相弹性介质中则不存在这种效应<sup>[8]</sup>. Biot<sup>[9,10]</sup>建立了描述流体饱和多孔弹性介质的波动方程, 发现除了与理想弹性介质类似的P1波和S波外, 饱和多孔介质中还存在着一种慢压缩波(P2波). 之后, Plona<sup>[11]</sup>通过实验验证了P2波的存在. 基于Biot理论, 韩庆邦等<sup>[12]</sup>采用势函数方法建立了含泥沙流体/多孔介质固体界面波特征方程, 但是研究中没有考虑P2波的影响. Feng和Johnson<sup>[13]</sup>采用势函数方法建立了考虑P2波的流体半空间/孔隙介质半空间界面波的频散方程; 基于同样的模型, Allard等<sup>[14,15]</sup>和van Dalen等<sup>[16]</sup>采用格林函数研究了点荷载引起的界面处的瞬时响应. 以上研究表明, 流体/多孔介质界面处可能存在伪Rayleigh波、伪Scholte波(有时亦称为伪Stoneley波)和无泄漏真界面波三种模式的界面波. 其中, 伪Scholte波相速度小于流体和孔

\* 国家自然科学基金(批准号: 41502285)和江苏省自然科学基金(批准号: BK20150952)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xtd@zju.edu.cn

隙弹性体S波并大于P2波,且携带能量大,更易激发和探测,是流体/饱和和多孔介质界面最主要的界面波.

当半空间为松散沉积土时剪切波相速度远小于流体中声速.此外,由于微生物活动或有机物腐烂等,实际海底沉积物可能含有气泡,显著影响低频时沉积土的P1波速度<sup>[17]</sup>,有时甚至会使沉积土压缩波相速度低于水中声速.但现有的流体/多孔介质界面波的研究多关注于流体/孔隙岩石的情况,即流体中的声速小于孔隙介质中的剪切波相速度,对于流体/软多孔介质的情况研究还较少,且以往研究中多采用流体半空间模型,对地震波频域内浅海(河)底勘测有时并不适用.基于以上不足,本文以砂岩和松散沉积土为例,首先比较了多孔介质软硬程度对流体半空间/饱和和多孔半空间的界面伪Scholte相速度以及位移和水压分布的影响,之后研究了有限厚度可压缩流体/准饱和和孔隙半空间界面处伪Scholte波的传播规律,讨论了波长厚度比和饱和度对相速度和衰减系数的影响,最后讨论了波长等于流体层厚度时,流体和多孔介质中的位移和动水压力的分布模式.

## 2 模型和理论汇总

如图1所示,本文将Pekeris模型<sup>[7]</sup>中半无限弹性介质改为准饱和和多孔弹性介质,研究界面伪Scholte波特性的深度设为 $H$ .考虑笛卡尔坐标系二维 $x-z$ 平面(P-SV系统), $z$ 轴竖直向下.

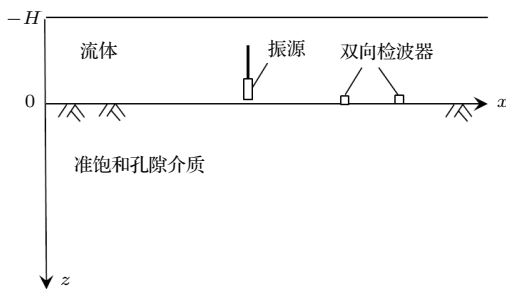


图1 准饱和和度半空间上覆有限厚度流体模型  
Fig. 1. A finite thickness fluid overlying on quasi-saturated porous half-space.

理想可压缩流体的运动方程为<sup>[18]</sup>

$$K_f \nabla \nabla \cdot \mathbf{W} = \rho_f \ddot{\mathbf{W}}, \quad (1)$$

式中 $K_f$ 和 $\rho_f$ 分别为上覆流体的体积模量和密度. $\mathbf{W}$ 为流体位移矢量,可以用流体位移势函数表示:

$$W_x = \frac{\partial \varphi_f}{\partial x}, \quad W_z = \frac{\partial \varphi_f}{\partial z}. \quad (2)$$

假定入射波圆频率为 $\omega$ ,上覆流体的声速、波数和动水压力可以表示为

$$\begin{aligned} c_f &= \sqrt{K_f/\rho_f}, \\ k_f &= \omega \sqrt{\rho_f/K_f}, \\ p_f &= -\rho_f \ddot{\varphi}_f. \end{aligned} \quad (3)$$

根据Biot理论,各向同性流体饱和和多孔介质本构方程可以表示为<sup>[9,13]</sup>:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^s &= (A u_{k,k}^s + Q u_{k,k}^w) \delta_{ij} + N(u_{i,j}^s + u_{j,i}^s), \\ s &= Q u_{k,k}^s + R u_{k,k}^w, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $u_i^s$ 和 $u_i^w$ 分别为固体骨架和流体的位移; $\sigma_{ij}^s$ 为固体骨架应力; $s = -\phi p_w$ 为流体应力; $\phi$ 为孔隙率, $p_w$ 为波动引起的孔隙流体压力; $\delta_{ij}$ 为克罗内克符号; $A, Q, R$ 和 $N$ 为弹性常数,可由骨架弹性模量和孔隙流体性质估算<sup>[13]</sup>:

$$\begin{aligned} N &= \frac{3(1-2v_b)}{2(1+v_b)} K_b, \\ Q &= \frac{\phi(1-\phi-K_b/K_s)}{(1-\phi-K_b/K_s)+\phi K_s/K_w}, \\ R &= \frac{\phi^2}{(1-\phi-K_b/K_s)+\phi K_s/K_w}, \\ A &= K_b + \frac{Q^2}{R} - \frac{2N}{3}, \end{aligned} \quad (5)$$

式中 $K_b$ 和 $v_b$ 分别为多孔介质骨架体积模量和泊松比; $K_s$ 和 $K_w$ 分别为固体颗粒和孔隙流体的体积模量.

P-SV系统中,骨架和孔隙流体位移可以用压缩势函数和剪切势函数表示为

$$\begin{aligned} u_x^\alpha &= \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x} - \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial z}, \\ u_z^\alpha &= \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial z} + \frac{\partial \psi_\alpha}{\partial x}, \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\alpha = s, w$ . 压缩波和剪切波控制方程为<sup>[9,19]</sup>:

$$\begin{aligned} &\rho_{11} \ddot{\varphi}_s + \rho_{12} \ddot{\varphi}_w + b(\dot{\varphi}_s - \dot{\varphi}_w) \\ &= P \nabla^2 \varphi_s + Q \nabla^2 \varphi_w, \\ &\rho_{12} \ddot{\varphi}_s + \rho_{22} \ddot{\varphi}_w - b(\dot{\varphi}_s - \dot{\varphi}_w) \\ &= Q \nabla^2 \varphi_s + R \nabla^2 \varphi_w, \end{aligned} \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} &\rho_{11} \ddot{\psi}_s + \rho_{12} \ddot{\psi}_w + b(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_w) = N \nabla^2 \psi_s, \\ &\rho_{12} \ddot{\psi}_s + \rho_{22} \ddot{\psi}_w - b(\dot{\psi}_s - \dot{\psi}_w) = 0. \end{aligned} \quad (7b)$$

本文考虑地震波频率范围, 不考虑频率修正的有效密度和黏性系数, 可以表示为:

$$\begin{aligned} \rho_{11} &= (1 - \phi)\rho_s - \rho_{12}, \\ \rho_{22} &= \phi\rho_w - \rho_{12}, \\ \rho_{12} &= -(\alpha_\infty - 1)\phi\rho_w, \\ b &= \eta\phi^2/\kappa_w, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\rho_s$  和  $\rho_w$  分别为固体颗粒和孔隙流体的密度;  $\alpha_\infty$  为迂曲度;  $\eta$  和  $\kappa_w$  分别为孔隙流体动态黏质和渗透系数.

对于孔隙水中溶解少量气体的准饱和介质, 如果频率远低于沉积物中最大气泡的共振频率时, 可以将孔隙水和孔隙水中的气泡等效为一种均匀流体<sup>[17]</sup>. 等效流体的体积模量和密度可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$\begin{aligned} K_w^{-1} &= 1/K_f + (1 - s_r)/p_{ab}, \\ \rho_w &= s_r\rho_f + (1 - s_r)\rho_g, \end{aligned} \quad (9)$$

式中  $s_r$  为饱和度;  $\rho_g$  为气体密度;  $p_{ab}$  为绝对孔隙水压力, 本文取  $p_{ab} = \rho_f g H$ ,  $H$  为上覆流体深度.

### 3 波函数和边界条件

流体和多孔弹性固体中平面波的位移势函数可以做如下表示.

当  $-H \leq z < 0$  时,

$$\begin{aligned} \varphi_f &= A_{f+} e^{\gamma_f z + i(kx - \omega t)} \\ &+ A_{f-} e^{-\gamma_f z + i(kx - \omega t)}, \end{aligned} \quad (10a)$$

当  $z > 0$  时,

$$\begin{aligned} \varphi_s &= A_{P1} e^{-\gamma_{P1} z + i(kx - \omega t)} \\ &+ A_{P2} e^{-\gamma_{P2} z + i(kx - \omega t)}, \\ \psi_s &= B_S e^{-\gamma_S z + i(kx - \omega t)}, \end{aligned} \quad (10b)$$

$$\begin{aligned} \varphi_w &= \delta_{P1} A_{P1} e^{-\gamma_{P1} z + i(kx - \omega t)} \\ &+ \delta_{P2} A_{P2} e^{-\gamma_{P2} z + i(kx - \omega t)}, \\ \psi_w &= \delta_S B_S e^{-\gamma_S z + i(kx - \omega t)}, \end{aligned} \quad (10c)$$

其中

$$\begin{aligned} \gamma_f &= \sqrt{k^2 - k_f^2}, \\ \gamma_{Pi} &= \sqrt{k^2 - k_{Pi}^2}, \quad i = 1, 2 \\ \gamma_S &= \sqrt{k^2 - k_S^2}, \end{aligned} \quad (11)$$

式中  $\varphi_f$ ,  $\varphi_s$  和  $\varphi_w$  分别为上覆流体层、多孔介质中固体骨架和孔隙流体的压缩势函数;  $\psi_s$  和  $\psi_w$  分别为固体骨架和孔隙流体的剪切势函数;  $A_{f+}$ ,  $A_{f-}$ ,  $A_{P1}$ ,  $A_{P2}$  和  $B_S$  为任意振幅系数;  $i$  为虚数符号;  $\delta_{P1}$ ,  $\delta_{P2}$  和  $\delta_S$  为多孔介质中各模式体波引起的孔隙流体和固体骨架位移的振幅比;  $k$  为界面波波数,  $k_f$ ,  $k_{P1}$ ,  $k_{P2}$  和  $k_S$  为各模式体波的波数. 多孔弹性体中各模式体波波数和振幅比参见文献<sup>[19]</sup>.

当平面波在两介质界面传播时, 必须满足以下边界条件:

流体表面 ( $z = -H$ ),

$$p_f = 0; \quad (12a)$$

流体和孔隙弹性介质界面<sup>[13,16]</sup> ( $z = 0$ ),

$$-p_f = \sigma_z^s + s, \quad (12b)$$

$$\sigma_{xz}^s = 0, \quad (12c)$$

$$p_f = p_w, \quad (12d)$$

$$W_z = (1 - \phi)u_z^s + \phi u_z^w. \quad (12e)$$

将(3)式, (5)式和(9)式代入(11)式, 可以得到以下关于位移势函数振幅系数的关系:

$$[\mathbf{M}] \begin{bmatrix} A_{f+} & A_{f-} & A_{P1} & A_{P2} & B_S \end{bmatrix}^T = \mathbf{0}. \quad (13)$$

矩阵  $[\mathbf{M}]$  中元素见附录. (13)式有非零解, 可得界面波的特征方程

$$\det([\mathbf{M}]) = 0. \quad (14)$$

给定频率, (14)式为复数域的关于界面波数  $k$  的超越方程, 可以采用数值迭代法求解波数  $k$ . 则界面波的相速度和衰减系数可以表示为:

$$\begin{aligned} c &= \omega/\Re(k), \\ \delta &= \Im(k), \end{aligned} \quad (15)$$

式中,  $\Re$ ,  $\Im$  分别表示对波数  $k$  取实部和虚部. 假定  $A_{f+} = 1$ , 将计算的波数  $k$  代入(13)式可得其余位移势函数振幅, 略去因子  $e^{i(kx - \omega t)}$ , 上覆流体层质点位移可以表示为:

$$\begin{aligned} W_x &= ik(A_{f+} e^{\gamma_f z} + A_{f-} e^{-\gamma_f z}), \\ W_z &= (\gamma_f A_{f+} e^{\gamma_f z} - \gamma_f A_{f-} e^{-\gamma_f z}). \end{aligned} \quad (16)$$

固体骨架的位移为

$$\begin{aligned} u_x^s &= ikA_{P1} e^{-\gamma_{P1} z} + ikA_{P2} e^{-\gamma_{P2} z} \\ &+ \gamma_S B_S e^{-\gamma_S z}, \\ u_z^s &= -\gamma_{P1} A_{P1} e^{-\gamma_{P1} z} - \gamma_{P2} A_{P2} e^{-\gamma_{P2} z} \\ &+ ikB_S e^{-\gamma_S z}. \end{aligned} \quad (17)$$

界面波引起的上覆流体层动水压力和多孔介质孔隙水压力为:

$$p_f = \rho_f \omega^2 (A_{f+} e^{\gamma_f z} + A_{f-} e^{-\gamma_f z}),$$

$$p_w = \sum_{i=1,2} (Q + R \delta_{Pi}) A_{Pi} k_{Pi}^2 e^{-\gamma_{Pi} z} / \phi. \quad (18)$$

除相速度频散关系外, 如果检波器可以同时检测竖向和水平向位移, 椭圆度也常被用来反演介质参数 [16], 界面处质点运动轨迹椭圆度定义为:

$$E_w = \frac{W_x}{W_z} = i \frac{k(A_f + A_{f-})}{(\gamma_f A_{f+} - \gamma_f A_{f-})},$$

$$E_s = \frac{u_x^s}{u_z^s} = i \frac{kA_{P1} + kA_{P2} - i\gamma_S B_S}{-\gamma_{P1} A_{P1} - \gamma_{P2} A_{P2} + ikB_S}. \quad (19)$$

上覆流体厚度  $H$  趋向无穷大时, 特征方程退化为

$$\det([M']) = 0, \quad (20)$$

式中  $[M']$  为四阶矩阵, 其元素见附录. 上覆流体层质点位移可以退化为

$$W_x = ikA_f e^{\gamma_f z},$$

$$W_z = \gamma_f A_f e^{\gamma_f z}. \quad (21)$$

### 4 数值计算与分析

本节分别以固结程度较高的砂岩和松散沉积土为例, 讨论工程中常用的低频地震波范围内, 浅流体层/多孔介质界面伪 Scholte 波传播特性. 上覆流体参数为:  $\rho_f = 1000 \text{ kg/m}^3$ ,  $K_f = 2.25 \text{ GPa}$ . 砂岩和松散沉积土参数取值见表 1.

表 1 饱和和介质材料特性参数

Table 1. Material properties of saturated porous media.

参数名称	砂岩	松散沉积土
孔隙率 $\varphi/\%$	19	76
颗粒密度 $\rho_s/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	2700	2650
纯水密度 $\rho_w/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	1000	1000
气体密度 $\rho_g/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	1	1
颗粒体积模量 $K_s/\text{GPa}$	36	36
纯水体积模量 $K_w/\text{GPa}$	2.25	2.25
流体黏滞系数 $\eta/\text{Pa}\cdot\text{s}$	$10^{-3}$	$10^{-3}$
动态渗透系数 $\kappa_w/\text{m}^2$	$10^{-13}$	$10^{-11}$
骨架体积模量 $K_b/\text{GPa}$	10	0.5
骨架泊松比 $\nu_b$	0.2	0.3
迂曲度 $\alpha_\infty$	1.5	1.5

#### 4.1 流体和准饱和多孔介质中的体波

由 (2) 式可知, 流体声速与频率无关, 为  $1500 \text{ m/s}$ . 图 2 给出了  $H = 10 \text{ m}$  时多孔介质中各模式体波相速度随频率的变化曲线. 由图 2 可知, 本文研究频率范围内, P1 波和 S 波相速度对频率变化不敏感, P2 波随频率的增大而增大; 孔隙水中溶解少量气体时, S 波相速度基本不变, P1 波和 P2 波相速度则迅速减小. 在研究的频率范围内, 砂岩中各体波相速度和流体声速关系为

$$c_{P2} < c_f < c_S < c_{P1}, \quad (22a)$$

松散沉积土体波相速度和流体声速关系为

$$c_{P2} < c_S < c_f < c_{P1} \quad (s_r = 1.00), \quad (22b)$$

$$c_{P2} < c_S < c_{P1} < c_f \quad (s_r = 0.99). \quad (22c)$$

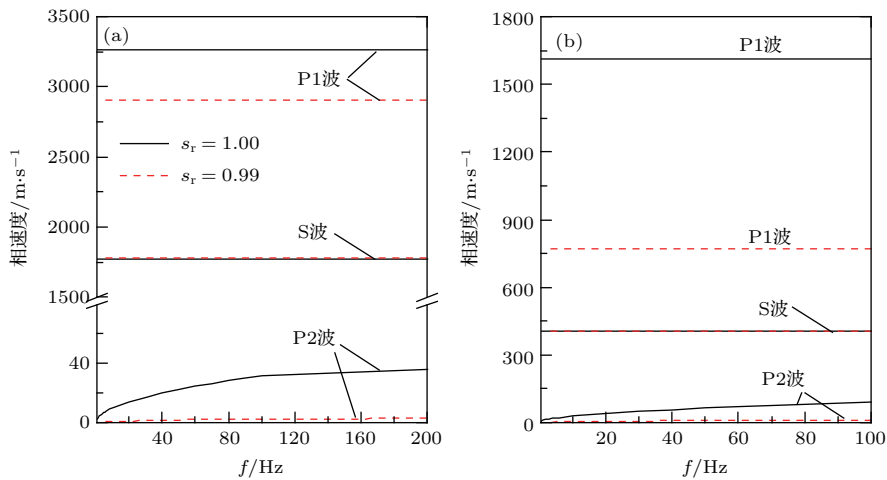


图 2 准饱和和多孔介质中体波相速度-频率曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 2. Phase velocity of body waves in quasi-saturated porous media: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

### 4.2 流体半空间/饱和多孔半空间的界面波

以往流体/饱和多孔介质中界面波模型多采用饱和砂岩或者玻璃弹珠等硬多孔介质, 采用(22a)式对应的速度. 流体/弹性固体情况下界面波的研究表明, 界面波的特性与固体相对上覆流体的软硬( $c_f$ 与 $c_s$ 的大小)有关[2,5,6]. 为比较流体/饱和多孔介质情况下多孔介质软硬的影响, 本节采用流体半空间/饱和多孔半空间模型进行分析, 详细比较了软、硬多孔介质界面波特点及位移分布.

(14)式具有多解性. 韩庆邦等[1]采用固/固界面模型, 基于黎曼分析, 探讨了特征方程求根问题, 给出了各界面波的求根区间. 采用同样的思路, 本文中流体/饱和多孔模型的界面波相速度的求根区间如下.

真界面波 $c_T$ ,  $c_T < c_{P2}$ . 此时界面波的相速度小于流体声速和所有体波相速度,  $\gamma_f$ ,  $\gamma_{P1}$ ,  $\gamma_{P2}$ 和 $\gamma_S$ 的实部均大于零, 因此不存在与体波的模式转换. 与P2波类似, 真表面波很难激发和观测, 以下将不予讨论.

伪Scholte波 $c_{Sch}$ ,  $c_{Sch} > c_{P2}$  &  $c_{Sch} < \min(c_s, c_f)$ . 此时, 界面波的相速度大于P2波相速度, 因此存在界面波向P2波的模式转换, 波在传播方向上具有衰减的特性, 由于P2相速度很小, 对界面波的影响很小, 与流体/固体体系一致, 伪Scholte波更容易激发和探测, 是最主要的界面波.

伪Rayleigh波 $c_R$ ,  $c_{Sch} < c_R < c_s$ . 伪Rayleigh

波相速度大于伪Scholte波相速度且略小于S波相速度. 硬多孔介质( $c_f < c_s$ )中, 伪Rayleigh波的相速度区间为 $c_f < c_R < c_s$ . 软多孔介质( $c_s < c_f$ )中, 伪Rayleigh波的存在性仍然存在争议, 基于水/PVC和水/有机玻璃的体系, Padilla等[5]认为存在伪Rayleigh波, 张海刚等[6]将软海底视为弹性固体, 认为海水/软弹性固体界面只会激发一种界面波.

表2给出了频率 $f = 100$  Hz时流体半空间/饱和多孔半空间界面伪Scholte波和伪Rayleigh波的相速度与多孔介质剪切波相速度的比值 $c_{Sch}/c_s$ ,  $c_R/c_s$ , 作为对照, 表中列出了饱和多孔介质在自由透水边界的伪Rayleigh波的波速比 $c_{R0}/c_s$ . 在本文参数取值时, 也未发现流/饱和多孔介质界面伪Rayleigh波的存在.

表2 流体半空间/饱和多孔半空间的界面波波速比  
Table 2. Wave velocity ratio at the fluid/saturated porous-medium interface.

	砂岩	松散沉积土
饱和孔隙介质自由透水 p-R 波	0.926	0.948
流/饱和孔隙介质 p-Sch 波	0.772	0.860
流/饱和孔隙介质 p-R 波	0.939	—

图3给出了频率 $f = 100$  Hz时, 伪Scholte波引起的界面附近的位移分布. 深度通过界面波波长无量纲化, 位移通过界面处多孔弹性体竖向位移无量纲化. 由图3可知, 与流/固界面处的Scholte波引起的位移分布类似, 在流体和多孔弹性体界面处

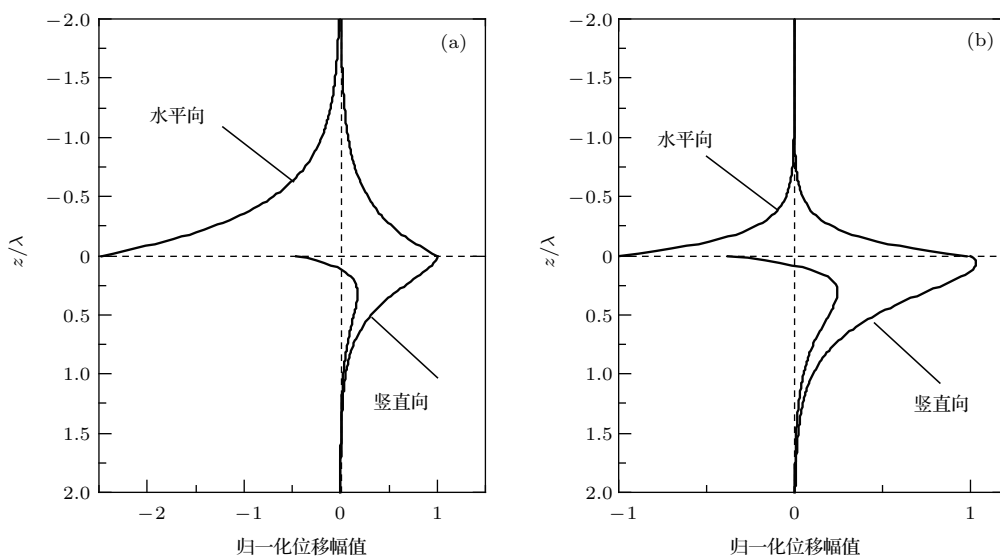


图3 伪Scholte波位移分布曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 3. Displacement distribution of pseudo-Scholte wave: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

水平位移最大且不连续; 由于流体交换, 竖向位移不连续, 但在低频时近似相等, 多孔介质竖向位移最大点出现在界面处或者界面以下. 砂岩模型中,  $|E_w| = 2.46$ ,  $|E_s| = 0.47$ , 表明界面处流体的水平位移远大于竖向位移, 多孔骨架水平位移小于竖向位移. 松散沉积土模型中,  $|E_w| = 1.02$ ,  $|E_s| = 0.38$ , 表明流体水平位移分布和竖向位移分布几乎相同, 多孔骨架水平位移小于竖向位移. 两种模型中, 流体和骨架中水平和竖向位移相位差均约为  $\pi/2$ , 这表明流体质点和多孔骨架在界面处的运动轨迹均为顺时针椭圆. 流体中波衰减的快慢程度受孔隙介质软硬程度的影响, 硬多孔介质模型中有效传播深度 (幅度大于表面幅度的  $1/e$ ) 可以达到 1 倍波长, 松散沉积土中仅为  $1/2$  波长. 硬孔隙介质中界面波的传播深度小于软孔隙介质, 有效传播深度均小于 1 倍波长, 近界面处水平位移存在零

点, 此后, 质点运动轨迹由顺时针椭圆变为逆时针椭圆.

图 4 给出了频率  $f = 100$  Hz 时, 伪 Scholte 波引起的流体中动水压力和孔隙介质中的孔隙水压力. 深度通过界面波波长无量纲化, 动水压力通过界面处多孔弹性体孔隙水压力无量纲化. 由图 4 可知, 流体动水压力与多孔弹性介质孔隙水压力在界面处连续. 孔隙水压力随深度衰减较快, 有效传播深度约为 0.5 倍波长. 流体动水压力的衰减受多孔弹性介质软硬程度的影响, 在砂岩等硬模型中, 流体动水压力有效传播深度可以达到 1 倍波长; 在松散沉积土模型中, 有效传播深度仅为 0.5 倍波长. 砂岩等硬模型中孔隙水压力最大值出现在界面处, 而松散沉积土模型中, 最大孔隙水压力出现在界面以下很浅的位置, 这与 Rayleigh 波类似.

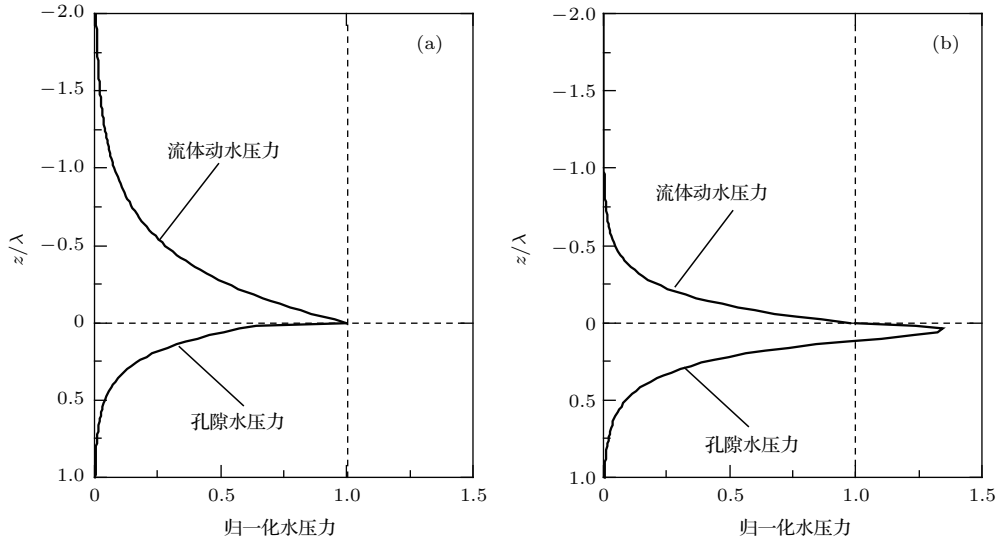


图 4 伪 Scholte 波水压力分布曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 4. Pressure distribution of pseudo-Scholte wave: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

### 4.3 有限厚度流体/饱和多孔半空间的界面波

由 4.2 节介绍可知, 界面波的传播深度有限, 为了保证勘探的深度和精度, 现场原位勘测时多采用地震波频段 (1—100 Hz), 而不是大部分理论和室内实验研究中 [5, 11, 13] 采用的超声波频段, 此时大部分河底或浅海不能视为半无限大介质, 孔隙水中少量气体大幅度降低孔隙流体的体积模量. 本节采用有限厚度模型, 讨论流体层厚度和孔隙水中溶解少量气体时对界面波的影响.

图 5 给出了伪 Scholte 波相速度与多孔介质剪切波相速度比值与归一化波长的关系曲线. 归一化波长采用对数坐标. 由图 5 可知, 频率较高时界面波波长  $\lambda/H$  较小, 饱和多孔介质波速比接近于表 2 中流体半空间/饱和多孔半空间界面处伪 Scholte 波的波速比, 随着频率减小, 界面波波长  $\lambda/H$  增大, 流体厚度相对于波长可以忽略不计, 波速比趋向于表 2 中自由透水界面的伪 Rayleigh 波的波速比. 与饱和多孔介质相比, 孔隙水中溶解有少量气体时, 波速比减小, 减小程度受频率影响, 在松散沉积土中饱和度影响更显著. 另

外值得注意的是, 在砂岩等硬多孔介质中, 波长的增大会导致界面波相速度大于流体声速的现象, 这与基于半空间理论推导的伪Scholte波相速度求根区间不符, 为便于讨论, 本文仍称之为伪Scholte波.

图6中给出了伪Scholte波衰减系数与频率的

关系曲线. 值得注意的是, 图6(a)中  $s_r = 1.00$  时衰减系数远小于  $s_r = 0.99$  时, 即饱和砂岩模型中界面波的衰减系数远小于含气砂岩界面波的衰减系数. 由图6可知, 砂岩中界面波的衰减远小于松散沉积土. 孔隙水中溶解有少量气体时, 衰减系数会随着频率迅速增大.

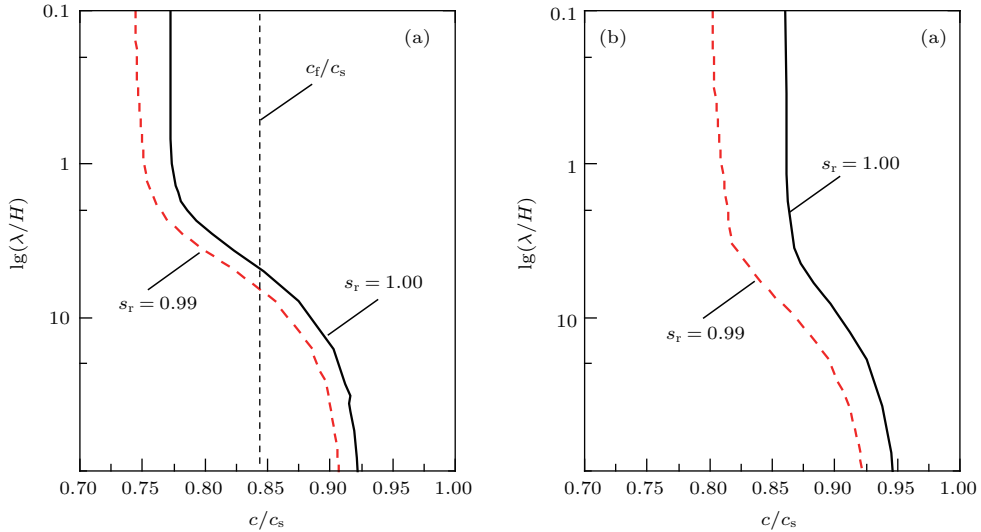


图5 伪Scholte的弥散曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 5. Frequency dispersion curve of pseudo-Scholte wave: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

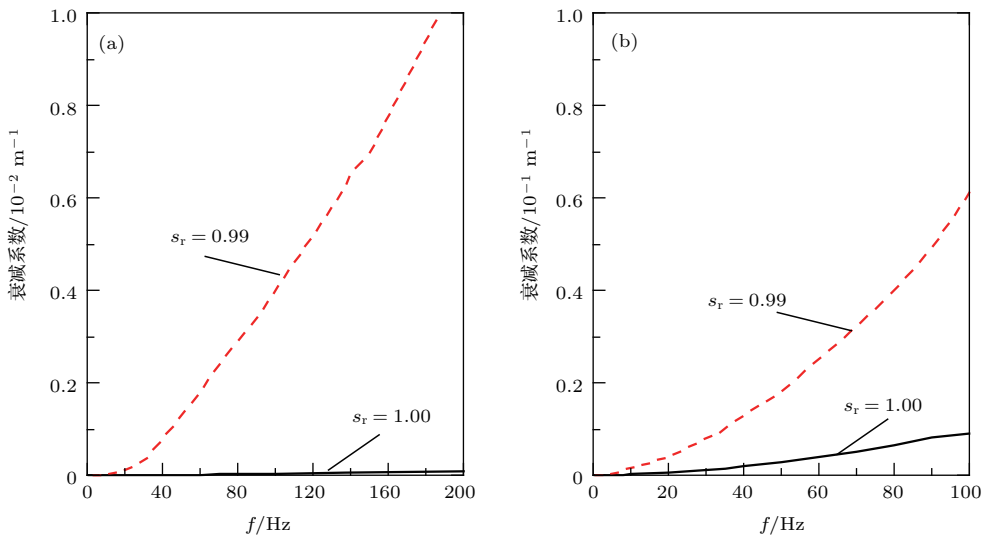


图6 伪Scholte衰减特性曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 6. Attenuation curve of pseudo-Scholte wave: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

图7为  $\lambda/H = 1$  时流体和多孔介质骨架的位移分布. 图8为流体动水压力和孔隙水压力分布曲线. 由图7和图8可以看出, 水平面处动水压力为零, 但位移可以不为零. 砂岩模型中,  $|E_S| = 0.46$  ( $s_r = 1.00$ ),  $|E_S| = 0.52$  ( $s_r = 0.99$ ); 松散沉积土模型中,  $|E_S| = 0.37$  ( $s_r = 1.00$ ),  $|E_S| = 0.48$  ( $s_r = 0.99$ ). 这表明相比于流体半空间/饱和多孔

半空间, 当流体层厚度有限时, 多孔介质界面处椭圆度略微减小; 孔隙水中溶解有少量气体时, 界面处的椭圆度则增大; 气体的存在对硬多孔介质骨架位移分布影响不大, 对软多孔介质骨架位移影响较大, 会减小竖向位移, 增大水平位移; 气体的存在对多孔介质孔隙水压力影响显著, 界面波引起的含气多孔介质的孔隙水压力仅在界面附近存在, 以满足



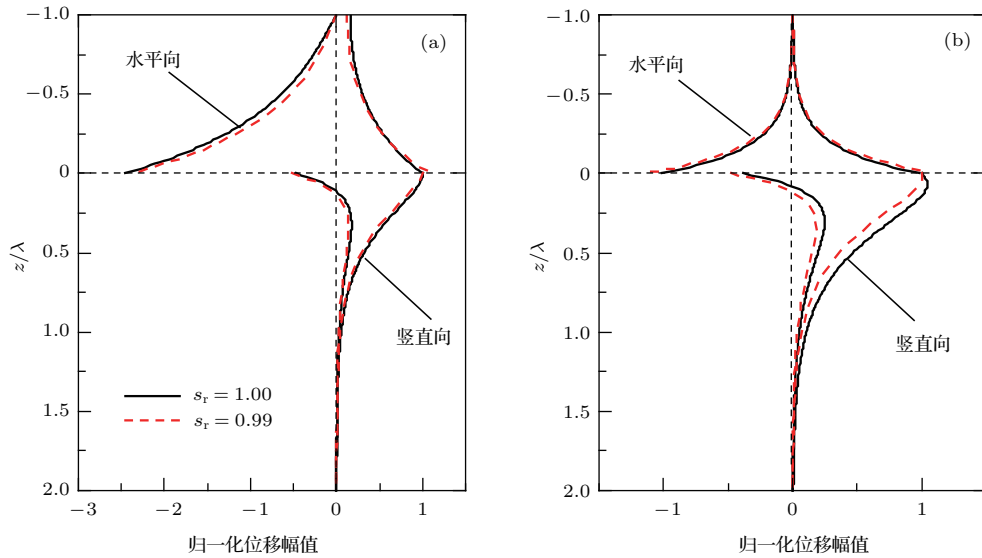


图7 有限厚度流体/多孔介质界面伪 Scholte 波位移分布曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 7. Displacement distribution of pseudo-Scholte wave at finite thickness fluid/porous media interface: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

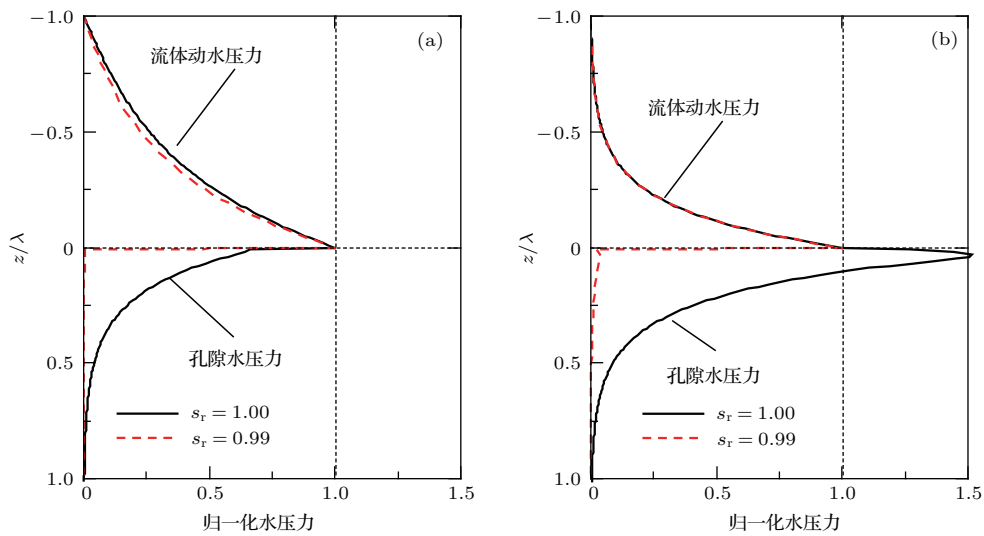


图8 有限厚度流体/多孔介质界面伪 Scholte 波水压分布曲线 (a) 砂岩; (b) 松散沉积土

Fig. 8. Pressure distribution of pseudo-Scholte wave at finite thickness fluid/porous media interface: (a) Sandstone; (b) unconsolidated sediment.

界面处孔压连续的条件, 之后迅速减小为零, 即随着孔隙流体体积模量的减小, 应力将更多的由固体骨架承担.

### 5 结 论

针对流体/饱和多孔介质中界面波模型大多只考虑砂岩或者玻璃弹珠等硬多孔介质的问题, 详细比较了软硬多孔介质界面波特点及位移分布; 针对原位测试时, 浅海(河)不能视为半无限大空间的问

题, 建立有限厚度流体/孔隙介质界面波模型; 针对多孔介质中有机质的分解使孔隙水中含有少量的气泡, 从而显著降低压缩波相速度的现象, 采用流体等效模型, 比较了气体对界面波的影响, 主要结论如下.

1) 与流体半空间/硬多孔介质半空间界面不同, 在流体/软多孔介质情况时, 流体水平位移和竖向位移基本相等, 且衰减较快; 软多孔介质时, 孔隙水压力最大点在界面以下.

2) 界面波波长  $\lambda$  远大于上覆流体深度  $H$  时, 可不考虑流体的影响, 用饱和多孔介质在自由界面 Rayleigh 波相关理论研究界面波相速度; 上覆流体深度  $H$  远大于界面波波长  $\lambda$  时, 可将流体层视为半空间.

3) 孔隙水中溶解的少量气体对剪切波相速度影响很小, 但会降低压缩波和界面波相速度. 气体的存在会增大界面处孔隙介质的椭圆度, 但对硬多孔介质模型影响较小, 对软多孔介质模型影响较大. 气体的存在对孔隙水压力分布影响很大.

### 附录

矩阵  $[M]$  和  $[M']$  中元素如下:

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= \omega^2 \rho_f e^{-\gamma_f H}, m_{12} = \omega^2 \rho_f e^{\gamma_f H}, \\
 m_{13} &= m_{14} = m_{15} = 0; \\
 m_{21} &= \omega^2 \rho_f, \\
 m_{22} &= \omega^2 \rho_f, \\
 m_{23} &= P\gamma_{P1}^2 - Ak^2 - [(Q+R)\delta_{P1} + Q]k_{P1}^2, \\
 m_{24} &= P\gamma_{P2}^2 - Ak^2 - [(Q+R)\delta_{P2} + Q]k_{P2}^2, \\
 m_{25} &= -2Nik\gamma_S; \\
 m_{31} &= m_{32} = 0, \\
 m_{33} &= -2ik\gamma_{P1}, \\
 m_{34} &= -2ik\gamma_{P2}, \\
 m_{35} &= -(k^2 + \gamma_S^2); \\
 m_{41} &= -\omega^2 \phi \rho_f, \\
 m_{42} &= -\omega^2 \phi \rho_f, \\
 m_{43} &= (Q + \delta_{P1}R)k_{P1}^2, \\
 m_{44} &= (Q + \delta_{P2}R)k_{P2}^2, \\
 m_{45} &= 0; \\
 m_{51} &= -\gamma_f, \\
 m_{52} &= \gamma_f, \\
 m_{53} &= -[(1 - \phi) + \phi\delta_{P1}]\gamma_{P1}, \\
 m_{54} &= -[(1 - \phi) + \phi\delta_{P2}]\gamma_{P2}, \\
 m_{55} &= [(1 - \phi) + \phi\delta_S]ik. \\
 m'_{11} &= m_{21}, m'_{12} = m_{23}, \\
 m'_{13} &= m_{24}, m'_{14} = m_{25}; \\
 m'_{21} &= m_{31}, m'_{22} = m_{33},
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m'_{23} &= m_{34}, m'_{24} = m_{35}; \\
 m'_{31} &= m_{41}, m'_{32} = m_{43}, \\
 m'_{33} &= m_{44}, m'_{34} = m_{45}; \\
 m'_{41} &= m_{51}, m'_{42} = m_{53}, \\
 m'_{43} &= m_{54}, m'_{44} = m_{55}.
 \end{aligned}$$

### 参考文献

- [1] Han Q B, Qian M L, Zhu C P 2007 *Acta Phys. Sin.* **56** 313 (in Chinese) [韩庆邦, 钱梦霖, 朱昌平 2007 物理学报 **56** 313]
- [2] Xia T D, Wu S M 1999 *J. Hydraul. Eng.* **6** 26 (in Chinese) [夏唐代, 吴世明 1999 水利学报 **6** 26]
- [3] Xia T D, Chen H L, Wu S M 1999 *J. Vib. Eng.* **3** 348 (in Chinese) [夏唐代, 陈汉良, 吴世明 1999 振动工程学报 **3** 348]
- [4] Xia T D, Sun M Y, Chen H L 2000 *J. Zhejiang Univ. (Eng. Sci.)* **34** 355 (in Chinese) [夏唐代, 孙鸣宇, 陈汉良 2000 浙江大学学报(工学版) **34** 355]
- [5] Padilla F, Billy M D, Quentin G 1999 *J. Acoust. Soc. Am.* **106** 666
- [6] Zhang H G, Pu S C, Yang S E 2010 *J. Harbin Eng. Univ.* **31** 879 (in Chinese) [张海刚, 朴胜春, 杨士莪 2010 哈尔滨工程大学学报 **31** 879]
- [7] Zhu H H, Zheng H, Lin J M, Tang Y F, Kong L M 2016 *J. Shanghai Jiaotong Univ.* **50** 257 (in Chinese) [祝捍皓, 郑红, 林建民, 汤云峰, 孔令明 2016 上海交通大学学报 **50** 257]
- [8] Markov M G 2009 *Geophys. J. Int.* **177** 603
- [9] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 168
- [10] Biot M A 1956 *J. Acoust. Soc. Am.* **28** 179
- [11] Plona T J 1980 *Appl. Phys. Lett.* **36** 259
- [12] Han Q B, Xu S, Xie Z F, Ge R, Wang Q, Zhao S Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194301 (in Chinese) [韩庆邦, 徐杉, 谢祖峰, 葛蕤, 王茜, 赵胜永 2013 物理学报 **62** 194301]
- [13] Feng S, Johnson D L 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **74** 906
- [14] Allard, J F, Henry M, Glorieux C, Petillon S, Lauriks W 2003 *J. Appl. Phys.* **93** 1298
- [15] Allard J F, Henry M, Glorieux C, Lauriks W, Petillon S 2004 *J. Appl. Phys.* **95** 528
- [16] van Dalen K N, Drijkoningen G G, Smeulders D M 2011 *J. Acoust. Soc. Am.* **129** 2912
- [17] Wang F, Huang Y W, Sun Q H 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 194302 (in Chinese) [王飞, 黄益旺, 孙启航 2017 物理学报 **66** 194302]
- [18] Wang J T, Jin F, Zhang C H 2013 *Ocean Eng.* **63** 8
- [19] Yang J 2005 *Acta Geotech.* **55** 409
- [20] Verruijt A 1969 *Flow Through Porous Media* (New York: Academic Press) pp331-376

# Propagation characteristics of pseudo-Scholte waves at the interface between finite-thickness fluid layer and quasi-saturated porous half-space\*

Qiu Hao-Miao<sup>1)2)</sup> Xia Tang-Dai<sup>1)2)†</sup> He Shao-Heng<sup>1)2)</sup> Chen Wei-Yun<sup>3)</sup>

1) (Research Center of Coastal and Urban Geotechnical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

2) (MOE Key Laboratory of Soft Soils and Geo-environmental Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310058, China)

3) (Institute of Geotechnical Engineering, Nanjing Tech University, Nanjing 210009, China)

( Received 29 April 2018; revised manuscript received 19 July 2018 )

## Abstract

The propagation of interface waves at the interface between a fluid-saturated porous medium and a fluid has been extensively investigated in the last three decades due to its various and wide applications in several fields including earthquake engineering and materials testing. Although the sea floor is usually covered with porous marine sediment, the previous interface wave theories are rarely used for submarine acoustic problems for the following reasons. 1) In addition to hard porous media, unconsolidated soft porous media exist widely in the seabed, which are seldom considered in previous studies. 2) The depth of seawater is limited, and in many cases it cannot be regarded as a half-space. 3) The fluid-saturated porous medium model cannot describe the effect of a small number of bubbles caused by decomposition of organic matter in the sediment. Hence, the present paper focuses on the low-frequency pseudo-Scholte waves at the interface between an overlying fluid layer of finite thickness and a quasi-saturated porous half-space. The overlying fluid is assumed to be ideal compressible water and the quasi-saturated porous media are assumed to be sandstone and unconsolidated sediment and modeled by Biot theory. A fluid equivalent model is used to analyze the effects of the bubbles in the pores. Based on the boundary conditions, the closed-form dispersion equations of far-field interface waves are derived by using classical potential function method. The velocity and attenuation of pseudo-Scholte wave are determined by Newton iteration in a reasonable rooting interval. The analytical expressions of the displacement field and fluid pressure distribution caused by pseudo-Scholte waves are also derived. Then, based on the derived theoretical formulation, the numerical examples of calculations are presented. Our calculation results show that the stiffness of porous medium significantly affects the mode, phase velocity, displacement and fluid pressure distribution of interface waves; the phase velocity of the pseudo-Scholte wave in the finite-thickness fluid/fluid-saturated porous half-space is related to the ratio of the wavelength to the thickness of the fluid layer; the phase velocity of the shear wave is insensitive to a small number of bubbles dissolved in the pores, but the existence of bubbles has a significant influence on the phase velocity of the compressional wave and the pseudo-Scholte wave. Furthermore, the existence of bubbles can significantly affect the distribution of the pore pressure.

**Keywords:** porous media, interface wave, wave velocity ratio, displacement distribution, propagation characteristics

**PACS:** 43.20.+g, 43.35.+d, 68.08.-p

**DOI:** [10.7498/aps.67.20180853](https://doi.org/10.7498/aps.67.20180853)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 41502285) and the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (Grant No. BK20150952).

† Corresponding author. E-mail: [xttd@zju.edu.cn](mailto:xttd@zju.edu.cn)