

剪切振动下湿颗粒的力学谱

唐瀚玉 王娜 吴学邦 刘长松

Wet granular matter mechanical spectroscopy under low-frequency shear

Tang Han-Yu Wang Na Wu Xue-Bang Liu Chang-Song

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 206402 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180966

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180966>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I20>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[超声速气流中液体横向射流的非定常特性与振荡边界模型](#)

Unsteady oscillation distribution model of liquid jet in supersonic crossflows

物理学报.2016, 65(9): 094701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.094701>

[考虑车与车互联互通技术的交通流跟驰模型](#)

A car-following model with the consideration of vehicle-to-vehicle communication technology

物理学报.2016, 65(1): 010502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.010502>

[考虑前后车效应的反馈控制跟驰模型](#)

A car-following model with considering control signals from front and rear

物理学报.2014, 63(11): 110504 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.110504>

[调幅分解及形核对相分离作用机理研究](#)

The effects of spinodal decomposition and nucleation on phase separation

物理学报.2012, 61(19): 196401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.196401>

[具有空间因素的社会网络上的舆论形成](#)

Opinion formation on the social networks with geographic structure

物理学报.2012, 61(19): 190509 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.61.190509>

# 剪切振动下湿颗粒的力学谱\*

唐瀚玉 王娜 吴学邦 刘长松<sup>†</sup>

(中国科学院固体物理研究所, 材料物理重点实验室, 合肥 230031)

(2018年5月15日收到; 2018年7月23日收到修改稿)

在恒温 25 °C 剪切振动条件下, 测量不同水分含量的 NaCl 湿颗粒体系的力学谱(能量耗散  $\tan\phi$  和剪切模量  $G$ ). 研究发现, 随着剪切振幅增大, NaCl 湿颗粒体系的剪切模量  $G$  和能量耗散  $\tan\phi$  都表现出类似于干颗粒体系的阻塞(Jamming)转变行为. 随着体系中水含量的增大, 湿颗粒体系的剪切模量  $G$  和能量耗散  $\tan\phi$  在质量分数约等于 11% 的临界水浓度下均出现一个峰值, 且峰位与应变振幅无关, 表明此时颗粒之间主要的作用力发生了变化.

**关键词:** 湿颗粒体系, 力学谱, 液桥力

**PACS:** 64.75.-g, 47.20.Ft, 05.70.Fh

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180966

## 1 引言

颗粒与液体接触形成的湿颗粒体系, 广泛存在和应用于生产生活中, 如沙雕、油漆和水泥材料. 研究湿颗粒体系的复杂非平衡态动力学及其耗散行为是理解其宏观性质的关键, 近年来备受人们关注, 特别是关于颗粒之间的相互作用力研究<sup>[1]</sup>. 研究人员运用了各种实验方法研究不同湿颗粒体系的动力学行为, 如 Tegzes 等<sup>[2]</sup> 和 Gao 等<sup>[3]</sup> 的转鼓法, Chou 等<sup>[4]</sup> 的剪切法, Samadani 和 Kudrolli<sup>[5]</sup> 以及 Liao 等<sup>[6]</sup> 的斜面法, Scheel 等<sup>[7]</sup> 的振动法. 目前研究表明, 颗粒之间相互作用力决定了颗粒体系的微结构和力学性质. 当液体含量较少时, 体系的力学性质由颗粒间的液桥力决定; 而当液体含量较多时, 则由液体通过颗粒间隙的流量决定<sup>[8]</sup>. 同时也说明颗粒与液体之间存在一个饱和阈值力, 即存在一个液体含量临界值.

又有研究表明, 颗粒系统的能量耗散和剪切模量等整体效应与颗粒之间力的阈值和颗粒中液桥力的分布息息相关<sup>[9]</sup>. 汪万景等<sup>[10,11]</sup> 运用低频剪切内耗仪研究了颗粒系统在低频剪切力的作用下

的摩擦和能量耗散; 同时, 通过一个流变模型解释颗粒能量耗散与振动振幅、浸入深度的关系. 柴立臣等<sup>[12]</sup> 通过研究不同颗粒系统在微振动低压力条件下的共振耗散峰, 证明颗粒物质的接触是非弹性赫兹接触. 以上实验说明观察颗粒系统的能量耗散和剪切模量谱线是研究颗粒物质微结构的一种有效方法.

本文中, 在恒温 25 °C 条件下, 探测了 NaCl 颗粒堆积不同水分含量下的剪切模量和能量耗散谱. 研究发现随着剪切应力的增大, 湿颗粒也会出现类似于干颗粒系统的能量损失峰<sup>[13–16]</sup>. 随着水分浓度的增大, 湿颗粒系统的剪切模量和能量耗散谱在水分含量约 11% 处都出现峰值, 同时峰值的位置不随着应力增大而改变, 说明此时 NaCl 颗粒之间主要的作用力发生了变化. 本文将从微观的角度解释上述实验现象.

## 2 实验原理和装置

实验装置是如图 1 所示的振动的倒立摆. 由激励线圈提供驱动力, 圆柱型的倒立的铝合金探头以正弦形式往复振动, 但是需要防止探头底部

\* 国家自然科学基金(批准号: 11374298, 11174283) 和中国科学院青年创新促进会(批准号: 2015384) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: csliu@issp.ac.cn

左右固定的钢丝侧向移动。实验时，转动的探头浸入颗粒系统中。振动探头的驱动力是一个与时间相关的外力，力的形式是  $F(t) = F \sin(\omega t)$ ，通过固定在摆杆上的一个小永磁铁和外部线圈施加在探头上。同时，探头转动的角度移方程  $A(t)$  用光学测量得到。在实验中，光学的响应方程是： $A(t) = A \sin(\omega t - \phi)$ ， $\phi$  是  $F(t)$  与  $A(t)$  相差的相位角。关于相差的相位角形成的具体原因这里不再赘述，很多文章都有详细的说明<sup>[17]</sup>。根据响应的测量原理，这里的相对能量耗散  $\tan \phi$ ，通过计算所施加的应力与应变的损失角来记录。同时，剪切模量  $G$  通过计算应力  $F$  与应变  $A$  的比值得到。

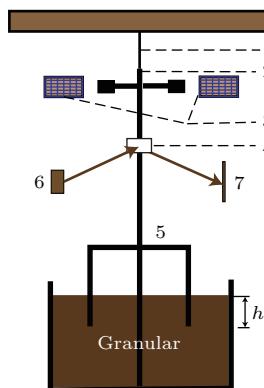


图1 颗粒材料受迫扭转摆的示意 1, 悬线; 2, 永磁铁; 3, 激励线圈; 4, 镜子; 5, 内外面覆盖了被测颗粒物质的探头(由铝合金构成, 内径为  $R$ ); 6, 光源; 7, 反射方向

Fig. 1. Sketch of the forced torsion pendulum immersed into a granular medium. 1, suspension wires; 2, permanent magnet; 3, external coils; 4, mirror; 5, cylinder (made of aluminum alloy with inner radius  $R$ ) covered by a fixed layer of granules; 6, optic source; 7, optic detector.

选用粒径约为  $100 \mu\text{m}$  的六面体 NaCl 颗粒，纯度为 99.9%，探头内径  $24.06 \text{ mm}$ ，厚  $1.11 \text{ mm}$ ，高  $34.92 \text{ mm}$ ，探头的内外表面用环氧树脂黏贴着一层被测 NaCl 样品。NaCl 样品的扫描电子显微镜图谱如图 2 所示。所有的实验都是在  $25^\circ\text{C}$  恒温恒湿的条件下进行。为了保证实验测量的准确性，将干燥的 NaCl 样品颗粒中加入  $25^\circ\text{C}$  恒温饱和 NaCl 溶液(加入溶液前 NaCl 样品在  $110^\circ\text{C}$  的真空干燥箱中烘干  $10 \text{ h}$ )。为了减少实验过程中水分的蒸发，实验容器的上部加了一层密闭的玻璃罩。实验在减震的实验台上进行，可以忽略外界振动的影响。实验前进行两个小时的试振实验，

减少实验过程中老化效应对实验结果的影响。实验选定的频率为  $4 \text{ Hz}$ ，低于实验仪器的固有频率  $36 \text{ Hz}$ 。圆柱型的探头浸入深度为  $h = 8 \text{ mm}$ 。定义含水量  $\% = \frac{\text{水的质量}}{\text{NaCl 的质量}} \times 100\%$ ，测量的角度移  $A = \theta \times R$  ( $\theta$  是旋转角度)。

本实验中由于驱动力比较小(最大驱动力不超过  $20 \times 10^{-3} \text{ mm}$ ，所有样品响应曲线近似于正弦。图 3 是驱动力为  $F = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}$  和  $F = 20 \times 10^{-3} \text{ mm}$  的时间与振幅电压信号图。

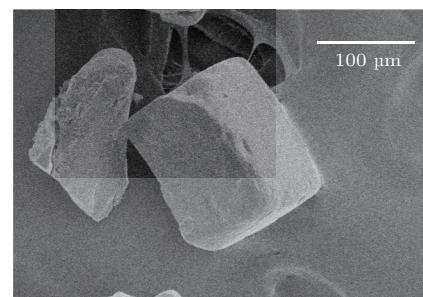


图2 NaCl 的样品 SEM 图谱

Fig. 2. SEM picture of NaCl particles.

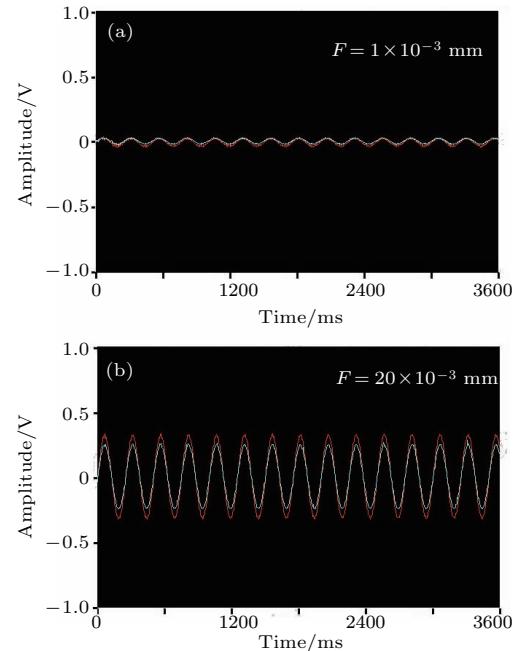


图3 驱动力为  $F = 1 \times 10^{-3} \text{ mm}$  和  $F = 20 \times 10^{-3} \text{ mm}$  的时间与振幅的电压信号图，图中红色曲线为驱动力  $F$ ，绿色曲线为响应力  $A$

Fig. 3. Amplitude (voltage signal) of the NaCl granular systems with different applied forces as a function of the time (Red lines represent applied force, the green lines represent respond force.)。

### 3 实验结果与微观机理讨论

图4是NaCl颗粒在不同水分浓度下随振幅变化的相对能量耗散力学谱 $\tan\phi$ 和模量 $G$ 。由图4可知,当振幅较小时,系统模量 $G$ 很大,颗粒系统的内耗值 $\tan\phi$ 随着振幅的增大而缓慢的增大,此时系统表现出黏弹的性质。当振幅达到一定的值,这时力学谱会出现一个与应变相关的损耗正切峰,同时也观察到模量 $G$ 迅速下降。这种现象与干颗粒中的观察到的现象类似,说明此时系统发生了阻塞转变。与图3水分含量为0的曲线(红)相比,湿颗粒物质的损耗正切峰比干颗粒物质的更加平滑,同时半峰宽也比干颗粒物质的更大,内耗值 $\tan\phi$ 低于干颗粒,但模量值高于干颗粒。如果相对能量耗散 $\tan\phi$ 和模量 $G$ 值相同时,水分含量高的颗粒体系比水分含量低的颗粒体系需要更大剪切应力。

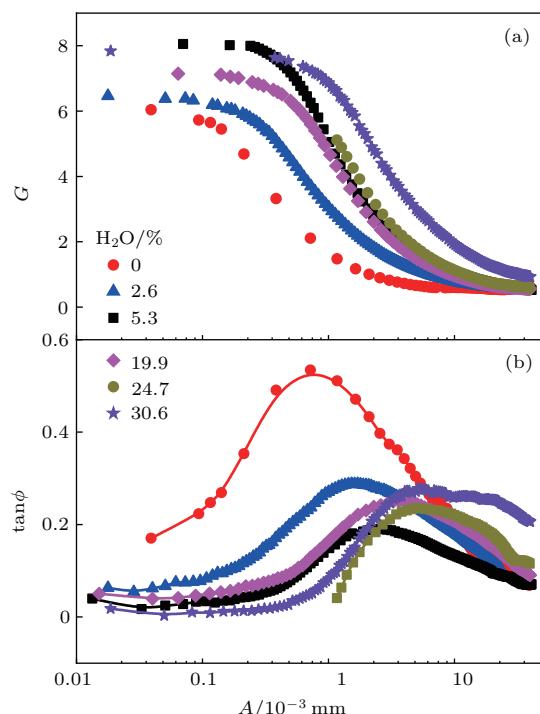


图4 NaCl湿颗粒的不同水分含量下典型的力学谱 $G$ (a)和 $\tan\phi$ (b)

Fig. 4. Typical mechanical spectrum ( $\tan\phi$  and  $G$ ) of NaCl wet granular system at different water contents (mass fraction).

从图4可知,当振幅值很小时,由于颗粒之间发生非弹性的形变,能量都存储在颗粒的力链网中,因此内耗值 $\tan\phi$ 很小。同时,由于探头被阻塞在颗粒力链网中,不能左右振动,因此模量值 $G$ 很

大。随着振幅进一步增大,所有系统出现阻塞峰,可是目前这种复杂现象的机理并不清楚。D'Anna 和 Gremaud<sup>[18,19]</sup>认为与非晶物质玻璃化转变类似。在外力的作用下,表面粗糙的颗粒系统会表现出复杂的阻塞相图,并且会表现出一些流变区:当系统从冷冻的状态开始振动,强振动会表现出流动状态,轻微振动会表现出阻塞的状态<sup>[14]</sup>。当系统处于阻塞状态时,此时颗粒系统的力链网会很复杂,系统的动力学会由主要的几个因素决定,当施加剪切的力探头浸入NaCl颗粒系统测量动力学时,当弛豫峰出现,这个现象可以认为是由于阻塞而产生的玻璃化转变的一种热激活现象,这种现象可以经常在玻璃化形成的液体中看到,例如高分子和胶体<sup>[14,20,21]</sup>。熊小敏等<sup>[22]</sup>认为是颗粒力链的重组与重排。由于应变的持续增大,浸入系统颗粒的探头此时会被阻塞在颗粒力链网中,颗粒力链发生弹性形变以及液桥力的阻碍作用,使能量耗散出现峰值。由于干NaCl颗粒表面粗糙,在外加应力振动时,摩擦消耗更多能量,因此湿颗粒系统 $\tan\phi$ 明显低于干颗粒。图4(b)湿颗粒的内耗谱损耗正切峰更加平滑,半峰宽更大,说明颗粒之间形成的液桥力链具有滞后效应,阻碍颗粒之间产生滑移。随着剪切应力的继续增大,颗粒之间产生滑移,原有液桥力链被破坏,水分子与颗粒界面力从斥力变为引力,阻碍颗粒产生滑移,因此内耗值 $\tan\phi$ 逐渐下降并且稳定值远远低于干颗粒。当振幅继续增大时,颗粒之间力链和液桥力链都被破坏,颗粒发生滑动。颗粒物质的内耗值 $\tan\phi$ 和模量 $G$ 逐渐趋于平缓,振幅对其影响不大。

另一方面,随着水分含量增大,颗粒系统中由液体聚集形成的液桥力链增多。应力很小时,颗粒之间的界面斥力阻碍颗粒的相互挤压,黏稠区域增大,颗粒系统的刚度增大,能量存储在力链网和液桥网中。因此颗粒内耗谱出现了明显的滞后性,同时代表系统刚度的模量 $G$ 和相对能量耗散 $\tan\phi$ 随着水分含量的增大而向高振幅区移动。应力很大时,界面引力阻碍颗粒的滑移,同时润湿了更多颗粒表面,减少了因为摩擦导致的能量耗散,因此湿颗粒的内耗值 $\tan\phi$ 向高振幅区域移动。

图5是不同振幅 $A$ 下,能量耗散 $\tan\phi$ 和相对模量 $G$ 水分含量的关系。最初能量耗散 $\tan\phi$ 和相对模量 $G$ 值很小,随着水分含量的增大而逐渐增大。当水分含量继续增大,能量耗散 $\tan\phi$ 和相对模

量  $G$  值迅速上升, 在水分含量约为 11% 处都出现峰值, 然后迅速地下降。当水分含量进一步增大时, 能量耗散  $\tan\phi$  和相对模量  $G$  值逐渐下降, 趋于平缓, 水分含量对其影响很小。相同水分含量下, 能量耗散  $\tan\phi$  和相对模量  $G$ , 随着振幅的增大而减小。

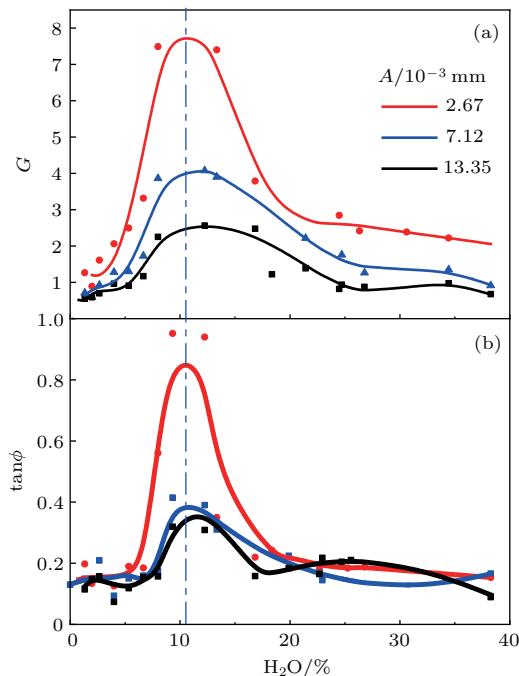


图 5 不同振幅  $A$  下,  $\tan\phi$ ,  $G$  与水分质量含量的关系  
Fig. 5. Relationship between  $\tan\phi$ ,  $G$  and water content (mass fraction) under different amplitudes of  $A$ .

这里提出一个定性的解释, 如图 6 所示。图 6 中(a)–(d)为湿颗粒系统液体含量逐步增大过程中, 相邻颗粒之间液体分布示意图。众所周知, 由于重力的作用, 密排的静态颗粒之间仅通过非线性赫兹接触形成长短不同、方向各异的分布不均匀的颗粒力链。如图 6(a)所示。当系统受到剪切应力时, 颗粒之间发生非线性赫兹形变, 能量存储在力链网中, 因此能量耗散很小。如果有少量液体分布在颗粒系统中, 液体会渗入到发生微小形变的相邻颗粒之间, 液体与颗粒之间界面斥力取代颗粒之间赫兹接触力, 从而阻碍颗粒之间相互压缩。由于液体的润滑和缓冲作用, 此时颗粒之间刚性链开始软化, 颗粒间更容易滑移。同时由于液体在局部分布不均匀, 单一力取向的长程刚性颗粒链被分割成多个力取向的短程力链。因此当颗粒力链受到外界应力时, 颗粒物质的模量  $G$  和能量耗散  $\tan\phi$  都很小。

如图 6(b)所示, 液体含量进一步增大时, 颗粒之间的液体聚集, 在局部逐步形成连通的液桥网。

液体与颗粒接触面积增大, 界面力增大。前期由于刚性链的软化, 大量相互接触的颗粒由于剪切应力的作用发生了小的滑移, 此时颗粒与液体之间由界面斥力变为界面引力, 阻碍颗粒相对滑移的界面引力做功消耗能量。液体的聚集形成连接局部的液桥, 引起能量的耗散。液体增多占据了更多的空间, 连通的液桥力产生局部硬化的作用, 因此颗粒系统的模量  $G$  和能量耗散  $\tan\phi$  逐步增大。

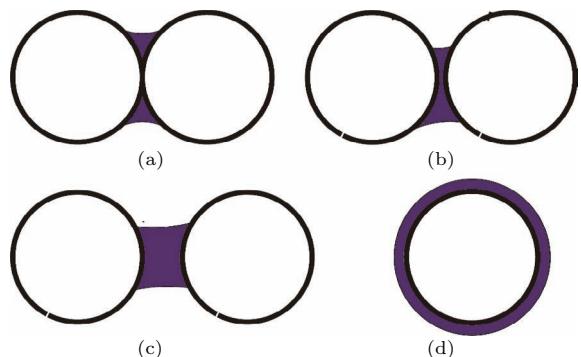


图 6 湿颗粒系统液体含量增大过程中, 颗粒之间液体的分布意图 ((a)–(d) 液体含量增大)

Fig. 6. Liquid distribution schematic of particles with increasing water content in wet granular system ((a)–(d) water contents increase).

如图 6(c) 所示, 随着液体含量的进一步增大, 颗粒之间的液体逐渐达到临界值。此后, 颗粒与液体之间形成的力链逐渐断裂, 液体聚集, 当所有系统颗粒之间达到饱和<sup>[15]</sup>后, 颗粒与液体形成的力链开始断裂, 颗粒表面开始被液体浸润, 颗粒受到的界面力逐渐减小, 容器底部的颗粒甚至被完全浸润, 如图 6(d) 所示, 颗粒之间产生滑移, 此时颗粒系统的模量  $G$  和能量耗散  $\tan\phi$  逐步下降。从图 5 可知, 力学谱大约在水分含量为 11% 时出现峰值。不同的振幅下, 模量  $G$  曲线和能量耗散  $\tan\phi$  曲线趋势相同。综上所述, NaCl 颗粒的水分含量的临界值约为 11%, 此时湿颗粒之间的主要作用力发生改变。当水分含量低于 11%, 水聚集形成的液桥决定颗粒系统的力学性质。液体含量超过 11% 时, 水分在部分颗粒间隙中流动, 颗粒系统的内耗与模量取决于水的流量。

随着液体含量进一步增大, 颗粒与液体之间的力链全部断裂, 液桥网全部消失, 所有颗粒浸润在水中, 颗粒之间通过液体相连接。此时系统的能量耗散  $\tan\phi$  和模量  $G$  随着振幅的增大而减小。另一方面, 剪切应力越大, 颗粒越容易产生相对移动。

当水分含量较少时, 水分更容易进入颗粒之间的间隙形成液桥, 界面力取代赫兹接触力, 减少颗粒之间因为相对摩擦导致的能量耗散; 当水分含量较多时, 液桥更容易被破坏, 颗粒也更易被润湿, 产生相对滑移。因此, 振幅增大, 系统的能量耗散  $\tan\phi$  和模量  $G$  降低。

## 4 结 论

湿颗粒系统在外加应力下, 出现了类似于干颗粒物质的冷冻态、阻塞态和流动态的状态。但是在液桥力的作用下, 湿颗粒物质会表现出与干颗粒迥然不同的一些力学行为: 1) 随着水分含量增大, 颗粒系统的相对能量耗散  $\tan\phi$  和模量  $G$  向高的振幅区域移动; 2) NaCl 颗粒系统饱和临界水含量为 11% 时, 体统结构发生转变。本文认为在微剪切振动条件下, 湿颗粒系统中颗粒间相互接触力发生了变化, 导致颗粒系统出现上述的力学行为。这些结果为探索湿颗粒的力链动态演变提供一些线索。

## 参考文献

- [1] Sun Q C, Wang G Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4667 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2008 物理学报 **57** 4667]
- [2] Tegzes P, Vicsek T, Schiffer P 2003 *Phys. Rev. E* **67** 051303
- [3] Gao H L, Chen Y C, Zhao Y Z, Zheng J Y 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124501 (in Chinese) [高红利, 陈友川, 赵永志, 郑津洋 2011 物理学报 **60** 124501]
- [4] Chou S H, Liao C C, Hsiau S S 2010 *Powder Technol.* **201** 266
- [5] Samadani A, Kudrolli A 2001 *Phys. Rev. E* **64** 051301
- [6] Liao C C, Hsiau S S, Wen S F 2016 *Adv. Powder Technol.* **27** 1265
- [7] Scheel M, Geromichalos D, Herminghaus S 2004 *J. Phys. Condens. Mat.* **16** S4213
- [8] Badetti M, Fall A, Chevoir F, Aimedieu P, Rodts S, Roux J N 2018 *J. Rheol.* arXiv:1802.09765
- [9] Bika D G, Gentzler M, Michaels J N 2001 *Powder Technol.* **117** 98
- [10] Wang W J, Kong X Z, Zhu ZG 2007 *Phys. Rev. E* **75** 041302
- [11] Wang W J, Zhu Z G 2008 *EPL* **82** 24004
- [12] Chai L C, Wu X, Liu C S 2014 *Soft Matter* **10** 6614
- [13] D'Anna G, Gremaud G 2001 *Phys. Rev. E* **64** 011306
- [14] D'Anna G, Sellerio A L, Mari D, Gremaud G 2013 *J. Stat. Mech. Theory E* **5** P05009
- [15] D'Anna G 2000 *Phys. Rev. E* **62** 982
- [16] Sellerio A L, Mari D, Gremaud G, D'Anna G 2011 *Phys. Rev. E* **83** 021301
- [17] Wu X, Zhu Z 2009 *J. Phys. Chem. B* **113** 11147
- [18] D'Anna G, Gremaud G 2001 *EPL* **54** 599
- [19] D'Anna G, Gremaud G 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 254302
- [20] Mayor P, D' Anna G, Gremaud G 2004 *Mat. Sci. Eng. A* **370** 307
- [21] Sellerio A L, Mari D, Gremaud G 2012 *Solid State Phenomena* **184** 422
- [22] Xiong X M, Zhang J X 2010 *Phys. Rev. E* **81** 042301

# Wet granular matter mechanical spectroscopy under low-frequency shear<sup>\*</sup>

Tang Han-Yu Wang Na Wu Xue-Bang Liu Chang-Song<sup>†</sup>

(Key Laboratory of Materials Physics, Institute of Solid State Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

(Received 15 May 2018; revised manuscript received 23 July 2018)

## Abstract

Dry granular materials consist of a collection of macroscopic discrete particles interacting solely via contact forces. By changing the external conditions, the granular packing displays rich phenomena ranging from fluid-like properties to jamming glassy behavior and to aging observed when these grains are trapped in a frozen state. Once the grains contact liquid, the force between the liquid and grains has an influence on the mechanical properties of the wet granular materials, and some mechanical behaviors are quite different from those of the dry granular materials. However, the underlying mechanism of the complex dynamics of granular assemblies is still not completely understood.

In this paper, mechanical spectroscopy (the shear modular  $G$  and the related energy dissipation  $\tan \phi$ ) of NaCl wet granular system is investigated with different liquid content (weight fraction) under the constant temperature 25 °C and air humidity by a modified low-frequency inverted torsion pendulum. The NaCl wet granular system also displays jamming behavior when subjected to an external vibration with increasing intensity, which is quiet similar to dry granular matter. With the increase of water content, all the spectra of  $\tan \phi$  and modular  $G$  show a peak at the water content about 11% (critical water content). At the same time, the applied shear force has little influence on the positions of these peaks. All of these behaviors illustrate that the main interaction forces among granular matters in the system are changed at the moment.

**Keywords:** wet granular matter, mechanical spectroscopy, capillary forces

**PACS:** 64.75.-g, 47.20.Ft, 05.70.Fh

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180966

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11374298, 11174283) and Youth Innovation Promotion Association of Chinese Academy of Sciences (Grant No. 2015384).

† Corresponding author. E-mail: [csliu@issp.ac.cn](mailto:csliu@issp.ac.cn)