

耦合界面力的两相流相场格子 Boltzmann 模型

李洋 苏婷 梁宏 徐江荣

Phase field lattice Boltzmann model for two-phase flow coupled with additional interfacial force

Li Yang Su Ting Liang Hong Xu Jiang-Rong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 224701 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20181230

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20181230>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I22>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[液滴撞击圆柱内表面的数值研究](#)

Numerical study of droplet impact on the inner surface of a cylinder

物理学报.2018, 67(18): 184701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180364>

[一种基于二维光滑粒子法的流体仿真方法](#)

A fluid simulation method based on two-dimensional smoothed particle hydrodynamics

物理学报.2016, 65(24): 244701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.244701>

[基于格子玻尔兹曼方法的一类 FitzHugh-Nagumo 系统仿真研究](#)

Numerical simulation of a class of FitzHugh-Nagumo systems based on the lattice Boltzmann method

物理学报.2016, 65(15): 154701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.154701>

[基于间断有限元方法的并列圆柱层流流动特性](#)

Numerical simulation of laminar flow past two side-by-side cylinders by discontinuous Galerkin method

物理学报.2016, 65(8): 084701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.084701>

[多孔介质中流体流动及扩散的耦合格子 Boltzmann 模型](#)

A coupled lattice Boltzmann model for fluid flow and diffusion in a porous medium

物理学报.2016, 65(1): 014702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.014702>

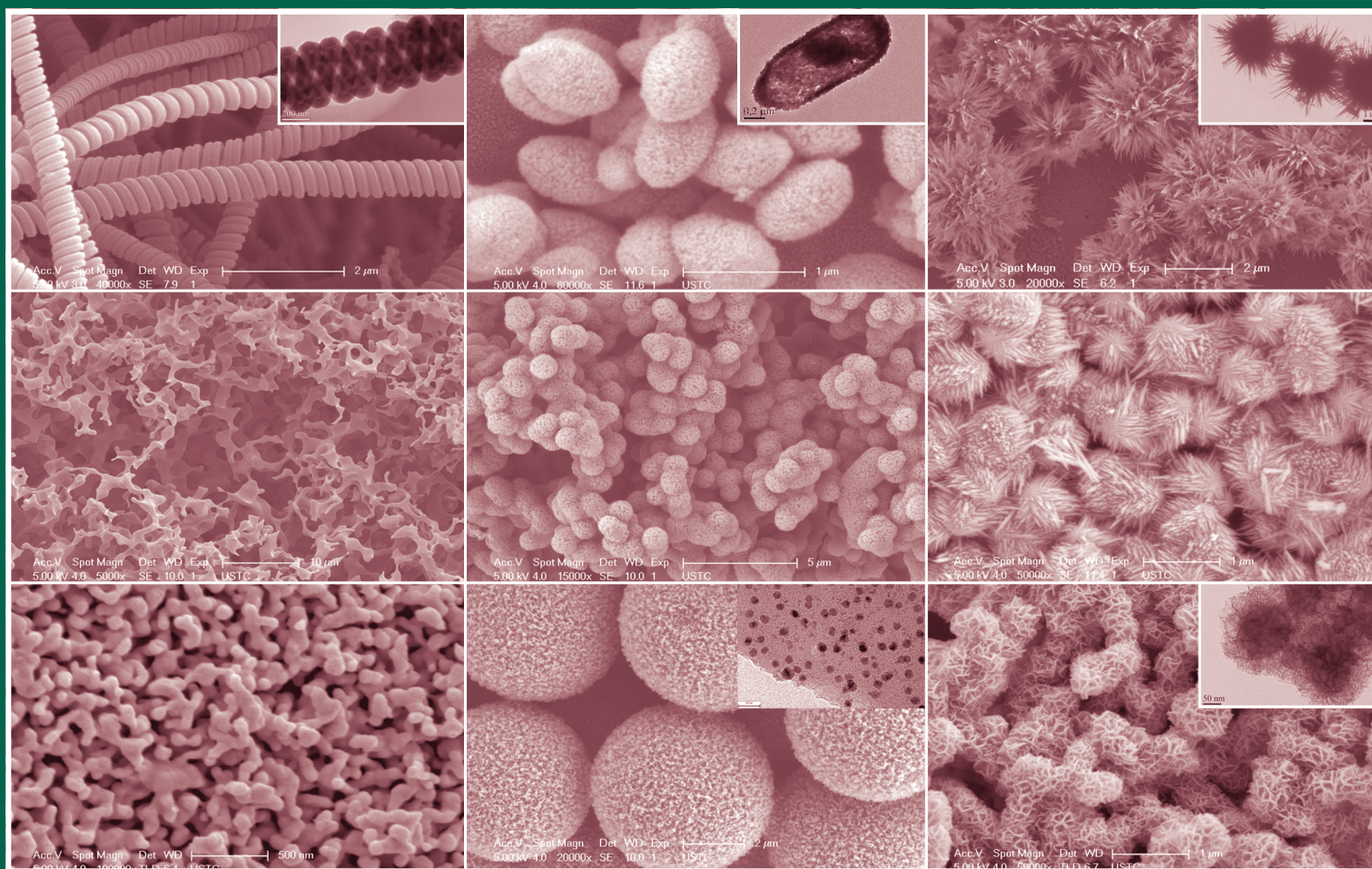
ISSN 1000-3290

物理学报

Acta Physica Sinica

2018年 第67卷 第22期

[Http://wulixb.iphy.ac.cn](http://wulixb.iphy.ac.cn)



中国物理学会 中国科学院物理研究所
Chinese Physical Society Institute of Physics, CAS

物 理 学 报

第 67 卷 第 22 期 2018 年 11 月

目 次

特邀综述

227501 核壳结构磁性复合纳米材料的可控合成与性能 何学敏 钟伟 都有为

专题: 单量子态探测及其相互作用

220301 核磁共振量子信息处理研究的新进展 ... 孔祥宇 朱垣晔 闻经纬 辛涛 李可仁 龙桂鲁

220302 利用超导量子电路模拟拓扑量子材料 喻祥敏 谭新生 于海峰 于扬

221401 半导体上转换单光子探测技术研究进展 白鹏 张月衡 沈文忠

223301 单分子尺度的光量子态调控与单分子电致发光研究 张尧 张杨 董振超

224203 冷原子系综内单集体激发态的相干操纵 安子焯 王旭杰 苑震生 包小辉 潘建伟

227301 量子点操控的光子探测和圆偏振光子发射
..... 李天信 翁钱春 鹿建 夏辉 安正华 陈张海 陈平平 陆卫

227502 复杂氧化物中电子相分离的量子调控 王文彬 朱银燕 殷立峰 沈健

227801 半导体自组织量子点量子发光机理与器件 ... 尚向军 马奔 陈泽升 喻颖 查国伟 倪海桥 牛智川

227802 飞秒时间分辨质谱和光电子影像对分子激发态动力学的研究
..... 王艳梅 唐颖 张嵩 龙金友 张冰

228501 新型超导量子比特及量子物理问题的研究 赵士平 刘玉玺 郑东宁

核物理学

222101 利用气泡探测器测量激光快中子 赵磊 徐妙华 张翌航 张喆 朱保君 姜炜曼 张笑鹏
赵旭 仝博伟 贺书凯 卢峰 吴玉迟 周维民 张发强 周凯南 谢娜 黄征 仲佳勇 谷渝秋
李玉同 李英骏

原子和分子物理学

223101 外场作用下 $C_{12}H_4Cl_4O_2$ 的分子结构和电子光谱研究 ... 杜建宾 冯志芳 韩丽君 唐延林 武德起

223201 Yb 浓度对功率依赖的上转换荧光色彩的敏感度调控
..... 高当丽 李蓝星 冯小娟 种波 辛红 赵瑾 张翔宇

223401 气体-表面相互作用的分子动力学模拟研究 张冉 常青 李桦

电磁学、光学、声学、传热学、经典力学和流体动力学

- 224101 一种宽带可重构反射型极化旋转表面 于惠存 曹祥玉 高军 杨欢欢 韩江枫 朱学文 李桐
- 224102 油膜覆盖的非线性海面电磁散射多普勒谱特性研究 王蕊 郭立新 张策
- 224201 像散Bessel光束自重建特性的理论和实验研究 杨艳飞 陈婧 吴逢铁 胡润 张惠忠 胡汉青
- 224202 透过散射介质对直线运动目标的全光成像及追踪技术
..... 贾辉 罗秀娟 张羽 兰富洋 刘辉 陈明徕
- 224204 光线庞加莱球法构建的结构光场及其传输特性研究 张书赫 邵梦 周金华
- 224205 基于拉曼激光雷达的大气三相态水同步精细探测分光系统的设计与仿真分析
..... 王玉峰 张晶 汤柳 王晴 高天乐 宋跃辉 狄慧鸽 李博 华灯鑫
- 224206 海洋湍流中光波特征参量和短期光束扩展的研究 吴彤 季小玲 李晓庆 王欢 邓宇 丁洲林
- 224207 类声子晶体结构对超声塑料焊接工具横向振动的抑制 赵甜甜 林书玉 段祎林
- 224301 利用扩散场信息的超声兰姆波全聚焦成像 张海燕 徐梦云 张辉 朱文发 柴晓冬
- 224302 深海海底山环境下声传播水平折射效应研究 李晟昊 李整林 李文 秦继兴
- 224701 耦合界面力的两相流相场格子 Boltzmann 模型 李洋 苏婷 梁宏 徐江荣
- 224702 基于势流理论的回转体并联入水双空泡演化动力学研究
..... 宋武超 魏英杰 路丽睿 王聪 卢佳兴
- 224703 微小水滴撞击深水液池空腔运动的数值模拟及机理研究 裴传康 魏炳乾

气体、等离子体和放电物理

- 225201 高功率微波输出窗内侧击穿动力学的PIC/MCC模拟研究 左春彦 高飞 戴忠玲 王友年
- 225202 基于带电粒子活化法开展的SGII-U皮秒激光质子加速实验研究
..... 贺书凯 齐伟 矫金龙 董克攻 邓志刚 滕建 张博 张智猛 洪伟 张辉 沈百飞 谷渝秋
- 225203 相位角对容性耦合电非对称放电特性的影响 胡艳婷 张钰如 宋远红 王友年

凝聚物质:结构、力学和热学性质

- 226501 石墨烯封装单层二硫化钼的热稳定性研究 刘乐 汤建 王琴琴 时东霞 张广宇
- 226601 非对称双原子分子在输运扩散中的取向效应 江智亮 陈沛荣 钟伟荣 艾保全 邵志刚
- 226801 不同硅晶面指数上的类倒金字塔结构研究与分析
..... 陈全胜 刘尧平 陈伟 赵燕 吴俊桃 王燕 杜小龙

凝聚物质:电子结构、电学、磁学和光学性质

- 227401 表面吸附K原子的多层FeSe/SrTiO₃(001)薄膜的抗磁响应的原位测量
..... 陈传廷 姚钢 段明超 管丹丹 李耀义 郑浩 王世勇 刘灿华 贾金锋

227901 同轴传输线微放电的统计理论稳态建模及敏感区域计算 ... 林舒 夏宁 王洪广 李永东 刘纯亮

物理学交叉学科及有关科学技术领域

228201 一种基于简化电化学模型的锂电池互联状态观测器 庞辉 张旭

228502 界面Dzyaloshinskii-Moriya相互作用下辐射状磁涡旋形成机制
..... 董丹娜 蔡理 李成 刘保军 李闯 刘嘉豪

228801 高效无空穴传输层碳基钙钛矿太阳能电池的制备与性能研究 ... 范伟利 杨宗林 张振云 齐俊杰

文章图片的彩色效果详见网刊



扫码阅读
电子版

耦合界面力的两相流相场格子 Boltzmann 模型*

李洋 苏婷 梁宏† 徐江荣‡

(杭州电子科技大学理学院, 杭州 310018)

(2018年6月25日收到; 2018年9月14日收到修改稿)

提出了一种改进的基于相场理论的两相流格子 Boltzmann 模型. 通过引入一种新的更加简化的外力项分布函数, 使得此模型克服了前人工作中界面力尺度与理论分析不一致的问题, 并且通过 Chapman-Enskog 多尺度分析表明, 所提出的模型能够准确恢复到追踪界面的 Cahn-Hilliard 方程和不可压的 Navier-Stokes 方程, 并且宏观速度的计算更为简化. 利用所提模型对几个经典两相流问题, 包括静态液滴测试、液滴合并问题、亚稳态分解以及瑞利-泰勒不稳定性进行了数值模拟, 发现本模型可以获得量级为 10^{-9} 极小的虚假速度, 并且这些算例获取的数值解与解析解或已有的文献结果相吻合, 从而验证了模型的准确性和可行性. 最后, 利用所发展的两相流格子 Boltzmann 模型研究了随机扰动的瑞利-泰勒不稳定性问题, 并着重分析了雷诺数对流体相界面的影响. 发现对于高雷诺数情形, 在演化前期, 流体界面出现一排“蘑菇”形状, 而在演化后期, 流体界面呈现十分复杂的混沌拓扑结构. 不同于高雷诺数情形, 低雷诺数时流体界面变得相对光滑, 在演化后期未观察到混沌拓扑结构.

关键词: 格子 Boltzmann 方法, 界面力, 两相流, 瑞利-泰勒不稳定性

PACS: 47.11.-j, 02.60.Cb, 47.20.Ma

DOI: 10.7498/aps.67.20181230

1 引言

格子 Boltzmann (LB) 方法^[1,2]是近三十年来发展起来的一种流体系统建模和模拟方法. 它不再基于宏观连续介质模型的 Navier-Stokes 方程, 而是直接从微观模型出发通过描述流体粒子分布函数的演化再现复杂流动的宏观行为. 因此, LB 方法相比传统数值方法有一些独特优势, 而受到了众多学者的关注, 并已广泛应用于多个学科领域, 如多孔介质中传热传质、湍流的直接数值模拟、多相流体流动与传热、颗粒流^[1,2]等. 特别是 LB 方法的介观属性, 可以使其直接描述多相流体系统中流体间与流固间的相互作用, 因而可以方便地模拟多相流体流动, 这也被认为 LB 方法区别传统数值方法的最大优势之一.

目前, 许多学者已经根据流体间微观相互作用

用力的不同物理背景, 提出了多种不同类别的两相流 LB 模型^[1,2], 包括颜色模型、伪势模型、自由能模型、基于相场理论的模型. 在这些提出的 LB 模型中, 基于相场理论的两相流 LB 模型^[3-9]因具有坚实界面追踪的物理机制, 近年来受到了广泛关注, 并且已成功应用于复杂多相流动问题的研究^[10-13]. He 等^[3]基于相场理论提出了第一个不可压两相流 LB 模型, 其基本原理是通过引入序参数分布函数来追踪流体界面, 而用另一个压力分布函数来求解流场. 然而, Zheng 等^[4]指出 He 模型存在所恢复界面追踪方程与相场理论中 Cahn-Hilliard 方程不一致的问题, 并通过在界面演化方程中引入序参数分布函数的差分项, 提出了与相场方程相一致的 LB 模型. 另外, 针对 He 模型所模拟大密度比的限制, Lee 和 Liu^[5]提出了二阶混合差分格式来离散流体间的相互作用力, 从而提高了模拟大密度多相流动问题的数值稳定性. 然

* 浙江省自然科学基金 (批准号: LY19A020007) 和国家自然科学基金 (批准号: 11602075) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lianghongstefanie@163.com

‡ 通信作者. E-mail: jrxu@hdu.edu.cn

而, 一些学者指出混合差分格式的使用会导致 Lee 模型不满足全局质量守恒^[14]. 受 Zheng 等模型的启发, Zu 和 He^[6] 在界面演化方程中引入一种平衡态分布函数的空间差分项, 从而也能够准确恢复到 Cahn-Hilliard 方程. 另外, 为了恢复正确的不可压 Navier-Stokes 方程, Zu 和 He 在流场的 LB 算法中引进一些复杂的源项, 这导致模型中速度和压力满足一组隐式方程, 需要通过预估与校正方法来求解. 最近, Liang 等^[7] 也从相场理论出发构造了一类界面求解精度更高且数值稳定性更好的两相流 LB 模型, 并且流场中宏观速度和压力的计算更为简便.

综上所述, 两相流的相场 LB 模型得到了较大的发展. 然而, 在相场 LB 模型中, 存在着一类特殊的界面力^[15]. 通过 Chapman-Enskog 理论分析发现, 相场 LB 模型中均存在着界面力的尺度与理论分析结果不一致的问题. 另外, 为了描述流场的信息, 相场 LB 模型中均含有一些复杂的外力项. 针对这些问题, 本文考虑了界面力的尺度效应, 并提出了更加简单的外力项分布函数. 通过多尺度分析, 本模型也能恢复到正确的宏观控制方程.

2 控制方程和数学模型

2.1 控制方程

在相场理论中, 用于描述多相系统中相界面运动的宏观控制方程是著名的 Cahn-Hilliard (CH) 对流扩散方程^[6,7],

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} + \nabla \cdot \phi \mathbf{u} = \nabla \cdot M(\nabla \mu), \quad (1)$$

这里, ϕ 是标识不同流体的序参数, \mathbf{u} 是流体速度, M 是迁移率, μ 是自由能的化学势, 在相场理论中可以表示为

$$\mu = 4\beta(\phi - \phi_l)(\phi - \phi_g) \left(\phi - \frac{\phi_l + \phi_g}{2} \right) - \kappa \nabla^2 \phi, \quad (2)$$

其中 ϕ_l 和 ϕ_g 分别表示液相和气相的序参数, 而相界面可以表征为 $\phi = (\phi_l + \phi_g)/2$ 的等值线, 参数 β 和 κ 由界面厚度 D 和表面张力 σ 决定,

$$\beta = \frac{12\sigma}{D(\phi_l - \phi_g)^4}, \quad (3)$$

$$\kappa = \frac{3\sigma D}{2(\phi_l - \phi_g)^2}. \quad (4)$$

另外, 为了描述多相流体流动, 界面追踪 CH 方程需要耦合流体动力学方程. 根据文献^[7], 含有外力项的不可压缩黏性流体的 Navier-Stokes (NS) 方程可表述为:

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (5a)$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla p + \nabla \cdot [\nu \rho (\nabla \mathbf{u} + \nabla \mathbf{u}^T)] + \mathbf{F}, \quad (5b)$$

其中, ρ 是流体密度, p 是压力, ν 是流体黏性系数, \mathbf{F} 为总外力, 包含外力项 \mathbf{G} 和表面张力 \mathbf{F}_s , 在本文的数值模拟中, 我们取常用的势形式 $\mathbf{F}_s = -\phi \nabla \mu$ 或 $\mathbf{F}_s = \mu \nabla \phi$ ^[6,7,15] 来减少流体界面处的虚假速度.

2.2 两相流格子 Boltzmann 模型

为了求解 CH 方程和 NS 方程, 本文引入了两个独立的分布函数 f_i 和 g_i , 其对应单松弛 LB 模型的演化方程可分别表示为:

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_f} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] + \delta_t F_i(\mathbf{x}, t), \quad (6a)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t + \delta_t) - g_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau_g} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{\text{eq}}(\mathbf{x}, t)] + \delta_t G_i(\mathbf{x}, t), \quad (6b)$$

其中 τ_f 和 τ_g 是分别与迁移率 M 和运动学黏性系数 ν 有关的松弛因子, $f_i(\mathbf{x}, t)$ 是粒子在 t 时刻 \mathbf{x} 位置的序参数分布函数, $g_i(\mathbf{x}, t)$ 是密度分布函数, 相应的平衡态分布函数 f_i^{eq} 和 g_i^{eq} 分别被定义为^[7]:

$$f_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \phi + (\omega_i - 1)\eta\mu, & i = 0, \\ \omega_i\eta\mu + \omega_i \frac{\mathbf{c}_i \cdot \phi \mathbf{u}}{c_s^2}, & i \neq 0, \end{cases} \quad (7)$$

$$g_i^{\text{eq}} = \begin{cases} \frac{p}{c_s^2}(\omega_i - 1) + \rho s_i(\mathbf{u}), & i = 0, \\ \frac{p}{c_s^2}\omega_i + \rho s_i(\mathbf{u}), & i \neq 0, \end{cases} \quad (8)$$

这里

$$s_i(\mathbf{u}) = \omega_i \left[\frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^4} - \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}}{2c_s^2} \right], \quad (9)$$

其中 η 是调节迁移率大小的参数, ω_i 是权系数, c_s 为格子声速. 格子速度的离散模型决定着 η 和 ω_i 的取值, 对于 $D2Q9$ 模型, 相应的权系数 $\omega_0 = 4/9$, $\omega_{1-4} = 1/9$, $\omega_{5-8} = 1/36$, $c_s = c/\sqrt{3}$, 离散速度 \mathbf{c}_i 为

$$\mathbf{c}_i = \begin{cases} (0, 0)c, & i = 0, \\ (\cos[(i-1)\pi/2], \sin[(i-1)\pi/2])c, & i = 1-4, \\ \sqrt{2}(\cos[(i-5)\pi/2 + \pi/4], \sin[(i-5)\pi/2 + \pi/4])c & i = 5-8, \end{cases} \quad (10)$$

其中, $c = \delta_x/\delta_t$, δ_x 是单位格子大小, δ_t 为时间步长. 本文中, 我们取 $c = \delta_x = \delta_t = 1$.

为了准确恢复到 CH 方程, Liang 等^[7] 在演化方程引入了可以局部计算的时间导数项, 其对应的源项分布函数可定义为

$$F_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau_f}\right) \frac{\omega_i \mathbf{c}_i \cdot \partial_t(\phi \mathbf{u})}{c_s^2}. \quad (11)$$

在不同的两相流相场 LB 模型中, 外力项分布函数具有不同的形式^[6,7,15]. 在原始的相场 LB 模型中, 外力项分布函数可定义为^[7]

$$G_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right)(\mathbf{c}_i - \mathbf{u}) \times \left[s_i(\mathbf{u})\nabla\rho + (\omega_i + s_i(\mathbf{u}))\frac{\mathbf{F} + \mathbf{F}_a}{c_s^2}\right], \quad (12)$$

其中, $\mathbf{F}_a = \frac{\rho_l - \rho_g}{\phi_l - \phi_g} M \nabla^2 \mu \mathbf{u}$ 是 Li 等^[15] 引入的界面力, 用于恢复到正确的动量方程. 根据文献^[7, 15], 宏观量 \mathbf{u} 的计算表达式如下

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i g_i + 0.5 \delta_t (\mathbf{F} + \mathbf{F}_a). \quad (13)$$

基于 Chapman-Enskog 多尺度分析, 我们发现速度的计算表达式中外力应为 $o(\epsilon)$ 尺度, 然而 \mathbf{F}_a 为 $o(\epsilon^2)$ 尺度, 这就导致速度计算式出现了尺度不一致的问题. 界面力尺度与理论分析不一致问题同样存在于其他的相场 LB 模型^[6,15] 中. 另外, 我们注意到为了恢复正确的不可压 Navier-Stokes 方程, 相场 LB 模型在流场的演化方程中均引入了较为复杂的外力项分布函数, 这影响了模型的实现难度和计算效率. 针对上述问题, 我们考虑了尺度效应, 并提出了一种新的更加简单的外力项分布函数

$$G_i = \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right) \omega_i \left(\frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}}{c_s^2} + \frac{\mathbf{u} \nabla \rho \cdot \mathbf{c}_i \mathbf{c}_i}{c_s^2}\right) + \frac{\omega_i \mathbf{c}_i \cdot \mathbf{F}_a}{c_s^2}. \quad (14)$$

本模型中序参数 ϕ 的计算如下:

$$\phi = \sum_i f_i. \quad (15)$$

宏观量密度 ρ 可以看作序参数 ϕ 的线性函数,

$$\rho = \frac{\phi - \phi_g}{\phi_l - \phi_g} (\rho_l - \rho_g) + \rho_g, \quad (16)$$

其中 ρ_l 与 ρ_g 分布代表液相和气相的密度. 修正后的速度表达式及压力计算式可表示为:

$$\rho \mathbf{u} = \sum_i \mathbf{c}_i g_i + 0.5 \delta_t \mathbf{F}, \quad (17)$$

$$p = \frac{c_s^2}{1 - \omega_0} \left[\sum_{i \neq 0} g_i + \frac{\delta_t}{2} \mathbf{u} \cdot \nabla \rho + \rho s_0(\mathbf{u}) \right]. \quad (18)$$

通过 Chapman-Enskog 多尺度分析^[7], 可以证明本模型中界面追踪的 LB 演化方程 (6a) 可正确地恢复到 Cahn-Hilliard 控制方程, 并且迁移率 M 与松弛因子关系可表示为

$$M = \eta c_s^2 \delta_t (\tau_f - \frac{1}{2}). \quad (19)$$

接下来, 我们简要地论述本文提出新的外力项分布函数的 LB 演化方程 (6b) 如何恢复到不可压流体的 Navier-Stokes 方程. 根据外力项分布函数的表达式 (14), 其对应的矩条件为

$$\begin{aligned} \sum_i G_i &= \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right) u_\alpha \partial_\alpha \rho, \\ \sum_i c_{i\alpha} G_i &= \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right) F_\alpha + F_{a\alpha}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \Lambda &= : \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} G_i \\ &= \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right) [u_\alpha \partial_\beta (\rho c_s^2) + u_\beta \partial_\alpha (\rho c_s^2) \\ &\quad + (u_\gamma \partial_\gamma \rho c_s^2) \delta_{\alpha\beta}]. \end{aligned} \quad (21)$$

为了恢复正确的宏观控制方程, 我们引入如下的多尺度展开式:

$$g_i = g_i^{(0)} + \epsilon g_i^{(1)} + \epsilon^2 g_i^{(2)} + \dots, \quad (22a)$$

$$\partial_t = \epsilon \partial_{t_1} + \epsilon^2 \partial_{t_2}, \quad \partial_\alpha = \epsilon \partial_{1\alpha}, \quad (22b)$$

$$G_i = \epsilon G_i^{(1)} + \epsilon^2 G_i^{(2)}, \quad F_\alpha = \epsilon F_\alpha^{(1)}, \quad (22c)$$

$$F_{a\alpha} = \epsilon^2 F_{a\alpha}^{(2)},$$

其中 ϵ 是非常小的展开参数. 将 LB 演化方程 (6b) Taylor 展开到 δ_t^2 量级, 并应用上述的多尺度展开式可得

$$\epsilon^0 : g_i^{(0)} = g_i^{\text{eq}}, \quad (23a)$$

$$\epsilon^1 : D_{1i} g_i^{(0)} = -\frac{1}{\tau_g \delta_t} g_i^{(1)} + G_i^{(1)}, \quad (23b)$$

$$\epsilon^2 : \partial_{t_2} g_i^{(0)} + D_{1i} \left(1 - \frac{1}{2\tau_g}\right) g_i^{(1)}$$

$$= -\frac{1}{\tau_g \delta_t} g_i^{(2)} - \frac{\delta_t}{2} D_{1i} G_i^{(1)} + G_i^{(2)}, \quad (23c)$$

其中, $D_{1i} = \partial_{t_1} + c_{i\alpha} \partial_{1\alpha}$. 由分布函数 g_i^{eq} 和 G_i 的矩条件, g_i 的零阶矩可定义为 [10]

$$\sum_i g_i = -\frac{\delta_t}{2} u_\alpha \partial_{1\alpha} \rho. \quad (24)$$

进一步, 应用多尺度展开式到 (17) 和 (24) 式, 可得分布函数 g_i 满足如下性质

$$\begin{aligned} \sum_i g_i^{(1)} &= -\frac{\delta_t}{2} u_\alpha \partial_{1\alpha} \rho, \\ \sum_i g_i^{(n)} &= 0, \quad (n \geq 2), \\ \sum_i c_{i\alpha} g_i^{(1)} &= -\frac{\delta_t}{2} F_\alpha^{(1)}, \\ \sum_i c_{i\alpha} g_i^{(n)} &= 0, \quad (n \geq 2). \end{aligned} \quad (25)$$

$$\sum_i c_{i\alpha} g_i^{(1)} = -\frac{\delta_t}{2} F_\alpha^{(1)}, \quad (26)$$

利用上述结果, 对 (23b) 式分别求零阶和一阶速度矩, 可以得到 t_1 尺度上的宏观方程

$$\partial_{1\alpha} u_\alpha = 0, \quad (27)$$

$$\partial_{t_1}(\rho u_\beta) + \partial_{1\alpha}(\rho u_\alpha u_\beta + p \delta_{\alpha\beta}) = F_\beta^{(1)}. \quad (28)$$

同理, t_2 尺度上的宏观方程可从 (23c) 式的零阶和一阶速度矩得到,

$$\begin{aligned} &\partial_{t_1} \left(-\frac{\delta_t}{2} u_\alpha \partial_{1\alpha} \rho \right) + \partial_{1\alpha} \left(-\frac{\delta_t}{2} F_\alpha^{(1)} \right) \\ &= -\frac{\delta_t}{2} [\partial_{t_1}(u_\alpha \partial_{1\alpha} \rho) + \partial_{1\alpha} F_\alpha^{(1)}], \quad (29) \\ &\partial_{t_2}(\rho u_\beta) + \left(1 - \frac{1}{2\tau_g} \right) \partial_{1\alpha} \Pi^{(1)} \\ &= -\frac{\delta_t}{2} \partial_{1\alpha} \Lambda^{(1)} + F_{\alpha\beta}^{(2)}, \quad (30) \end{aligned}$$

其中 $\Pi^{(1)} = \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} g_i^{(1)}$ 为一阶动量通量. 利用 (23b) 式和各阶矩条件, 经系列计算最终可得到

$$\begin{aligned} \Pi^{(1)} &= -\tau_g \delta_t c_s^2 [\partial_{1\alpha}(\rho u_\beta) + \partial_{1\beta}(\rho u_\alpha) \\ &\quad + (\partial_{1\gamma} \rho u_\gamma) \delta_{\alpha\beta}] + \tau_g \delta_t \Lambda^{(1)}, \quad (31) \end{aligned}$$

其中, 阶数为 $O(\delta_t M a^2)$ 的一些项已被略去. 代入上述结果可将 (30) 式改写为

$$\begin{aligned} &\partial_{t_2}(\rho u_\beta) - \partial_{1\alpha} \left\{ \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right) \delta_t c_s^2 [\partial_{1\alpha}(\rho u_\beta) \right. \\ &\quad \left. + \partial_{1\beta}(\rho u_\alpha) + (u_\gamma \partial_{1\gamma} \rho) \delta_{\alpha\beta}] - \tau_s \delta_t \Lambda^{(1)} \right\} \\ &= F_{\alpha\beta}^{(2)}. \quad (32) \end{aligned}$$

对 t_1 和 t_2 尺度上的方程进行尺度黏合, 最终发现可以正确地恢复到不可压缩黏性流体的 Navier-Stokes 方程组 (5a) 和 (5b), 并且运动学黏性系数 ν

为

$$\nu = c_s^2 \delta_t \left(\tau_g - \frac{1}{2} \right). \quad (33)$$

在数值模拟中, 需要对时间导数项和空间导数项进行离散计算. 本文中选用显式的欧拉差分格式来计算时间导数项,

$$\partial_t \chi(\mathbf{x}, t) = \frac{\chi(\mathbf{x}, t) - \chi(\mathbf{x}, t - \delta_t)}{\delta_t}. \quad (34)$$

针对空间导数项, 为了保证多相系统的全局质量守恒, 我们采用如下的各向同性的二阶中心差分格式 [14],

$$\nabla \chi(\mathbf{x}, t) = \sum_{i \neq 0} \frac{\omega_i c_i \chi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t)}{c_s^2 \delta_t}, \quad (35)$$

$$\nabla^2 \chi(\mathbf{x}, t) = \sum_{i \neq 0} \frac{2\omega_i c_i [\chi(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \delta_t, t) - \chi(\mathbf{x}, t)]}{c_s^2 \delta_t^2}, \quad (36)$$

其中 χ 表示任意变量.

3 数值结果和讨论

在本节中, 首先通过模拟几个典型的两相流问题, 包括静态液滴、液滴合并、亚稳态分解和单模瑞利-泰勒不稳定性问题, 来验证所提出的两相流相场 LB 模型的准确性和稳定性. 接着, 利用本模型来研究随机扰动分布的多模瑞利-泰勒不稳定性问题, 着重考察雷诺数对相界面的影响规律.

3.1 静态液滴

首先模拟静态液滴这一基本的两相流问题用于验证本模型, 并由此测量本模型产生的虚假速度. 该问题的初始条件设置如下: 半径 $R = 25$ 的圆形液滴坐落在 100×100 的计算区域内, 边界四周采用周期性边界条件, 其他的相关物理参数设置为 $\rho_l = 100, \rho_g = 1, \phi_l = -\phi_g = 1, D = 5, \sigma = 0.001, \tau_f = 0.8, M = 0.1, \nu = 0.1$. 序参数的初始分布给定为

$$\phi(x, y) = \tanh \left(2 \frac{R - \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2}}{D} \right), \quad (37)$$

在这里 $(x_c, y_c) = (50, 50)$ 是液滴中心的坐标. 根据方程 (16), 可以得到相应的初始密度分布. 图 1(a) 给出平衡状态下整个计算区域的速度分布, 以及黑色的实线表示液滴的初始形状, 红色的虚线表示平衡状态下的液滴形状. 从图中可以发现它们吻

合得很好, 这验证了本模型能够准确的求解相界面. 此外, 图1(b)给出了沿着线 $x = Ny/2$ 的密度分布, 可以发现密度场的解析解与通过相场LB方法模拟获取的数值结果相一致. 相界面处存在虚假速度一直是数值方法普遍存在的非物理现象. 我们进一步统计了本模型产生的虚假速度, 结果表明其

虚假速度的最大值 $[\|\mathbf{u}\|_{\max} = (\sqrt{u^2 + v^2})_{\max}]$ 约为 3.57×10^{-9} . 在前人的相场LB模型中, Zu和He^[6]的模型产生的虚假速度为 10^{-8} 量级, 而Liang等^[7]提出的模型在单松弛情况下产生的虚假速度为 7.8×10^{-6} . 对比前人相场LB模型, 可以发现本文修正的LB模型可以获得相对较小的虚假速度.

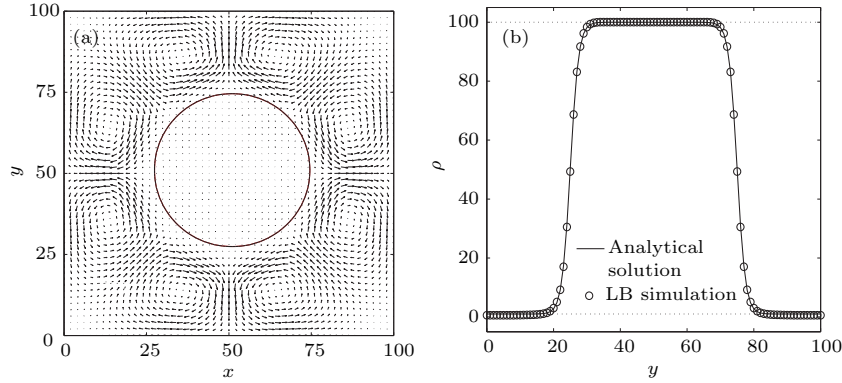


图1 静态液滴测试 (a)平衡状态下的整个区域的速度分布图, 实线和虚线分别代表液滴的初始形状和在平衡状态下的形状; (b)沿着 $x = Ny/2$ 的密度分布的LB模拟结果和解析解

Fig. 1. Static droplet test: (a) The velocity distribution of the whole domain at the equilibrium state and the solid and dashed lines respectively represent the initial shape of the droplet and its equilibrium shape; (b) density profile across the interface obtained from LB simulation and corresponding analytical solution along $x = Ny/2$.

3.2 液滴合并

在本小节, 我们考虑两个液滴合并问题. 根据已有文献^[4,16]可知, 对于两个无碰撞的静态液滴, 液滴之间的间距 d 和界面厚度 D 是决定能否合并的两个重要因素. 当 $d < 2D$ 时, 两个液滴会在表面张力 σ 作用下合并成一个液滴, 反之, 两个静止的液滴不会发生合并. 而且对于第一种情况而言, 迁移率越大, 液滴合并的越快. 初始时, 两个半径 $R = 20$ 的静态液滴坐落在 120×120 的计算区域, 其中两个液滴之间的间距 $d = 5$, 周期边界条件应用于计算区域的四周边界. 模拟中其他的物理参数设置为: 液相密度 $\rho_l = 10$, 气相密度 $\rho_g = 1$, $\phi_l = -\phi_g = 1$, $\tau_f = 0.8$, 表面张力 $\sigma = 0.01$, 迁移率 $M = 1$, 运动学黏性系数 $\nu = 0.1$. 首先我们考虑界面厚度 $D = 2.4$ 的情形, 此时间距 d 显然大于 $2D$. 图2给出了本文相场LB模型模拟液滴合并算例的数值结果, 从图中可以发现, 两个静止的液滴并没有发生合并, 这与理论分析结果相一致. 进一步, 我们将界面厚度增加至 $D = 2.6$, 其他参数保持不变, 此时间距 d 小于 $2D$. 图3给出了LB模型所模拟液滴合并的结果, 从图中可以发现随着时间步数的增加, 两个液滴在表面张力的作用下相互靠

拢、相互接触, 形成液桥连接着两个液滴, 直至合并, 合并过程中会出现振荡现象, 最终形成一个稳态且更大的液滴. 两个液滴的上述动态行为与已有的模拟结果^[4,16]相吻合.

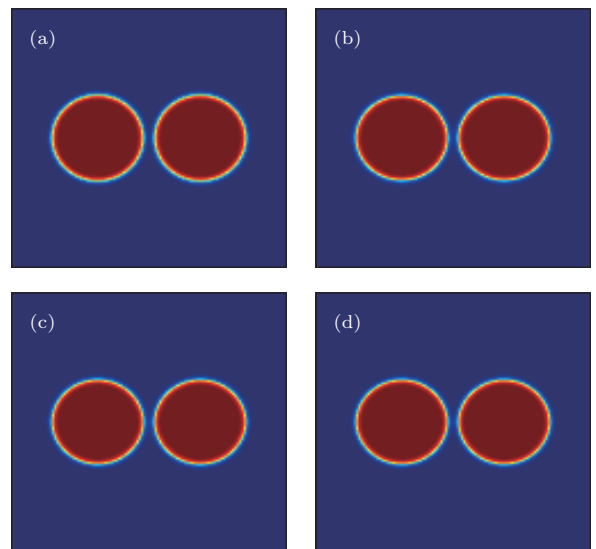


图2 两个液滴的合并过程 ($d = 5, D = 2.4$) (a) $t = 0$; (b) $t = 20000$; (c) $t = 40000$; (d) $t = 60000$

Fig. 2. The combination of two static droplets ($d = 5, D = 2.4$): (a) $t = 0$; (b) $t = 20000$; (c) $t = 40000$; (d) $t = 60000$.

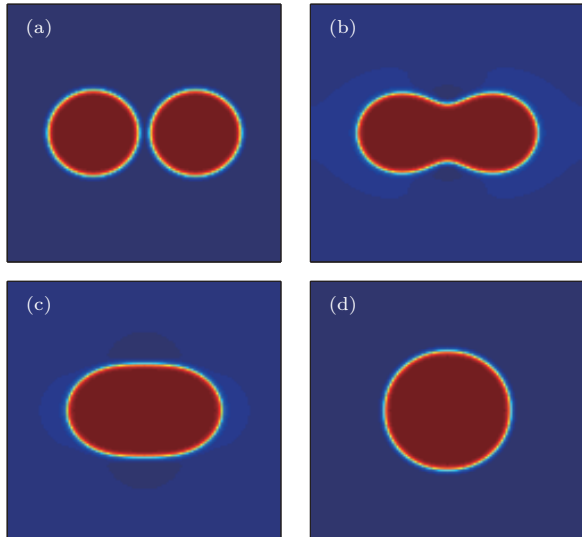


图3 两个液滴的合并过程 ($d = 5, D = 2.6$) (a) $t = 0$; (b) $t = 20000$; (c) $t = 23000$; (d) $t = 50000$
 Fig. 3. The combination of two static droplets ($d = 5, D = 2.6$): (a) $t = 0$; (b) $t = 20000$; (c) $t = 23000$; (d) $t = 50000$.

3.3 亚稳态分解

进一步, 我们模拟了更为复杂的相分离问题^[6,17]来验证本文提出的两相流相场LB模型. 亚稳态分解, 也称相或组分分离现象, 是混合流体的一种基本特征. 对处于亚稳态状态的均匀混合流体施加一个很小的扰动, 此时流体系统是不稳定的, 相分离现象将会发生. 在我们的模拟过程中, 计算区域设置为 $NX \times NY = 100 \times 100$, 四周采用周期

性边界条件. 初始的序参数分布设定为

$$\phi(x, y) = 0.5 \left[1 + 0.1 \sin\left(\frac{4\pi x}{NX}\right) \cos\left(\frac{4\pi y}{NY}\right) \right]. \quad (38)$$

根据密度与序参数之间的线性关系, 可以得到相应的初始密度分布. 模拟中其他的物理参数设置为: 液相密度 $\rho_l = 10$, 气相密度 $\rho_g = 1$, $\phi_l = 1$, $\phi_g = 0$, $\tau_f = \tau_g = 1$, 界面厚度 $D = 4$, 迁移率 $M = 0.5$. 图4展示了表面张力 $\sigma = 0.001$ 时两相分离现象的演化过程, 从图中可以观察到, 两种流体初始时刻处于混合状态, 随着演化时间的增加, 流体在流体间的相互作用力下渐渐地聚集, 从而系统中形成了小液滴且尺寸随时间不断地增大, 最终在 $t = 160000$ 时亚稳态分解形成两相流体, 上述相分离过程与文献结果^[17]定性相一致. 另外, 我们进一步研究了表面张力对相分离过程的影响, 将表面张力调整到 $\sigma = 0.01$. 图5展示了表面张力 $\sigma = 0.01$ 时两相分离现象的演化过程. 从图中可以发现, 增大表面张力不会影响相界面的演化图案, 但可以加速相分离过程, 相比 $\sigma = 0.001$ 情形可以更快地达到相分离的稳定状态.

3.4 瑞利-泰勒不稳定性

在本小节, 我们模拟了两相流体间的经典界面不稳定性现象, 即瑞利-泰勒 (Rayleigh-Taylor, RT) 不稳定性问题^[18,19]. 当密度较大的流体放置于密度较小的流体上层时, 给流体界面处施加一个微小

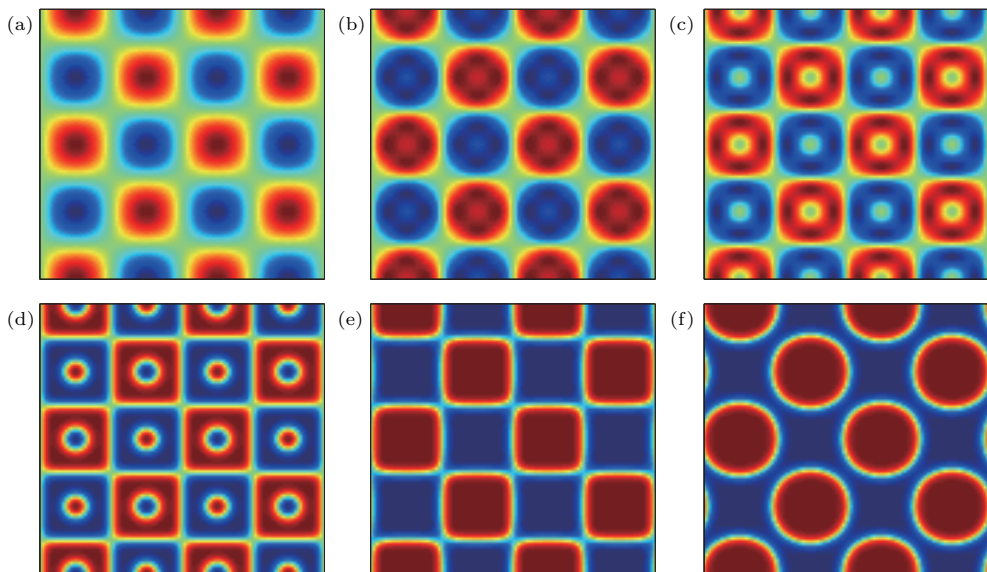


图4 $\sigma = 0.001$ 时相分离的时间演化过程 (a) $t = 0$; (b) $t = 28000$; (c) $t = 38000$; (d) $t = 49000$; (e) $t = 113000$; (f) $t = 160000$
 Fig. 4. Time evolution during the phase separating process at $\sigma = 0.001$: (a) $t = 0$; (b) $t = 28000$; (c) $t = 38000$; (d) $t = 49000$; (e) $t = 113000$; (f) $t = 160000$.

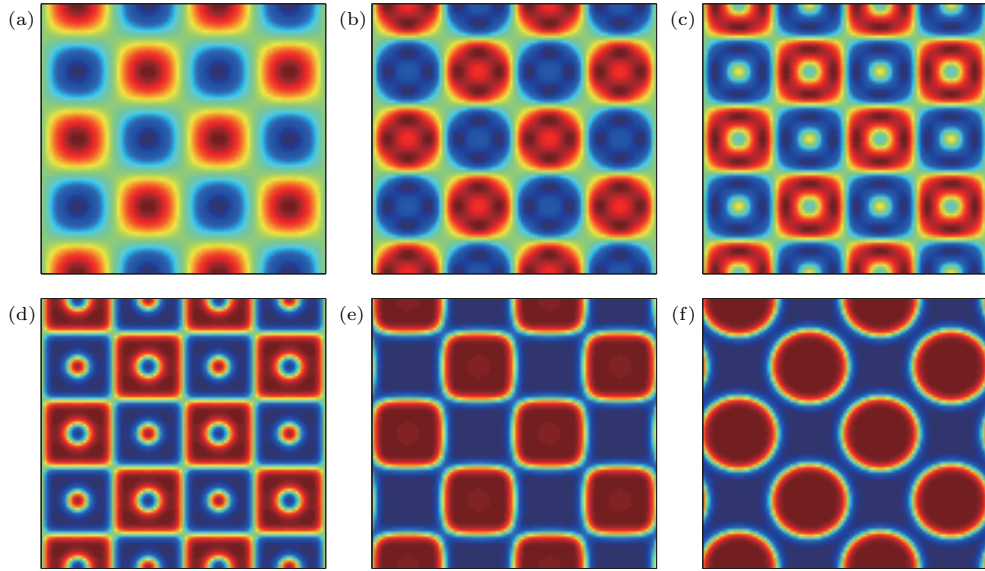


图5 $\sigma = 0.01$ 时相分离的时间演化过程 (a) $t = 0$; (b) $t = 3000$; (c) $t = 4000$; (d) $t = 7000$; (e) $t = 11000$; (f) $t = 16000$

Fig. 5. Time evolution during the phase separating process at $\sigma = 0.01$: (a) $t = 0$; (b) $t = 3000$; (c) $t = 4000$; (d) $t = 7000$; (e) $t = 11000$; (f) $t = 16000$.

扰动, 在重力的作用下, 上层流体流入下层, 下层流体从两侧向上涌入, 最终达到混沌混合状态, 这种现象称之为RT不稳定性现象. 最早对RT不稳定性问题的研究可追溯到著名学者Rayleigh^[18]对云层形成的研究, 后来学者Taylor^[19]又在原子核聚变中发现了RT不稳定性现象. 自此以后, 许多学者对RT不稳定性问题开展了理论、实验或者数值研究, 有兴趣的读者可以参考最近关于RT不稳定性的文献综述^[20].

我们考虑一个矩形微管道, 其高度 L 和宽度 W 的比例为4, 对两相界面处施加一个微小扰动, 其扰动函数给定为

$$h = 2W + 0.1W \cos\left(\frac{2\pi x}{W}\right), \quad (39)$$

初始的序参数分布则设定为

$$\phi(x, y) = \tanh \frac{2(y-h)}{D}. \quad (40)$$

雷诺数(Re)和Atwoods数(At)是影响RT不稳定性的两个重要无量纲参数, 分别定义为

$$Re = \frac{W\sqrt{gW}}{\nu}, \quad (41)$$

$$At = \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l + \rho_g}, \quad (42)$$

其中, g 是重力加速度, 为了耦合重力效应, 在模拟中对计算区域的所有流体点施加一个重力, 其定义为

$$G = -\left(\rho - \frac{\rho_l + \rho_g}{2}\right)g. \quad (43)$$

在数值模拟中, 液相密度 $\rho_l = 3$, 气相密度 $\rho_g = 1$, 相应的 At 数为0.5, 其他物理参数设置为: $\phi_l = -\phi_g = 1$, $W = 128$, $\sqrt{gW} = 0.04$, $D = 4$, $\tau_f = 0.8$, 表面张力 $\sigma = 0.0001$. 佩克莱数(Pe)的定义如同于参考文献^[6, 7], 并取为50. 另外, 我们讨论雷诺数对相界面的影响, 并通过改变雷诺数的大小可以确定流体黏性系数, 进而确定松弛因子 τ_g 的值. 上下壁面均采用无滑移的边界条件, 左右边界应用周期边界条件. 图6给出了 $Re = 256$ 时非混相RT不稳定性中相界面随时间的演化图. 从图中可以看到, 在初始时刻, 由于两相界面处受到微小扰动的作用, 液相重流体在中间的凹界面处往下运动, 而气相轻流体沿着两侧的壁面向上升起, 从而分别形成了尖钉和气泡. 随着演化的不断进行, 尖钉和气泡继续相互渗透, 伴随着尖钉两侧向上卷起形成了一对旋转方向相反的漩涡. 此后, 在流体间的剪切力下, 漩涡不断地发展, 其尺寸不断地增大. 可以发现, 各个时刻相界面的演化过程与He等^[3]的结果在定性上相一致. 我们进一步地考察了 Re 数对RT不稳定性演化特性的影响, 并且模拟了 $Re = 1024$ 较大的情形. 图7给出了 $Re = 1024$ 时非混相RT不稳定性中相界面演化图. 从图中可以发现, 在演化前期, 不稳定性的界面演化图案与 $Re = 256$ 情形相类似: 液相流体与气相流体相互渗透形成尖钉和气泡, 随着时间演化, 尖钉向上卷起形成两个关于中间轴对称的漩涡. 接下来, 相界

面呈现出与低 Re 数情形显著不同的形态. 一对漩涡继续发展, 其尺寸不断地增大, 伴随着在漩涡尾端形成二级漩涡, 这一现象并未在低 Re 数的情形中观察到. 随后, 流体间界面不稳定性继续发展, 在高流体间剪切力作用下, 形成了多对漩涡的复杂界面结构. 当 Re 较大时, 系统中相界面的非线性程度和流场较为剧烈, 此时界面力效应比较显著. 因此, 我们通过对本模型和 Li 等^[15] 的模型所模拟 $Re = 1024$ 条件下 RT 不稳定性的结果, 来体现界面力的效应. 为了消除界面追踪 LB 模型所带来的影响, 本文采用的界面追踪 LB 演化方程 (6a) 应用于 Li 等的模型中. 图 8 给出了 Li 等的模型计算获取的非混相 RT 不稳定性中相界面随时间的演化. 对比图 7 的结果, 可以发现两种 LB 模型获得的相界面图案在不稳定性前期差别不大, 这是由于在演化前期, 不稳定性处于线性增长阶段, 流场较为温和, 界面力的效应不显著. 而在演化后期, 不稳定性进入非线性增长阶段, 界面力的效应开始显著. 从图 8 可以看出, 相界面相比图 7 变得光滑, 在尖

钉的尾端未观察到显著的二级漩涡. 进一步, 我们也定量地统计了不同 Re 数下随时间演化的尖钉和气泡在 y 方向上的位置, 并将结果展示在图 9, 其中时间 t 已经被特征时间 W/\sqrt{gW} 无量纲化. 从图中可以看到, 气泡振幅和尖钉振幅都随时间不断地增大, 并且尖钉振幅的增长速度大于气泡的增长速度. 此外, 还可以发现, 随着 Re 数的增大, 气泡振幅和尖钉振幅在演化前期几乎不受影响, 而在演化后期, 气泡振幅和尖钉振幅随着 Re 数的增大而增大, 这是由于在演化前期, 不稳定性较弱, 流体与流体剪切力较小, 而在演化后期, 不稳定性较剧烈, 流体与流体间的剪切力较大. 作为对比, 我们还将 He 等^[3] 的结果和 Li 等^[15] 的模型的计算结果列在图 9. 可以看到, 本文数值模拟获得的尖钉和气泡位置在演化前期与文献模型计算的结果相吻合, 而在演化后期, 本模型计算结果与文献模型结果有一定的差异. 这是由于 He 等未考虑界面力的影响以及 Li 等未准确地处理界面力的尺度效应所造成的.

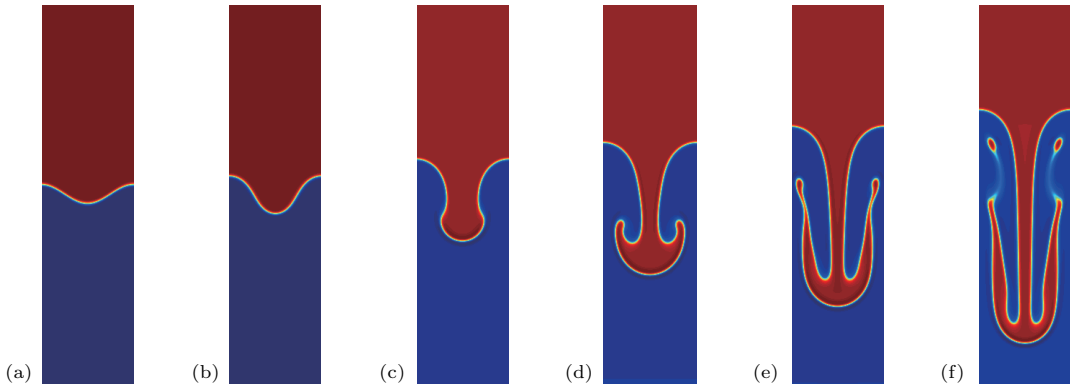


图 6 $Re = 256$ 时, 本模型计算获取的 RT 不稳定性演化图 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$
 Fig. 6. At $Re = 256$, time evolution of RT instability obtained by the present model: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

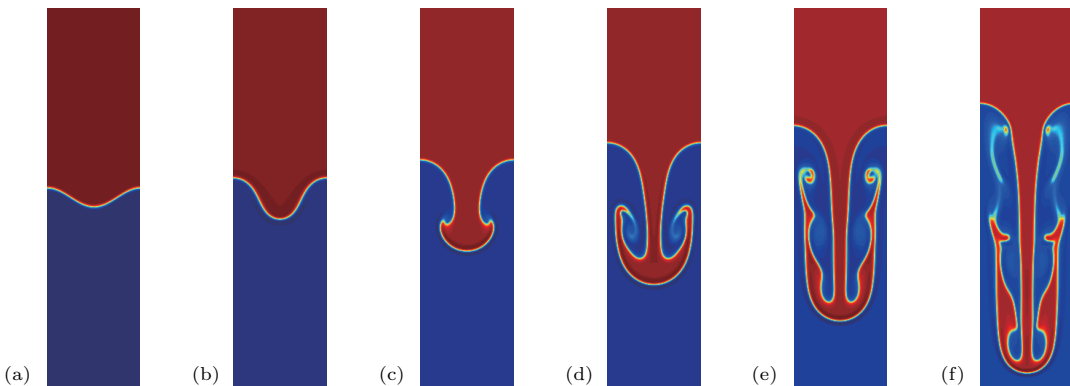


图 7 $Re = 1024$ 时, 本模型计算获取的 RT 不稳定性演化图 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$
 Fig. 7. At $Re = 1024$, time evolution of RT instability obtained by the present model: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

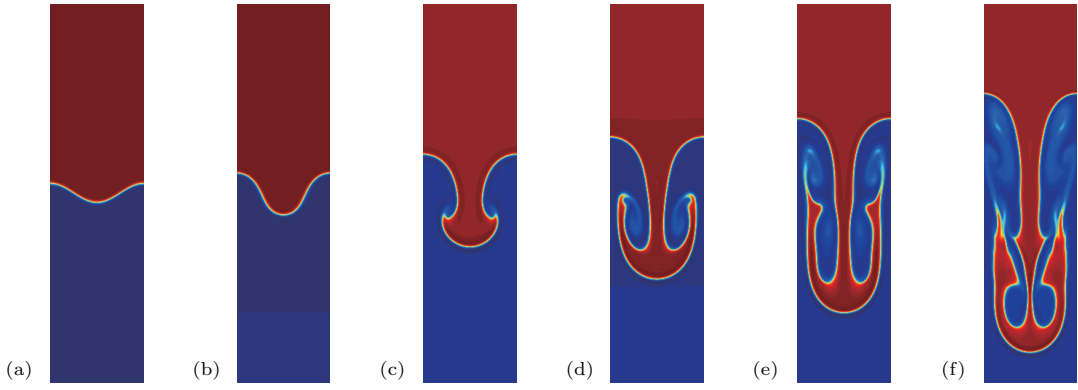


图8 $Re = 1024$ 时, Li 等^[15]模型计算获取的 RT 不稳定性演化图 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$

Fig. 8. At $Re = 1024$, time evolution of RT instability obtained by model of Li *et al.*^[15]: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

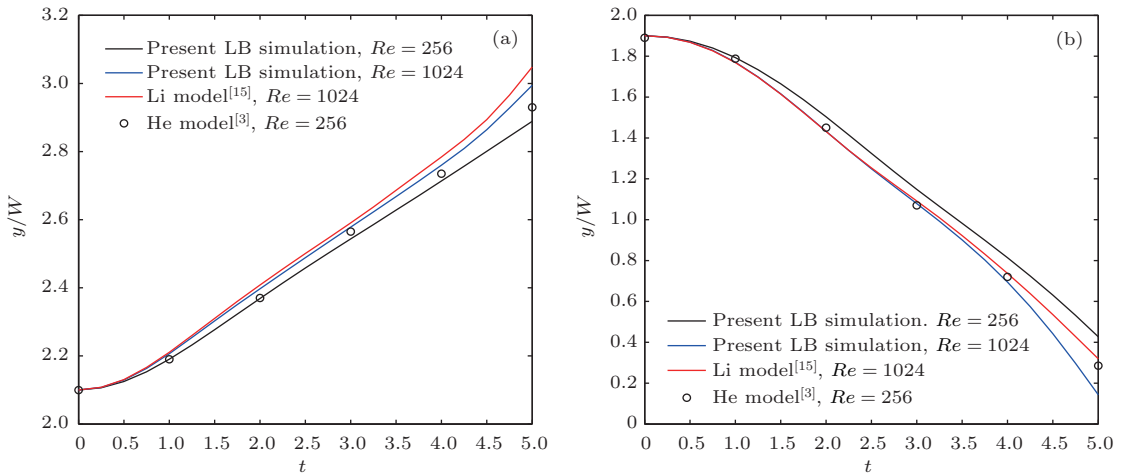


图9 不同 Re 数下随时间演化的 (a) 气泡和 (b) 尖钉在 y 方向上的位置

Fig. 9. Time evolution of y coordinate of (a) bubble and (b) spike positions at different Re .

通过文献调研表明, 对 RT 不稳定性问题的研究绝大多数为单模情形, 针对随机扰动的多模 RT 不稳定性的研究则相对较少^[20]. 本文的最后, 我们将利用修正的两相流相场 LB 模型对随机扰动的多模 RT 不稳定性进行模拟, 并研究 Re 数对相界面演化的影响规律. 物理问题设定为一个 $L \times L$ 的计算区域, 对两相界面处施加一个初始的微小扰动, 其中扰动函数给定为

$$h = \frac{L}{2} + \sum_{n=21}^{30} \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi n x}{L}\right) \right], \quad (44)$$

其中, a_n 和 b_n 是满足高斯正态分布的随机数, 序参数的初始分布则给定为

$$\phi(x, y) = \tanh \frac{2(y - h)}{D}. \quad (45)$$

在数值模拟中, 一些物理参数设置如下: $\rho_1 = 3$,

$\rho_g = 1$, $\phi_1 = -\phi_g = 1$, $L = 512$, $\sqrt{gL} = 0.08$, $D = 4$, $\sigma = 0.0001$.

首先模拟 $Re = 4096$ 的情形, 其对应的流体黏性为 0.01. 图 10 给出了 $Re = 4096$ 时多模 RT 不稳定性中密度界面随时间演化的图案, 其中时间 t 是被特征时间 $\sqrt{L/g}$ 无量纲化的时间. 从图中可以看到: 初始阶段, 扰动随时间逐渐发展: 轻流体和重流体相互渗透, 并在 $t = 1$ 时刻形成一排“蘑菇”形状; 紧接着, 一排“蘑菇”继续增长, 变得纤细而修长 (如图 $t = 2$); 当 $t > 2$ 时, 流体与流体间的剪切力变得非常大, 非线性程度在加剧, 造成了流体界面的混合程度在不断地加强, 最终形成了非常复杂的混沌界面结构. 作为对比, 我们进一步模拟了 $Re = 1024$ 的情形. 图 11 给出了 $Re = 1024$ 时多模 RT 不稳定性中密度界面随时间的演化图. 从图中可以看出: 在初始时刻, 不稳定性发展的比较缓慢,

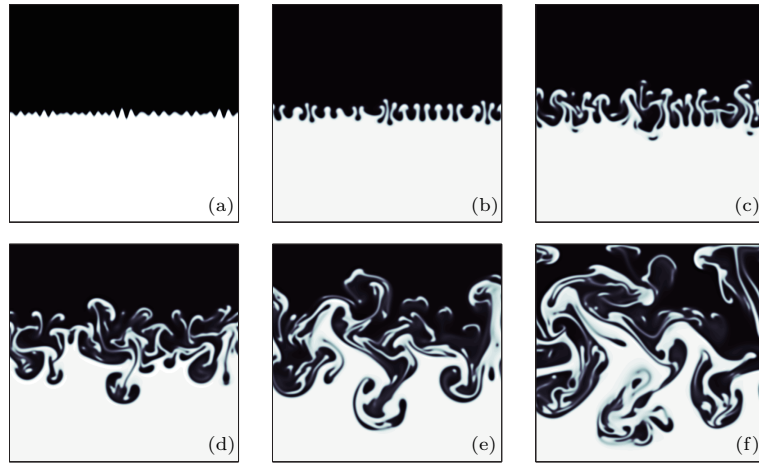


图 10 $Re = 4096$ 时, 多模 RT 不稳定性的演化 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$
 Fig. 10. Time evolution of a multiple-mode RT instability at $Re = 4096$: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

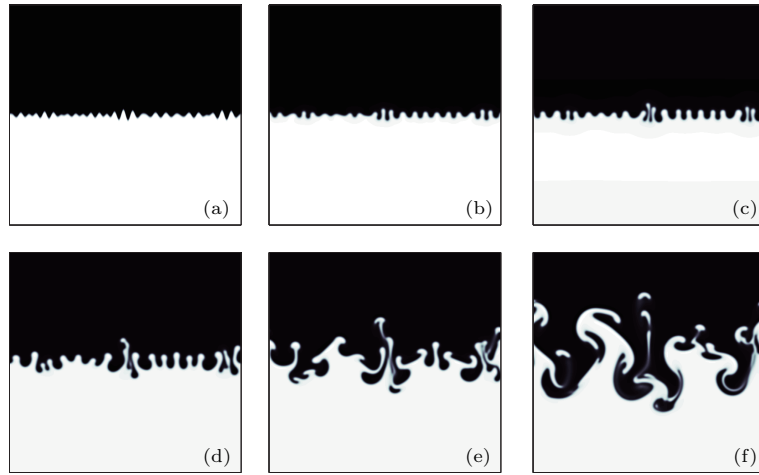


图 11 $Re = 1024$ 时, 多模 RT 不稳定性的演化 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$
 Fig. 11. Time evolution of a multiple-mode RT instability at $Re = 1024$: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

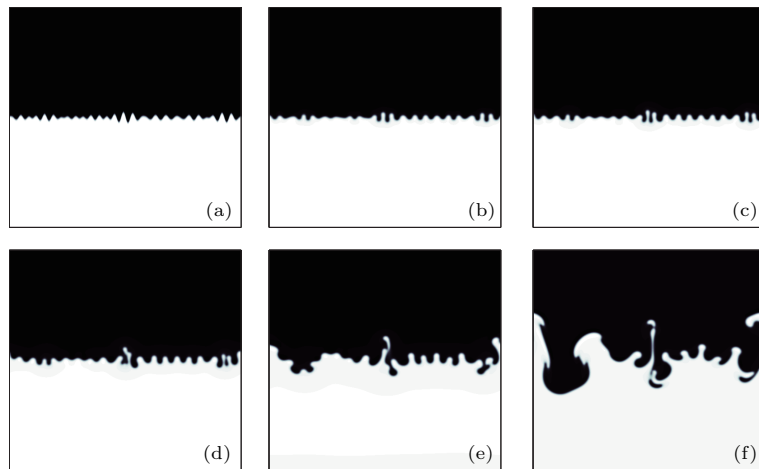


图 12 $Re = 700$ 时, 多模 RT 不稳定性的演化 (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$
 Fig. 12. Time evolution of a multiple-mode RT instability at $Re = 700$: (a) $t = 0$; (b) $t = 1$; (c) $t = 2$; (d) $t = 3$; (e) $t = 4$; (f) $t = 5$.

界面处于抑制状态,未观察到显著的“蘑菇”形状;接着不稳定性进入稳定期,流体混合程度在降低;而在演化后期,在两相系统中也观察到较为混乱的相界面图案.最后,还模拟了 $Re = 700$ 的多模 RT 不稳定性问题.图 12 给出了 $Re = 700$ 时多模 RT 不稳定性中密度界面随时间的演化图.从图中可以发现初始的不稳定性发展极其缓慢,最终形成的的流体界面相对光滑,未观察到明显的混沌现象.

4 结 论

本文基于 Cahn-Hilliard 相场理论提出了一种修正的两相流 LB 模型,通过引入新的简化的外力项分布函数,解决了界面力的尺度与多尺度分析结果不一致的问题,并且通过 Chapman-Enskog 理论分析,可以证明本模型能够准确地恢复到 CH 方程和 NS 方程.通过模拟一系列经典两相流的数值算例,包括静态液、液滴合并、亚稳态分解和 RT 不稳定性问题,用于测试本模型的准确性和可行性.对于静态液滴算例,发现当前的相场 LB 模型能准确地求解相界面,并且可以获得量级为 10^{-9} 极小的虚假速度.还模拟了两个液滴在表面张力作用下的合并问题,获得了与前人文献相一致的数值结果:当液滴间距小于两倍的界面厚度时,液滴在表面张力的作用下自动发生合并;而当液滴间距大于两倍界面厚度,液滴不会发生合并现象.针对亚稳态分解问题,我们利用本文相场 LB 模型可以成功地捕获相界面的分离过程,并发现增加表面张力 σ 不影响界面的演化图案,但可以加速相分离进展.最后,利用本文修正的两相流相场 LB 模型模拟了单模的 RT 不稳定性问题和随机扰动的多模 RT 不稳定性问题,并分析了 Re 数对相界面的演化规律的影响,结果表明本模型可以准确地追踪单模 RT 不稳定性中尖钉与气泡的演化规律.另外,针对多模情形,发现高 Re 数时,流体界面在演化前期形成一排“蘑菇”形状,而在演化后期,流体界面则形成非常独特的混沌拓扑结构;而当 Re 数较低时,流体界面则相对比较光滑,演化后期未观察到非常混沌的混

合现象.最后,本文对界面力的分析思路可以推广到基于 Allen-Cahn 相场理论的 LB 方法中.相比界面追踪的 Cahn-Hilliard 方程,基于 Allen-Cahn 方程的 LB 方法^[9,21]在求解相界面方面具有较小的数值耗散,从而可以应用于大密度比两相流问题.

参考文献

- [1] Guo Z L, Zheng C G 2009 *Theory and Applications of Lattice Boltzmann Method* (Beijing: Science Press) [郭照立, 郑楚光 2009 格子 Boltzmann 方法的原理及应用 (北京: 科学出版社)]
- [2] Chen S, Doolen G D 1998 *Annu. Rev. Fluid. Mech.* **30** 329
- [3] He X, Chen S, Zhang R 1999 *J. Comput. Phys.* **152** 642
- [4] Zheng H W, Shu C, Chew Y T 2006 *J. Comput. Phys.* **218** 353
- [5] Lee T, Liu L 2010 *J. Comput. Phys.* **229** 8045
- [6] Zu Y Q, He S 2013 *Phys. Rev. E* **87** 043301
- [7] Liang H, Shi B C, Guo Z L, Chai Z H 2014 *Phys. Rev. E* **89** 053320
- [8] Liang H, Chai Z H, Shi B C, Guo Z L, Zhang T 2014 *Phys. Rev. E* **90** 063311
- [9] Liang H, Xu J R, Chen J X, Wang H L, Chai Z H, Shi B C, Chai Z H 2018 *Phys. Rev. E* **97** 033309
- [10] Liang H, Shi B C, Chai Z H 2016 *Phys. Rev. E* **93** 013308
- [11] Liang H, Li Q X, Shi B C, Chai Z H 2016 *Phys. Rev. E* **93** 033113
- [12] Liang H, Chai Z H, Shi B C 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 204701 (in Chinese) [梁宏, 柴振华, 施保昌 2016 物理学报 **65** 204701]
- [13] Huang H, Hong N, Liang H, Shi B C, Chai Z H 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 084702 (in Chinese) [黄虎, 洪宁, 梁宏, 施保昌, 柴振华 2016 物理学报 **65** 084702]
- [14] Lou Q, Guo Z L, Shi B C 2012 *Europhys. Lett.* **99** 64005
- [15] Li Q, Luo K H, Gao Y J, He Y L 2012 *Phys. Rev. E* **85** 026704
- [16] Wang Y, Shu C, Shao J Y, Wu J, Niu X D 2015 *J. Comput. Phys.* **290** 336
- [17] Yang K, Guo Z L 2016 *Phys. Rev. E* **723** 043303
- [18] Rayleigh L 1883 *Proc. London Math. Soc.* **14** 1
- [19] Taylor G 1950 *Proc. Roy. Soc. London* **201** 192
- [20] Zhou Y 2017 *Phys. Rep.* **91** 013309
- [21] Liang H, Li Y, Chen J X, Xu J R 2019 *Int. J. Heat Mass. Tran.* **130** 1189

Phase field lattice Boltzmann model for two-phase flow coupled with additional interfacial force^{*}

Li Yang Su Ting Liang Hong[†] Xu Jiang-Rong[‡]

(College of Science, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China)

(Received 25 June 2018; revised manuscript received 14 September 2018)

Abstract

The phase field model has become increasingly popular due to its underlying physics for describing two-phase interface dynamics. In this case, several lattice Boltzmann multiphase models have been constructed from the perspective of the phase field theory. All these models are composed of two distribution functions: one is used to solve the interface tracking equation and the other is adopted to solve the Navier-Stokes equations. It has been reported that to match the target equation, an additional interfacial force should be included in these models, but the scale of this force is found to be contradictory with the theoretical analysis. To solve this problem, in this paper an improved lattice Boltzmann model based on the Cahn-Hilliard phase-field theory is proposed for simulating two-phase flows. By introducing a novel and simple force distribution function, the improved model solves the problem that the scale of an additional interfacial force is not consistent with the theoretical one. The Chapman-Enskog analysis shows that the present model can accurately recover the Cahn-Hilliard equation for interface capturing and the incompressible Navier-Stokes equations, and the calculation of macroscopic velocity is also more efficient. A series of classic two-phase flow examples, including static drop test, droplets emerge, spinodal decomposition and Rayleigh-Taylor instability is simulated numerically. It is found that the numerical solutions agree well with the analytical solutions or the existing results, which verifies the accuracy and feasibility of the proposed model. In addition, the Rayleigh-Taylor instability with the imposed random perturbation is also simulated, where the influence of the Reynolds number on the evolution of the phase interface is analyzed. It is found that for the case of the high Reynolds number, a row of “mushroom” shape appears at the fluid interface in the early stages of evolution. At the later stages of evolution, the fluid interface presents a very complex chaotic topology. Unlike the case of the high Reynolds number, the fluid interface becomes relatively smooth at low Reynolds numbers, and no chaotic topology is observed at any of the later stages of evolution.

Keywords: lattice Boltzmann method, interfacial force, two-phase flow, Rayleigh-Taylor instability

PACS: 47.11.-j, 02.60.Cb, 47.20.Ma

DOI: 10.7498/aps.67.20181230

* Project supported by the Natural Science Foundation of Zhejiang Province, China (Grant No. LY19A020007) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11602075).

† Corresponding author. E-mail: lianghongstefanie@163.com

‡ Corresponding author. E-mail: jrxu@hdu.edu.cn

ACTA PHYSICA SINICA
Vol. 67, No. 22, November 2018

CONTENTS

INVITED REVIEW

- 227501 **Controllable synthesis and performance of magnetic nanocomposites with core/shell structure**

He Xue-Min Zhong Wei Du You-Wei

SPECIAL TOPIC — Quantum states generation, manipulation and detection

- 220301 **New research progress of nuclear magnetic resonance quantum information processing**

Kong Xiang-Yu Zhu Yuan-Ye Wen Jing-Wei Xin Tao Li Ke-Ren Long Gui-Lu

- 220302 **Topological quantum material simulated with superconducting quantum circuits**

Yu Xiang-Min Tan Xin-Sheng Yu Hai-Feng Yu Yang

- 221401 **Research progress of semiconductor up-conversion single photon detection technology**

Bai Peng Zhang Yue-Heng Shen Wen-Zhong

- 223301 **Single-molecule electroluminescence and its relevant latest progress**

Zhang Yao Zhang Yang Dong Zhen-Chao

- 224203 **Coherent manipulation of single collective excitations in a cold atomic ensemble**

An Zi-Ye Wang Xu-Jie Yuan Zhen-Sheng Bao Xiao-Hui Pan Jian-Wei

- 227301 **Single photon detection and circular polarized emission manipulated with individual quantum dot**

*Li Tian-Xin Weng Qian-Chun Lu Jian Xia Hui An Zheng-Hua Chen Zhang-Hai
Chen Ping-Ping Lu Wei*

- 227502 **Quantum manipulation of electronic phase separation in complex oxides**

Wang Wen-Bin Zhu Yin-Yan Yin Li-Feng Shen Jian

- 227801 **Physics and devices of quantum light emission from semiconductor self-assembled quantum Dots**

*Shang Xiang-Jun Ma Ben Chen Ze-Sheng Yu Ying Zha Guo-Wei Ni Hai-Qiao
Niu Zhi-Chuan*

- 227802 **Excited state dynamics of molecules studied with femtosecond time-resolved mass spectrometry and photoelectron imaging**

Wang Yan-Mei Tang Ying Zhang Song Long Jin-You Zhang Bing

- 228501 **Novel superconducting qubits and quantum physics**

Zhao Shi-Ping Liu Yu-Xi Zheng Dong-Ning

NUCLEAR PHYSICS

- 222101 **Laser fast neutron measured by bubble detector**

*Zhao Lei Xu Miao-Hua Zhang Yi-Hang Zhang Zhe Zhu Bao-Jun Jiang Wei-Man
Zhang Xiao-Peng Zhao Xu Tong Bo-Wei He Shu-Kai Lu Feng Wu Yu-Chi Zhou Wei-Min
Zhang Fa-Qiang Zhou Kai-Nan Xie Na Huang Zheng Zhong Jia-Yong Gu Yu-Qiu
Li Yu-Tong Li Ying-Jun*

(Continued)

ATOMIC AND MOLECULAR PHYSICS

- 223101 **Molecular structure and electronic spectrum of $C_{12}H_4Cl_4O_2$ under external electric field**
Du Jian-Bin Feng Zhi-Fang Han Li-Jun Tang Yan-Lin Wu De-Qi
- 223201 **Regulation of sensitivity of Yb concentration to power-dependent upconversion luminescence colors**
Gao Dang-Li Li Lan-Xing Feng Xiao-Juan Chong Bo Xin Hong Zhao Jin Zhang Xiang-Yu
- 223401 **Molecular dynamics simulations on scattering of Ar molecules on smooth and rough surfaces**
Zhang Ran Chang Qing Li Hua

ELECTROMAGNETISM, OPTICS, ACOUSTICS, HEAT TRANSFER, CLASSICAL MECHANICS, AND FLUID DYNAMICS

- 224101 **Broadband reconfigurable reflective polarization convertor**
Yu Hui-Cun Cao Xiang-Yu Gao Jun Yang Huan-Huan Han Jiang-Feng Zhu Xue-Wen Li Tong
- 224102 **Doppler spectrum simulation of nonlinear ocean covered by oil film**
Wang Rui Guo Li-Xin Zhang Ce
- 224201 **Theoretical and experimental study of self-reconstruction property of astigmatic Bessel beam**
Yang Yan-Fei Chen Jing Wu Feng-Tie Hu Run Zhang Hui-Zhong Hu Han-Qing
- 224202 **All-optical imaging and tracking technology for rectilinear motion targets through scattering media**
Jia Hui Luo Xiu-Juan Zhang Yu Lan Fu-Yang Liu Hui Chen Ming-Lai
- 224204 **Structured beam designed by ray-optical Poincaré sphere method and its propagation properties**
Zhang Shu-He Shao Meng Zhou Jin-Hua
- 224205 **Design and simulation analysis of spectroscopic system for synchronous atmospheric three-phase water detection based on Raman lidar**
Wang Yu-Feng Zhang Jing Tang Liu Wang Qing Gao Tian-Le Song Yue-Hui Di Hui-Ge Li Bo Hua Deng-Xin
- 224206 **Characteristic parameters of optical wave and short-term beam spreading in oceanic turbulence**
Wu Tong Ji Xiao-Ling Li Xiao-Qing Wang Huan Deng Yu Ding Zhou-Lin
- 224207 **Suppression of lateral vibration in rectangular ultrasonic plastic welding tool based on phononic crystal structure**
Zhao Tian-Tian Lin Shu-Yu Duan Yi-Lin
- 224301 **Full focal imaging of ultrasonic Lamb waves using diffuse field information**
Zhang Hai-Yan Xu Meng-Yun Zhang Hui Zhu Wen-Fa Chai Xiao-Dong
- 224302 **Horizontal refraction effects of seamounts on sound propagation in deep water**
Li Sheng-Hao Li Zheng-Lin Li Wen Qin Ji-Xing

(Continued)

- 224701 **Phase field lattice Boltzmann model for two-phase flow coupled with additional interfacial force**
Li Yang Su Ting Liang Hong Xu Jiang-Rong
- 224702 **Dynamic characteristics of parallel water-entry cavity based on potential flow theory**
Song Wu-Chao Wei Ying-Jie Lu Li-Rui Wang Cong Lu Jia-Xing
- 224703 **Numerical investigation of cavity formation mechanism for micron-waterdrop impact on deep pool**
Pei Chuan-Kang Wei Bing-Qian

PHYSICS OF GASES, PLASMAS, AND ELECTRIC DISCHARGES

- 225201 **PIC/MCC simulation of breakdown dynamics inside high power microwave output window**
Zuo Chun-Yan Gao Fei Dai Zhong-Ling Wang You-Nian
- 225202 **Picosecond laser-driven proton acceleration study of SGII-U device based on charged particle activation method**
He Shu-Kai Qi Wei Jiao Jin-Long Dong Ke-Gong Deng Zhi-Gang Teng Jian Zhang Bo Zhang Zhi-Meng Hong Wei Zhang Hui Shen Bai-Fei Gu Yu-Qiu
- 225203 **Effect of phase angle on plasma characteristics in electrically asymmetric capacitive discharge**
Hu Yan-Ting Zhang Yu-Ru Song Yuan-Hong Wang You-Nian

CONDENSED MATTER: STRUCTURAL, MECHANICAL, AND THERMAL PROPERTIES

- 226501 **Thermal stability of MoS₂ encapsulated by graphene**
Liu Le Tang Jian Wang Qin-Qin Shi Dong-Xia Zhang Guang-Yu
- 226601 **Orientation effect of asymmetric diatomic molecules in transport diffusion**
Jiang Zhi-Liang Chen Pei-Rong Zhong Wei-Rong Ai Bao-Quan Shao Zhi-Gang
- 226801 **Different silicon crystal face index of inverted pyramid structure**
Chen Quan-Sheng Liu Yao-Ping Chen Wei Zhao Yan Wu Jun-Tao Wang Yan Du Xiao-Long

CONDENSED MATTER: ELECTRONIC STRUCTURE, ELECTRICAL, MAGNETIC, AND OPTICAL PROPERTIES

- 227401 ***In-situ* measurement of diamagnetic response of potassium-adsorbed multi-layer FeSe ultrathin films on SrTiO₃(001) substrate**
Chen Chuan-Ting Yao Gang Duan Ming-Chao Guan Dan-Dan Li Yao-Yi Zheng Hao Wang Shi-Yong Liu Can-Hua Jia Jin-Feng
- 227901 **Multipactor susceptibility chart of coaxial transmission lines with stationary statistical modeling**
Lin Shu Xia Ning Wang Hong-Guang Li Yong-Dong Liu Chun-Liang

INTERDISCIPLINARY PHYSICS AND RELATED AREAS OF SCIENCE AND TECHNOLOGY

- 228201 **An interconnected state observer for lithium-ion battery based on reduced electrochemical model**
Pang Hui Zhang Xu
- 228502 **Mechanism of magnetic radial vortex under effect of interfacial DzyaloshinskiiMoriya interaction**
Dong Dan-Na Cai Li Li Cheng Liu Bao-Jun Li Chuang Liu Jia-Hao

(Continued)

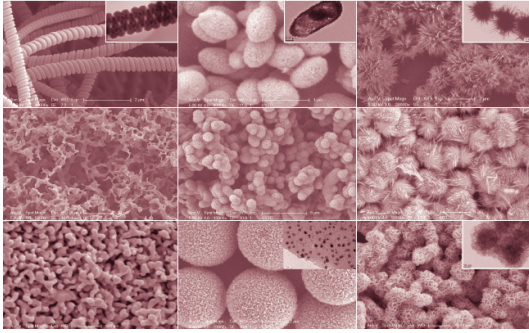
228801 **Preparation and performance of high-efficient hole-transport-material-free carbon based perovskite solar cells**

Fan Wei-Li Yang Zong-Lin Zhang Zhen-Yun Qi Jun-Jie

Color figures can be viewed in the online issue.



Online issue



核壳结构磁性复合纳米材料的可控合成与性能
[何学敏, 钟伟, 都有为 2018 物理学报 67 227501]

公 告

为实现录用稿件的提前在线全文出版, 我刊采用单篇论文给定编码的目录方案, 编码的设定规则是: 期号 + 文章第一个 PACS 代码的前两位数字 + 序号(按同一类代码文章录用时间的先后排序).

《物理学报》已加入“中国知网”优先数字出版, 录用文章将先于印刷版期刊在中国知网 www.cnki.net 在线优先发布, 如果作者不愿优先出版可在版权协议里补充说明, 如无补充说明, 编辑部将视为同意授权.

《物理学报》编辑部

物 理 学 报 (WULI XUEBAO)

(半月刊, 1933 年创刊)

2018 年 11 月 第 67 卷 第 22 期

版 权 所 有

ACTA PHYSICA SINICA

(Semimonthly, First Published in 1933)

Vol. 67 No. 22 November 2018

© 2018 Chinese Physical Society

编辑出版 《物理学报》编辑部
(北京 603 信箱 邮政编码 100190)
主 编 欧阳钟灿
主 管 中 国 科 学 院
主 办 中 国 物 理 学 会
中国科学院物理研究所
(北京 603 信箱 邮政编码 100190)
印刷装订 北京科信印刷有限公司
总发行处 北京报刊发行局
订购处 全国各邮电局
国外总发行处 中国国际图书贸易总公司
(北京 399 信箱 邮政编码 100044)
广告发布登记文号 京海工商广登字 20170113 号

Edited by the Editorial Office of
ACTA PHYSICA SINICA
Editor-in-Chief: Ouyang Zhong-Can
Published by Chinese Physical Society
and Institute of Physics,
Chinese Academy of Sciences
Distributed by China International
Book Trading Corporation
P.O. Box 399, Beijing 100044, China
Editorial Office:
P.O. Box 603, Beijing 100190, China
E-mail: apsoffice@iphy.ac.cn
<http://wulixb.iphy.ac.cn>

ISSN 1000-3290

国内邮发代号: 2-425

国内统一刊号: CN11-1958/O4

国外发行代号: M52 定价: 120 元

公 开 发 行