物理学报 Acta Physica Sinica



涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的模式特性分析

彭艳玲 薛文瑞 卫壮志 李昌勇

Mode properties analysis of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowire waveguides

Peng Yan-Ling Xue Wen-Rui Wei Zhuang-Zhi Li Chang-Yong

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 67, 038102 (2018) DOI: 10.7498/aps.20172016 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.20172016 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I3

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

表面预处理对石墨烯上范德瓦耳斯外延生长 GaN 材料的影响

Effect of surface pretreatment on GaN van der Waals epitaxy growth on graphene 物理学报.2017, 66(24): 248101 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.248101

双层石墨烯的化学气相沉积法制备及其光电器件

Synthesis of bilayer graphene via chemical vapor deposition and its optoelectronic devices 物理学报.2017, 66(21): 218101 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.218101

硅基底石墨烯器件的现状及发展趋势

Research status and development graphene devices using silicon as the subtrate 物理学报.2017, 66(21): 218102 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.218102

石墨烯纳米带的制备与电学特性调控

Fabrication and electrical engineering of graphene nanoribbons 物理学报.2017, 66(21): 218103 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.218103

三终端非对称夹角石墨烯纳米结的弹道热整流

Ballistic thermal rectification in the three-terminal graphene nanojunction with asymmetric connection angles

物理学报.2016, 65(24): 248104 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.248104

涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的 模式特性分析*

彭艳玲¹⁾ 薛文瑞^{1)†} 卫壮志¹⁾ 李昌勇²⁾

1) (山西大学物理电子工程学院,太原 030006)

2) (山西大学激光光谱研究所,量子光学与光量子器件国家重点实验室,太原 030006)

(2017年9月12日收到;2017年11月2日收到修改稿)

采用多级展开方法,对涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的模式特性进行了分析.首先对这种 波导中的表面等离子模式进行分类,然后对七种低阶模式的有效折射率和传播长度随工作频率、几何结构参 数和石墨烯费米能的依赖关系进行详细的分析.结果表明,通过改变工作频率、几何结构参数和石墨烯的费米 能,可以在较大范围内调节模式的特性.与有限元法进行的对比表明,基于多级方法的半解析结果与有限元 法的数值结果非常符合.研究结果可为涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线的设计和制作提供一定的理论 基础.

关键词:石墨烯,纳米线,波导,多极方法 PACS: 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az

DOI: 10.7498/aps.67.20172016

1引言

石墨烯具有独特的光电性质,如极高的电子迁移率^[1]和超快的载流子运动^[2]等.石墨烯的这些特性在变换光学^[3]、饱和吸收器^[4]、表面等离子体领域^[5]、化学和生物传感领域^[6-8]等有着广泛的应用.

与传统的贵金属相比,石墨烯表面等离子体 (graphene surface plasmons, GSPs)具有模式束缚 性强、传播损耗低、可调性强等特点^[9].为了利用 GSPs的这些特性,人们提出了多种多样的基于石 墨烯的波导结构,例如石墨烯纳米带波导^[10]、石 墨烯纳米带平行板波导^[11]、介质负载的石墨烯波 导^[12]、石墨烯楔形和槽形波导^[13]、石墨烯锥形波 导^[14]、涂覆石墨烯的纳米线波导^[15]、附带基底的 石墨烯纳米线波导^[16]等. 是一个研究热点. 2014年, Gao等^[17]用解析法和 数值模拟法研究了涂覆单层石墨烯的单根电介质 纳米线,结果表明其模式具有方位角对称性并且 在电磁场分布中可用相位因子表征模式的阶数. 2015年, Yang等^[18] 采用解析法和有限元法(finite element method, FEM)研究了涂覆双层石墨烯的 单根电介质纳米线,结果表明通过改变石墨烯的费 米能、两石墨烯片间的间距以及纳米线的半径可调 节模式特性. 2016年, Liu等^[19]采用耦合模式微扰 理论研究了涂覆单层石墨烯的双纳米线对称结构, 结果表明对称耦合模式和反对称耦合模式源自两 相同的单根波导的模式耦合. 2017年, Jiang 等^[20] 运用变换光学理论研究了两个石墨烯包覆的电介 质纳米线间的等离子体相互作用. 迄今. 对于涂覆 石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导的模式特 性的研究尚未见报道.

本文拟采用多级展开方法对涂覆石墨烯的非 对称并行电介质纳米线中低阶的七种模式进行分

目前,涂覆石墨烯的电介质纳米线波导结构

* 国家自然科学基金(批准号: 61378039, 61575115)和国家基础科学人才培养基金(批准号: J1103210)资助的课题.

© 2018 中国物理学会 Chinese Physical Society

http://wulixb.iphy.ac.cn

[†]通信作者. E-mail: wrxue@sxu.edu.cn

析,对每种模式的有效折射率和传播长度与工作频 率、几何结构参数、石墨烯费米能之间的关系进行 详细的研究,并采用FEM对所得的结果进行验证.

2 结构模型

本文研究的非对称波导结构如图1所示,它是 由并行的涂覆了单层石墨烯的半径不同的两根电 介质纳米线构成的. 左侧的纳米线标记为1号纳米 线,半径为 ρ_1 ,右侧的纳米线标记为2号纳米线,半 径为 ρ_2 . 两根电介质纳米线的相对介电常数均为 ε_1 ,间距为d,整个波导结构嵌入在相对介电常数均为 ε_2 的背景媒质中. 由Kubo公式可知,当温度T为 300 K并且载流子散射率 Γ 为2×10¹² rad/s时,石 墨烯的面电导率 σ_g 主要由工作频率f和费米能 E_F 决定^[18].



图 1 涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线的横截面示 意图

Fig. 1. Cross sectional sketch of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowires.

3 理论模型

以两根电介质纳米线的轴心为原点,分别建立 极坐标系 (r_1, ϕ_1) 和 (r_2, ϕ_2) ,如图 1 中所示. 假设 波导结构中的模式在 z 方向上传播,则GSPs模式 的电磁场分量均可表示为 $F(r, \phi) \exp[i(\beta z - \omega t)]$, 其中 F 代表电场或者磁场在横截面上的分布, β 为 模式的纵向传播常数, ω 为工作圆频率. 在每根电 介质纳米线中,纵向电磁场分量都满足 Helmholtz 方程. 假设在各个区域中,纵向电磁场表示为 (1)—(4)式:

在 $r_1 < \rho_1$ 区域

$$E_{z11} = \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} A_n \mathbf{I}_n(\lambda_1 r_1) \cos(n\phi_1) \ (\cos \mathbf{E}), \\ \sum_{n=0}^{\infty} A_n \mathbf{I}_n(\lambda_1 r_1) \sin(n\phi_1) \ (\sin \mathbf{E}), \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
E_{z21} &= \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_n(\lambda_1 r_2) \cos(n\phi_2) \ (\cos \ \Bar{e}), \\ \sum_{n=0}^{\infty} E_n I_n(\lambda_1 r_2) \sin(n\phi_2) \ (\sin \ \Bar{e}), \\ H_{z21} &= \begin{cases} \sum_{n=0}^{\infty} F_n I_n(\lambda_1 r_2) \cos(n\phi_2) \ (\sin \ \Bar{e}), \\ \sum_{n=0}^{\infty} F_n I_n(\lambda_1 r_2) \sin(n\phi_2) \ (\cos \ \Bar{e}), \\ \sum_{n=0}^{\infty} F_n I_n(\lambda_1 r_2) \sin(n\phi_2) \ (\cos \ \Bar{e}), \end{aligned}$$
(3)

这里, I_n 和 K_n 为修正贝塞尔函数; A_n, B_n, C_n, D_n , E_n, F_n, G_n, H_n 为待定系数,

$$\lambda_1 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_1 \mu_0}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2 \mu_0}$$

以sin模为例,对推导过程进行详细阐述.

根据Bessel函数的加法定理^[21,22],可将电介质纳米线外的电磁场在两个坐标系中变换,表示为

$$E_{z22} = \sum_{n=0}^{\infty} G_n (-1)^{n+1} \sum_{m=0}^{\infty} g_{mn} \mathbf{I}_m (\lambda_2 r_1) \sin(m\phi_1),$$
2-2
(5)

038102-2

$$H_{z22} = \sum_{n=0}^{\infty} H_n (-1)^n \sum_{m=0}^{\infty} f_{mn} \mathbf{I}_m (\lambda_2 r_1) \cos(m\phi_1),$$
(6)

$$E_{z12} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \sum_{m=0}^{\infty} g_{mn} \mathbf{I}_m(\lambda_2 r_2) (-1)^{m+1} \sin(m\phi_2),$$
(7)

$$H_{z12} = \sum_{n=0}^{\infty} D_n \sum_{m=0}^{\infty} f_{mn} \mathbf{I}_m (\lambda_2 r_2) (-1)^m \cos(m\phi_2),$$
(8)

其中, $f_{mn} = K_{n+m}(\lambda_2 a) + K_{n-m}(\lambda_2 a), g_{mn} = K_{n+m}(\lambda_2 a) - K_{n-m}(\lambda_2 a), a = d + \rho_1 + \rho_2.$ 依据Maxwell方程组, 就可由纵向电磁场分量得到电磁场的其他场分量. 在实际的计算中, 需要将(1)—(8)式中的无限项求和截断为 *M* 项求和.

将石墨烯看作厚度可以忽略的导体边界,利用 电磁场在这一边界处的切向边界条件,

$$\begin{cases}
E_{zi1} = E_{zi2}, \\
E_{\phi i1} = E_{\phi i2}, \\
H_{zi2} - H_{zi1} = -\sigma_{g}E_{\phi i1}, \\
H_{\phi i2} - H_{\phi i1} = \sigma_{g}E_{zi1},
\end{cases}$$
(9)

其中*i* = 1,2,分别代表1号纳米线和2号纳米线,可以建立一个齐次线性代数方程组:

$$[\boldsymbol{A}][\boldsymbol{x}] = 0, \tag{10}$$

其中 [A] 为系数矩阵, [x] 为 (1)—(4) 式中的待定系 数组成的一个列矢量. 假设 M 为 (5)—(8) 式及其 他场分量中n 和m 的上限值,也就是说,把无穷 项求和截断为 M 项求和,则 [A] 为一个方阵,且这 个方阵由 8×8 个子方阵a(i,j) 组成.每个子方阵 a(i,j) 中包含 $M \times M$ 个矩阵元 $a_{m,n}(i,j)$,它们的 表达式见附录 A. 根据线性代数理论,齐次线性代 数方程组 (10) 有解的充分必要条件是该方阵的行 列式 $\Delta = 0$, 即

$$\Delta = \begin{vmatrix} a(0,0) & a(0,1) & \cdots & a(0,7) \\ a(1,0) & a(1,1) & \cdots & a(1,7) \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ a(7,0) & a(7,1) & \cdots & a(7,7) \end{vmatrix}$$
$$= 0. \tag{11}$$

通过求解方程(11),就可以得到模式的色散关系, 并通过方程(10)得到对应的模式的场分布.

4 结果与讨论

涂覆石墨烯的非对称并行电介质纳米线波导中的GSPs模式非常丰富,本文对低阶的七种GSPs 模式进行研究,依次命名为mode 0, mode 1, ···, mode 6.



图 2 在 $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz 以及 $E_{\rm F} = 0.5$ eV 条件下, 七种 GSPs 模 式的场分布 (左列为纵向电场分布图, 右列为电场强度分布图) Fig. 2. The field distributions of seven GSPs modes with $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz and $E_{\rm F} = 0.5$ eV. The left column is the longitudinal electric field distribution, and the right column is the electric field intensity distribution.

 $\varepsilon_1 = 3.0, \ \varepsilon_2 = 1.0, \ f = 30 \ \text{THz} \ \bigcup \ B_F = 0.5 \ \text{eV}$ 的条件下,图2描绘了低阶的七种GSPs模式的纵 向电场分布和电场强度分布.观察图2可知,电磁 场主要集中于两根纳米线之间的缝隙区域或者半 径较大的纳米线表面. 根据(1)--(4)式中的因子 $\cos(n\phi)$ 和 $\sin(n\phi)$,可把这七种模式分为两类.一 类是cos型,即两根纳米线上纵向电场的最值位 于水平方向,如图2中的mode 0, mode 2, mode 4, mode 6; 另外一类为 sin 型, 即两根纳米线上纵 向电场的零值位于水平方向,如图2中的mode 1, mode 3和 mode 5. 与涂覆石墨烯的单根电介质 纳米线^[17]比较可以发现,这里的mode 0是前者的 零阶模之间相互吸引形成的 cos 型模式. 这里的 mode 1 和 mode 2 分别是前者的一阶模之间相互吸 引形成的sin型模式和cos型模式.这里的mode 3 和 mode 4分别是前者的一阶模与二阶模相互吸引 形成的 sin 型模式和 cos 型模式.这里的 mode 5 和 mode 6分别是前者的一阶模和三阶模相互吸引形 成的 sin 型模式和 cos 型模式.可以发现,在这七种 模式中,与文献 [23] 中的模式不同的是电磁场分布 在半径较大的纳米线表面所占的比例有较大幅度 的增加.如果以文献 [17] 中的模式分类方法来观 察,小半径纳米线上的模式的阶数小于大半径纳米 线上的模式的阶数.



图 3 在 $\rho_1 = 100$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz 以及 $E_F = 0.5$ eV 条件下, 当 ρ_2 的取值依次 为 120, 150, 200 nm 时, (a)—(c) mode 1 和 (d)—(f) mode 3 的 E_z 场分布演化

Fig. 3. E_z field distribution evolution diagrams of (a)–(c) mode 1 and (d)–(f) mode 3 when the values of ρ_2 are 120, 150 and 200 nm, respectively. $\rho_1 = 100$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz, and $E_F = 0.5$ eV.

038102-4

仅场的分布范围发生了变化.mode 3的 E_z场分布 则变化剧烈.当2号纳米线的半径为120 nm时,这 时的场分布显示,在缝隙区域出现了一对强度非常 微弱的节点^[17],如图 3 (d).这个 GSPs 模式是由文 献 [17] 中一阶模和二阶模相互吸引形成的 sin 型模 式,即本文中的 mode 3.当2号纳米线的半径进一 步增大为150 nm时,在缝隙区域附近的电场增强, 新增节点增加明显.当半径增大为200 nm时,由于 新增节点处的场继续增强,使得两纳米线上电场间 的相互吸引作用增强,导致1号纳米线上的场向缝 隙区域靠拢,如图 3 (f) 所示.在计算中还发现,对 于这种非对称结构,低阶模式的构成是随两根纳米 线的尺寸而变化的,并不是文献 [23] 中两种零阶模 之间和四种一阶模之间的简单耦合.

图 4 (a) 给 出 了 该 结 构 支 持 的 GSPs 模 式 的 有 效 折 射 率 Re(n_{eff}) 和 传 播 长 度 L_{prop} 随 频 率 的 变 化 关 系. 这 里 有 效 折 射 率 定 义 为 Re(n_{eff}) = Re(β) $c/(2\pi f)$, 传 播 长 度 定 义 为 $L_{\text{prop}} = c/(4\pi f \text{Im}(n_{\text{eff}})), 其中 c 为真空中的光速,$ f为工作频率.从图4可以看出,在f从10 THz 增 大到50 THz的过程中,除了mode 0以外,其他模 式都出现了截止频率.并且sin型模式(mode 1, 3 和5)在截止频率处的有效折射率趋于零. 这表明 随着频率的增大,有更多的模式出现,且所有模式 的有效折射率单调增大. 图4(b)所示为各个模式 的传播长度随频率的变化. 当频率较大时, 各模式 的束缚性较强. 这就使得吸收损耗较大, 导致传播 长度变小. sin型模式的传播长度在截止频率附近 迅速减小,并且随着频率的增大呈现出先迅速增 大,达到峰值后缓慢减小的趋势;而 cos 型模式的传 播长度则随着频率的增大单调减小. 从图4可以看 出,若频率继续减小,很有可能实现单模传输,并且 mode 0的传播长度随着频率的减小而进一步增大. 此外,在相同的参数设置下,利用FEM对以上研究 结果进行了验证.图4中的点是FEM的数值结果, 它们与多极方法计算的结果非常符合.



图 4 当 $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, $E_F = 0.5$ eV 时, (a) 有效折射率和 (b) 传播长度随频率的变化 (实线是多级方法的计算结果,数据点为 FEM 的计算结果) Fig. 4. Dependence of (a) the effective index and (b) the propagation length on frequency with $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, and $E_F = 0.5$ eV. The solid lines are the results of the multipole method, and the data points are the results of FEM.

两根纳米线间的间距 d对 GSPs 模式特性有一定的影响.图5展示了在 d从5 nm 增大到40 nm 的过程中,各个模式的有效折射率和传播长度的变化情况.mode 0 的模式特性变化最剧烈.随着间距的增大,mode 0 的有效折射率单调减小,这就意味着模式的束缚性下降,传播损耗减小,从而传播长度不断增大.这是因为当间距为5 nm 时,与纳米线的直径相比,耦合距离非常小,两纳米线上电磁场间的相互吸引作用非常强,从而导致表面等离子模式的束缚性非常强,传播损耗较大,传播长度很小;当间距变大时,两纳米线上电磁场间的相互

吸引作用相对减小,因而束缚性也相对变弱,传播 长度增大.mode 1的有效折射率变化较小,而传 播长度变化较大.对于其他模式而言,不论是有效 折射率还是传播长度,它们的变化都非常微弱.当 *d* > 25 nm时, mode 0的传播长度是七种模式中 最大的.

图 6 描述了各个模式的有效折射率和传播长 度随纳米线半径 p2 变化的关系.从图 6 可知,在 p2 从 100 nm 增大到 300 nm 的过程中,该结构支持的 GSPs模式在逐渐增多,而各个模式对应的有效折 射率和传播长度的变化并不大.这说明,其中一 根电介质纳米线的半径增大时,对该结构支持的 GSPs模式数有较大的影响,对于各个模式的有效 折射率和传播长度的影响比较小.随着半径的增 大,除 mode 0 和 mode 1 外,大部分模式的有效折 射率和传播长度缓慢地增大.这就表明本文提出的 这种非对称的波导结构可在一定程度上有效地减 小因实际制作造成的误差对模式特性的影响.当 2号纳米线的半径较大时,对于mode 0和mode 1, 与FEM结果相比,有效折射率和传播长度的计算 结果存在一定的误差.



图5 在 $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz 以及 $E_F = 0.5$ eV 的条件下, (a) 有效折射 率、(b) 传播长度与间距 d 之间的关系

Fig. 5. The dependence of (a) the effective refractive index and (b) the propagation length on the spacing d when $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz and $E_{\rm F} = 0.5$ eV.



图 6 (a) 有效折射率、(b) 传播长度与半径 ρ_2 之间的关系 ($\rho_1 = 100$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz, $E_F = 0.5$ eV)

Fig. 6. (a) The effective refractive index and (b) the propagation length versus the radius ρ_2 when $\rho_1 = 100$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz, $E_F = 0.5$ eV.



图 7 当 $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz 时, (a) 有效折射率、(b) 传播 长度与费米能 E_F 之间的关系

Fig. 7. The values of (a) effective refractive index and (b) the propagation length as functions of Fermi energy $E_{\rm F}$ with $\rho_1 = 100$ nm, $\rho_2 = 300$ nm, d = 10 nm, $\varepsilon_1 = 3.0$, $\varepsilon_2 = 1.0$, f = 30 THz.

利用石墨烯独特的物理性质,能够对GSPs模式的特性实现动态调整.图7给出了石墨烯费米能对模式的有效折射率和传播长度的影响.从图7可以看出:在费米能从0.3 eV增大为0.7 eV的过程中,各个模式的有效折射率和传播长度变化剧烈;并且各模式的有效折射率单调减小,传播长度单调增大.这就表明,可通过改变施加在石墨烯上的偏置电压,达到控制费米能的目的,从而便捷、有效地实现对该波导中模式特性的大范围调控.

5 结 论

本文采用多级展开法对一种涂覆石墨烯的非 对称并行电介质纳米线波导的模式特性进行了分 析研究. 通过对低阶的七种GSPs模式的有效折射 率和传播长度的研究,可得到如下结论:1)当工作 频率从10 THz 增大为50 THz时,该结构中GSPs 模式种类增多, 且各模式的有效折射率单调增大; 并且随着频率的增大, cos型模式的传播长度单调 减小, sin型模式的传播长度均表现出先增大后减 小的趋势: 2) 随着两根电介质纳米线间的距离不断 增大, mode 0模式和 mode 1模式的模式特性变化 剧烈,而其他模式的有效折射率和传播长度的变化 非常小;当间距大于25 nm时, mode 0的传播长度 最长; 3) 随着其中一根电介质纳米线半径逐渐增 大,在所计算的范围内,模式数目会不断增多,而各 个模式的有效折射率和传播长度受到的影响均较 小; 4) 在石墨烯的费米能从 0.3 eV 增大为 0.7 eV 的 过程中,各模式的有效折射率和传播长度的变化均 很大;并且各模式的有效折射率单调减小,而传播 长度在不断增大. 所得结果均得到了FEM数值结 果的验证.本文工作可以为涂覆石墨烯的非对称并 行电介质纳米线的设计、制作和应用提供理论基础.

附录A 矩阵元 $a_{m,n}(i,j)$ 的表达式

方程 (11) 中的每个子方阵 **a**(*i*, *j*) 中包含 *M*×*M*个矩 阵元 *a*_{*m*,*n*}(*i*, *j*), 其中不全为零的矩阵元如下:

$$\begin{aligned} a_{m,n}(0,0) &= \mathbf{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(0,2) &= -\mathbf{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(0,6) &= (-1)^{m}g_{mn}\mathbf{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(1,0) &= \mathbf{j}\sigma_{\mathbf{g}}\frac{n\beta}{\lambda_{1}^{2}\rho_{1}}\mathbf{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(1,1) &= \left(\mathbf{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1}) - \mathbf{j}\sigma_{\mathbf{g}}\frac{\mu_{0}\omega}{\lambda_{1}}\mathbf{I}_{n}'(\lambda_{1}\rho_{1})\right)\delta_{mn}, \end{aligned}$$

$$\begin{split} a_{m,n}(1,3) &= -\mathrm{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(1,7) &= (-1)^{m+1}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(2,0) &= -\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{1}^{2}\rho_{1}}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(2,1) &= \mathrm{j}\frac{\mu\omega\omega}{\lambda_{1}}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(2,2) &= \mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}\mathrm{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(2,3) &= -\mathrm{j}\frac{\mu\omega\omega}{\lambda_{2}}\mathrm{K}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(2,6) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}g_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(2,7) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{\mu\omega}{\lambda_{2}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(3,0) &= \left(\sigma_{g}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{1}) - \mathrm{j}\frac{\omega\varepsilon_{1}}{\lambda_{1}}\mathrm{I}_{n}'(\lambda_{1}\rho_{1})\right)\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(3,1) &= \mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}\mathrm{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(3,2) &= \mathrm{j}\frac{\omega\varepsilon_{2}}{\lambda_{2}}\mathrm{K}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{1})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(3,6) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{\omega\varepsilon_{2}}{\lambda_{2}}g_{mn}\mathrm{I}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(3,6) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(3,6) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(3,6) &= (-1)^{m+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{1}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{1}), \\ a_{m,n}(4,4) &= \mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{2})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(5,3) &= (-1)^{n+1}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(5,3) &= (-1)^{n+1}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(5,5) &= \left(\mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{2}) - \mathrm{j}\sigma_{g}\frac{\mu\omega}{\lambda_{1}}\mathrm{I}_{n}'(\lambda_{1}\rho_{2})\right)\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(5,7) &= -\mathrm{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(6,3) &= (-1)^{n+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{2}}}g_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(6,3) &= (-1)^{n+1}\mathrm{j}\frac{\mu\omega}{\lambda_{2}}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(6,6) &= \mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{2}}}\mathrm{K}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(6,7) &= -\mathrm{j}\frac{\mu\omega}{\lambda_{2}}}\mathrm{K}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{2})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(7,3) &= (-1)^{n+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{2}}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(7,3) &= (-1)^{n+1}\mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{2}}}f_{mn}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{2}\rho_{2}), \\ a_{m,n}(7,4) &= \left(\sigma_{g}\mathrm{I}_{n}(\lambda_{1}\rho_{2}) - \mathrm{j}\frac{\omega\varepsilon_{1}}{\lambda_{1}}}\mathrm{I}_{n}'(\lambda_{1}\rho_{2})\right)\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(7,6) &= \mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_{2}^{2}\rho_{2}}}\mathrm{K}_{n}'(\lambda_{2}\rho_{2})\delta_{mn}, \\ a_{m,n}(7,6) &= \mathrm{j}\frac{n\beta}{\lambda_$$

038102-7

 $a_{m,n}(7,7) = -j\frac{n\beta}{\lambda_2^2\rho_2} K_n(\lambda_2\rho_2)\delta_{mn},$

其中, I_n 和 K_n 为修正贝塞尔函数, $f_{mn} = K_{n+m}(\lambda_2 a) + K_{n-m}(\lambda_2 a), g_{mn} = K_{n+m}(\lambda_2 a) - K_{n-m}(\lambda_2 a), \lambda_1 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_1 \mu_0}, \lambda_2 = \sqrt{\beta^2 - \omega^2 \varepsilon_2 \mu_0}, a = d + \rho_1 + \rho_2.$

参考文献

- Castro Neto A H, Guinea F, Peres N M R, Novoselov K S, Geim A K 2009 *Rev. Mod. Phys.* 81 109
- [2] Bonaccorso F, Sun Z, Hasan T, Ferrari A C 2010 Nat. Photon. 4 611
- [3] Vakil A, Engheta N 2011 Science **332** 1291
- [4] He X Y, Zhang X C, Zhang H, Xu M 2014 IEEE J. Sel. Top. Quant. 20 4500107
- [5] Christensen J, Manjavacas A, Thongrattanasiri S, Kippens F H L, Abajo F J G 2012 ACS Nano 6 431
- [6] Schedin F, Geim A K, Morozov S V, Hill E W, Blake P, Katsnelson M I, Novoselov K S 2007 Nat. Mater. 6 652
- [7] Rodrigo D, Limaj O, Janner D, Etezadi D, Abajo F J
 G, Pruneri V, Altug H 2015 Science 349 165
- [8] Lu Y, Goldsmith B R, Kybert N J, Johnson A T C 2010 Appl. Phys. Lett. 97 083107
- [9] Huang Z R, Wang L L, Sun B, He M D, Liu J Q, Li H J, Zhai X 2014 J. Opt. 16 105004

- [10] He S L, Zhang X Z, He Y G 2013 Opt. Express 21 30664
- [11] Qin K, Xiao B G, Sun R L 2015 Micro Nano Lett. 10 558
- [12] Xu W, Zhu Z H, Liu K, Zhang J F, Yuan X D, Lu Q S, Qin S Q 2015 Opt. Express 23 5147
- [13] Liu P H, Zhang X Z, Ma Z H, Cai W, Wang L, Xu J J 2013 Opt. Express 21 32432
- [14] Dai Y Y, Zhu X L, Mortensen N A, Zi J, Xiao S S 2015 J. Opt. 17 065002
- [15] Gao Y X, Ren G B, Zhu B F, Wang J, Jian S S 2014 Opt. Lett. 39 5909
- [16] Hajati M, Hajati Y 2016 J. Opt. Soc. Am. B 33 2560
- [17] Gao Y X, Ren G B, Zhu B F, Liu H Q, Lian Y D, Jian S S 2014 Opt. Express 22 24322
- [18] Yang J F, Yang J J, Deng W, Mao F C, Huang M 2015 Opt. Express 23 32289
- [19] Liu J P, Zhai X, Wang L L, Li H J, Xie F, Lin Q, Xia S X 2016 Plasmonics 11 703
- [20] Jiang J, Zhang D H, Zhang B L, Luo Y 2017 Opt. Lett.
 42 2890
- [21] Wijingaard W 1973 J. Opt. Soc. Am. 63 944
- [22] Lo K M, McPhedran R C, Bassett I M, Milton G W 1994 J. Lightwave Technol. 12 396
- [23] Zhu B F, Ren G B, Yang Y, Gao Y X, Wu B L, Lian Y D, Wang J, Jian S S 2015 *Plasmonics* 10 839

Mode properties analysis of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowire waveguides^{*}

Peng Yan-Ling¹) Xue Wen-Rui¹[†] Wei Zhuang-Zhi¹) Li Chang-Yong²)

1) (College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

2) (State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Laser Spectroscopy, Shanxi University,

Taiyuan 030006, China)

(Received 12 September 2017; revised manuscript received 2 November 2017)

Abstract

In this paper, the mode properties of graphene-coated asymmetric parallel dielectric nanowire waveguides are analyzed by the multipole expansion method. First, the surface plasmon modes supported by the waveguides are classified. Then, the influences of frequency, geometry parameters and graphene Fermi energy on the effective refractive index and propagation length of the seven low order modes are studied in detail. The seven low order modes can be divided into two categories: cos mode and sin mode. The cos mode includes modes 0, 2, 4 and 6, while sin mode includes modes 1, 3 and 5. The results show that the characteristics of the modes can be adjusted in a wide range by changing the frequency, geometrical parameters and the Fermi energy of graphene. When the frequency increases from 10 THz to 50 THz, the number of graphene surface plasmon modes increases and the effective refractive index of each mode increases monotonically. Moreover, with the increase of frequency, the propagation length of cos mode decreases monotonically, and the propagation length of sin mode shows the trend of first increasing and then decreasing. As the distance between the two dielectric nanowires increases, the mode properties of modes 0 and 1 change drastically, while the effective refractive indexes and propagation lengths of other modes vary very little. As the radius of one of the dielectric nanowires increases, the number of modes increases in the calculated range, while the effective refractive index and propagation length of each mode are less affected. In the process of increasing the Fermi energy of graphene from 0.3 eV to 0.7 eV, the effective refractive index and propagation length of each mode vary greatly. Moreover, the effective refractive index of each mode decreases monotonically, while the propagation length increases. It is also found that the compositions of the low order modes vary with the size of the two nanowires for this asymmetric structure. The comparison with the finite element method shows that the semi-analytical results based on multipole method are in good agreement with the numerical results from the finite element method. The present work may provide a theoretical basis for designing and fabricating the asymmetric parallel dielectric nanowires coated with graphene.

Keywords: graphene, nanowires, waveguides, multipole method

PACS: 81.05.ue, 81.07.Gf, 84.40.Az

DOI: 10.7498/aps.67.20172016

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61378039, 61575115) and the National Basic Science Talents Training Fund of China (Grant No. J1103210).

[†] Corresponding author. E-mail: wrxue@sxu.edu.cn