

一种基于简化电化学模型的锂电池互联状态观测器

庞辉 张旭

An interconnected state observer for lithium-ion battery based on reduced electrochemical model

Pang Hui Zhang Xu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 228201 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20181429

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20181429>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I22>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[无锂助熔剂  \$B\_2O\_3\$  对  \$Li\_{1.3}Al\_{0.3}Ti\_{1.7}\(PO\_4\)\_3\$  固体电解质离子电导率的影响](#)

Effect of lithium-free flux  $B_2O_3$  on the ion conductivity of  $Li_{1.3}Al_{0.3}Ti_{1.7}(PO_4)_3$  solid electrolyte

物理学报.2017, 66(20): 208201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.208201>

[锂离子电池正极材料  \$Li\_2FeSiO\_4\$  的电子结构与输运特性](#)

Electronic structure and transport properties of cathode material  $Li_2FeSiO_4$  for lithium-ion battery

物理学报.2015, 64(24): 248201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.248201>

[基于单粒子模型与偏微分方程的锂离子电池建模与故障监测](#)

Modeling and failure monitor of Li-ion battery based on single particle model and partial difference equations

物理学报.2015, 64(10): 108202 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.108202>

[\$Co\_2SnO\_4/Graphene\$  复合材料的制备与电化学性能研究](#)

Preparation and electrochemical properties of  $Co_2SnO_4/graphene$  composites

物理学报.2014, 63(19): 198201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.198201>

[锂离子电池  \$SnSb/C\$  复合负极材料的热碳还原法制备及电化学性能研究](#)

Lithium intercalation properties of  $SnSb/C$  composite in carbonthermal reduction as the anode material for lithium ion battery

物理学报.2014, 63(16): 168201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.168201>

# 一种基于简化电化学模型的锂电池 互联状态观测器\*

庞辉<sup>†</sup> 张旭

(西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 西安 710048)

(2018年7月26日收到; 2018年8月26日收到修改稿)

锂电池正、负极固相浓度分布以及荷电状态的精确估计对于开发锂电池工作状态的实时监控算法, 进而构建高效、可靠的锂电池管理系统具有重要意义。本文基于多孔电极理论和浓度理论, 提出基于扩展单粒子模型的锂电池关键内部参数识别的优化模型和方法; 在该电化学模型简化的基础上, 提出一种基于  $H_\infty$  鲁棒控制理论框架的锂电池新型双向互联观测器, 可同时实现对锂电池正、负电极浓度及荷电状态的估计, 并通过对不同工况下的仿真结果和实验数据, 对所提出的互联观测器性能进行了系统验证。结果表明: 所设计的互联观测器能够准确预测锂电池的输出电压和荷电状态, 有效提高了锂电池系统模型的动态性能和鲁棒稳定性, 为锂电池管理系统的开发奠定了理论基础。

**关键词:** 锂电池, 电化学模型, 参数识别, 互联观测器

**PACS:** 82.47.Aa, 82.80.Fk, 43.60.Jn, 95.75.-z

**DOI:** 10.7498/aps.67.20181429

## 1 引言

锂电池在新能源汽车(插电式混合动力和纯电动汽车)和网格化能量存储和转换系统中具有广泛应用前景。作为构成锂离子动力电池组的重要单元, 锂电池的精确建模和参数识别对于开发高效的电池管理系统(battery management system, BMS)具有十分重要的意义<sup>[1,2]</sup>。尤其锂电池的荷电状态(state-of-charge, SOC)和健康状态(state-of-health, SOH)的准确估计, 已成为BMS开发的核心内容。

近年来, 研究人员提出了基于等效电路模型(equivalent-circuit model, ECM)的锂电池建模和内部参数识别方法<sup>[3,4]</sup>以及不同的SOC和SOH估计算法<sup>[5,6]</sup>。然而, ECM模型利用电阻、电容等元器件模拟锂电池输出电压, 对于前期电池的实验具有很强的依赖性, 且模型参数也不能完全对应锂电

池内部实际的物理电化学状态变量。另外, ECM模型难以描述锂电池内部状态参数与剩余电量之间的关系, 随着电池外部环境温度变化以及电池老化现象的加重, 其预测精度难以满足要求。为此, 基于浓度理论和电化学第一性原理, 研究人员又提出了诸多基于物理电化学模的锂电池状态估计算法, 如贝叶斯滤波器<sup>[7,8]</sup>、Luenberger观测器<sup>[9,10]</sup>、滑模观测器<sup>[11,12]</sup>、非线性观测器<sup>[13]</sup>以及基于偏微分方程的反推观测器<sup>[14,15]</sup>方法。

文献<sup>[7, 11, 13—15]</sup>均假定锂电池正、负电极的锂离子摩尔数是恒定的, 这使得两个电极的锂浓度具有一定的代数关系, 从而使得该类电化学模型的单个电极状态变量是可观测的。然而, 当锂电池出现老化时, 比如负极表面固体电解质界面(solid-electrolyte-interface, SEI)膜的增长或电解液副反应引起的析锂现象, 则正、负极的锂离子浓度保守性就难以保证。此外, 文献<sup>[8, 10, 12]</sup>中的观测器设计中, 若不能设定单个电极开环模型准确的初始

\* 国家自然科学基金(批准号: 51675423)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: huipang@163.com

锂浓度值, 将会导致观测器对电极状态变量的估计偏离真值。在实际应用中, 精确的初始锂浓度值是很难获取的, 但可以通过实验数据识别出来, 如文献[16—18]基于多物理准二维模型和启发式算法的锂离子电池参数识别策略, 但其优化求解过程复杂, 对计算资源要求较高。尽管已有文献对基于物理电化学模型的锂电池SOC估计算法开展了相关研究[8,11,13,19], 但同时对正、负电极浓度分布和SOC估计的算法却鲜有报道, 因此, 亟待提出一种基于简化电化学模型的锂电池互联状态观测器, 以实现动力电池估算的需求。

综上, 本文基于多孔电极理论和浓度理论提出一种考虑液相动力学行为的锂电池扩展单粒子模型(enhanced single particle model, ESPM), 该模型考虑了电解液液相动力学行为, 耦合了温度和液相浓度变化对锂离子电池关键参数的影响。在该模型基础上进一步简化, 提出了一种基于 $H_\infty$ 鲁棒控

制理论框架的锂电池新型双向互联观测器。最后, 应用不同工况下的实验数据对本文所开展的研究进行了验证和讨论。

## 2 锂电池的扩展单粒子模型

精确估计锂电池响应状态(SOC, SOH以及电压)的关键是建立准确、有效的锂电池数学模型。根据已有研究成果[20]并考虑锂电池正、负电极均为多孔活性材料, 可用一个球形单粒子来模拟正负电极的电化学行为。同时, 忽略负极表面SEI膜电化学动力学行为影响, 本文构建一种考虑液相动力学行为的锂电池ESPM模型[9], 其简化结构如图1所示, 包括正、负极集流体以及隔膜等。

考虑正、负极集流体产生的欧姆电势差, 则锂电池终端电压 $V(t)$ 的计算公式为

$$V(t) = \phi_s^+(0^+, t) - \phi_s^-(0^-, t) - R_c I(t). \quad (1)$$

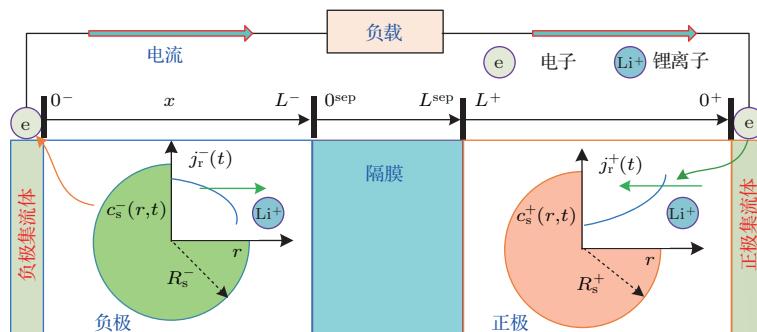


图1 锂电池的扩展单粒子模型示意图

Fig. 1. Schematic of Li-ion battery ESPM.

### 2.1 锂电池电化学动力学方程

根据Fick第二定理[21], 锂电池正、负电极的锂离子浓度为

$$\frac{\partial c_s^\pm(r, t)}{\partial t} = D_s^\pm \left[ \frac{2}{r} \frac{\partial c_s^\pm}{\partial r}(r, t) + \frac{\partial^2 c_s^\pm}{\partial r^2}(r, t) \right]. \quad (2)$$

其边界控制条件包括:

$$\begin{aligned} D_s^\pm \frac{\partial c_s^\pm}{\partial r}(0, t) &= 0, \\ D_s^\pm \frac{\partial c_s^\pm}{\partial r}(R_s^\pm, t) &= -j_r^\pm(t). \end{aligned} \quad (3)$$

根据文献[22, 23], 正、负极的反应电流密度 $j_r^j(t)$ 表达式为

$$j_r^j(t) = \begin{cases} -\frac{I(t)}{a_s^+ F L^+}, & j = +, \\ 0, & j = s, \\ \frac{I(t)}{a_s^- F L^-}, & j = -. \end{cases} \quad (4)$$

在图1所示的笛卡尔坐标系 $x$ 轴上,  $c_e(x, t)$ 随着锂离子的流量密度梯度而变化, 其动力学方程为

$$\begin{aligned} &\varepsilon_e^j \frac{\partial c_e^j}{\partial t}(x, t) \\ &= \frac{\partial}{\partial x} \left[ D_e^{\text{eff}} \frac{\partial c_e^j}{\partial t}(x, t) \right] + a_s^\pm (1 - t_c^0) j_r^j(t). \end{aligned} \quad (5)$$

液相浓度扩散方程的边界控制条件和浓度扩散连续条件如(6)和(7)式

$$\begin{cases} \frac{\partial c_e^-}{\partial x}(0^-, t) = 0, \\ \frac{\partial c_e^+}{\partial x}(0^+, t) = 0; \end{cases} \quad (6)$$

$$\begin{cases} c_e(L^-, t) = c_e(0^s, t), \\ c_e(L^s, t) = c_e(L^+, t), \\ D_e^{-,\text{eff}}(c_e(L^-)) \frac{\partial c_e^-}{\partial x}(L^-, t) \\ = D_e^{s,\text{eff}}(c_e(0^s)) \frac{\partial c_e^s}{\partial x}(0^s, t), \\ D_e^{s,\text{eff}}(c_e(L^s)) \frac{\partial c_e^s}{\partial x}(L^s, t) \\ = D_e^{+,\text{eff}}(c_e(L^+)) \frac{\partial c_e^+}{\partial x}(L^+, t). \end{cases} \quad (7)$$

式中, 液相有效扩散系数  $D_e^{\text{eff}} = D_e(T) \cdot (\varepsilon_e^j)^{\text{brug}}$ . 在  $x$  轴上只需要考虑电解液内锂离子传输引起的电势变化, 则根据修正的欧姆定律, 电解液的液相电势表示为

$$\begin{aligned} & k^{\text{eff}} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \phi_e(x, t)}{\partial x} \right) \\ & + \frac{2RT \cdot k^{\text{eff}}(1 - t_c^0)}{F} \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \ln c_e(x, t)}{\partial x} \right) \\ & + j_r^\pm(t) = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

式中,  $k^{\text{eff}} = k_e(T) \cdot (\varepsilon_e^j)^{\text{brug}}$ . 沿  $x$  轴在锂电池厚度范围内对 (8) 式积分两次可得液相电势差  $\Delta\Phi_e$  为

$$\begin{aligned} \Delta\Phi_e &= \phi_e^+(0^+, t) - \phi_e^-(0^-, t) \\ &= \frac{L^+ + 2L^s + L^-}{2k_e(T)} I(t) \\ &+ \frac{2RT \cdot k^{\text{eff}}(1 - t_c^0)}{F} \frac{\ln c_e(0^+, t)}{\ln c_e(0^-, t)}. \end{aligned} \quad (9)$$

根据 Butler-Volmer 方程以及 (4) 式的假设, 可知  $\eta^\pm(x, t)$  的计算公式为 [8,22,24]:

$$\eta^\pm(x, t) = \frac{RT}{\alpha F} \sinh^{-1} \left( \frac{j_r^\pm(t)}{2i_0^\pm(x, t)} \right). \quad (10)$$

取正负极电荷传输系数  $\alpha_a = \alpha_c = \alpha = 0.5$ , 则交换电流密度  $i_0^\pm$  定义为

$$\begin{aligned} i_0^\pm(x, t) \\ = Fk_0^\pm \sqrt{c_{ss}^\pm(x, t)(c_{s,\text{max}}^\pm - c_{ss}^\pm(x, t))} c_e(x, t). \end{aligned} \quad (11)$$

又因为 [25]

$$\begin{aligned} \eta^\pm(x, t) &= \phi_s^\pm(x, t) - \phi_e^\pm(x, t) \\ &- U_{\text{OCV}}^\pm(c_{ss}^\pm(x, t)), \end{aligned} \quad (12)$$

式中  $U_{\text{OCV}}^\pm$  的计算公式参见文献 [20, 26].

综合 (1), (9), (10) 和 (12) 式, 锂电池 ESPM 模型的终端电压  $V(t)$  计算公式为

$$\begin{aligned} V(t) &= [U_{\text{OCV}}^+(c_{ss}^+(t)) + \eta^+(x, t)] \\ &- [U_{\text{OCV}}^-(c_{ss}^-(t)) + \eta^-(x, t)] \\ &+ \Delta\Phi_e - R_c I(t). \end{aligned} \quad (13)$$

为了便于标记和后续观测器设计, 定义非线性函数  $(h(\cdot))$ , 则可得如下函数式:

$$\begin{cases} h_1(c_{ss}^+(x, t), I(t)) = [U_{\text{OCV}}^+(c_{ss}^+(t)) + \eta^+(x, t)], \\ h_2(c_{ss}^-(x, t), I(t)) = [U_{\text{OCV}}^-(c_{ss}^-(t)) + \eta^-(x, t)], \\ \Delta\Phi_e = -h_3(c_e^j(x, t), I(t)). \end{cases} \quad (14)$$

因此, (13) 式可简化为

$$\begin{aligned} V(t) &= h_1(c_{ss}^+(x, t), I(t)) - h_2(c_{ss}^-(x, t), I(t)) \\ &- h_3(c_e^j(x, t), I(t)) - R_c I(t). \end{aligned} \quad (15)$$

本研究中, 与温度变化相关的锂电池电化学参数包括  $D_s^\pm(T)$  和  $k^\pm(T)$ , 这 4 个参数可以采用 Arrhenius 定律来标定温度对其的影响 [12], 表示为

$$\begin{cases} D_s^\pm(T) = D_{s,0}^\pm \exp \left[ \frac{E_{\text{act}}^{D_s^\pm}}{R} \left( \frac{1}{T_{\text{ref}}} - \frac{1}{T} \right) \right], \\ k^\pm(T) = k_0^\pm \exp \left[ \frac{E_{\text{act}}^{k^\pm}}{R} \left( \frac{1}{T_{\text{ref}}} - \frac{1}{T} \right) \right], \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $T_{\text{ref}} = 23^\circ\text{C}$  (298 K) 是参考温度, 活化能参数  $E_{\text{act}}^{D_s^\pm}$  和  $E_{\text{act}}^{k^\pm}$  取自文献 [27]. 此外, 根据文献 [28], 与锂电池温度  $T$  和初始液相浓度有关的液相扩散系数  $D_e(T)$  以及依赖于温度的电解液离子电导率  $k_e(T)$  的经验计算式为

$$\begin{cases} D_e(T) = 10^{-[4.43 + \frac{54}{T - (229 + c_{e,0})} + 0.22c_{e,0}]}, \\ k_e(T) = c_{e,0} [(-10.5 + 0.074T - 6.96 \times 10^{-5}T^2) \\ + c_{e,0}(0.668 - 0.0178T - 2.8 \times 10^{-5}T^2) \\ + c_{e,0}^2(0.494 - 8.86 \times 10^{-4}T^2)]^2. \end{cases} \quad (17)$$

为了能够应用有限差分法数值求解上述模型, 将偏微分方程 (2) 中的固相浓度扩散方程在球形离子内部离散化为  $N + 1$  个节点; 同样, 沿  $x$  轴将方程 (5) 离散化为  $M + 1$  个节点, 具体的离散化过程可参考文献 [7, 24]. 定义状态向量  $\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3]^T$ , 其中,  $x_1$  和  $x_2$  分别是正、负电极的第  $N$  个节点的浓度状态变量, 表示为  $x_1 = [c_{s,1}^+, c_{s,2}^+, \dots, c_{s,N}^+]^T$ ,

$x_2 = [c_{s,1}^-, c_{s,2}^-, \dots, c_{s,N}^-]^T$ ,  $x_3$  是电解液第  $M$  个节点的浓度状态变量,  $x_3 = [c_{e,1}, c_{e,1}, \dots, c_{e,M}]^T$ ,  $y = V(t)$ . 需要指出的是,  $x_{1,N} = c_{s,N}^+$  和  $x_{2,N} = c_{s,N}^-$  分别是正、负电极表面固相浓度, 即  $c_{ss}^+$  和  $c_{ss}^-$ . 经过离散化之后, 可得  $2N + M$  个常微分方程(ordinary differential equation, ODE), 其状态空间方程的形式如下:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \mathbf{A}_{11}x_1 + \mathbf{B}_1u, \\ \dot{x}_2 = \mathbf{A}_{22}x_2 + \mathbf{B}_2u, \\ \dot{x}_3 = \mathbf{A}_{33}x_3 + \mathbf{B}_3u, \\ y = \mathbf{h}_1(x_{1,N}, u) - \mathbf{h}_2(x_{2,N}, u) \\ \quad - \mathbf{h}_3(x_3, u) - R_cu, \end{cases} \quad (18)$$

其中  $u = I(t)$ ; 状态变量  $x \in \mathbb{R}^{(2N+M)}$ ; 系数矩阵  $\mathbf{A}_{11}, \mathbf{A}_{22} \in \mathbb{R}^{N \times N}$ ,  $\mathbf{A}_{33} \in \mathbb{R}^{M \times M}$ , 列向量矩阵  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ ,  $\mathbf{B}_3 \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  分别是包含电化学模型参数的状态变量和输入变量矩阵. 注意,  $x_1$  和  $x_2$  分别包含正、负电极所有离散化节点的浓度值, 若能求解方程(18)获得其数值解, 则锂电池的SOC计算式<sup>[29]</sup>为

$$SOC(t) = \frac{3}{4\pi(R_s^-)^3 c_{s,\max}^-} \int_0^{R_s^-} 4\pi r^2 c_s^-(r, t) dr. \quad (19)$$

本文所用的相关变量及参数所代表的含义如表1所列. 另外, 锂电池电化学模型的关键参数的识别将在2.2节展开讨论.

表1 锂电池参数及相关符号  
Table 1. Electrochemical model parameters and symbols.

符号及变量			
$A$	电极面积/ $\text{m}^2$	$c_{e,0}$	液相初始浓度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$
$D_e$	液相浓度扩散系数/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$c_s^\pm$	固相浓度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$
$D_e^{\text{eff}}$	液相浓度有效扩散系数/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$c_{ss}^\pm$	固相表面浓度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$
$D_s^\pm$	固相浓度扩散系数/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$c_{s,\max}^\pm$	固相最大浓度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$
$D_{s,0}^\pm$	固相浓度初始扩散系数/ $\text{m}^2\cdot\text{s}^{-1}$	$i_0^\pm$	交换电流密度/ $\text{A}\cdot\text{m}^2$
$E_{\text{act}}$	活化能	$k_0^\pm$	电解液初始电导率/ $\Omega\cdot\text{m}^{-1}$
$F$	法拉第常数/ $\text{C}\cdot\text{mol}^{-1}$	$k^{\text{eff}}$	电解液有效电导率/ $\Omega\cdot\text{m}^{-1}$
$I$	电池工作电流密度/ $\text{A}\cdot\text{m}^{-2}$	$k_e$	电解液导电率/ $\Omega\cdot\text{m}^{-1}$
$L^j$	不同区域电池厚度/ $\text{m}$	$r$	径向坐标
$j_r^j$	锂离子反应电流密度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$	$t$	时间坐标
$R$	气体常数/ $\text{J}\cdot\text{mol}^{-1}\cdot\text{K}^{-1}$	$t_c^0$	锂离子迁移数
$R_s^\pm$	活性材料颗粒半径/ $\text{m}$	$\varepsilon_s^\pm$	不同区域固相体积分数
$R_c$	接触阻抗/ $\Omega$	$\varepsilon_e^j$	不同区域液相体积分数
$T$	电池温度/ $^\circ\text{C}$	$\sigma^\pm$	固相导电率/ $\Omega\cdot\text{m}^{-12}$
$T_{\text{ref}}$	参考温度/ $^\circ\text{C}$	$\sigma^{\text{eff}}$	有效固相导电率/ $\Omega\cdot\text{m}^{-12}$
$U_{\text{ocv}}^\pm$	开路电压/ $\text{V}$	$\pm$	正负极超电势/ $\text{V}$
$V$	锂电池终端电压/ $\text{V}$	$\phi_s^\pm$	固相电势/ $\text{V}$
$a_s^\pm$	单位体积有效反应面积/ $\text{m}^{-1}$	$\phi_e^j$	液相电势/ $\text{V}$
brug	Bruggman 系数	$\beta$	活度系数
$c_e^j$	不同区域液相浓度/ $\text{mol}\cdot\text{m}^{-3}$	$\alpha$	电荷传输系数
$j$	+ (正极), - (负极), s (隔膜)	$\Delta_e$	电解液液相电势差/ $\text{V}$

## 2.2 模型参数识别及验证

以索尼 VTC4 18650 锂电池为研究对象, 其名义容量和电压分别为 2 Ah 和 3.6 V, 最大输出电压为 4.2 V, 最小截止电压为 2.5 V. 根据我们前期的研究成果<sup>[20]</sup>, 可以将锂电池关键参数的识别设计为一个优化问题, 并采用特定工况下的实验数据完成参数识别. 由于本研究采用的ESPM模型不考虑SEI膜影响, 为检验参数识别策略的实用性并提高识别准确性, 这里采用HPPC (hybrid pulse power characterization) 脉冲输入电流和输出电压来识别ESPM参数并进行验证. HPPC工况下的锂电池的初始SOC为100%, 放电结束时SOC为20%, 结合文献[20, 30]中参数灵敏度分析方法, 可确定ESPM中需要识别的参数集 $\theta = [L^+, L^-, R_s^+, R_s^-, D_{s0}^-, \varepsilon_s^+, \varepsilon_s^-, k_0^+, k_0^-]^T$ . 表1中涉及的其他锂电池初始参数可参考文献[20], 于是构建如下的优化目标函数:

$$\arg \min_{\theta_{\min} < \theta < \theta_{\max}} L : \sqrt{\frac{1}{N} \min_{\theta} \sum_{i=1}^N [V_{\text{exp}}(t_i) - V_{\text{sim}}(\theta, t_i)]^2},$$

$$\text{约束: } \dot{x}_{1,i} = \mathbf{A}_{11}(\theta)x_{1,i} + \mathbf{B}_1(\theta)u_i,$$

$$\dot{x}_{2,i} = \mathbf{A}_{11}(\theta)x_{1,i} + \mathbf{B}_1(\theta)u_i,$$

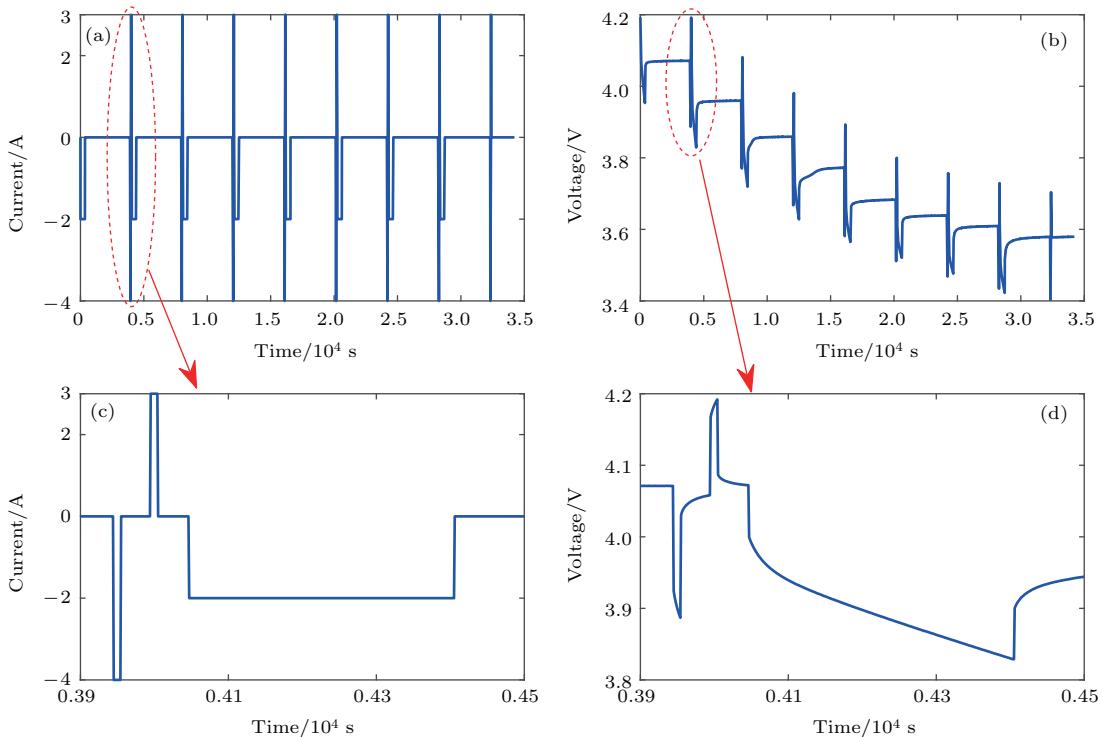


图2 HPPC工况下用于参数识别的输入电流和输出电压

Fig. 2. The input current and output voltage used for the parameters identification under HPPC operation: (a) Current profile; (b) cell voltage; (c) current pulse at SOC 90%; (d) voltage pulse at SOC 90%.

$$\dot{x}_{3,i} = \mathbf{A}_{11}(\theta)x_{1,i} + \mathbf{B}_1(\theta)u_i,$$

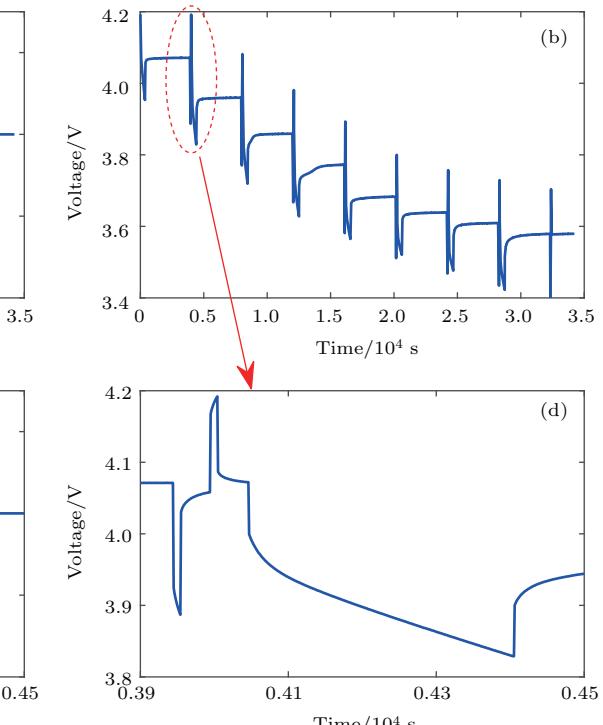
$$y_i = \mathbf{h}_1(x_{1,N,i}, u_i, \theta) - \mathbf{h}_2(x_{2,N,i}, u_i, \theta) \\ - \mathbf{h}_3(x_{3,i}, u_i, \theta) - R_c u_i,$$

式中  $V_{\text{exp}}$  和  $V_{\text{sim}}$  为在同样的输入电流  $u_i$  下锂电池的实验和仿真输出电压,  $N$  是输入电流的总采样点数(采样频率 1 Hz),  $L$  是本文扩展单粒子模型的输出电压和实验输出电压的均方根(root-mean-square, RMS)误差.

表2 待识别参数有效区间及识别结果

Table 2. The effective ranges and the identified values for ESPM parameters.

优化变量	参数	有效区间	识别结果
$\theta_1$	$L^+$	$[6 \times 10^{-6}, 12 \times 10^{-6}]$	$56 \times 10^{-6}$
$\theta_2$	$L^-$	$[4 \times 10^{-6}, 10 \times 10^{-6}]$	$88 \times 10^{-6}$
$\theta_3$	$R_s^+$	$[80 \times 10^{-6}, 90 \times 10^{-6}]$	$10 \times 10^{-6}$
$\theta_4$	$R_s^-$	$[50 \times 10^{-6}, 60 \times 10^{-6}]$	$12 \times 10^{-6}$
$\theta_5$	$D_{s0}^-$	$[1.8 \times 10^{-14}, 5.0 \times 10^{-14}]$	$3.9 \times 10^{-14}$
$\theta_6$	$\varepsilon_s^+$	$[0.42, 0.58]$	0.4102
$\theta_7$	$\varepsilon_s^-$	$[0.58, 0.70]$	0.6680
$\theta_8$	$k_0^+$	$[1 \times 10^{-6}, 1 \times 10^{-7}]$	$8.4 \times 10^{-6}$
$\theta_9$	$k_0^-$	$[1 \times 10^{-7}, 5 \times 10^{-6}]$	$6.8 \times 10^{-7}$



由于遗传算法(genetic algorithm, GA)具有较好的全局优化优点,且在锂电池参数识别中具有广泛应用<sup>[20,27,31]</sup>,因此我们采用GA算法求解上述约束优化问题。同时,为提高计算效率,仅提取第一个脉冲的输入电流和输出电压来完成参数识别,具体如图2所示。表2给出了最终的参数识别结果,图3—图5分别为HPPC, 1C恒流放电和UDDS(urban dynamometer driving schedule)工况下对所识别参数的输出电压验证曲线图。

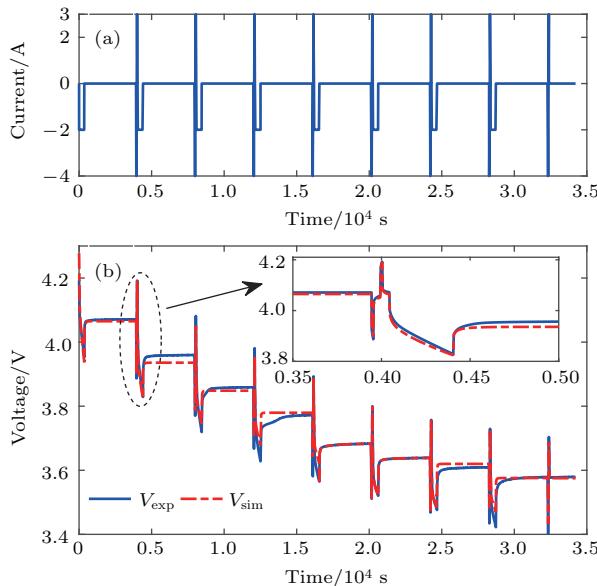


图3 HPPC工况下的锂电池输出电压对比曲线

Fig. 3. The comparison of voltages with the identified parameters under HPPC condition: (a) Current profile; (b) cell voltage.

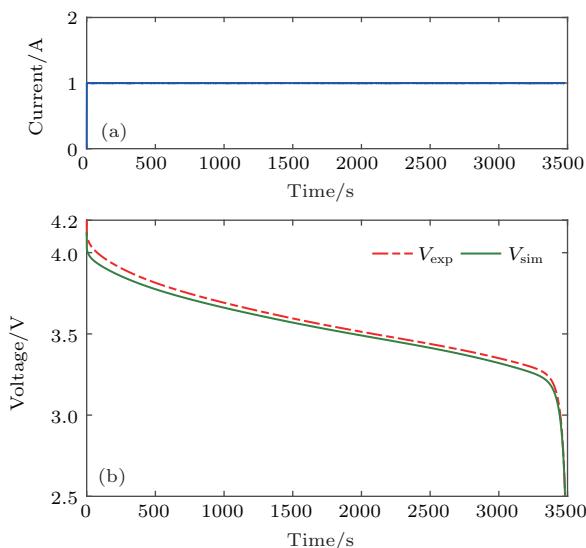


图4 1C放电电流下锂电池输出电压对比曲线

Fig. 4. The comparison of voltages with the identified parameters under 1C discharge current: (a) Current profile; (b) cell voltage.

从图3—图5的验证结果可以看出,相对于实验测量电压,基于ESPM的锂电池仿真输出电压最大相对误差分别为1.92%, 3.18%和2.86%,由此可知,基于ESPM所识别的锂电池内部状态参数是合理且准确的,对于不同工况(恒流、变电流)下的电池输出响应模拟是有效可靠的。

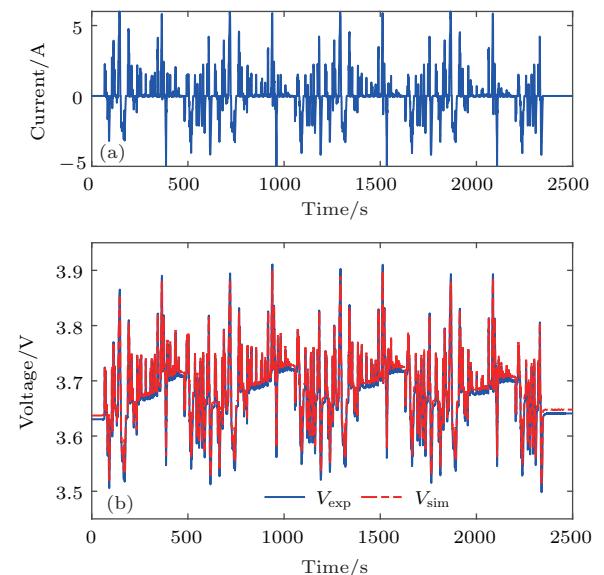


图5 UDDS工况下的锂电池输出电压对比曲线

Fig. 5. The comparison of voltages with the identified parameters under UDDS condition: (a) Current profile; (b) cell voltage.

### 3 锂电池互联状态观测器设计

基于 $H_\infty$ 鲁棒控制理论框架的状态观测器具有无需获知输入噪声和测量噪声的数学统计特征以及对模型不确定性有良好的鲁棒性等优点,其非常适合于锂电池内部状态参数(正、负极浓度, SOC/SOH)估计。如果单个电极的状态可根据其开环模型的计算得到,则另一个电极(正或负)的状态是可观测的<sup>[8]</sup>,该观测器结构如图6(a)所示。其中,单电极观测器在估计正极状态变量的同时,可对开环模型中的负极状态变量进行仿真。同样,通过模拟开环模型中的正极状态变量,可实现对负极状态的估计。在该观测器结构中,假定负极的开环模型具有相对准确的初始值,从而可为正极状态估计提供较为精确的伪量测值。实际上,不准确的初始值会导致开环模型的响应误差非常大,那么根据伪量测信息计算的锂电池输出电压就是不准确的,进而导致锂电池正极浓度状态估计偏离于真实值。

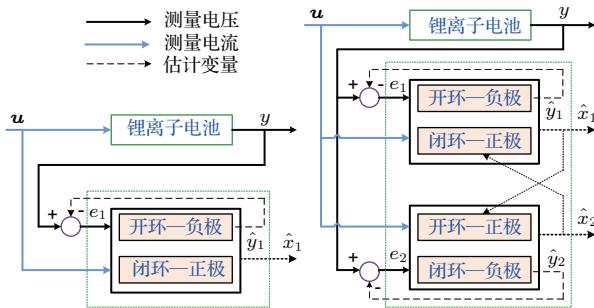


图6 锂电池 (a) 单电极浓度观测器<sup>[8]</sup>, (b) 本文提出的互联观测器结构

Fig. 6. The structure of Li-Ion cell's (a) single electrode concentration observer<sup>[8]</sup>, (b) the proposed interconnected observer.

为了解决该问题, 本文提出一种基于  $H_\infty$  理论框架的锂电池正、负极互联观测器, 其结构类似于文献[8]的单个电极观测器, 但能同时估计正、负极的状态并使其相互提供反馈项, 所设计的互联观测器结构如图6(b)所示。首先, 为降低锂电池  $H_\infty$  互联观测器的设计复杂度并满足其可观测性条件, 同时为了与ESPM模型的输出响应做出系统对比, 这里给出推论1的假设。

**推论1**<sup>[12]</sup> 假设锂电池电解液中的浓度和电势梯度是均匀分布的, 即分别忽略偏微分方程(5)和(8), 则可以从锂电池ESPM模型推导出单粒子模型(single-particle-model, SPM), SPM是一种简化的适合于观测器设计的锂电池电化学模型。

根据推论1, 若考虑系统输入高斯白噪声  $w(t)$ , 则锂电池SPM模型的状态方程可表示为

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = \mathbf{A}_{11}x_1 + \mathbf{B}_1u + \mathbf{B}'_1w(t), \\ \dot{x}_2 = \mathbf{A}_{22}x_2 + \mathbf{B}_2u + \mathbf{B}'_2w(t), \\ y = \mathbf{h}_1(x_{1,N}, u) - \mathbf{h}_2(x_{2,N}, u) - R_c u, \end{cases} \quad (20)$$

式中  $\mathbf{B}_1, \mathbf{B}_2 \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ 。

对于方程(20)所描述的锂电池SPM模型, 建立如下的互联观测器方程:

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}}_1 = \mathbf{A}_{11}\hat{x}_1 + \mathbf{B}_1u + \mathbf{L}_1(y - \hat{y}_1), \\ \dot{\hat{x}}_{2,\text{ol}} = \mathbf{A}_{22}\hat{x}_2 + \mathbf{B}_2u, \\ \hat{y}_1 = \mathbf{h}_1(\hat{x}_{1,N}, u) - \mathbf{h}_2(\hat{x}_{2,N}, u) - R_c u, \\ \dot{\hat{x}}_{1,\text{ol}} = \mathbf{A}_{11}\hat{x}_1 + \mathbf{B}_1u, \\ \dot{\hat{x}}_2 = \mathbf{A}_{22}\hat{x}_2 + \mathbf{B}_2u + \mathbf{L}_2(y - \hat{y}_2), \\ \hat{y}_2 = \mathbf{h}_1(\hat{x}_{1,N,\text{ol}}, u) - \mathbf{h}_2(\hat{x}_{2,N}, u) - R_c u, \end{cases} \quad (21)$$

(22)

式中,  $\mathbf{L}_1$  和  $\mathbf{L}_2 \in \mathbb{R}$  是  $H_\infty$  状态观测器的增益, 角标ol代表开环模型的状态变量。

接着, 定义系统状态误差为  $e_1 = x_1 - \hat{x}_1$  和  $e_2 = x_2 - \hat{x}_2$ , 锂电池正、负极的输出误差为  $e_{y_1}(t) = y - \hat{y}_1 = [\mathbf{h}_1(x_{1,N}, u) - \mathbf{h}_1(\hat{x}_{1,N}, u)] - [\mathbf{h}_2(x_{2,N}, u) - \mathbf{h}_2(\hat{x}_{2,N}, u)] = \tilde{h}_1(e_{1,N}) - \tilde{h}_2(e_{2,N,\text{ol}})$ 。同样地,  $e_{y_2}(t) = y - \hat{y}_2 = \tilde{h}_1(e_{1,N,\text{ol}}) - \tilde{h}_2(e_{2,N})$ 。

**推论2** 锂电池正、负极表面浓度的误差,  $e_{1,N}$  和  $e_{2,N}$  与状态误差向量  $e_1$  和  $e_2$  满足的关系式为  $e_{1,N} = \mathbf{C}e_1$ ,  $e_{2,N} = \mathbf{C}e_2$ , 其中  $\mathbf{C} = [0, 0, \dots, 0, 1]$  为满足输出电压的分布矩阵, 且  $\mathbf{C} \in \mathbb{R}^{1 \times N}$ 。

根据方程(20), (21)和(22)及推论2, 可得正、负极状态观测器的误差动力学方程分别为

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = \mathbf{A}_{11}e_1 - \mathbf{L}_1(y - \hat{y}_1) + \mathbf{B}'_1w(t), \\ e_{y_1}(t) = \mathbf{C}e_1(t), \end{cases} \quad (23)$$

和

$$\begin{cases} \dot{e}_2 = \mathbf{A}_{22}e_2 - \mathbf{L}_2(y - \hat{y}_2) + \mathbf{B}'_2w(t), \\ e_{y_2}(t) = \mathbf{C}e_2(t). \end{cases} \quad (24)$$

从而将系统(20)的状态误差问题归结为: 求得输出误差反馈增益矩阵  $\mathbf{L}_1$  和  $\mathbf{L}_2$ , 以保证在特定的衰减系数  $\gamma > 0$  下, 误差状态方程(23)和(24)在  $w(t)$  下是渐进稳定的, 即  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_1(t) \rightarrow 0$ ,  $\lim_{t \rightarrow \infty} e_2(t) \rightarrow 0$ , 且在零初始条件下对所有  $\forall w(t) \in \mathbf{L}_2[0, +\infty)$  满足

$$\|T_{ew}\|_\infty = \sup_{w \in \mathbf{L}_2} \frac{\|e_i(t)\|_2}{\|w(t)\|_2} < \gamma \quad (i = 1, 2). \quad (25)$$

根据有界实理论<sup>[32]</sup>, 本文将  $H_\infty$  互联状态观测器的设计转化为寻找合适的对称正定矩阵  $\mathbf{P}_1 > 0$ ,  $\mathbf{P}_2 > 0$  和适当维数矩阵  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{Y}_2$ , 进而获得状态观测器增益矩阵  $\mathbf{L}_1$  和  $\mathbf{L}_2$ , 使得下面的线性矩阵不等式(linear matrix inequality, LMI)成立:

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{11} - \mathbf{L}_1\mathbf{C}_1)^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{L}_1\mathbf{C}_1) + \mathbf{I} & \mathbf{P}_1\mathbf{B}'_1 \\ * & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} (\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_2\mathbf{C}_2)^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2(\mathbf{A}_{22} - \mathbf{L}_2\mathbf{C}_2) + \mathbf{I} & \mathbf{P}_2\mathbf{B}'_2 \\ * & -\gamma^2\mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (27)$$

为了将(25)式转化为一个线性矩阵不等式, 定义  $\mathbf{Y}_1 = \mathbf{P}_1\mathbf{L}_1$  (即  $\mathbf{L}_1 = \mathbf{P}_1^{-1}\mathbf{Y}_1$ ),  $\mathbf{Y}_2 = \mathbf{P}_2\mathbf{L}_2$  (即

$\mathbf{L}_2 = \mathbf{P}_2^{-1} \mathbf{Y}_2$ ), 于是, 不等式(26)和(27)可进一步转化为:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{P}_1 + \mathbf{P}_1 \mathbf{A}_{11} - \mathbf{Y}_1 \mathbf{C}_1 - \mathbf{C}_1^T \mathbf{Y}_1^T + \mathbf{I} & \mathbf{P}_1 \mathbf{B}'_1 \\ * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0, \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{22}^T \mathbf{P}_2 + \mathbf{P}_2 \mathbf{A}_{22} - \mathbf{Y}_2 \mathbf{C}_2 - \mathbf{C}_2^T \mathbf{Y}_2^T + \mathbf{I} & \mathbf{P}_2 \mathbf{B}'_2 \\ * & -\gamma^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} < 0. \quad (29)$$

根据本文第二节所识别的锂电池模型参数并设定  $\gamma = 1.69$ , 利用 MATLAB 中的 LMI 工具箱求解(28)和(29)式可得  $\mathbf{P}_1$ ,  $\mathbf{Y}_1$  和  $\mathbf{P}_2$ ,  $\mathbf{Y}_2$ , 进而确定控制增益  $\mathbf{L}_1$  和  $\mathbf{L}_2$ .

## 4 锂电池互联观测器的性能仿真分析

为了验证本文所设计的锂电池互联观测器的有效性和准确性, 本节对文献[8]中的单电极观测器(Obsv-1)、本文提出的互联观测器(Obsv-2)以及

上述 ESPM 模型所计算的输出电压和 SOC 进行了仿真和对比分析.

### 4.1 HPPC 脉冲电流工况

在 HPPC 脉冲变电流放电工况验证中, 锂电池初始的 SOC 为 100%, 放电结束时 SOC 为 20%, 且放电过程的环境温度设定为 23 °C. 图 7 和图 8 分别为应用 ESPM, Obsv-1 以及 Obsv-2 模型在所识别出的锂电池电化学参数下计算出的锂电池终端电压及其误差的对比曲线、锂电池 SOC 估计值及相应的 SOC 误差变化曲线. 注意, 图 8 中的  $SOC_{ref}$  为应用安时积分法得到的 SOC 估计值, 并将其作为 SOC 参考值. 另外, 图 7—10 中的电压误差计算式分别为  $V_{error-1} = V_{exp} - V_{ESPM}$ ,  $V_{error-2} = V_{exp} - V_{Obsv-2}$ ,  $V_{error-3} = V_{exp} - V_{Obsv-1}$ ; SOC 误差计算式分别为  $SOC_{error-1} = SOC_{ref} - SOC_{ESPM}$ ,  $SOC_{error-2} = SOC_{ref} - SOC_{Obsv-1}$ ,  $SOC_{error-3} = SOC_{ref} - SOC_{Obsv-2}$ .

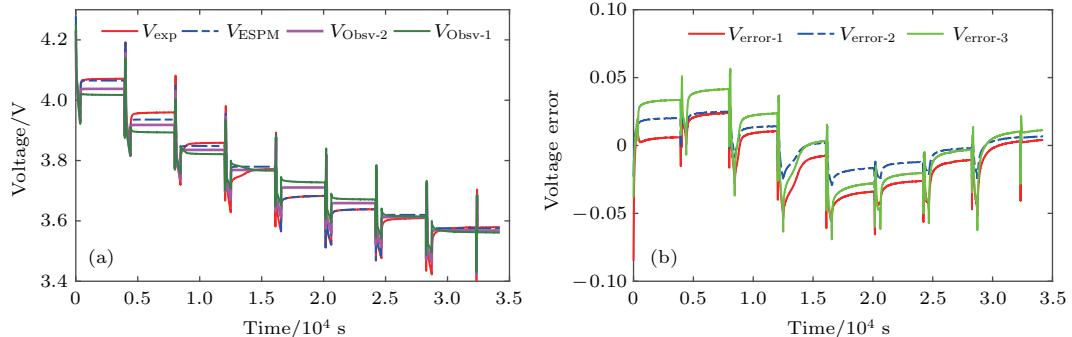


图 7 HPPC 工况下不同模型计算的锂电池 (a) 输出电压; (b) 电压误差曲线

Fig. 7. The computing results of different Li-ion cell model under HPPC operation: (a) Cell voltage; (b) voltage error.

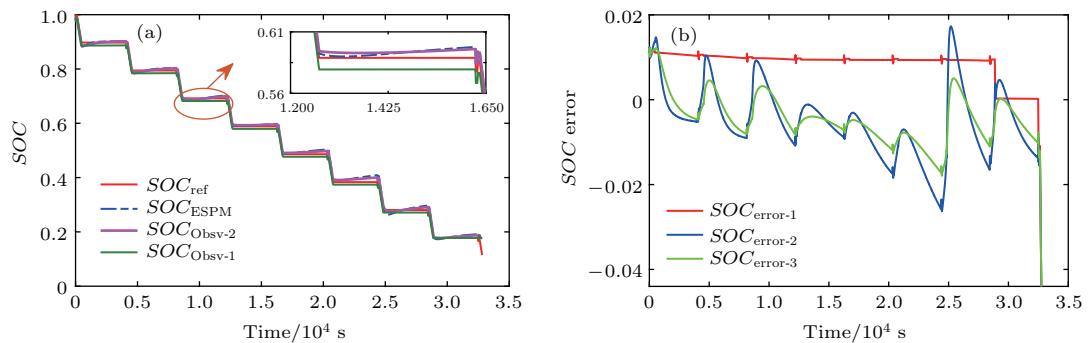


图 8 HPPC 工况下不同模型计算的锂电池 (a) SOC 估计值; (b) SOC 误差曲线

Fig. 8. The SOC comparison of different Li-ion cell model under HPPC operation: (a) SOC estimation; (b) SOC errors.

分析图7可知,相比于锂电池终端电压的实验值,本文提出的Obsv-2观测器计算得到的输出电压最大相对误差为2.6%;在同样工况下,利用ESPM, Obsv-1模型计算的锂电池输出电压最大相对误差分别为2.0%和3.8%。从图8的SOC估计效果看,在相同的电流和电压情况下,相比于SOC参考值,本文提出的观测器的预测最大绝对误差为3.4%,文献[8]中的单电极观测器的最大绝对误差为4.7%,ESPM模型的SOC计算误差最大值为2.4%,这表明本文提出的观测器SOC估算具有更高的精度,由于本文提出的观测器模型忽略了电解

液电化学动力学行为的影响,因而本文的观测器SOC预测精度略低于ESPM模型。

## 4.2 UDDS电流工况

为进一步验证和评估本文提出的观测器在锂电池输出电压和SOC估计方面的有效性和准确性,图9和图10显示了在UDDS变电流工况下(室温23 °C)应用ESPM, Obsv-1以及Obsv-2模型计算出的锂电池终端电压及其误差的对比曲线,锂电池SOC估计值及相应的SOC误差变化曲线。

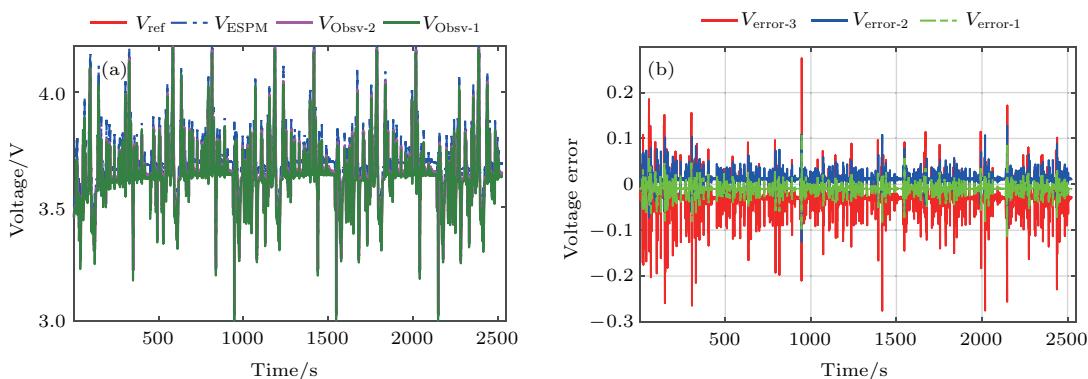


图9 UDDS工况下不同模型计算的锂电池 (a) 输出电压; (b) 电压误差曲线

Fig. 9. The computing results of different Li-ion cell model under UDDS operation: (a) Cell voltage; (b) voltage error.

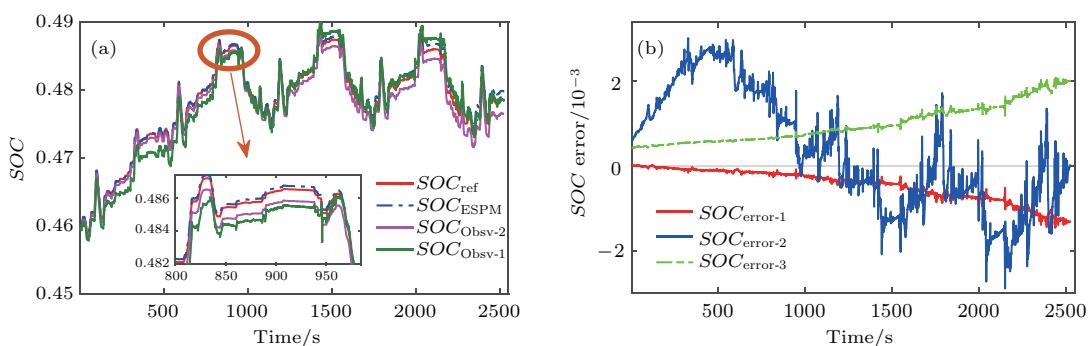


图10 UDDS工况下不同模型计算的锂电池 (a) SOC估计值; (b) SOC误差曲线

Fig. 10. The SOC comparison of different Li-ion cell model under UDDS operation: (a) SOC estimation; (b) SOC errors.

从图9可知,应用ESPM、单电极观测器模型以及本文设计的观测器模型都能准确预测UDDS工况下锂电池输出电压的变化趋势;且三种模型计算的锂电池输出电压与同样工况下的测量输出电压最大相对误差依次为1.9%, 3.2%和2.1%。从图10可以得出,在相同的电流和电压情况下,相

比于SOC参考值,三种模型计算的锂电池SOC最大相对误差分别为2.1%, 4.4%和3.2%。这进一步说明了本文提出的观测器模型在SOC预测方面具有较高的精度,且SOC误差变化趋势更加平稳,即本文设计的互联观测器总体上呈现更好的鲁棒稳定性。

## 5 结 论

1) 基于多孔电极理论和浓度理论提出一种锂电池扩展单粒子模型, 该模型考虑了电解液液相动力学行为, 耦合了温度和液相浓度变化对锂离子电池关键参数的影响. 基于该模型完成了锂电池关键内部参数的识别和验证.

2) 通过对ESPM模型的简化得到SPM模型, 基于SPM模型和 $H_\infty$ 鲁棒控制理论提出一种新型的锂电池双向互联观测器, 可实现锂电池对正、负电极浓度分布和SOC估计. 同时, 相比于HPPC和UDDS工况下的实验数据, 对比分析了ESPM, Obsv-1以及Obsv-2模型计算出的锂电池在两种工况下的终端电压和SOC响应曲线. 结果发现: 当锂电池在室温23 °C时, 在HPPC工况下应用三种模型计算出的锂电池输出电压最大相对误差分别为2.0%, 3.8%和2.6%, 同样工况下SOC估计值的最大相对误差分别为2.4%, 4.7%和3.4%; 在UDDS工况下, 应用三种模型计算出的锂电池输出电压最大相对误差分别为1.9%, 3.2%和2.1%, 同样工况下计算出的SOC估计值最大相对误差分别为2.1%, 4.4%和3.2%.

3) 下一步将基于本文的互联状态观测器开发一种考虑老化机理的锂电池SOC状态估计器, 使其能够实现对正、负极浓度分布和锂电池剩余寿命及其SOC的准确估计.

## 参考文献

- [1] Huang L, Li J Y 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 108202 (in Chinese) [黄亮, 李建元 2015 物理学报 **64** 108202]
- [2] Cheng J, Li Z, Jia M, Tang Y W, Du S L, Ai L H, Yin B H, Ai L 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 210202 (in Chinese) [程昀, 李喆, 贾明, 汤依伟, 杜双龙, 艾立华, 殷宝华, 艾亮 2015 物理学报 **64** 210202]
- [3] Boovaragavan V, Harinipriya S, Subramanian V 2008 *J. Power Sources* **183** 361
- [4] Feng T, Yang L, Zhao X, Zhang H, Qiang J 2015 *J. Power Sources* **281** 192
- [5] Zhang X, Lu J, Yuan S, Yang J, Zhou X 2017 *J. Power Sources* **345** 21
- [6] Chaoui H, Mejdoubi A E, Gualous H 2017 *IEEE Trans. Veh. Technol.* **66** 2000
- [7] Di D, Stefanopoulou A, Fiengo G 2010 *J. Dyn. Syst.-T. ASME* **132** 061302
- [8] Bartlett A, Marcicki J, Onori S, Rizzoni G, Yang X G, Miller T 2016 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **24** 384
- [9] Tanim T R, Rahn C D, Wang C Y 2015 *Energy* **80** 731
- [10] Klein R, Chaturvedi N A, Christensen J, Ahmed J, Find-eisen R, Kojic A 2013 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **21** 289
- [11] Dey S, Ayalew B, Pisu P 2014 *Int. Workshop Variable Struct. Syst.* Nantes, France, June 29–July 2, 2014 p1
- [12] Allam A, Onori S 2018 *IEEE Trans. Ind. Electron.* **65** 7311
- [13] Dey S, Ayalew B, Pisu P 2015 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **23** 1935
- [14] Moura S J, Chaturvedi N A, Krstic M 2014 *J. Dyn. Syst-T. ASME* **136** 011015
- [15] Moura S J, Argomedo F B, Klein R, Mirtabatabaei A, Krstic M 2017 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **25** 453
- [16] Forman J C, Moura S J, Stein J L, Fathy H K 2012 *J. Power Sources* **210** 263
- [17] Zhang L, Wang L, Hinds G, Chao L, Zheng J, Li J 2014 *J. Power Sources* **270** 367
- [18] Li J, Zou L, Tian F, Dong X, Zou Z, Yang H 2016 *J. Electrochem. Soc.* **163** A1646
- [19] Wang Y, Fang H, Sahinoglu Z, Wada T, Hara S 2015 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **23** 948
- [20] Pang H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 058201 (in Chinese) [庞辉 2018 物理学报 **67** 058201]
- [21] Diwakar V D 2009 *Ph. D. Dissertation* (St. Louis: Washington University)
- [22] Marcicki J, Canova M, Conlisk A T, Rizzoni G 2013 *J. Power Sources* **237** 310
- [23] Moura S J, Argomedo F B, Klein R, Mirtabatabaei A, Krstic M 2017 *IEEE Trans. Contr. Syst. Technol.* **25** 453
- [24] Fan G, Pan K, Canova M, Marcicki J, Yang X G 2016 *J. Electrochem. Soc.* **163** A666
- [25] Smith K, Wang C Y 2006 *J. Power Sources* **161** 628
- [26] Speltino C, Domenico D D, Fiengo G, Stefanopoulou A 2009 *European Control Conference (ECC)* Budapest, Hungary, August 23–26, 2009 p1053
- [27] Zhang L Q, Wang L X, Hinds G, Lyu C, Zheng J, Li J F 2014 *J. Power Sources* **270** 367
- [28] Valoen L O, Reimers J N 2005 *J. Electrochem. Soc.* **152** A882
- [29] Ahmed R, El Sayed M, Arasaratnam I, Tjong J, Habibi S 2014 *IEEE J. Em. Sel. Top.* **2** 659
- [30] Marcicki J, Todeschini F, Onori S, Canova M 2012 *American Control Conference (ACC 2012)* Montreal, Canada, June 27–29, 2012 p572
- [31] Forman J C, Moura S J, Stein J L, Fathy H K 2012 *J. Power Sources* **210** 263
- [32] Vanantwerp J G, Braatz R D 2000 *J. Process Contr.* **10** 363

# An interconnected state observer for lithium-ion battery based on reduced electrochemical model\*

Pang Hui<sup>†</sup> Zhang Xu

(School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

(Received 26 July 2018; revised manuscript received 26 August 2018)

## Abstract

The accurate estimation of the solid concentration distribution in anode and cathode, and state-of-charge (SOC) for a Li-ion battery cell is significantly important for developing the real-time monitoring algorithm of the Li-ion cell's working operation, and further establishing an efficient and reliable advanced battery management system (BMS). Firstly, according to the porous electrode theory and concentration theory, in this article we present a systematic optimized model and a method of identifying the key internal state parameters based on a Li-ion cell's enhanced single-particle-model (ESPM), in which, an appropriate parameter vector is identified in the typical hybrid-pulse-power-characterization (HPPC) operation scenario by using the parameter sensitivity analysis method, and then this parameter optimization problem is evaluated by genetic algorithm. It is verified that the maximum relative errors of the cell's output voltage for ESPM are 1.92%, 3.18% and 2.86% under HPPC, 1C-discharge and urban dynamometer driving schedule (UDDS) current profiles, respectively. Secondly, by introducing some assumptions and reduction techniques, the battery ESPM is further reduced and then a novel interconnected state observer is proposed through the combination of the reduced ESPM and  $H_\infty$  robust control theory framework, which can realize the concurrent estimation of solid concentration and SOC in anode and cathode. Finally, the comparative validation and analysis study are conducted by using the experimental data acquired in HPPC and UDDS condition to demonstrate the effectiveness and feasibility of the proposed interconnected observer. The results show that the maximum relative errors of output voltage for the ESPM, the single-electrode concentration observer (Obsv-1) and the proposed interconnected observer (Obsv-2) of Li-ion cell are 2.0%, 3.8% and 2.6%, respectively, under HPPC operation at 23 °C; under the same input current profile and operating condition, the maximum relative errors of SOC estimation are 2.4%, 4.7% and 3.4%, respectively. Moreover, the maximum relative errors of cell's output voltage for ESPM, Obsv-1 and Obsv-2 model are 1.9%, 3.2% and 2.1%, respectively, and the maximum relative errors of SOC estimation values for these three mathematical models are 2.1%, 4.4% and 3.2%, respectively. It is concluded that the proposed robust observer for a Li-ion cell can accurately predict the output voltage and SOC, and can also improve the dynamic performance and robust stability of Li-ion cell, which provides a solid theoretical foundation for developing the BMS.

**Keywords:** Li-ion cell, electrochemical model, parameter identification, interconnected state observer

**PACS:** 82.47.Aa, 82.80.Fk, 43.60.Jn, 95.75.-z

**DOI:** [10.7498/aps.67.20181429](https://doi.org/10.7498/aps.67.20181429)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 51675423).

† Corresponding author. E-mail: [huipang@163.com](mailto:huipang@163.com)