

窄带随机激励双稳压电悬臂梁响应机制与能量采集研究

吴娟娟 冷永刚 乔海 刘进军 张雨阳

Mechanism of a nonlinear bistable piezoelectric cantilever beam under narrow-band random excitations and its energy harvesting

Wu Juan-Juan Leng Yong-Gang Qiao Hai Liu Jin-Jun Zhang Yu-Yang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 210502 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180072

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180072>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I21>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[分数阶 Willis 环脑迟发性动脉瘤时滞系统混沌分析](#)

Chaotic analysis of fractional Willis delayed aneurysm system

物理学报.2018, 67(15): 150501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180262>

[半导体激光器输出混沌光的延时特性和带宽](#)

Time delay characteristics and bandwidth of chaotic laser from semiconductor laser

物理学报.2018, 67(14): 140501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180035>

[分段 Filippov 系统的簇发振荡及擦边运动机理](#)

Bursting oscillations and mechanism of sliding movement in piecewise Filippov system

物理学报.2018, 67(11): 110501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172421>

[具有早期后除极化现象的可激发系统中螺旋波破碎方式研究](#)

Spiral wave breakup manner in the excitable system with early afterdepolarizations

物理学报.2018, 67(9): 090501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172505>

[基于 Lorenz 模型的集合预报与单一预报的比较研究](#)

Comparative study of Lorenz model based ensemble forecasting and single forecasting

物理学报.2018, 67(7): 070501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172144>

窄带随机激励双稳压电悬臂梁响应机制 与能量采集研究*

吴娟娟¹⁾ 冷永刚^{1)†} 乔海²⁾ 刘进军¹⁾ 张雨阳¹⁾

1) (天津大学机械工程学院, 天津 300350)

2) (卡特彼勒技术研发(中国)有限公司, 无锡 214028)

(2018年1月10日收到; 2018年7月30日收到修改稿)

具有中心频率的窄带随机振动是一种典型的环境振动, 其振动特征与环境的变化密切相关. 本文以双稳压电悬臂梁能量采集系统为研究对象, 分析系统在不同磁铁间距下的等效线性固有频率特性, 以带通滤波器输出一定带宽的窄带随机激励模拟环境振动, 研究系统的响应和能量采集特征. 研究表明, 对于一定带宽的窄带随机激励, 一方面系统始终存在一个固定的磁铁间距使其输出达到峰值, 另一方面当激励中心频率在一定范围内变化时, 系统还分别存在另外两个或一个不同磁铁间距也能使系统输出达到峰值, 而且该峰值特性是系统在其等效线性固有频率处诱导双稳或单稳“共振”形成的. 研究结果可为具有窄带随机激励特征的振动能量采集提供一定的理论和技术支持.

关键词: 窄带随机激励, 双稳压电悬臂梁, 等效线性固有频率, 能量采集

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: 10.7498/aps.67.20180072

1 引言

近二十年来, 微加工技术和微电子技术的进展, 推动了无线传感、数据传输和医疗植入的微型化以及低能耗设备的发展^[1]. 传统以化学电池为主的供能方式不仅增加了系统的尺寸和质量, 而且供能寿命有限、难以更换, 因此人们寻找可以长期有效供电的能量采集技术.

环境中的振动是无处不在的, 获取环境中的振动能量有望解决微装置的供电问题. 根据能量转换机理的不同, 可以通过电磁式、静电式和压电式三种方式将振动能转化为电能^[2]. 与其他两种方式相比, 压电式振动能量采集器具有结构简单、能量转换密度大、易于微型化和集成化等优点^[3], 因而得到人们更多的关注.

压电能量采集器利用压电片的正压电效应将

振动能转化成电能. 由于线性结构的压电能量采集器具有狭窄的固有频率特性, 当激励频率稍微偏离梁的固有频率时, 产生的功率显著下降^[4], 因此需要寻找宽频带响应的能量采集器.

近年来, 利用非线性结构实现宽频响应的能量采集方式得到了广泛关注. 在系统中增加磁铁, 或者利用压力负荷来屈曲杆, 都能使压电能量采集器实现非线性双稳态振动, 从而得到宽频响应的能量采集. Cottone等^[5]和Gammaitoni等^[6]进行了随机激励下的双稳态能量采集实验, 分析了势阱参数对输出功率的影响. Ferrari等^[7,8]数值仿真了随机激励下的非线性能量采集, 并通过实验发现在双稳态振动下, 压电悬臂梁的偏斜位移与输出电压明显大于在线性单稳态状态下的输出位移与电压. 陈仲生和杨拥民^[9]通过调整磁铁间距, 使得能量采集器在宽带低频随机激励下实现宽带能量采集. Gao等^[10]提出弹性支撑结构的非线性能量采集器,

* 国家自然科学基金(批准号: 51675370)和天津市应用基础与前沿技术计划(批准号: 15JCZDJC32200)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn

保证系统在低强度随机激励下也能发生双稳跃迁.

目前,非线性系统能量采集的研究主要是针对低频宽带随机激励或者谐波激励的能量采集研究,然而实际中很多情形下的激励往往不是单频周期激励或者低频宽带随机激励,而是能量集中在一定频率范围内的具有中心频率的窄带随机激励.例如一辆每小时63英里(1 mi = 1.609344 km)行驶的1.6L福特汽车减振器垂直于路面方向的振动在10—30 Hz,克里夫顿悬索桥上的振动能量集中在22—46 Hz之间,热电联产发电机在正常工作情况下垂直于热水泵方向的振动主要在209—219 Hz范围内[2,11,12],人的运动和桥梁的振动频率在1 Hz左右[13,14].目前,基于非线性压电悬臂梁系统的窄带随机激励下的系统响应及其能量采集的研究还鲜有报道.本文以非线性双稳压电悬臂梁能量采集系统为研究对象,通过建立双稳压电悬臂梁的集总参数模型,探讨具有一定带宽的窄带随机激励对系统响应及能量采集的影响规律,研究系统等效线性

固有频率与系统响应特性之间的关联性,为窄带随机激励作用的双稳压电悬臂梁能量采集系统获得更多的机电能量转换提供可行的理论和技术支持.

2 双稳压电悬臂梁能量采集系统的非线性特性

图1(a)是一个非线性压电悬臂梁能量采集系统受力分析图,压电悬臂梁B由金属板基底及其上粘贴的压电陶瓷片组成,永磁体A位于悬臂梁B的自由端,沿悬臂梁B水平轴线延长线上与永磁体A相对的位置固定一块永磁体C,永磁体C与永磁体A的物理特性和尺寸规格一致,且二者相互排斥,构成双稳系统.需要说明的是,系统处于平衡位置时,不考虑磁铁A的重力对压电悬臂梁静力形变的影响,此时磁铁A位于悬臂梁水平位置延长线上,磁铁A与外部磁铁C水平对中且相互排斥.

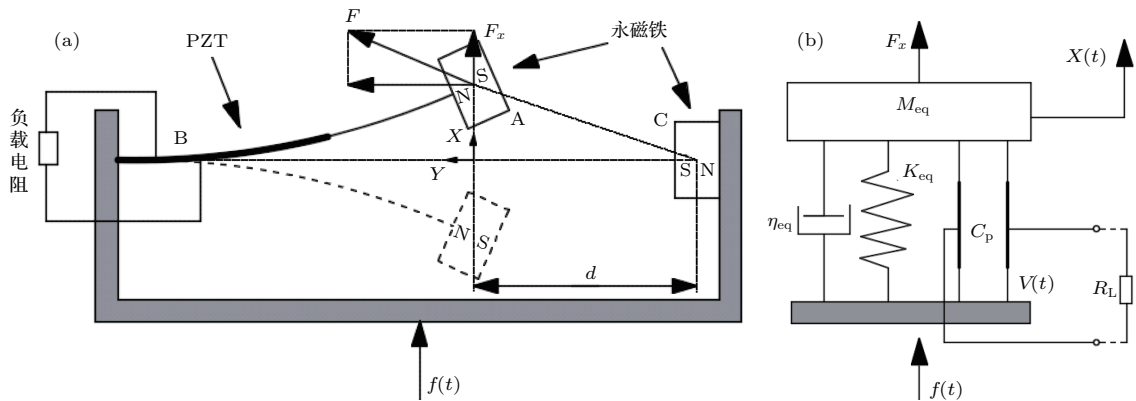


图1 非线性压电悬臂梁能量采集器 (a) 受力分析图; (b) 系统等效模型

Fig. 1. Energy harvesting system of nonlinear piezoelectric cantilever beam: (a) Diagram of force analysis; (b) equivalent model of energy harvesting system.

图1(a)结构可以简化为典型的质量弹簧阻尼等效模型,如图1(b)所示.由牛顿第二定律可得到系统集总参数的动力学方程[10]:

$$M_{eq}\ddot{X}(t) + \eta_{eq}\dot{X}(t) + K_{eq}X(t) = kf(t) + \theta V(t) + F_x, \quad (1)$$

其中 M_{eq} , η_{eq} , K_{eq} 分别为系统的等效质量、等效阻尼和等效刚度; F_x 为两磁铁之间的磁力 F 在竖直方向上的分力; $f(t)$ 为外界振动激励; θ 为压电悬臂梁的机电耦合系数; 以磁铁C中心为坐标原点, $X(t)$ 为磁铁A中心沿激励方向的位移; k 为集总参

数模型的幅值修正因子; $V(t)$ 为压电悬臂梁的输出电压.相应的压电能量采集电路如图2所示.

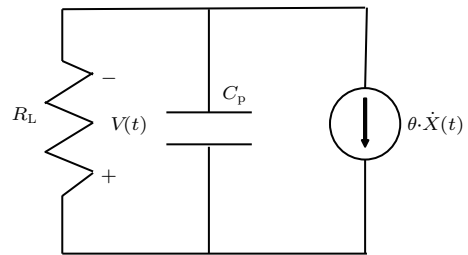


图2 压电能量采集电路图

Fig. 2. Circuit diagram of piezoelectric energy harvesting system.

由基尔霍夫第一原理可以得到采集电路的电学方程为

$$\theta \dot{X}(t) + \frac{1}{2} C_p \dot{V}(t) + \frac{V(t)}{R_L} = 0, \quad (2)$$

式中 R_L 为负载电阻; C_p 为采集电路的等效电容,

$$C_p = \frac{\varepsilon_{31} \varepsilon_0 w_b l_b}{t_e}, \quad (3)$$

其中 ε_{31} 为相对介电常数, ε_0 为真空绝对介电常数, w_b 和 l_b 分别是悬臂梁基体的宽度和长度, t_e 是压电陶瓷的厚度.

在两磁铁的间距 d (两磁铁中心水平距离) 为无穷大时, 压电能量采集器为线性振子. 线性压电振子的固有频率可由 $f_n = 1/(2\pi) \cdot \sqrt{K_{eq}/M_{eq}}$ 求得. 方程 (1) 和 (2) 中各参数的表达式参考文献 [10], 悬臂梁的材料参数和几何参数见第 5 节中表 1 和表 2, 将相关的参数代入到线性压电振子固有频率的公式中, 可以得到系统的固有频率 $f_n = 50.7$ Hz.

根据磁化电流理论可计算两块磁铁 A 和 C 之间磁力的垂直分力为 [15]

$$F_x = \mu_0 M_A S \left[H_{y2} \left(X - \frac{h_A}{2} \cos \varphi, d - \frac{h_A}{2} \sin \varphi, 0 \right) - H_{y1} \left(X + \frac{h_A}{2} \cos \varphi, d + \frac{h_A}{2} \sin \varphi, 0 \right) \right], \quad (4)$$

其中, M_A 为磁铁 A 本身的磁化强度; φ 是 M_A 与水平方向的偏转角, $\sin \varphi = \frac{x}{l_b + l_A/2}$, $\cos \varphi = \sqrt{1 - \sin^2 \varphi}$; S 为磁铁 A 的上(或下)表面面积; l_A , h_A 分别为磁铁 A 的长度和高度; μ_0 是真空导磁率; H_{y1} 和 H_{y2} 分别表示磁铁 C 产生的磁场在磁铁 A 的上表面和下表面中心处沿 Y 轴方向上的磁场强度大小, 如图 3.

在不考虑重力的情况下, 系统势能包括等效模型中的弹性势能和磁力 F_x 对磁铁做的功, 由此可得系统在 $X = X_0$ 时刻位置的势函数:

$$U(X_0) = \int_0^{X_0} K_{eq} X dX - \int_0^{X_0} F_x dX. \quad (5)$$

图 4 给出了系统的势能函数 $U(X)$ 随着磁铁间距 d 和位移 X 的变化, 间距 d 很大时, 系统趋近为线性

系统, 其势函数为单稳, 表现为只在原点处出现一个稳定的平衡位置; 随着间距 d 的减小, 系统由线性系统变成非线性系统, 其势函数由单稳变为双稳, 即在两个势阱处出现两个稳定的平衡位置, 在原点处出现一个非稳定平衡位置.

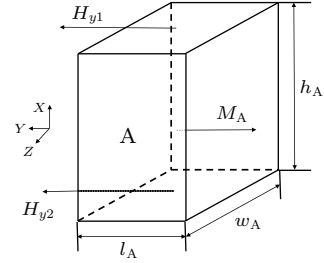


图 3 磁铁 A 的尺寸结构及磁化方向示意图
Fig. 3. Schematic diagram of magnet A's sizes and magnetization..

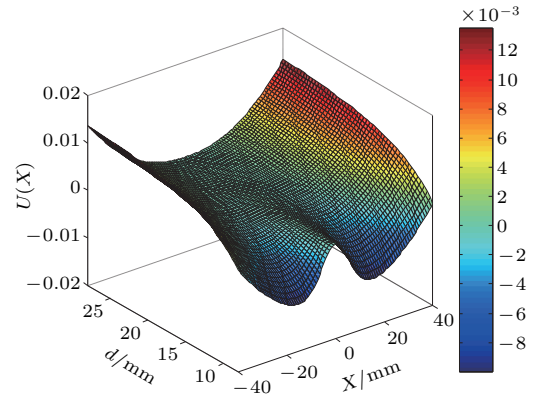


图 4 系统势能函数 $U(X)$ 与磁铁间距 d 和位移 X 的关系
Fig. 4. Dependence of the system potential function $U(X)$ on magnet spacing d and displacement X .

在 $X = 0$ 处对磁力 F_x 进行泰勒展开, 为了便于计算, 参考文献 [15] 可将磁力的垂直分力近似表达为

$$F_x = \mu_0 M_A S \left[H_{y2} \left(X - \frac{h_A}{2}, d, 0 \right) - H_{y1} \left(X, d + \frac{h_A}{2}, 0 \right) \right]. \quad (6)$$

省略高阶项可得近似结果为

$$F_x = aX - bX^3. \quad (7)$$

这里, 参数 a, b 通过 (8) 和 (9) 式计算:

$$a = \frac{B_r^2 l_C w_C}{2\pi\mu_0} \left[\frac{w_C}{d\sqrt{0.25w_C^2 + d^2}} - \frac{w_C d(0.25w_C^2 + d^2)}{d^2(h_A^2 + 0.25w_C^2 + d^2)^{1.5} + 0.25h_A^2 w_C^2 \sqrt{h_A^2 + 0.25w_C^2 + d^2}} \right], \quad (8)$$

$$b = \frac{-B_r^2 l_C w_C}{24\pi\mu_0} \left[T_{21} \left(0, d, \frac{w_C}{2} \right) + T_{22} \left(-h_A, d, -\frac{w_C}{2} \right) - T_{23} \left(-h_A, d, \frac{w_C}{2} \right) - T_{24} \left(0, d, -\frac{w_C}{2} \right) \right. \\ \left. - T_{11} \left(h_A, d, \frac{w_C}{2} \right) - T_{12} \left(0, d, -\frac{w_C}{2} \right) + T_{13} \left(0, d, \frac{w_C}{2} \right) + T_{14} \left(h_A, d, -\frac{w_C}{2} \right) \right], \quad (9)$$

参数 b 中的 T_{ij} 表达式为

$$T_{ij}(x, y, z) = \frac{(-2 + 6M^2) \left(M - \frac{y^2}{z^2} M^3 \right)}{x(1 + M^2)^3} + \frac{-4Mxz}{y(1 + M^2)^2(x^2 + z^2 + y^2)^{1.5}} \left(-3 + \frac{3y^2}{z^2} M^2 \right) \\ + \frac{z(x^2 + z^2 + y^2)^{1.5} - 3x^2z(x^2 + z^2 + y^2)^{0.5}}{y(1 + M^2)(x^2 + z^2 + y^2)^3} \left(-3 + \frac{3y^2}{z^2} M^2 \right) \\ + \frac{6xyM}{xz(x^2 + z^2 + y^2)^{1.5}} \left(M - \frac{y^2}{z^2} M^3 \right), \quad (10)$$

其中, $M(x, y, z) = \frac{xz}{y\sqrt{x^2 + z^2 + y^2}}$, i 表示 (6) 式中 H_y 的下标, j 表示 H_y 表达式中 4 个具体分量的求导, 剩余磁通密度 $B_r = M_A \times \mu_0$, l_C 为磁铁 C 的长度, w_C 为磁铁 C 的宽度.

悬臂梁系统的非线性恢复力为

$$F_V = K_{eq}X - F_x = (K_{eq} - a)X + bX^3 \\ = K_L X + bX^3, \quad (11)$$

其中, $K_L = K_{eq} - a$. 由 (11) 式可知, 悬臂梁的非线性恢复力由悬臂梁的弹性力 $K_{eq}X$ 和两磁铁间磁力的竖直分力 $F_x = aX - bX^3$ 构成, 而且 a 和 b 分别是磁力在竖直方向产生的线性刚度和非线性刚度. 对 (11) 式求导可得到系统的总刚度 K_N 为

$$K_N = \frac{dF_V}{dX} = K_{eq} - a + 3bX^2 \\ = K_L + 3bX^2. \quad (12)$$

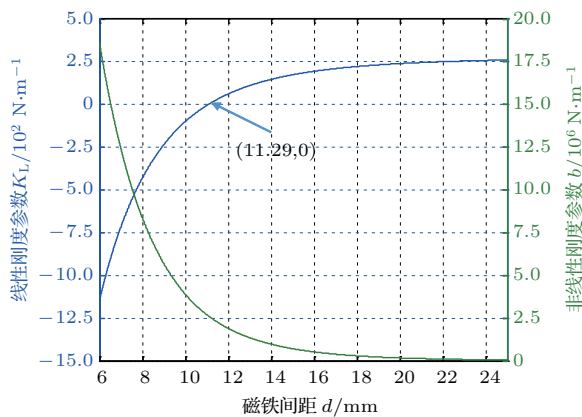


图5 系统的线性刚度 K_L 和非线性刚度 b 随磁铁间距 d 的变化

Fig. 5. Linear stiffness K_L and nonlinear stiffness b of system varying with magnet spacings d .

(12) 式表明, 系统总刚度由线性刚度 K_L 和非线性刚度 b 确定, 并会随着磁铁间距 d 和位移 X 而变化. 当磁铁间距 d 很大时, 压电悬臂梁为线性振动, 系统总刚度 $K_N = K_{eq}$ 是一个定值. 当 d 逐渐减小时, 系统总刚度将受到 a 和 b 变化的影响. 图 5 给出了系统总刚度中线性刚度 K_L 和非线性刚度 b 随 d 的变化曲线. 由图 5 可知, 随着 d 的减小, K_L 逐渐由正数减小至负数, 其中正负刚度的分界点在 $d_0 = 11.29$ mm 处, 此点也是系统双稳势阱运动和单稳势阱运动的分界点^[16], 而 b 随着 d 减小由零逐渐增大, 表明非线性刚度逐渐增强, 这与非线性磁力随间距减小而增大的因素成正相关关系.

3 等效线性固有频率的计算

为了更好地分析窄带激励下双稳能量采集系统的输出响应, 参照文献[17]对系统进行线性化处理计算, 以得到系统的近似等效线性固有频率. 假定 $\langle X \rangle$ 是非线性双稳系统位移响应的均值, 且其值不一定为 0, 做如下的转换:

$$X(t) = X_0(t) + \langle X \rangle, \quad (13)$$

其中 $X_0(t)$ 是等效线性系统的位移响应. 令窄带随机激励 $f(t)$ 为非线性双稳压电悬臂梁系统的输入, 并令 ω_{SL} 为等效线性化系统的固有频率, 则动力学方程 (1) 可以写成

$$M_{eq}\ddot{X}_0(t) + \eta_{eq}\dot{X}_0(t) + M_{eq}\omega_{SL}^2 X_0(t) \\ = kf(t) + \theta V(t), \quad (14)$$

其中, $M_{eq}\omega_{SL}^2 X_0(t)$ 为系统的等效线性恢复力, 其值近似等于 (11) 式的非线性恢复力, 误差为 $e = [K_L X(t) + bX(t)^3] - M_{eq}\omega_{SL}^2 (X(t) - \langle X \rangle)$. 为

于求得未知量 ω_{SL} , 将误差 e 的平方的期望值取最小, 即

$$\partial E(e^2)/\partial \omega_{SL}^2 = 0. \quad (15)$$

由

$$E(e^2) = E(\{[K_L X(t) + bX(t)^3 - M_{eq}\omega_{SL}^2(X(t) - \langle X \rangle)]^2\})$$

得

$$(M_{eq}\omega_{SL}^2 - K_L)(\langle X^2 \rangle - \langle X \rangle^2) - b(\langle X^4 \rangle - \langle X^3 \rangle \langle X \rangle) = 0, \quad (16)$$

于是近似计算求得 $\omega_{SL}^2 = (K_L + 3b\langle X^2 \rangle)/M_{eq}$, 其中 E 表示为该参数的期望值. 当激励强度较小, 即满足 $3b\langle X^2 \rangle$ 小于 $|K_L|$ (一个数量级以上) 时, 悬臂梁振动幅度也相对较小, 等效线性化系统的固有频率可以近似为

$$\omega_{SL} \approx \sqrt{\frac{|K_L|}{M_{eq}}} \quad \text{或} \quad f_{SL} \approx \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{|K_L|}{M_{eq}}}. \quad (17)$$

图 6 给出了系统的等效线性固有频率 f_{SL} 与磁铁间距 d 的关系, 曲线最低点对应的间距正好对应系统线性刚度正负分界点的间距值 $d_0 = 11.29$ mm, 也就是系统单稳和双稳势阱的分界点, 该分界点值可根据 $K_L = 0$ 计算得到.

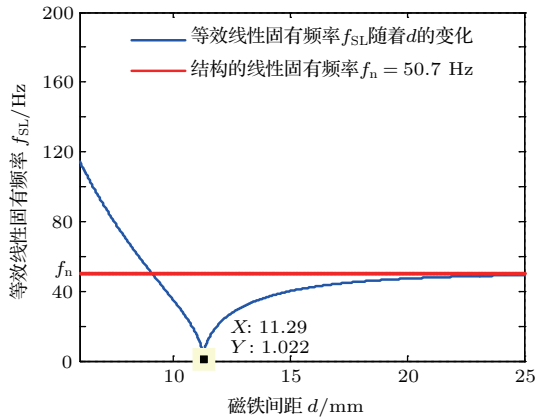


图 6 系统的等效线性固有频率 f_{SL} 与磁铁间距 d 的关系
Fig. 6. Equivalent linear natural frequency f_{SL} of system varying with magnet spacing d .

这里需要强调的是, 非线性方程 (1) 等效为线性化方程 (14) 后, 由 (17) 式得到了图 6 反映等效线性系统方程 (14) 固有特性的等效线性固有频率特性曲线, 该固有频率曲线随间距 d 变化, 并在分界点间距 d_0 处接近零. 当等效线性系统 (14) 受到的

激励频率 (如窄带随机激励的中心频率) 与其等效线性固有频率一致时, 根据线性系统共振原理易得, 系统响应会在等效线性固有频率处产生共振峰, 且分界点间距 d_0 左右两侧在等效线性固有频率处产生的共振峰响应分别具有双稳和单稳特性. 此外, 当等效线性固有频率 f_{SL} 小于线性系统固有频率 f_n 时, 每一个 f_{SL} 可对应两个不同的间距 d 值, 分别在 d_0 两侧; 而当 $f_{SL} > f_n$ 时, 在一定频率范围内 (如图 6 小于 120 Hz), f_{SL} 只有一个小于 d_0 的 d 值与之对应.

4 窄带随机激励的动态特性

环境中的窄带随机激励是大部分能量集中在中心频率附近、有一定频率带宽的限带随机激励, 这种随机激励由中心频率、带宽和强度这三个参数确定 [18]. 窄带随机激励 $f(t)$ 可以通过将 Gauss 白噪声 $W(t)$ 输入下面的带通滤波器得到 [19,20]:

$$\ddot{f}(t) + \gamma \dot{f}(t) + \omega_f^2 f(t) = \gamma^{1/2} \omega_f W(t), \quad (18)$$

其中 ω_f 为中心频率, γ 为带宽. Gauss 白噪声 $W(t)$ 的功率谱密度函数由下式给出:

$$S_{in}(\omega) = S_0, \quad -\infty < \omega < \infty, \quad (19)$$

其中 S_0 为输入白噪声 $W(t)$ 的强度. $W(t)$ 的自相关函数 $R_{in}(\tau)$ 为

$$R_{in}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} S_{in}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega = 2\pi S_0 \delta(\tau), \quad (20)$$

其中 $\delta(\tau)$ 为狄利克雷函数. 方程 (18) 输出激励 $f(t)$ 的自相关函数 $R_{out}(\tau)$ 为

$$\begin{aligned} R_{out}(\tau) &= \int_{-\infty}^{\infty} S_{out}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 S_{in}(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \\ &= S_0 \int_{-\infty}^{\infty} |H(\omega)|^2 e^{i\omega\tau} d\omega, \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $H(\omega)$ 为方程 (18) 的传递函数. 由方程 (18) 可以求得

$$|H(\omega)|^2 = \frac{\gamma \omega_f^2}{(\omega_f^2 - \omega^2)^2 + \omega^2 \gamma^2 \omega_f^2}. \quad (22)$$

将 (22) 式代入 (21) 式, 并进行积分可以得到

$$R_{out}(\tau) = \pi S_0 e^{-\frac{\gamma}{2}|\tau|} \left(\cos p\tau + \frac{\gamma}{2p} \sin p\tau \right), \quad (23)$$

其中 $p = \sqrt{\omega_f^2 - \gamma^2/4}$. 因此激励 $f(t)$ 的均方值为

$$E[f(t)^2] = R_{out}(0) = \pi S_0 = \pi D. \quad (24)$$

已知 $f(t)$ 的均值为 0, 所以窄带随机激励 $f(t)$ 的均方值等于 Gauss 白噪声激励 $W(t)$ 谱密度的 π 倍.

图 7 是不同中心频率和带宽的随机激励 $f(t)$ 的功率谱图, 图中各曲线下的面积是与中心频率 ω_f 和带宽 γ 无关的常数, 即随机激励 $f(t)$ 的强度(或方差)是常数. 因此, 将强度相同的 Gauss 白噪声输入参数 ω_f 和 γ 大小不同的滤波器时, 其输出的不同中心频率和带宽的窄带随机激励的强度是相同的.

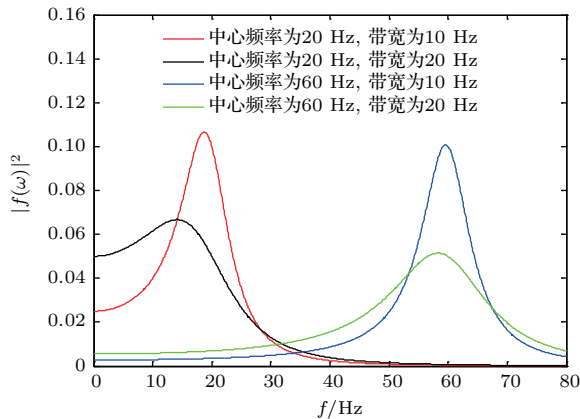


图 7 不同中心频率和带宽的窄带随机激励的功率谱
Fig. 7. Power spectra of narrow-band random excitation with different center frequencies and bandwidths.

5 窄带随机激励中心频率对双稳压电悬臂梁响应与输出电压的影响

为了仿真窄带随机激励作用下系统的响应及能量采集性能, 本文所采用的一组材料属性参数和系统几何结构尺寸分别见表 1 和表 2, 仿真分析中所需的其他参数 $R_L = 10 \text{ M}\Omega$. 对于一定形状尺寸的双稳压电悬臂梁能量采集系统, 两磁铁间距 d 决定了非线性磁力的大小, 因此系统输出电压的大小(由均方根值 $V_{\text{rms}} = \sqrt{\langle (V - \langle V \rangle)^2 \rangle}$ 表示)将受 d 的影响而变化.

将强度 $D = 0.2$ 的 Gauss 白噪声激励输入 $\gamma = 10 \text{ Hz}$ 和不同 ω_f 值参数的带通滤波器 (18) 式, 得到不同中心频率的窄带随机激励. 将这些激励分别作用到系统方程 (1) 和 (2) 上, 得到系统输出电压 V_{rms} 随磁铁间距 d 和窄带激励中心频率 $f_c = 2\pi\omega_f$ 的变化关系, 如图 8 所示, 图中模拟计算的 d 值分辨率为 0.10 mm , f_c 值的分辨率为 1 Hz . 由图 8 可知, 系统输出电压峰值呈现出一定的规律性. 首先, 无论 f_c 取何值, 系统总在 $d_0 = 11.5 \text{ mm}$ 处附近

出现峰值电压输出, 类似于宽频带激励的最优间距 [10], 且该间距 d_0 与窄带随机激励的中心频率无关. 其次, 除了 $d_0 = 11.5 \text{ mm}$ 外, 当 f_c 值分别在 $(0, 50 \text{ Hz})$ 和 $(50 \text{ Hz}, 100 \text{ Hz})$ 区间变化时, 还分别存在另外两个和一个不同间距值也能产生峰值电压输出; 而当 f_c 值大于 100 Hz 后, 没有额外间距值的峰值电压存在.

表 1 悬臂梁的主要材料参数
Table 1. Main material parameters of cantilever beam.

参数	数值
基本材料: 碳钢	
E_b/GPa	105
$\rho_b/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7700
压电片材料: PZT-5A	
E_e/GPa	66
$\rho_e/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7800
ϵ_{31}	1500
ϵ_0	8.854×10^{-12}
$d_{31}/\text{pC}\cdot\text{N}^{-1}$	-190
e_{31}	14
永久磁铁材料: N38M	
$\rho_B/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	7500
B_r/T	1.25
μ_0	$4\pi \times 10^{-7}$

表 2 悬臂梁的主要几何参数
Table 2. Main geometric parameters of cantilever beam.

几何参数	数值/mm
l_b	60
l_e	16
w_b	10
w_e	9
t_b	0.24
t_e	0.24
l_A, l_C	4
h_A, h_C	6.5
w_A, w_C	12

通过图 8 (b) 和图 6 中两条弯曲线的相似性(其中两者之间的误差来自泰勒展开计算磁力和计算等效线性固有频率时的近似省略项), 可判定图 8 (a) 系统这种峰值输出电压间距随中心频率变化的规律, 是与图 6 系统的等效线性固有频率随

磁铁间距的变化规律有关. 图 8(b) 中的两条弯曲曲线可以认为是中心频率与等效线性固有频率相等系统达到共振的响应峰值曲线, 根据图 6 中等效线性固有频率曲线的单、双稳分界点, 可知图 8(b) 中两曲线汇聚的最低点间距 $d_0 = 11.5$ mm 应该是系统单、双稳的分界点间距, 且 d_0 的左右侧峰值曲线分别具有双稳和单稳性质的共振. 此外, 不同中心频率的窄带随机激励可在一个或两个磁铁间距下, 诱导系统在其等效线性固有频率处产生双稳或单稳“共振”, 从而使系统输出电压达到峰值.

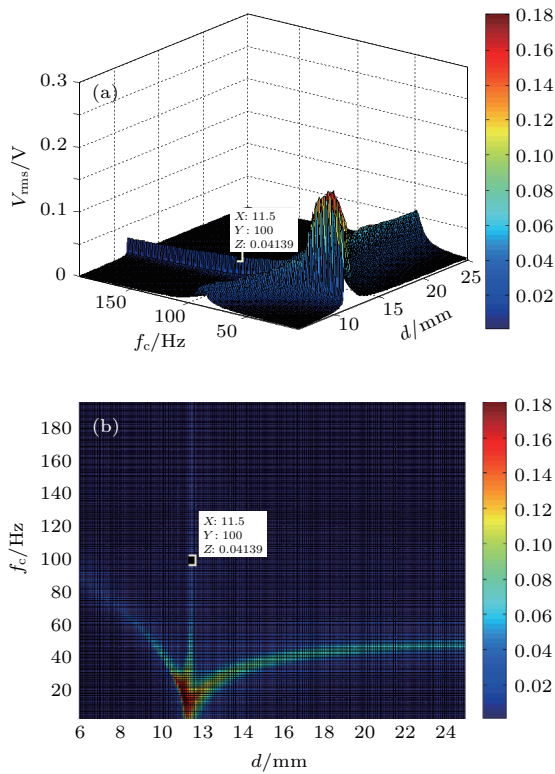


图 8 输出电压 V_{rms} 随磁铁间距 d 和窄带中心频率 f_c 的变化图, 其中激励强度和带宽分别为 $D = 0.2$ 和 $\gamma = 10$ Hz, 图 (b) 是图 (a) 的俯视图

Fig. 8. Dependence of output voltage V_{rms} on magnet spacing d and the center frequency f_c while $D = 0.2$ and $\gamma = 10$ Hz. Panel (b) is the top view of Panel (a).

除了在等效线性固有频率处产生的峰值输出外, 图 8(b) 中在分界点间距 d_0 处还多出一条峰值直线, 该峰值间距与窄带激励的中心频率无关, 它是由激励中的随机噪声引起的. 为了验证这一推测, 令方程 (1) 的激励 $f(t)$ 为纯谐波激励作用于系统, 得到系统响应输出电压与输入频率和磁铁间距的关系, 如图 9 所示. 可以看出, 由于谐波激励没有随机噪声成分, 所以就没有类似于图 8(b) 中间距不变的峰值输出曲线, 由此验证了推测. 下面根据

中心频率 f_c 由小增大的变化, 分别讨论峰值输出电压对应不同间距 d 的系统响应机制.

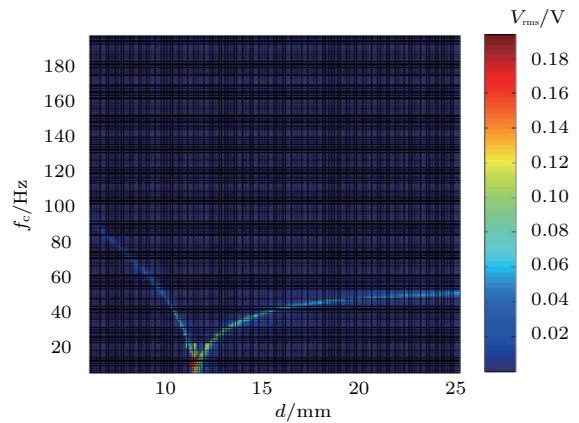


图 9 纯谐波激励输出电压 V_{rms} 随磁铁间距 d 和谐波频率 f_c 的变化规律

Fig. 9. Dependence of output voltage V_{rms} on magnet spacing d and the harmonic frequency f_c under pure harmonic excitation.

1) 取中心频率 $f_c = 10$ Hz. 图 10(a) 给出了系统在该中心频率处输出电压与磁铁间距关系曲线 $V_{rms}-d$, 可知系统只存在一个最大峰值输出电压时磁铁间距 $d = 11.2$ mm (在图 8 的 d_0 附近), 它是窄带随机激励下系统响应始终存在的分界点间距. 图 11 给出了该峰值间距 $d = 11.2$ mm 处系统的位移响应、相图和输出电压频谱图. 由图可知, 此时能量采集系统的悬臂梁处于大幅度的双阱间跃迁振荡, 其机电能量转换效果好, 输出电压值可达到峰值 0.1732 V.

根据图 6 分析, 中心频率 f_c 小于 50 Hz 时, 应有 3 个间距对应峰值输出电压. 之所以图 10(a) 只有 1 个间距的峰值电压, 应该是模拟计算的 d 值分辨率太低, 使 3 个间距的输出峰值“挤”在了一起. 为证明这一点, 将模拟计算 d 值分辨率提高到 0.01 mm, 图 10(a) 峰值处高分辨率 d 的细化波形如图 10(b) 所示. 可以看出, 在 $d = 11.2$ mm 附近出现多个凸起的小峰值, 表明图 10(a) 中无法分辨出明显的 3 个峰值间距, 是由于太低的间距分辨率和随机干扰的影响. 实际上图 8 在 10 Hz 中心频率处也很难分清 3 个明显间距的峰值.

根据图 6 可知, $f_{SL} = 10$ Hz 处的间距 $d_1 = 11.1$ mm 和 $d_2 = 11.3$ mm 非常接近, 与图 10 的分界点间距 $d = 11.2$ mm 几乎重合, 所以在该激励中心频率下, 理论上存在的两个峰值间距 d_1 和 d_2 在图 10 或图 8 中很难分辨.

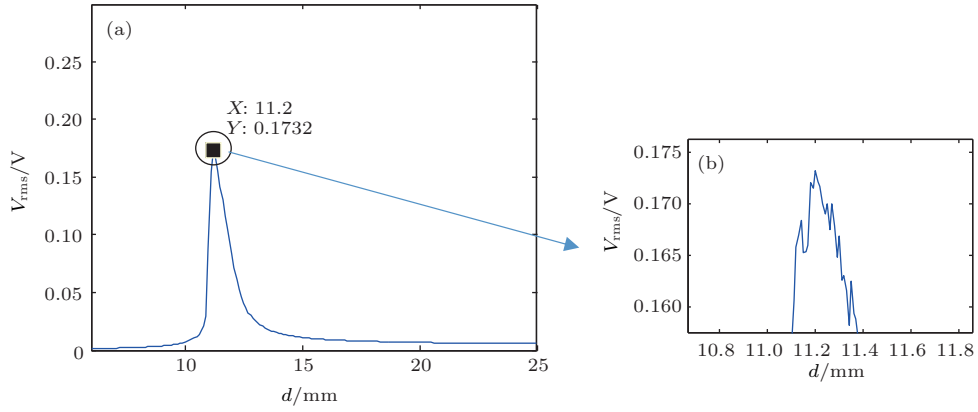


图 10 激励中心频率 $f_c = 10$ Hz 时输出电压 V_{rms} 与磁铁间距 d 的关系 (a) $d = 0.10$ mm; (b) $d = 0.01$ mm.
 Fig. 10. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 10$ Hz: (a) $d = 0.10$ mm; (b) $d = 0.01$ mm.

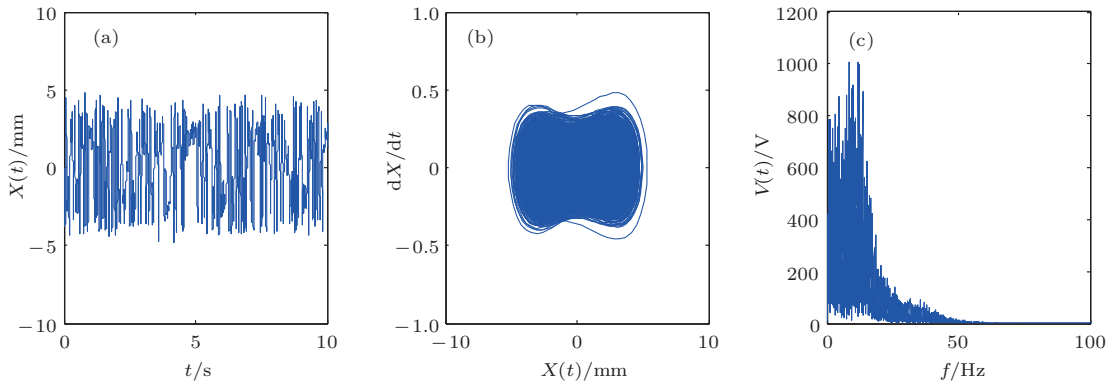


图 11 激励中心频率 $f_c = 10$ Hz 和磁铁间距 $d = 11.2$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 11. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 10$ Hz and $d = 11.2$ mm.

2) 取中心频率 $f_c = 25$ Hz. 图 12 (a) 是该激励下系统输出电压与磁铁间距关系曲线 $V_{rms}-d$, 相比于 $f_c = 10$ Hz 的情况, 此时 $V_{rms}-d$ 曲线中除了在图 8 的 d_0 附近有一个峰值间距 $d = 11.1$ mm 外, 还多了一个 $d_R = 12.1$ mm 的峰值间距. $d = 11.1$ mm

仍是系统始终存在的双稳响应的分界点间距, 该间距处的位移响应、相图和输出电压频谱如图 13 所示. $d_R = 12.1$ mm 因大于分界点间距, 故在 d_R 间距处产生了单稳性质的共振输出, d_R 处的位移响应、相图和输出电压频谱如图 14 所示.

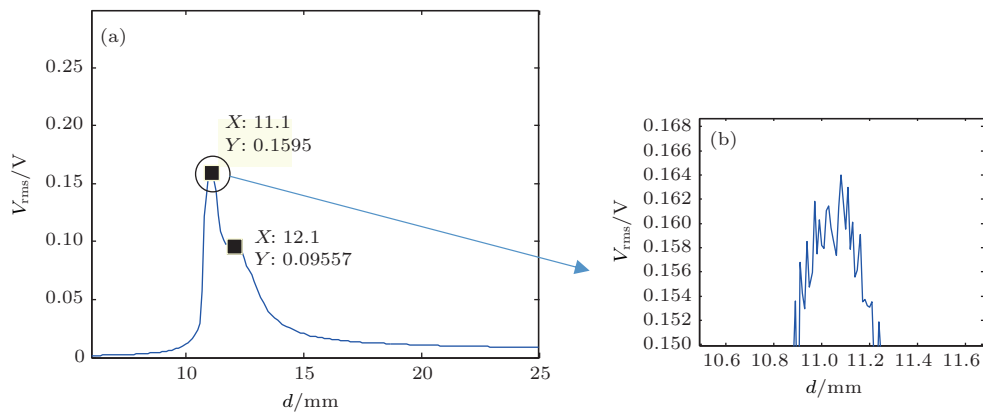


图 12 激励中心频率 $f_c = 25$ Hz 时输出电压 V_{rms} 和磁铁间距 d 的关系 (a) $d = 0.10$ mm; (b) $d = 0.01$ mm.
 Fig. 12. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 25$ Hz: (a) $d = 0.10$ mm; (b) $d = 0.01$ mm.

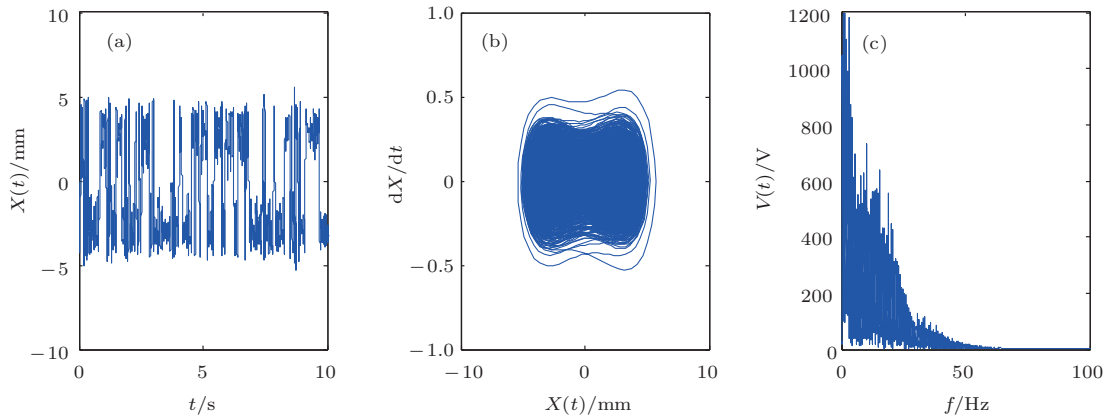


图 13 激励中心频率 $f_c = 25$ Hz 和磁铁间距 $d = 11.1$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 13. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 25$ Hz and $d = 11.1$ mm.

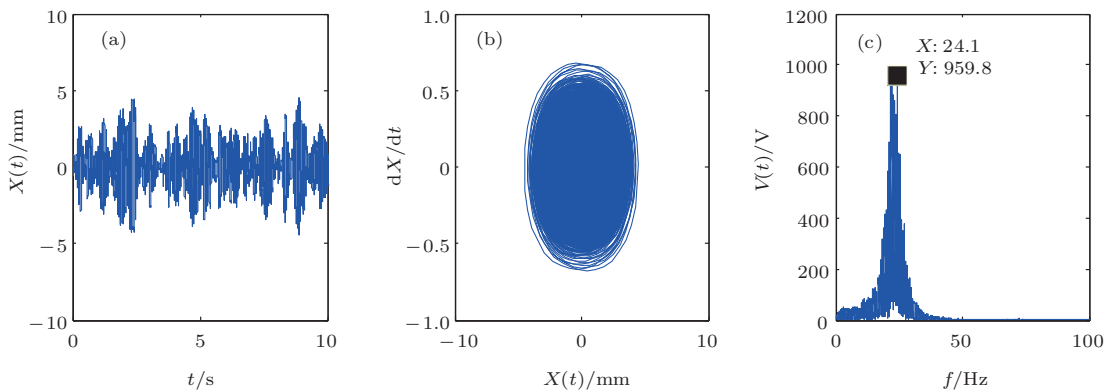


图 14 激励中心频率 $f_c = 25$ Hz 和磁铁间距 $d = 12.1$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 14. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 25$ Hz and $d = 12.1$ mm.

根据图 6 可知, 在 $f_c = 25$ Hz 时, 系统的另一个双稳性质的共振响应峰值间距是 $d_1 = 10.6$ mm, 但在图 12(a) 中并没有出现, 原因仍然是 d 值模拟分辨率过低. 将模拟计算的 d 值分辨率提高到 0.01 mm, 重新计算后的结果如图 12(b), 可以发现系统在 $d = 11.1$ mm 附近处有许多凸起的小峰值而不是两个, 这同样是由于太近的间距加上随机干扰, 很难明显判断两个间距的峰值. 实际上图 8 在 25 Hz 中心频率处也只能看清峰值间距 d_0 右侧的峰值输出, 而很难分清峰值间距 d_0 和左侧间距对应的峰值.

3) 取中心频率 $f_c = 40$ Hz. 图 15 是该激励频率下系统输出电压与磁铁间距关系曲线 $V_{rms}-d$, 此时 $V_{rms}-d$ 曲线在 3 个间距 $d = 11.4$ mm, $d_L = 10.2$ mm 和 $d_R = 14.9$ mm 处呈现出 3 个明显的峰值. 显然, $d = 11.4$ mm 仍是系统双稳响应的分

界点间距 d_0 , 其位移响应、相图和输出电压频谱如图 16 所示. 而根据图 6 可知, $f_{SL} = 40$ Hz 处的两个间距 $d_1 = 9.8$ mm 和 $d_2 = 14.9$ mm, 分别

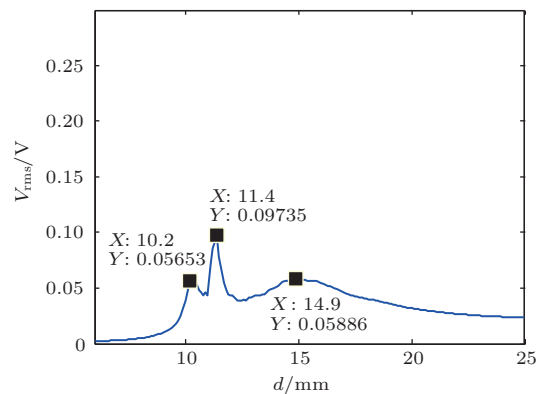


图 15 激励中心频率 $f_c = 40$ Hz 时输出电压 V_{rms} 和磁铁间距 d 的关系
 Fig. 15. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 40$ Hz.

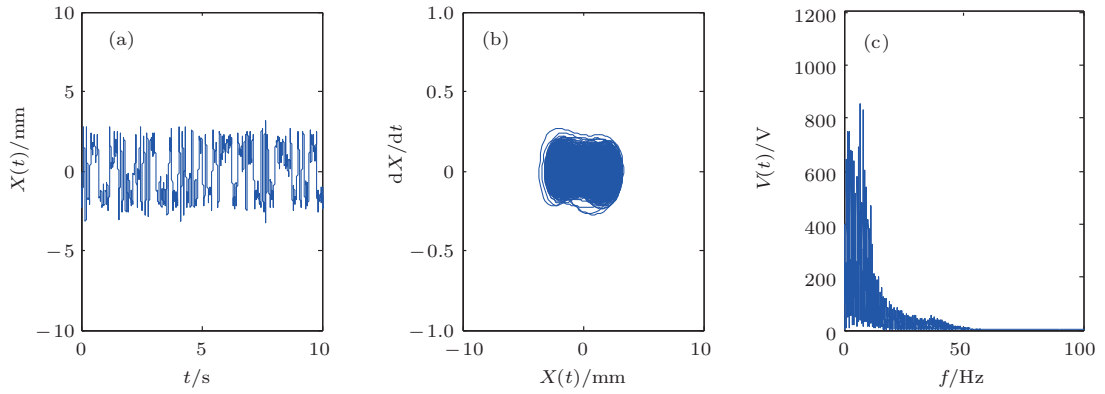


图 16 激励中心频率 $f_c = 40$ Hz、磁铁间距 $d = 11.4$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 16. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 40$ Hz and $d = 11.4$ mm.

对应图 15 中的 $d_L = 10.2$ mm 和 $d_R = 14.9$ mm. 因 $d_R = 14.9$ mm 大于分界点间距, 故其响应是单稳态的共振响应, d_R 处的位移响应、相图和输出电压频谱如图 17 所示. 而在 $d_L = 10.2$ mm 处, 系统响应虽然也是单稳态的振荡响应, 如图 18

所示系统的位移响应、相图和输出电压频谱, 但因 $d_L = 10.2$ mm 小于分界点间距, 且该间距系统具有双稳振动特性, 故其响应是在双稳势阱中的一个单势阱内的共振振荡响应. 在图 8 中心频率 40 Hz 处, 3 个间距峰值也已清晰可见.

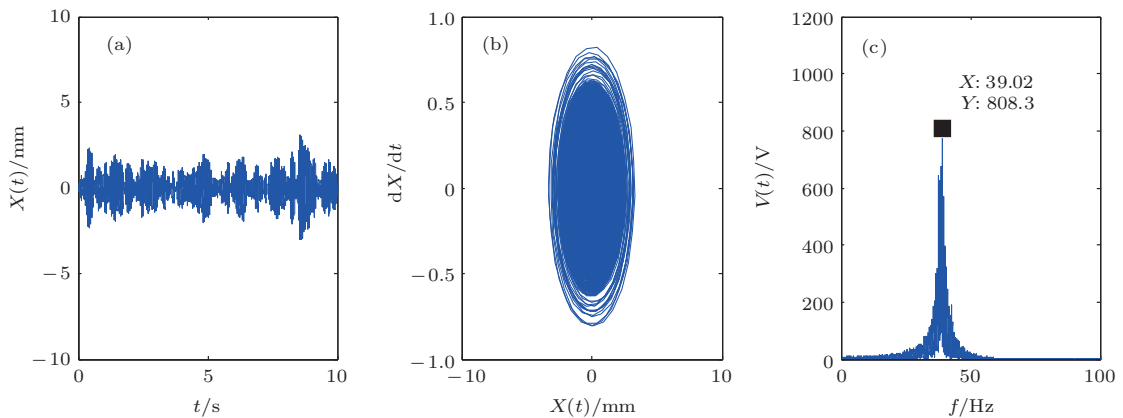


图 17 激励中心频率 $f_c = 40$ Hz、磁铁间距 $d_R = 14.9$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 17. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 40$ Hz and $d = 14.9$ mm.

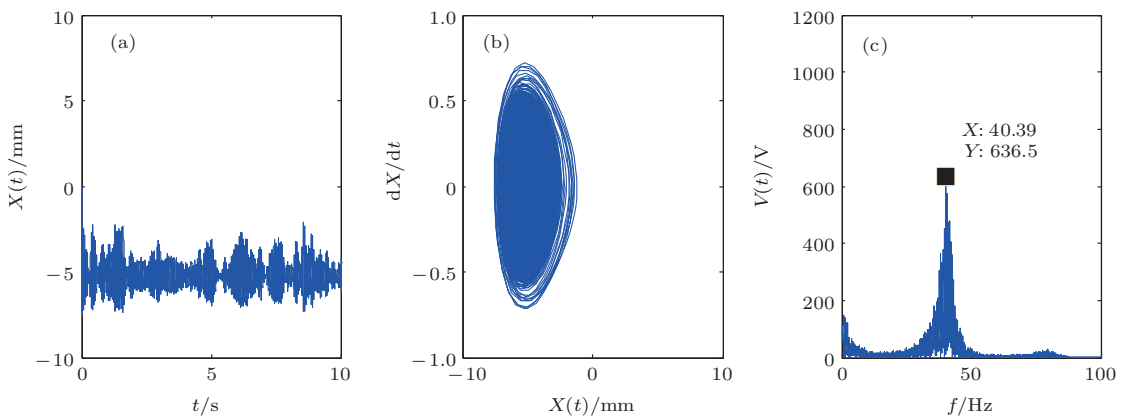


图 18 激励中心频率 $f_c = 40$ Hz、磁铁间距 $d_L = 10.2$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
 Fig. 18. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 40$ Hz and $d = 10.2$ mm.

4) 取中心频率 $f_c = 50$ Hz. 图 19 是该激励下系统输出电压与磁铁间距关系曲线 $V_{\text{rms}}-d$, 由于 $f_c = 50$ Hz 与系统线性固有频率几乎相等, 因此 50 Hz 中心频率的系统响应可能出现 3 个峰值间距, 也可能出现两个峰值间距. 图 19 所示的 $V_{\text{rms}}-d$ 曲线中出现了两个明显的峰值间距, 分别是 $d_L = 9.6$ mm 和 $d = 11.4$ mm. 显然, $d = 11.4$ mm 仍是系统双稳响应的分界点间距 d_0 , 其位移响应、相图和输出电压频谱如图 21 所示, 且根据图 6 易知, $f_{\text{SL}} = 50$ Hz 处的 1 个间距 $d_1 = 9.2$ mm 应该就是 $d_L = 9.6$ mm, 且 d_L 小于分界点间距, 因此系统在此间距响应是双稳势阱中的一个单势阱内的共振振荡响应, 图 20 是 d_L 处的位移响应、相图和输出电压频谱.

另外, 由于中心频率在线性系统的固有频率处, 因此随着磁铁间距的增大, 系统逐渐从非线性

变成线性, 其响应逐渐表现为中心频率的线性共振与随机激励振动的合成响应, 其响应值随着间距 d 的增大而增大并趋于一个定值, 如图 19 所示.

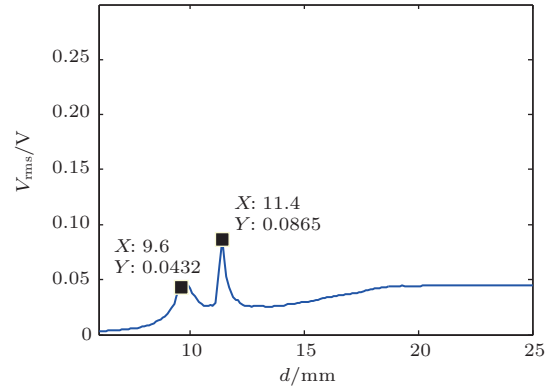


图 19 激励中心频率 $f_c = 50$ Hz 时输出电压 V_{rms} 和磁铁间距 d 的关系

Fig. 19. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 50$ Hz.

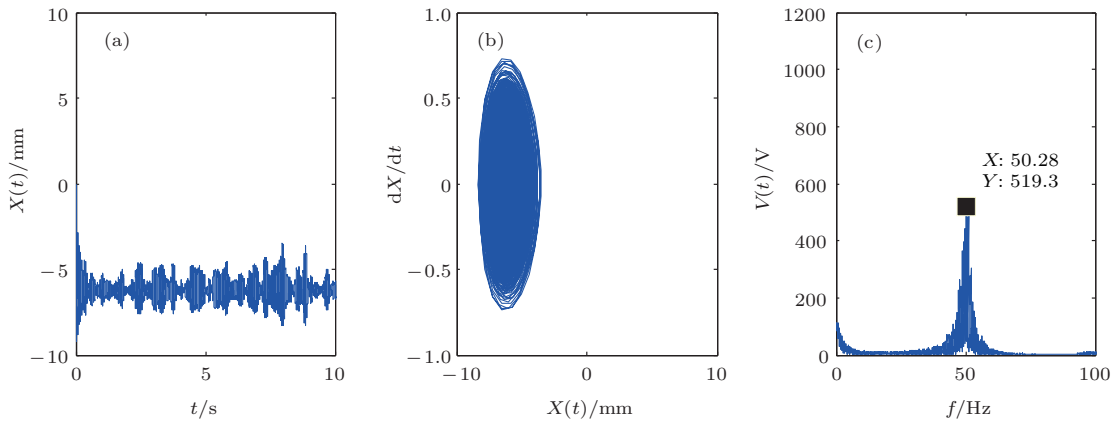


图 20 激励中心频率 $f_c = 50$ Hz、磁铁间距 $d = 9.6$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
Fig. 20. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 50$ Hz and $d = 9.6$ mm.

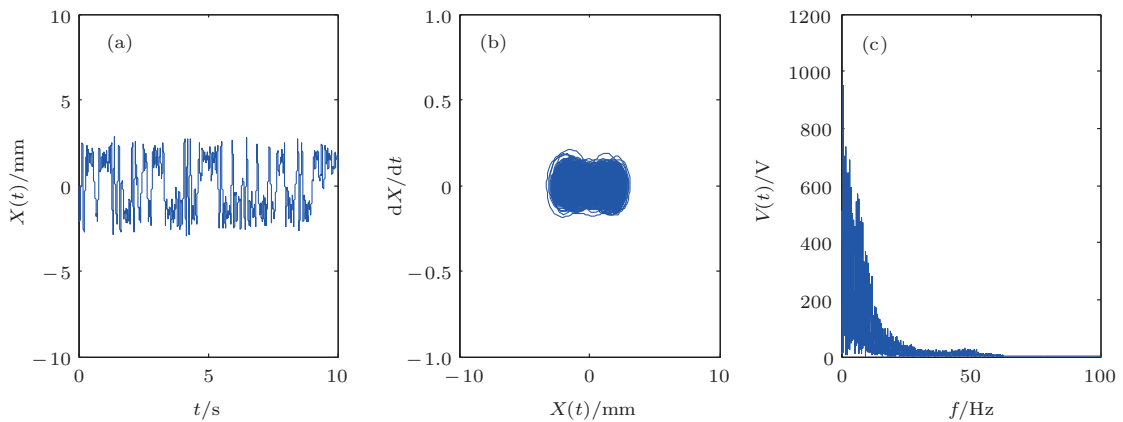


图 21 激励中心频率 $f_c = 50$ Hz、磁铁间距 $d = 11.4$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
Fig. 21. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 50$ Hz and $d = 11.4$ mm.

5) 取中心频率 $f_c = 70$ Hz. 由图 22 可知, 系统输出电压 $V_{\text{rms}}-d$ 曲线有两个峰值, 对应的磁铁间距分别为 $d_L = 7.9$ mm 和 $d = 11.4$ mm. 由于 70 Hz 大于 $f_n = 50$ Hz, 因此与图 6 对比不难看出, 除了 $d = 11.4$ mm 是系统双稳响应的分界点间距 d_0 (如图 23 该间距处的位移响应、相图和输出电压频谱图), 在 $f_c = 70$ Hz 时, 系统只存在 1 个小于分界点间距的双稳单势阱内的共振振荡响应间距 7.9 mm, 其位移响应、相图和输出电压频谱图如图 24 所示.

6) 取中心频率 $f_c = 120$ Hz. 图 25 表明该激励频率下的系统输出电压 $V_{\text{rms}}-d$ 曲线只有一个峰值间距, 对应图 8 系统双稳响应的分界点间距 $d_0 = 11.5$ mm, 其位移响应、相图和输出电压频谱图如图 26 所示. 在该频率处, 图 6 中已不存在对应等

效线性固有频率的间距值, 所以此时系统只在间距 d_0 存在峰值电压输出.

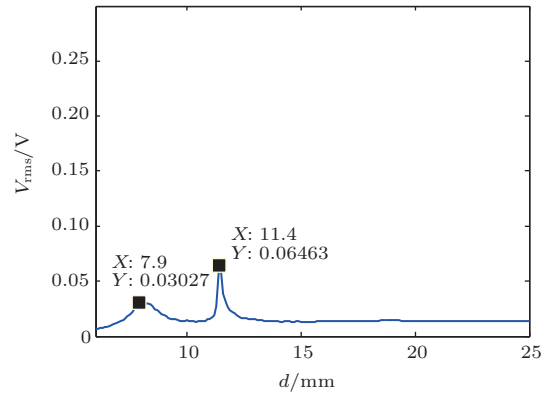


图 22 激励中心频率 $f_c = 70$ Hz 时输出电压 V_{rms} 和磁铁间距 d 的关系

Fig. 22. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 70$ Hz.

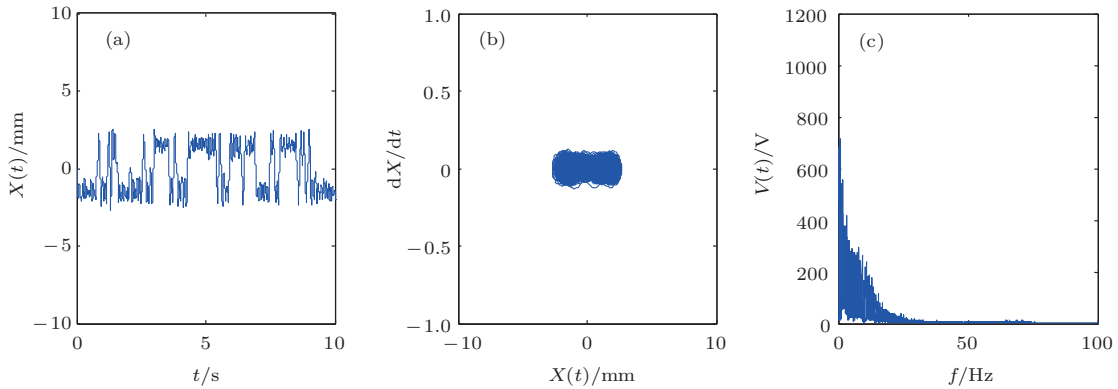


图 23 激励中心频率 $f_c = 70$ Hz、磁铁间距 $d = 11.4$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
Fig. 23. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 70$ Hz and $d = 11.4$ mm.

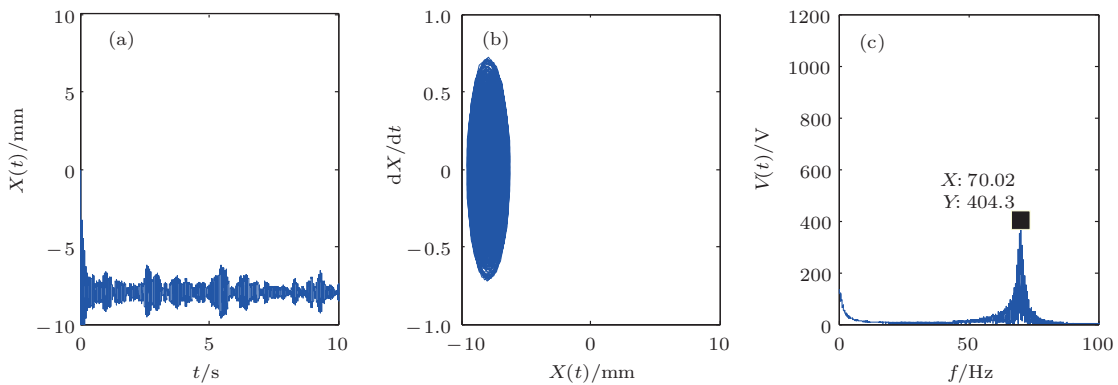


图 24 激励中心频率 $f_c = 70$ Hz、磁铁间距 $d = 7.9$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图
Fig. 24. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 70$ Hz and $d = 7.9$ mm.

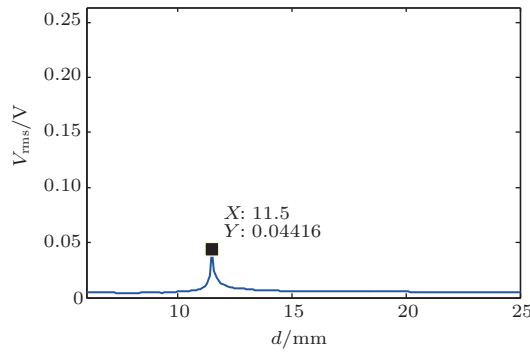


图 25 激励中心频率 $f_c = 120$ Hz 时输出电压 V_{rms} 和磁铁间距 d 的关系

Fig. 25. Output voltage V_{rms} varying with magnet spacing d when $f_c = 120$ Hz.

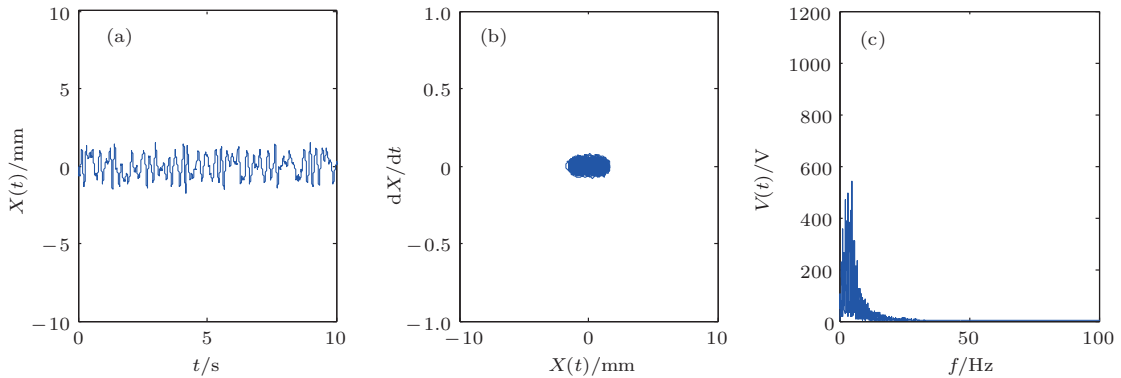


图 26 激励中心频率 $f_c = 120$ Hz、磁铁间距 $d = 11.5$ mm 时系统的 (a) 位移响应、(b) 相图、(c) 输出电压频谱图

Fig. 26. (a) Displacement response, (b) phase diagram, (c) spectrum diagram of output voltage when $f_c = 120$ Hz and $d = 11.5$ mm.

6 实验验证

为了验证前面的理论分析与仿真模拟结果, 本文参考表 1 和表 2 的参数制作了压电悬臂梁能量采集结构, 经测量该压电悬臂梁的线性固有频率为 15 Hz. 压电陶瓷的型号为 PZT-5A, 结构上采用双晶片结构, 两层压电陶瓷片同极化方向排列, 与中间电极层紧密粘结, 在压电陶瓷上下表面引出导线作为电压输出, 中间电极层即悬臂梁基体的材料为砂钢. 压电悬臂梁自由端固定有永磁铁 A, 型号为 N38M, 其根部固定在基座 1 上, 且基座 1 可以在能量采集结构底板基座 2 上沿梁长度方向水平移动, 用于调整磁铁间距 d . 与磁铁 A 一样的磁铁 C 固定在基座 3 上, 且基座 3 与底板基座 2 固定, 见图 27 (a). 压电悬臂梁平面平行于底板基座 2 平面放置, 整个能量采集结构通过底板基座 2 与激励器连接. 同时, 悬臂梁平面垂直方向放置有位移传感器, 用以采集悬臂梁振动时的位移响应.

此外, 为了满足前文提到的“系统处于平衡位置时, 不考虑磁铁 A 和外部磁铁 C 的重力对压电悬臂梁静力形变的影响”的假设, 实际实验过程中, 底板基座 2 平面及悬臂梁的平面均垂直于地面放置, 如图 27 (b) 所示, 即激励器沿平行于地面的方向激励底板基座 2 振动, 以消除磁铁的重力对压电悬臂梁的静力形变影响.

整个实验测试系统框架如图 28 所示. 实验中, 首先在计算机中生成强度为 0.2、带宽为 5 Hz、中心频率不同的窄带激励数字信号, 然后通过 USB 接口输入给信号发生器, 再由信号发生器输出并经过功率放大器和激励器作用于能量采集器上, 能量采集器的压电悬臂梁在窄带激励的作用下振动发电, 其压电片产生的电压通过引线由数据采集器进行采集, 位移传感器测量的悬臂梁振动位移也同时由数据采集器进行采集, 电压和位移两信号同时送入计算机中进行分析. 实验激励强度以加速度值度量, 保持 0.5 g 有效值.

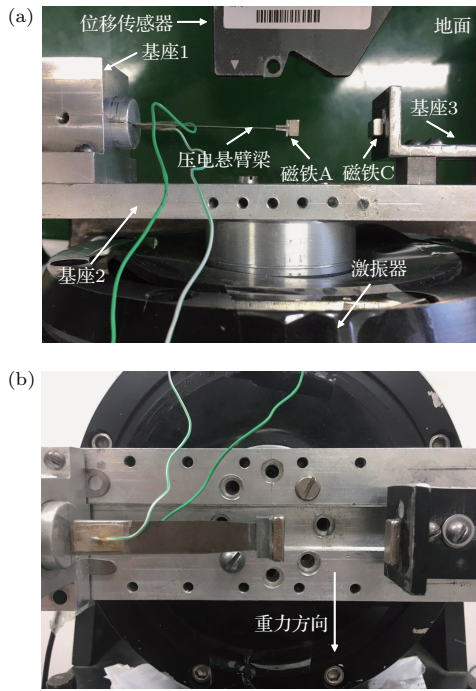


图 27 压电振动能量采集系统实验结构图

Fig. 27. Experimental structure of piezoelectric vibration energy harvesting system.

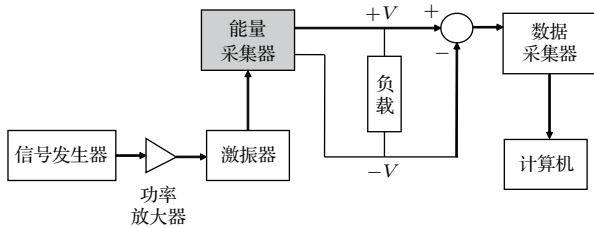


图 28 压电振动能量采集器实验测试系统

Fig. 28. Experimental test system of piezoelectric vibration energy harvesting system.

通过调节磁铁间距 d 和激励中心频率 f_c , 实验中分别记录了不同 d 值和 f_c 值下压电悬臂梁的输

出电压均方值 V_{rms} , 仿照图 8 (a) 和图 8 (b), 可以绘制输出电压均方值 V_{rms} 关于磁铁间距 d 和激励中心频率 f_c 的关系, 如图 29 (a) 和图 29 (b) 所示. 可以看出, 图 8 (a) 和图 8 (b) 与图 29 (a) 和图 29 (b) 的形状相似, 说明窄带激励下系统的电压输出特性与仿真模拟的结果基本一致. 无论激励中心频率为多少, 压电悬臂梁系统始终在 $d_0 = 18$ mm 附近出现峰值电压输出, 可判定此间距为窄带激励下系统的分界点间距, 该峰值输出是由激励中的随机成分引起的. 当激励中心频率小于 15 Hz 时, 分界点间距 d_0 左右两侧分别出现具有双稳和单稳振动特性的峰值电压, 该两峰值是由激励中心频率与系统等效线性固有频率一致引起的. 且在激励中心频率较小时, 两侧的峰值间距与 d_0 非常接近, 在实验分辨率下无法明显体现出来. 当中心频率大于 15 Hz 且小于 40 Hz 时, 系统仅在分界点间距 d_0 左侧出现 1 个具有双稳振动特性的峰值电压. 当中心频率超过 40 Hz 后, 系统不存在由激励中心频率与系统等效线性固有频率一致引起的峰值电压输出. 这些实验结果验证了理论分析及模拟结果的正确性.

为了进一步理解实验中系统的振动响应情况, 图 30 给出了激励中心频率为 13 Hz 时, 激振台的加速度响应及其频谱图, 图 31 给出了该激励条件下, 系统在 3 个峰值间距 ($d_0 = 18$ mm, $d_L = 16$ mm, $d_R = 24$ mm) 下的位移-时间图. 由图 31 可知, 系统在 3 个峰值间距下的振动状态分别是: 双稳跃迁振动、双稳单势阱内振动、单稳振动, 与理论分析中 $f_c = 40$ Hz 时 3 个峰值间距下系统的振动响应情况相符合.

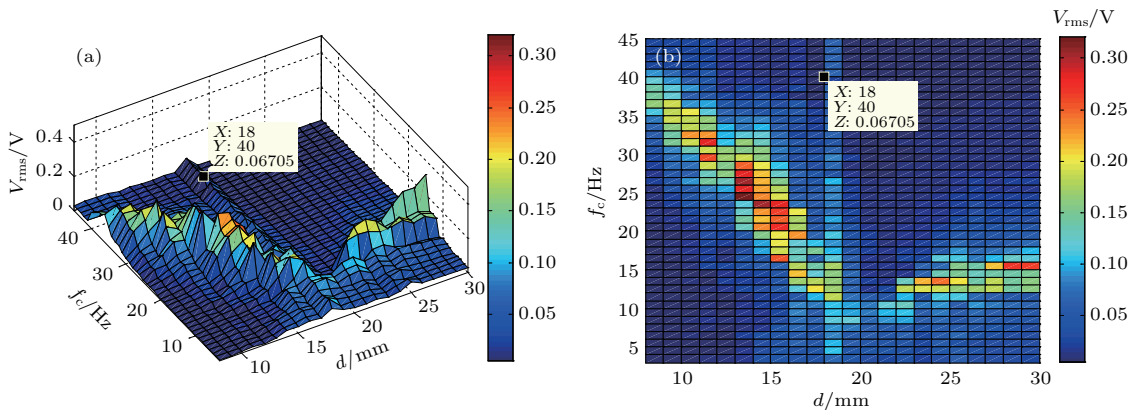


图 29 输出电压 V_{rms} 随磁铁间距 d 和窄带中心频率 f_c 的变化, 其中激励强度和带宽分别为 $D = 0.2$ 和 $\gamma = 5$ Hz; 图 (b) 是图 (a) 的俯视图

Fig. 29. Dependence of output voltage V_{rms} on magnet spacing d and the center frequencies f_c while $D = 0.2$ and $\gamma = 5$ Hz. Panel (b) is the top view of panel (a).

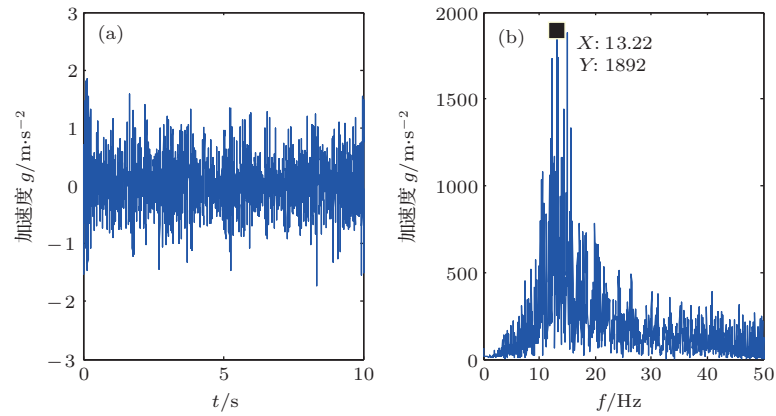


图30 激励中心频率 $f_c = 13$ Hz时, 激振台的激励状态 (a) 加速度响应; (b) 加速度频谱

Fig. 30. Excitation state of the vibrator when $f_c = 13$ Hz: (a) Acceleration response; (b) acceleration spectrum.

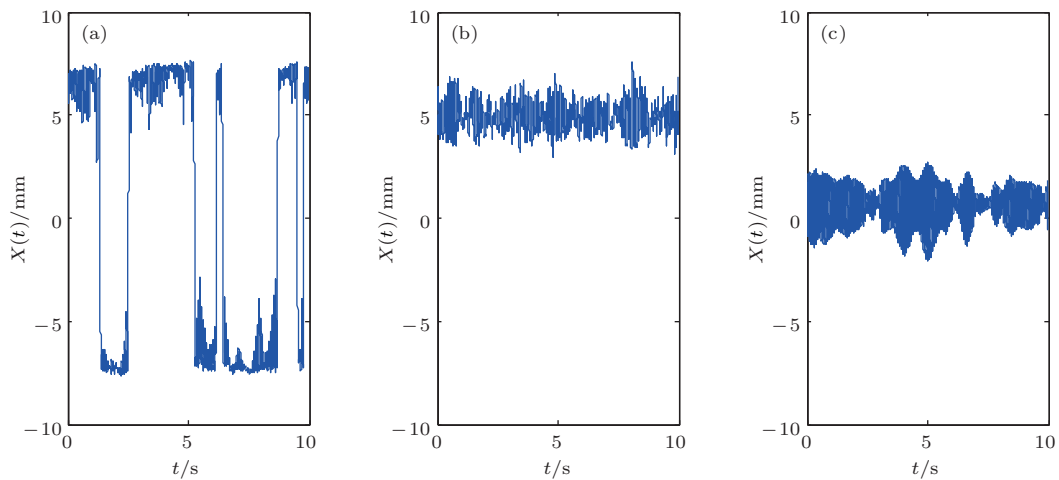


图31 激励中心频率 $f_c = 13$ Hz时, 不同峰值间距下系统的位移响应 (a) $d_0 = 18$ mm; (b) $d_L = 16$ mm; (c) $d_R = 24$ mm

Fig. 31. Displacement response under different magnet spacings when $f_c = 13$ Hz: (a) $d_0 = 18$ mm; (b) $d_L = 16$ mm; (c) $d_R = 24$ mm.

7 结 论

本文以双稳压电悬臂梁能量采集系统为研究对象, 探讨了不同中心频率窄带随机激励下系统的响应和能量采集特性. 研究表明: 对于一定带宽的窄带随机激励, 1) 系统始终存在一个可产生响应峰值的磁铁间距 (称为分界点间距) d_0 , 这一特性类似于宽频带随机激励的双稳系统在最优磁铁间距处产生响应峰值的双稳响应特性; 2) 当激励频率由小到大依次变化且不超过某个频率值时, 系统分别存在另外两个或一个不同磁铁间距 (d_1 和 d_2 或 d_1) 也能使系统响应达到峰值电压, 且系统这种峰值输出电压间距随中心频率变化的规律, 是与系统的等效线性固有频率随磁铁间距的变化规律一致; 3) 磁铁间距 d_1 和 d_2 处的系统峰值输出电压, 是由

系统在其等效线性固有频率处诱导产生双稳或单稳“共振”形成的; 4) 由于在一定带宽的窄带激励下, 系统响应存在3个峰值间距 d_0 , d_1 和 d_2 , 因此对于实际环境变化的窄带激励, 可根据具体工况将能量采集系统的磁铁间距进行合理安排, 以实现更好的机电能量转换.

参考文献

- [1] Daqaq M F, Masana R, Erturk A, Quinn D D 2014 *Appl. Mech. Rev.* **66** 040801
- [2] Roundy S, Wright P K, Rabaey J 2003 *Comput. Commun.* **26** 1131
- [3] Wang H Y, Xie T, Shan X B, Yuan J B 2010 *J. Xi'an Jiaotong Univ.* **44** 114 (in Chinese) [王红艳, 谢涛, 单小彪, 袁江波 2010 西安交通大学学报 **44** 114]
- [4] Priya S, Inman D J (translated by Huang J Q, Huang Q A) 2011 *Energy Harvesting Technologies* (Nanjing:

- Dongnan University Press) pp34–62 (in Chinese) [(普利
亚 S, 茵曼 D J 著 (黄见秋, 黄庆安 译) 2011 能量收集技术
(南京: 东南大学出版社) 第 34—62 页]
- [5] Cottone F, Vocca H, Gammaitoni L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 080601
- [6] Gammaitoni L, Neri I, Vocca H 2009 *Appl. Phys. Lett.* **94** 164102
- [7] Ferrari M, Ferrari V, Guizzetti M, Andó B, Baglio S, Trigona C 2010 *Sens. Actuat. A: Phys.* **162** 425
- [8] Ferrari M, Baù M, Guizzetti M, Ferrari V 2011 *Sens. Actuat. A: Phys.* **172** 287
- [9] Chen Z S, Yang Y M 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 074301 (in Chinese) [陈仲生, 杨拥民 2011 物理学报 **60** 074301]
- [10] Gao Y J, Leng Y G, Fan S B, Lai Z H 2014 *Smart Mater. Struct.* **23** 095003
- [11] Beeby S P, Wang L, Zhu D, Weddell A S, Merrett G V 2013 *Smart Mater. Struct.* **22** 075022
- [12] Wischke M, Masur M, Kroner M, Woias P 2011 *Smart Mater. Struct.* **20** 085014
- [13] Harne R L, Wang K W 2013 *J. Vib. Acoust.* **136** 021009
- [14] Green P L, Papatheou E, Sims N D 2013 *J. Intell. Mater. Syst. Struct.* **24** 1494
- [15] Tan D, Leng Y G, Fan S B, Gao Y J 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 060502 (in Chinese) [谭丹, 冷永刚, 范胜波, 高毓璣 2015 物理学报 **64** 060502]
- [16] Guo K K 2015 *Ph. D. Dissertation* (Tianjin: Tianjin University) (in Chinese) [郭抗抗 2015 博士学位论文 (天津: 天津大学)]
- [17] He Q, Daqaq M F 2015 *J. Vib. Acoust.* **137** 021009
- [18] Daqaq M F 2010 *J. Sound Vib.* **329** 3621
- [19] Masana R, Daqaq M F 2013 *J. Sound Vib.* **332** 6755
- [20] Barton D A W, Burrow S G, Clare L R 2010 *J. Vib. Acoust.* **132** 021009

Mechanism of a nonlinear bistable piezoelectric cantilever beam under narrow-band random excitations and its energy harvesting*

Wu Juan-Juan¹⁾ Leng Yong-Gang^{1)†} Qiao Hai²⁾ Liu Jin-Jun¹⁾ Zhang Yu-Yang¹⁾

1) (School of Mechanical Engineering, Tianjin University, Tianjin 300350, China)

2) (Caterpillar technology R & D Co., Ltd., Wuxi 214028, China)

(Received 10 January 2018; revised manuscript received 30 July 2018)

Abstract

While wireless sensors, data transmission devices and medical implant devices tend to miniaturization and low consumption, energy supply modes such as batteries, solar energy and wind energy are limited due to their defects. Instead, vibration energy harvesting can open up new possibilities for self-supplying the low-consumption devices. The narrow-band random vibration with center frequency is a typical vibration in the environment, and its characteristics are closely related to the environment.

This paper takes the energy harvesting system with bi-stable piezoelectric cantilever beam as a research object, and the characteristics of system's equivalent linear natural frequency, linear and nonlinear stiffness under different intervals between magnets are analyzed. By using the narrow-band random excitation with a certain bandwidth output of the bandpass filter to simulate environment vibration and using Runge-Kutta method to solve the system equation numerically, the response of system and the characteristics of energy harvesting are studied.

It is observed that the variation of the magnet spacings at peak output voltage, which possesses a central frequency, is related to the variation of the equivalent linear natural frequency of the system with the interval between magnets. When the variation of magnet spacing is triggered by the narrow-band random excitation with a certain bandwidth, there is always a constant interval between magnets, making the system produce a peak output, which is like a bi-stable system that produces the peak output at optimal spacing under broad-band excitation. On the other hand, there are also more than one or two different magnet spacings making the system produce peak outputs while excitation's center frequency changes in a certain range, and the peak outputs are formed by bi-stable or single-stable "resonance" of the system, induced at the equivalent linear natural frequency. And the demarcation point spacing of the single-stable and bi-stable vibration of the system are the magnet spacing when linear stiffness is zero.

Therefore, for the narrow-band random excitation in the actual environment, the magnet spacing of the energy harvesting system can be reasonably arranged according to the specific working conditions to achieve better electromechanical energy conversion. The findings in this paper can provide some theoretical and technical support for the study of harvesting the vibration energy with characteristics of narrow-band random excitation.

Keywords: narrow-band random excitation, bistable piezoelectric cantilever beam, equivalent linear natural frequency, energy harvesting

PACS: 05.45.-a, 05.40.-a, 02.60.Cb

DOI: [10.7498/aps.67.20180072](https://doi.org/10.7498/aps.67.20180072)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51675370) and the Tianjin Research Program of Application Foundation and Advanced Technology, China (Grant No. 15JCZDJC32200).

† Corresponding author. E-mail: leng_yg@tju.edu.cn