

多模光力系统中的非传统声子阻塞

石海泉 谢智强 徐勋卫 刘念华

Unconventional phonon blockade in multimode optomechanical system

Shi Hai-Quan Xie Zhi-Qiang Xu Xun-Wei Liu Nian-Hua

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 044203 (2018) DOI: 10.7498/aps.20171599

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.20171599>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[颗粒-颗粒接触力的热力学模型](#)

A thermodynamic model of grain-grain contact force

物理学报.2018, 67(4): 044502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171441>

[二维圆盘颗粒体系声学行为的数值研究](#)

Numerical study on acoustic behavior of two-dimensional granular system

物理学报.2017, 66(23): 234501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.234501>

[一维颗粒声子晶体的拓扑相变及可调界面态](#)

The topological phase transition and the tunable interface states in granular crystal

物理学报.2017, 66(22): 224502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.224502>

[二维颗粒堆积中压力问题的格点系统模型](#)

Lattice model for pressure problems in two-dimensional granular columns

物理学报.2017, 66(20): 204501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204501>

[颗粒样品形变对声波传播影响的实验探究](#)

Experimental study on the influence of granular shear deformation on sound propagation

物理学报.2017, 66(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.154502>

多模光力系统中的非传统声子阻塞*

石海泉¹⁾²⁾ 谢智强²⁾ 徐勋卫²⁾ 刘念华^{1)3)†}

1)(南昌大学材料科学与工程学院, 南昌 330031)

2)(华东交通大学应用物理系, 南昌 330013)

3)(南昌大学高等研究院, 南昌 330031)

(2017年7月12日收到; 2017年12月1日收到修改稿)

本文提出在多模光力系统中实现声子阻塞. 多模光力系统由一个机械模和两个光学模组成. 研究发现, 当光学模与机械模同时受到外加驱动场作用时, 即使在弱光力耦合条件下也可以实现声子阻塞效应, 即非传统声子阻塞效应; 给出了非传统声子阻塞效应出现的最佳条件. 另外, 发现通过调节外加驱动场间强度的比值和相位差可以控制声子的统计性质, 这为实现可控的单声子源提供了一个有效方法. 最后, 讨论了热声子对非传统声子阻塞的不利影响, 发现适当提高驱动场强度有利于观测非传统声子阻塞效应.

关键词: 多模光力系统, 弱光力耦合, 非传统声子阻塞

PACS: 42.50.Wk, 42.50.-p, 07.10.Cm, 85.85.+j

DOI: 10.7498/aps.67.20171599

1 引言

1997年, Imamoglu等^[1]在研究含克尔非线性介质腔中光子的统计性质时提出了光子阻塞概念, 用以描述光子通过含有强克尔非线性介质光腔时表现出强反聚束的行为. 光子阻塞效应的一项重要应用是可以用于实现理想的单光子源. 自从2005年 Birnbaum等^[2]首次在腔QED系统中观测到光子阻塞效应以来, 人们已经在很多不同系统中观测到光子阻塞^[3-7]. 近年来, 光力系统研究作为量子光学发展的新方向之一, 引起了人们的广泛关注^[8-13]. 光力系统由光腔与机械振子通过光压力作用耦合组成, 既可以用于改变光场的性质, 也可以用于控制机械振子的行为. 已有较多的研究发现, 在强光力耦合条件下光力系统中也可以出现光子阻塞效应^[14-21], 这为实现单光子源提供了一条新的途径.

类比光子阻塞效应, 声子阻塞效应^[22]可以作为实现单声子源的机制之一. 理论预言, 当机械振

子与二能级系统耦合时, 在色散区^[22-25]和共振区^[26,27]都可以实现声子阻塞效应. 然而除少数文献外^[28-30], 对于光力系统中声子统计性质的专门研究还比较少, 如何在光力系统中实现声子阻塞还有待研究. 多模光力系统作为光力系统的重要模型之一是目前研究的热点之一. 研究发现, 多模光力系统中可以出现很多独特的有趣现象, 例如非线性作用增强^[31,32]、高保真度量量子态传输^[33-35]、声子激光^[29,36,37]、边带不可分辨条件下的基态冷却^[38-41]、弱光力耦合条件下的光子阻塞^[42]、超高分辨率质量传感^[43]等.

本文研究多模光力系统中声子的统计性质, 其中多模光力系统由一个机械模与两个光学模组成. 本文主要关注弱光力耦合条件下的声子阻塞, 类比非传统光子阻塞效应^[42,44-54], 它也被称为非传统声子阻塞^[27]. 与传统声子阻塞源于强非线性作用的物理机制^[22-26]不同, 非传统声子阻塞的物理起源是因为干涉相消作用^[45,46], 导致双声子态的占居概率被抑制, 从而使得在弱非线性条件下也能出现强反聚束现象.

* 国家自然科学基金青年科学基金(批准号: 11604096)和国家自然科学基金(批准号: 11264030)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: nhliu@ncu.edu.cn

2 多模光力系统理论模型

本文将研究的多模光力系统由一个机械模和两个光学模组成^[29,31,32,36,37],如图1所示,其哈密顿量可以表示为($\hbar = 1$)

$$\begin{aligned}
 H_0 = & \sum_{\nu=L,R} [\omega_\nu a_\nu^\dagger a_\nu - g_\nu a_\nu^\dagger a_\nu (b^\dagger + b)] \\
 & - J_0 (a_R^\dagger a_L + a_L^\dagger a_R) + \omega_m b^\dagger b \\
 & + \left[\Omega_1 e^{-i\omega_{a,1}t} \frac{1}{\sqrt{2}} (a_L^\dagger + a_R^\dagger) \right. \\
 & + \Omega_2 e^{-i\omega_{a,2}t} e^{-i\phi} \frac{1}{\sqrt{2}} (a_L^\dagger - a_R^\dagger) \\
 & \left. + \varepsilon e^{-i\omega_b t} b^\dagger + \text{H.c.} \right], \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中 a_ν^\dagger 和 a_ν ($\nu = L, R$)为光学模的产生和湮灭算符,共振频率为 ω_ν ,衰减率为 γ_ν ; J_0 为光学模之间的线性耦合强度; b^\dagger 和 b 为机械模的产生和湮灭算符,共振频率为 ω_m ,衰减率为 γ_m ;机械模同时与两个光学模作用,光力耦合强度分别为 g_L 和 g_R ,假设机械振子与两个光学腔的间距不同 $x_L \neq x_R$,根据文献^[55]中的实验结果,这将导致光力耦合强度不相等 $g_L \neq g_R$;光学模和机械模都受到外加经典驱动场的作用,驱动强度分别为 Ω_i ($i = 1, 2$)和 ε ,频率分别为 $\omega_{a,i}$ 和 ω_b ; ϕ 表示驱动场间的相位差.机械振子的驱动方式可以为在机械振子两端加交变电压或交变电流信号^[22]以及声子激光^[29,36,37]等.

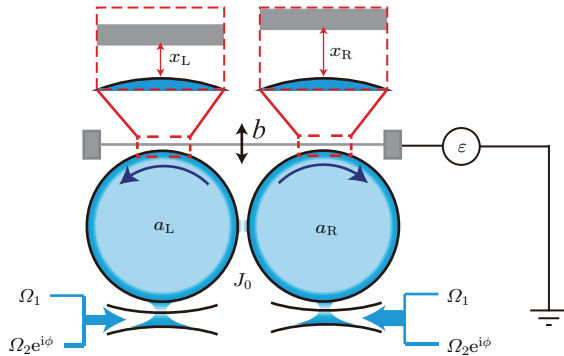


图1 多模光力系统示意图 机械模 b 同时与环形微腔中光学模 a_L 和 a_R 产生光力作用;光学模之间线性耦合,强度为 J_0 ;机械模和光学模都受到外加驱动场作用,强度为 ε 和 Ω_i ($i = 1, 2$), ϕ 表示驱动场间的相位差

Fig. 1. Schematic diagram of a multimode optomechanical system: The mechanical mode b is optomechanical coupled to the optical modes a_L and a_R simultaneously; the optical modes are linearly coupled together with strength J_0 ; the mechanical and optical modes are driven by external fields with strengths ε and Ω_i ($i = 1, 2$), and ϕ denotes the phase difference of the driving fields.

为了后续讨论方便,对系统哈密顿量(1)式进行简化.首先,将耦合光学模算符变换为对称和反对称模式,即做变换 $a_1 \equiv (a_L + a_R)/\sqrt{2}$ 和 $a_2 \equiv (a_L - a_R)/\sqrt{2}$,可得

$$\begin{aligned}
 H_0 = & (\omega_c - J_0) a_1^\dagger a_1 + (\omega_c + J_0) a_2^\dagger a_2 + \omega_m b^\dagger b \\
 & - g (a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2) (b^\dagger + b) \\
 & + g' (a_2^\dagger a_1 + a_1^\dagger a_2) (b^\dagger + b) \\
 & + \left(\Omega_1 e^{-i\omega_{a,1}t} a_1^\dagger + \Omega_2 e^{-i\omega_{a,2}t} e^{-i\phi} a_2^\dagger \right. \\
 & \left. + \varepsilon e^{-i\omega_b t} b^\dagger + \text{H.c.} \right), \quad (2)
 \end{aligned}$$

其中 $g \equiv (g_L + g_R)/2$ 和 $g' \equiv (g_R - g_L)/2$.接下来,对哈密顿量做变换, $H' = UH_0U^\dagger$,其中

$$U = \exp \left[-g (a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2) (b^\dagger - b) / \omega_m \right]. \quad (3)$$

假设系统参数满足弱光力耦合和边带可分辨条件 $g < \gamma_c \ll \omega_m$,以及共振条件 $2J_0 \approx \omega_m$ 和 $\omega_{a,1} = \omega_{a,2} - \omega_b$,在旋转波标架下 $\tilde{H} = RH'R^\dagger - iRdR^\dagger/dt$,其中 $R(t) = \exp \left\{ i \left[\omega_{a,1} a_1^\dagger a_1 + \omega_{a,2} a_2^\dagger a_2 + \omega_b b^\dagger b \right] t \right\}$,忽略高频振荡项和高阶小量,系统的哈密顿量可以近似写为

$$\begin{aligned}
 \tilde{H} = & \Delta_1 a_1^\dagger a_1 + \Delta_2 a_2^\dagger a_2 + \Delta_m b^\dagger b \\
 & - \frac{g^2}{\omega_m} (a_1^\dagger a_1 + a_2^\dagger a_2)^2 + g' (a_1 a_2^\dagger b + a_1^\dagger a_2 b^\dagger) \\
 & + \left(\Omega_1 a_1^\dagger + \Omega_2 e^{-i\phi} a_2^\dagger + \varepsilon b^\dagger + \text{H.c.} \right), \quad (4)
 \end{aligned}$$

其中失谐量 $\Delta_1 = \omega_c - J_0 - \omega_{a,1}$, $\Delta_2 = \omega_c + J_0 - \omega_{a,2}$, $\Delta_m = \omega_m - \omega_b$.假设驱动场强度满足不等式 $\Omega_1 \gg \gamma_c > \{g, \varepsilon, \Omega_2, \gamma_m\}$,这时光学模 a_1 中的平均光子数很大, $\langle a_1 \rangle \gg 1$,光学模 a_2 中的平均光子数很小, $\langle a_2 \rangle < 1$,机械模中的平均声子数也较小, $\langle b \rangle < 1$.为了讨论简单,光学模 a_1 可以作为经典场近似处理,即 $a_1 \rightarrow \langle a_1 \rangle$;另外假设失谐量 $\Delta \equiv \Delta_2 - \frac{g^2}{\omega_m} (2|\langle a_1 \rangle|^2 + 1) = \Delta_m$.由此系统的哈密顿量可以进一步简化为

$$\begin{aligned}
 H = & \Delta a_2^\dagger a_2 + \Delta b^\dagger b + U a_2^\dagger a_2 a_2 + J (a_2^\dagger b + a_2 b^\dagger) \\
 & + \left(\Omega_2 e^{-i\phi} a_2^\dagger + \varepsilon b^\dagger + \text{H.c.} \right), \quad (5)
 \end{aligned}$$

其中等效非线性作用强度 $U \equiv -g^2/\omega_m$,等效线性耦合强度 $J = g' \langle a_1 \rangle$. $\langle a_1 \rangle$ 的相位可以通过改变外加驱动场的相位调节,不失一般性,本文假设 J , Ω_2 和 ε 都为实数,不同驱动场之间的相位差用 ϕ 表示.下面从哈密顿量(5)式出发,研究机械模中的声子阻塞效应.

在稳态下 ($t \rightarrow +\infty$), 系统中声子的统计性质可以由二阶相关度来表征. 声子二阶相关度的定义为

$$g_b^{(2)}(\tau) \equiv \frac{\langle b^\dagger(t) b^\dagger(t+\tau) b(t+\tau) b(t) \rangle}{n_b^2}, \quad (6)$$

其中 $n_b \equiv \langle b^\dagger(t) b(t) \rangle$ 为平均声子数, 平均声子数和二阶相关度都可以利用系统密度算符 ρ 计算得出. 系统的密度算符 ρ 随时间的演化行为满足以下主方程^[56]

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{dt} = & -i[H, \rho] + \frac{\gamma_c}{2} (2a_2\rho a_2^\dagger - a_2^\dagger a_2\rho - \rho a_2^\dagger a_2) \\ & + \frac{\gamma_m}{2} (2b\rho b^\dagger - b^\dagger b\rho - \rho b^\dagger b) \\ & + \gamma_m n_{\text{th}} (b\rho b^\dagger + b^\dagger \rho b - b^\dagger b\rho - \rho b b^\dagger), \end{aligned} \quad (7)$$

其中 n_{th} 为机械模中的平均热声子数. 根据玻色-爱因斯坦统计可得 $n_{\text{th}} = [\exp(\hbar\omega_m/k_B T) - 1]^{-1}$, 其中 k_B 为玻尔兹曼常数, T 为机械振子所处环境的平衡温度. 由于光学模本征频率较高, 可以忽略环境中热光子的影响.

3 声子阻塞最优条件

本节讨论观测声子阻塞的最佳条件. 虽然系统哈密顿量(7)式从数学上看与文献[50]中的类似, 但是本文所选取的参数范围与文献[50]有所不同: 光腔的衰减率远大于机械振子的衰减率, 即 $\gamma_c \gg \gamma_m$. 这一不同会导致声子阻塞出现的最优条件与文献[50]中给出的条件大不相同. 所以有必要根据文献[45]中给出的方法, 重新推导声子阻塞出现的最佳条件.

首先, 假设系统状态可以用下列波函数来描述

$$\begin{aligned} |\psi\rangle = & C_{00}|0,0\rangle + C_{10}|1,0\rangle + C_{01}|0,1\rangle \\ & + C_{20}|2,0\rangle + C_{11}|1,1\rangle \\ & + C_{02}|0,2\rangle + \dots, \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $|n, m\rangle$ 代表系统处于 n 个光子 m 个声子的态, 对应系数 C_{nm} (n 和 m 为非负整数) 为其概率幅. 由于驱动场强度 Ω_2 和 ε 都较弱, 平均光子数和声子数都较少, 声子或者光子数越多的态出现的概率越小, 可以近似认为: $C_{00} \gg \{C_{10}, C_{01}\} \gg \{C_{20}, C_{11}, C_{02}\} \gg \dots$. 将波函数(8)式和哈密顿量(5)式代入薛定谔方程, $i d|\psi\rangle/dt = H|\psi\rangle$, 可得波函数中的系数 C_{nm} 满足的动力学方程

$$i \frac{d}{dt} C_{10} = \left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) C_{10} + J C_{01} + \Omega_2 e^{-i\phi} C_{00}, \quad (9)$$

$$i \frac{d}{dt} C_{01} = \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) C_{01} + J C_{10} + \varepsilon C_{00}, \quad (10)$$

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} C_{20} = & (2\Delta - i\gamma_c + 2U) C_{20} + \sqrt{2}\Omega_2 e^{-i\phi} C_{10} \\ & + \sqrt{2} J C_{11}, \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} i \frac{d}{dt} C_{11} = & \left(2\Delta - i \frac{\gamma_c + \gamma_m}{2} \right) C_{11} + \sqrt{2} J C_{20} \\ & + \sqrt{2} J C_{02} + \Omega_2 e^{-i\phi} C_{01} + \varepsilon C_{10}, \end{aligned} \quad (12)$$

$$i \frac{d}{dt} C_{02} = (2\Delta - i\gamma_m) C_{02} + \sqrt{2} J C_{11} + \sqrt{2} \varepsilon C_{01}. \quad (13)$$

在稳态下, 取 $dC_{nm}/dt = 0$, 于是系数 C_{nm} 满足线性方程组

$$0 = \left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) C_{10} + J C_{01} + \Omega_2 e^{-i\phi} C_{00}, \quad (14)$$

$$0 = \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) C_{01} + J C_{10} + \varepsilon C_{00}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} 0 = & (2\Delta - i\gamma_c + 2U) C_{20} + \sqrt{2} J C_{11} \\ & + \sqrt{2} \Omega_2 e^{-i\phi} C_{10}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} 0 = & \left(2\Delta - i \frac{\gamma_c + \gamma_m}{2} \right) C_{11} + \sqrt{2} J C_{20} \\ & + \sqrt{2} J C_{02} + \Omega_2 e^{-i\phi} C_{01} + \varepsilon C_{10}, \end{aligned} \quad (17)$$

$$0 = (2\Delta - i\gamma_m) C_{02} + \sqrt{2} J C_{11} + \sqrt{2} \varepsilon C_{01}. \quad (18)$$

由(14)和(15)式解得

$$C_{10} = \frac{\varepsilon J - \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) \Omega_2 e^{-i\phi}}{\left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) - J^2} C_{00}, \quad (19)$$

$$C_{01} = \frac{J \Omega_2 e^{-i\phi} - \varepsilon \left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right)}{\left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) - J^2} C_{00}. \quad (20)$$

将其代入(16)–(18)式中, 并利用声子阻塞出现的条件, 即 $C_{02} = 0$, 可得系数 C_{20}, C_{11}, C_{00} 满足线性方程组

$$0 = (2\Delta - i\gamma_c + 2U) C_{20} + \sqrt{2} J C_{11} + M_{20} C_{00}, \quad (21)$$

$$0 = \sqrt{2} J C_{20} + \left(2\Delta - i \frac{\gamma_c + \gamma_m}{2} \right) C_{11} + M_{11} C_{00}, \quad (22)$$

$$0 = \sqrt{2} J C_{11} + M_{02} C_{00}, \quad (23)$$

其中

$$M_{20} = \frac{\sqrt{2}\Omega_2 e^{-i\phi} \left[\varepsilon J - \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) \Omega_2 e^{-i\phi} \right]}{\left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) - J^2}, \quad (24)$$

$$M_{11} = \frac{J\Omega_2^2 e^{-i2\phi} + \varepsilon^2 J - \left(2\Delta - i\frac{\gamma_c + \gamma_m}{2} \right) \varepsilon \Omega_2 e^{-i\phi}}{\left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) - J^2}, \quad (25)$$

$$M_{02} = \frac{\sqrt{2}\varepsilon \left[J\Omega_2 e^{-i\phi} - \varepsilon \left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \right]}{\left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) - J^2}. \quad (26)$$

上述方程组 (21)–(23) 式有非零解的充要条件是其系数矩阵行列式为零。

当光学模 a_2 不受外加驱动场作用, 即 $\Omega_2 e^{i\phi} = 0$ 时, 由方程组 (21)–(23) 式系数矩阵行列式实部和虚部分别为零可得

$$4\Delta^3 + 4U\Delta^2 + 2UJ^2 - 2\Delta\gamma_c^2 - U\frac{\gamma_c^2}{2} = 0, \quad (27)$$

$$(5\Delta^2 + 3U\Delta)\gamma_c - \frac{\gamma_c^3}{4} = 0. \quad (28)$$

由此推导出声子阻塞效应的最佳失谐量和光力耦合强度分别为

$$\Delta_{\text{opt}} = -\frac{1}{8} \left[\sqrt{(40J^2 + 10\gamma_c^2)^2 + 64\gamma_c^2(4J^2 - \gamma_c^2)} - (40J^2 + 10\gamma_c^2) \right]^{1/2}, \quad (29)$$

$$g_{\text{opt}} = \sqrt{-\frac{4\omega_m \Delta_{\text{opt}} (\gamma_c^2 - 2\Delta_{\text{opt}}^2)}{8\Delta_{\text{opt}}^2 + 4J^2 - \gamma_c^2}}. \quad (30)$$

当等效线性耦合强度远大于光腔的衰减率, 即 $J \gg \gamma_c/2$ 时, (29) 和 (30) 式简化为

$$\Delta_{\text{opt}} \approx -\frac{\gamma_c}{\sqrt{20}}, \quad (31)$$

$$\frac{g_{\text{opt}}}{\gamma_c} \approx \sqrt{\frac{9}{10\sqrt{20}}} \sqrt{\frac{\gamma_c}{J}} \sqrt{\frac{\omega_m}{J}}. \quad (32)$$

当光学模 a_2 受到外加驱动场作用, 即 $\Omega_2 e^{i\phi} \neq 0$ 时, 定义强度比值 $\eta = \varepsilon/\Omega_2$. 由方程组 (21)–(23) 式系数矩阵行列式为零可得

$$0 = 2J^2 \left[\sqrt{2}J - \sqrt{2} \left(\Delta - \frac{i\gamma_m}{2} \right) \eta^{-1} e^{-i\phi} \right] - \sqrt{2}J(2\Delta - i\gamma_c + 2U) \times \left[J \left(\eta^{-1} e^{-i\phi} + \eta e^{i\phi} \right) - \left(2\Delta - i\frac{\gamma_c}{2} \right) \right] + \left[(2\Delta - i\gamma_c + 2U) \left(2\Delta - i\frac{\gamma_c}{2} \right) - 2J^2 \right]$$

$$\times \left[\sqrt{2}J - \sqrt{2} \left(\Delta - \frac{i\gamma_c}{2} \right) \eta e^{i\phi} \right]. \quad (33)$$

当 $\phi = 0$ 时, 上式中的实部和虚部分别为零可得

$$0 = (8\Delta^2 + 8\Delta U - \gamma_c^2) J - (4\Delta + 2U) J^2 \eta^{-1} - [4\Delta^2 + 4\Delta U - 2\gamma_c^2] \Delta \eta + U \left(\frac{\gamma_c^2}{2} - 2J^2 \right) \eta, \quad (34)$$

$$0 = 4(U + 3\Delta) J - 2J^2 \eta^{-1} - \left[10\Delta^2 + 6\Delta U - \frac{\gamma_c^2}{2} \right] \eta. \quad (35)$$

由此推导可得, 观测声子阻塞效应的最佳失谐量满足以下方程

$$s_4 \Delta_{\text{opt}}^4 + s_3 \Delta_{\text{opt}}^3 + s_2 \Delta_{\text{opt}}^2 + s_1 \Delta_{\text{opt}} + s_0 = 0, \quad (36)$$

其中系数 $s_i (i = 0, 1, 2, 3, 4)$ 分别定义为

$$s_0 = 4J^4 + 4J^4 \eta^{-2} + 2J^2 \gamma_c^2 - J^2 \gamma_c^2 \eta^2 + \frac{\gamma_c^4}{4} \eta^2, \quad (37)$$

$$s_1 = -24J^3 \eta^{-1} - 24J^3 \eta - 4J\gamma_c^2 \eta, \quad (38)$$

$$s_2 = 68J^2 + 20J^2 \eta^2 + 5\gamma_c^2 \eta^2, \quad (39)$$

$$s_3 = -64J\eta, \quad (40)$$

$$s_4 = 16\eta^2. \quad (41)$$

另外, 观测声子阻塞效应的最佳非线性强度和最佳光力耦合强度由下式给出:

$$U_{\text{opt}} \equiv -\frac{g_{\text{opt}}^2}{\omega_m} = \frac{4\Delta_{\text{opt}} J^2 \eta^{-1} + (4\Delta_{\text{opt}}^2 - 2\gamma_c^2) \Delta_{\text{opt}} \eta - (8\Delta_{\text{opt}}^2 - \gamma_c^2) J}{8\Delta_{\text{opt}} J - 2J^2 \eta^{-1} - 4\Delta_{\text{opt}}^2 \eta - (2J^2 - \gamma_c^2/2) \eta}. \quad (42)$$

其中为了保证 g_{opt} 为实数, U_{opt} 的取值必须小于零. 通过 (36)–(42) 式可以看出, 观测声子阻塞效应的最佳失谐量和非线性强度都与驱动强度比值 η 有关. 换言之, 我们可以通过改变驱动强度比值 η 调节声子阻塞现象出现的条件, 该性质可以用于实现可调单声子源.

4 数值结果与分析

本节数值求解主方程得到密度矩阵 ρ , 然后通过绘图研究声子二阶相干度 $g_b^{(2)}(0)$ 或者 $g_b^{(2)}(\tau)$ 随系统参数的变化趋势.

4.1 非传统声子阻塞

首先, 讨论光学模 a_2 不受外加驱动场作用, 即 $\Omega_2 e^{i\phi} = 0$ 时, 声子的统计性质. 图 2(a) 中给出了声子二阶相干度 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随失谐量 Δ/γ_c 和光力耦合强度 g/γ_c 变化的等高线图, 图 2(b) 和图 2(c) 中分别给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随失谐量 Δ/γ_c 和光力耦合强度 g/γ_c 的变化曲线, 可以看出声子阻

塞出现的最佳失谐量为 $\Delta \approx -0.217\gamma_c$, 最佳光力耦合强度为 $g \approx 0.819\gamma_c$, 这与 (29)—(32) 式预言的最佳条件符合. 图 2(d) 中给出了 $g_b^{(2)}(\tau)$ 随时间延迟 $\tau/(2\pi/J)$ 变化曲线. $g_b^{(2)}(\tau)$ 随时间延迟 τ 出现振荡行为, 振荡周期为 $2\pi/J$. 该振荡行为是由于粒子在光学模与机械模之间跃迁导致的. 振荡幅度随着时间延迟 $\tau/(2\pi/J)$ 延长逐渐衰减, 衰减速率与光学模的衰减率为同一量级.

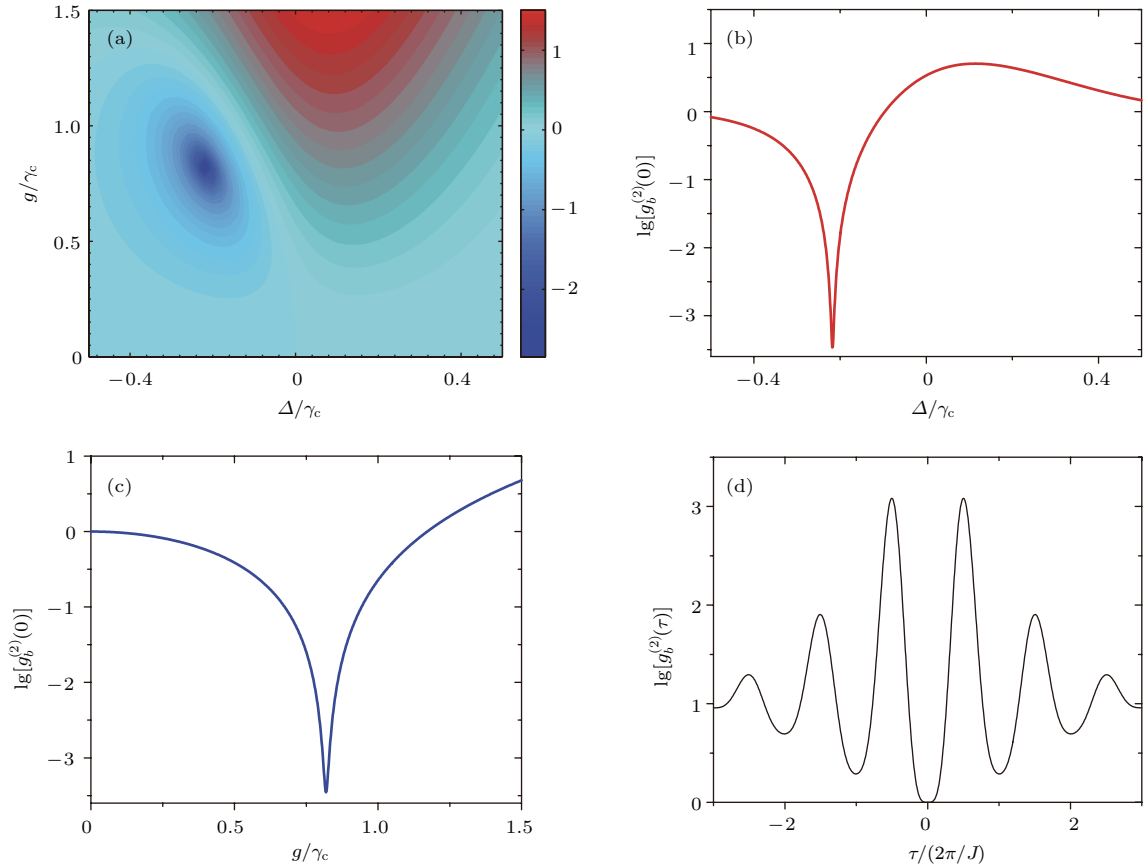


图 2 (a) 声子二阶相干度 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随失谐量 Δ/γ_c 和光力耦合强度 g/γ_c 变化的等高线图; (b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随失谐量 Δ/γ_c 的变化曲线, $g = 0.819\gamma_c$ [取值由 (30) 式计算得出]; (c) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随光力耦合强度 g/γ_c 的变化曲线, $\Delta = -0.217\gamma_c$ [取值由 (29) 式计算得出]; (d) $g_b^{(2)}(\tau)$ 随时间延迟 $\tau/(2\pi/J)$ 变化曲线, $\Delta = -0.217\gamma_c$ 和 $g = 0.819\gamma_c$; 其他参数为 $J = 3\gamma_c$, $\omega_m = 30\gamma_c$, $\gamma_m = 0.01\gamma_c$, $\varepsilon = 0.1\gamma_c$, $\Omega_2 e^{i\phi} = 0$, $n_{\text{th}} = 0$

Fig. 2. (a) Contour plot of the second-order correlation functions $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs detuning Δ/γ_c and optomechanical coupling strength g/γ_c ; (b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs detuning Δ/γ_c with $g = 0.819\gamma_c$ given by Eq. (30); (c) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs optomechanical coupling strength g/γ_c with $\Delta = -0.217\gamma_c$ given by Eq. (29); (d) $g_b^{(2)}(\tau)$ vs time delay $\tau/(2\pi/J)$ with $\Delta = -0.217\gamma_c$ and $g = 0.819\gamma_c$. The other parameters are $J = 3\gamma_c$, $\omega_m = 30\gamma_c$, $\gamma_m = 0.01\gamma_c$, $\varepsilon = 0.1\gamma_c$, $\Omega_2 e^{i\phi} = 0$, $n_{\text{th}} = 0$.

图 3(a) 给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随线性耦合强度 J/γ_c 和光力耦合强度 g/γ_c 变化的等高线图, 图 3(b) 中给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随光力耦合强度 g/γ_c 的变化曲线. 从图 3 中可以清楚地看出, 随着线性耦合强度 J/γ_c 的增大, 声子阻塞效应出现

的最佳光力耦合强度 g/γ_c 逐渐减小. 当 $J > 2\gamma_c$ 时, $g < \gamma_c$, 这就意味着可以在弱光力耦合条件下实现声子阻塞, 属于非传统声子阻塞^[24]. 另外, 由于 $J = g'\langle a_1 \rangle$, 所以可以通过调节光学模 a_1 外加驱动场的强度 Ω_1 实现可调声子阻塞效应.

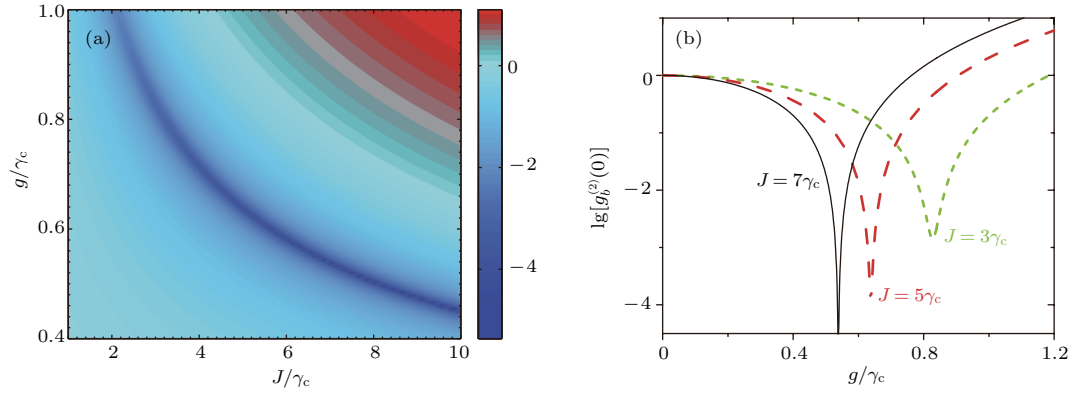


图3 (a) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随线性耦合强度 J/γ_c 和光力耦合强度 g/γ_c 变化的等高线图; (b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随光力耦合强度 g/γ_c 的变化曲线; 其中 $\Delta = -\gamma_c/\sqrt{20}$, $\omega_m = 10J$, 其他参数与图2一致

Fig. 3. (a) Contour plot of $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs linear coupling strength J/γ_c and optomechanical coupling strength g/γ_c ; (b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs optomechanical strength g/γ_c . Here $\Delta = -\gamma_c/\sqrt{20}$, $\omega_m = 10J$ and the other parameters are the same as in Fig. 2.

4.2 可调声子阻塞

本小节研究外加驱动场作用于光学模 a_2 , 即 $\Omega_2 e^{i\phi} \neq 0$ 时, 声子的统计性质随外加驱动场强度的比值和相位差的变化行为. 通过数值求解方程 (36)–(42) 式, 图 4 (a) 中给出了最佳光力耦合强度 g_{opt}/γ_c 和最佳失谐量 $\Delta_{\text{opt}}/\gamma_c$ 随驱动场强度比值 η 的变化曲线. 从图中可以看出, 最佳光力耦合强度 g_{opt}/γ_c 和最佳失谐量 $\Delta_{\text{opt}}/\gamma_c$ 随驱动场强度比值 η 变化而变化. 另外, 当 $\eta > 4.65$ 时, $g_{\text{opt}} < \gamma_c$, 这在弱光力耦合条件下实现声子阻塞提供了有利条件. 图 4 (b) 中给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随驱动场强度比值 η 和失谐量 Δ/γ_c 变化的等高线图, 其中红色虚线由 (36) 式给出. 由此可以看出, 声子反聚束现象出现的条件 (深蓝色区域) 与 (36) 式给出的最佳失谐量 (红色虚线) 符合得很好.

图 5 (a) 和图 5 (b) 中给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随驱

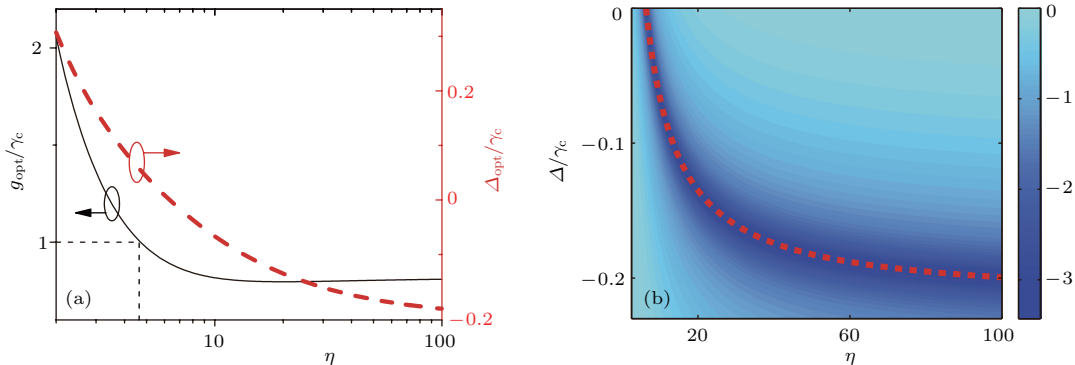


图4 (a) g_{opt}/γ_c [(42) 式] 与 $\Delta_{\text{opt}}/\gamma_c$ [(36) 式] 随驱动场强度比值 η 的变化曲线; (b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随驱动场强度比值 η 和失谐量 Δ/γ_c 变化的等高线图; 其他参数取值与图2一致

Fig. 4. (a) $\Delta_{\text{opt}}/\gamma_c$ [from Eq. (36)] and g_{opt}/γ_c [from Eq. (42)] vs the strength ratio η ; (b) contour plot of $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs the strength ratio η and detuning Δ/γ_c . The other parameters are the same as in Fig. 2.

动场强度比值 η 和相位差 ϕ/π 变化等高线图. 由此可知, 声子的统计性质可以通过改变驱动场强度比值 η 和相位差 ϕ/π 来调节. 声子不仅会出现阻塞 (反聚束) 现象, 还可有可能出现隧穿 (聚束) 现象. 图 5 (c) 和图 5 (d) 中分别给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随驱动场强度比值 η 和相位差 ϕ/π 的变化曲线. 随驱动场强度比值 η 或者相位差 ϕ/π 的变化, 机械模中的声子可以在反聚束和聚束之间转换. 图 5 (c) 和图 5 (d) 中还给出了平均声子数 $\log_{10}[n_b]$ 随驱动场强度比值 η 和相位差 ϕ/π 的变化曲线, 可以看出聚束效应对应于声子数被抑制的区域. 理论分析表明, 聚束效应源于干涉相消效应 [50], 这导致量子态 $|0, 1\rangle$ 的概率幅趋于零, 即 $C_{01} \approx 0$. 由 (20) 式可得 $C_{01} \approx 0$ 对应的驱动场强度比值 η 和相位差 ϕ/π 满足下式

$$\eta e^{i\phi} = \frac{2J}{2\Delta - i\gamma_c}. \quad (43)$$

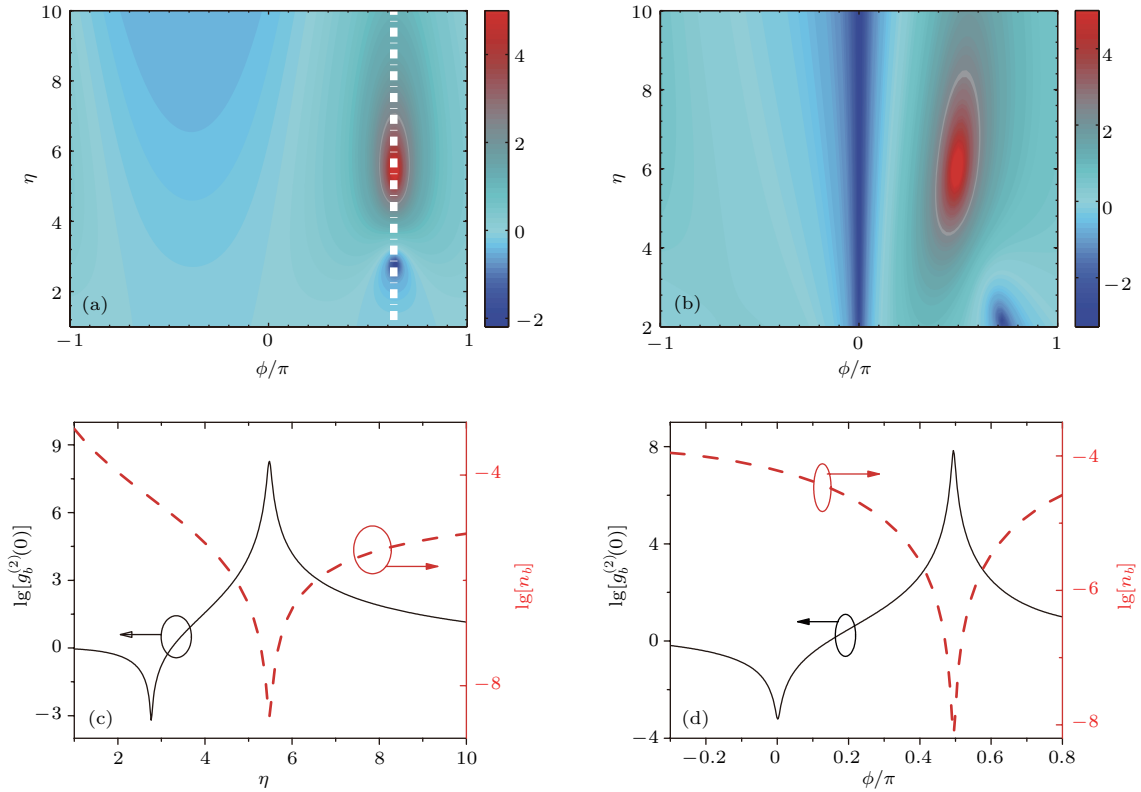


图5 (a)和(b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随相位差 ϕ/π 和驱动场强度比值 η 变化等高线图; (c) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随驱动场强度比值 η 变化曲线, 其中 $\phi = 0.634\pi$; (d) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随相位差 ϕ/π 变化曲线, 其中 $\eta = 6$; (a) 和 (c) 中, Δ 和 g 的取值由 (29) 和 (30) 式计算得出; (b) 和 (d) 中, Δ 和 g 的取值由 (36)–(42) 式计算得出, 其他参数取值与图 2 一致

Fig. 5. (a) and (b) Contour plot of $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs the phase difference ϕ/π and strength ratio η ; (c) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs the strength ratio η with $\phi = 0.634\pi$; (d) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs the phase difference ϕ/π with $\eta = 6$. (a) and (c) Δ and g are given by Eqs. (29) and (30); (b) and (d) Δ and g are given by Eqs. (36)–(42). The other parameters are the same as in Fig. 2.

将图 5(a) 和图 5(c) 中参数代入上式可得, $\eta \approx 5.5$ 和 $\phi \approx 0.634\pi$, 这与图中聚束效应出现的条件一致。

4.3 环境中热声子的影响

与光子阻塞不同, 由于声子的频率较低, 声子阻塞和隧穿现象容易受到环境中热声子的影响. 图 6(a) 和图 6(b) 中给出了 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随平均热声子数 n_{th} 和机械驱动强度 ε/γ_c 变化等高线图; 图 6(c) 和图 6(d) 中给出了不同热声子条件下 $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随机械驱动强度 ε/γ_c 变化曲线. 图 6(a) 和图 6(c) 中选取了图 5(a) 中声子阻塞出现的最优参数 $\eta \approx 2.764$ 和 $\phi \approx 0.634\pi$; 图 6(b) 和图 6(d) 中选取了图 5(a) 中声子隧穿出现的最优参数 $\eta \approx 5.5$ 和 $\phi \approx 0.634\pi$. 从图中可以看出, 当考虑环境热声子影响时, 适当提高驱动强度 ε/γ_c 利于观测声子阻塞效应; 随着环境中热声子数的增

加, 观测声子阻塞和隧穿现象需要的机械驱动强度 ε/γ_c 逐渐增强. 另外, 随着环境中热声子数的增加, $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 的最小值逐渐增大 (或者最大值逐渐减小), 即声子阻塞 (隧穿) 效应越来越弱.

5 结 论

本文研究了多模光力系统中的声子阻塞效应, 给出了声子阻塞出现的最佳条件. 研究发现, 声子阻塞效应在弱光力耦合条件下也能出现, 而且出现声子阻塞效应所需要的最佳光力耦合强度可以通过外加驱动场来调节. 另外, 我们还研究了多驱动条件下, 驱动场间的强度比值和相位差对声子阻塞效应的影响. 发现通过调节驱动场强度比值或者相位差, 可以观测到机械模中的声子在反聚束和聚束之间转换. 这为实现可调单声子源提供了一个备选方案. 最后, 讨论了环境中热声子对声子阻塞效应的影响, 发现热声子对声子阻塞效应有破坏作用.

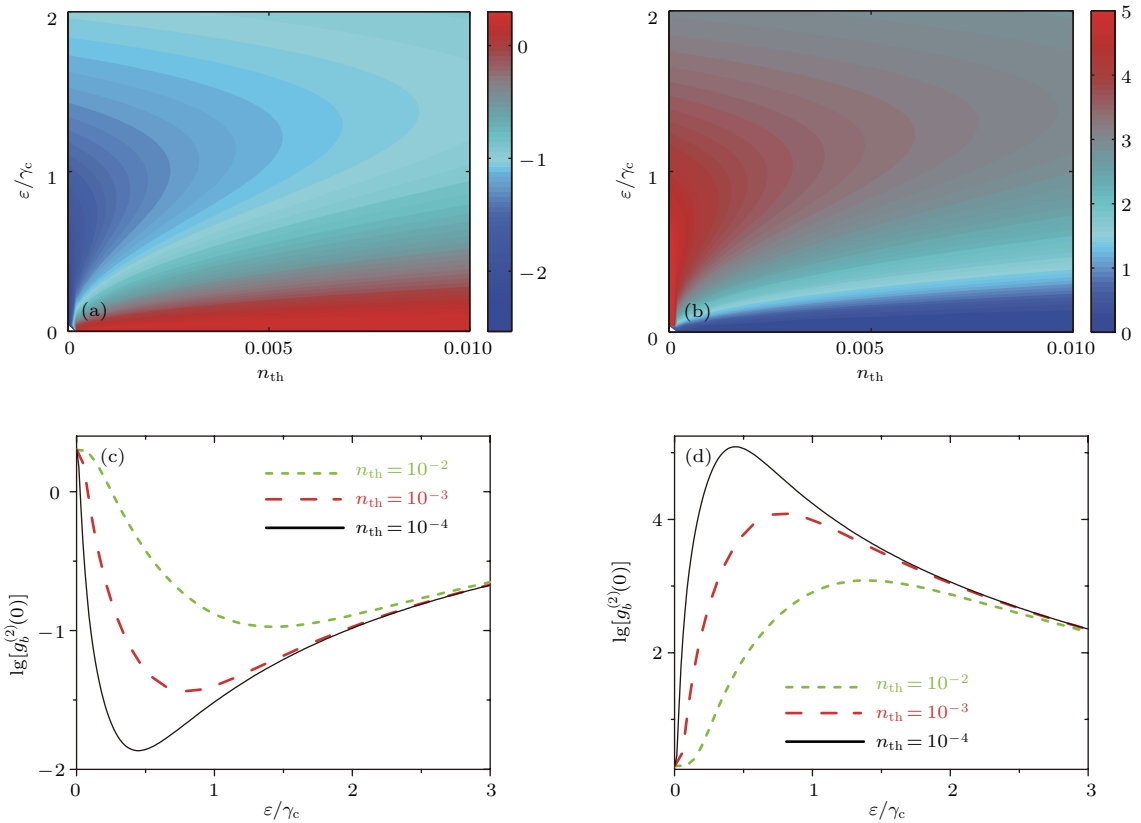


图6 (a)和(b) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随平均热声子数 n_{th} 和机械驱动强度 ϵ/γ_c 变化等高线图; (c)和(d) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ 随机械驱动强度 ϵ/γ_c 变化曲线; (a)和(c)中选取 $\eta \approx 2.764$; (b)和(d)中选取 $\eta \approx 5.5$; 其他参数与图5(c)一致
 Fig. 6. (a) and (b) Contour plot of $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs mean thermal phonon number n_{th} and mechanical driving strength ϵ/γ_c ; (c) and (d) $\log_{10}[g_b^{(2)}(0)]$ vs mechanical driving strength ϵ/γ_c . $\eta \approx 2.764$ in (a) and (c); $\eta \approx 5.5$ in (b) and (d). The other parameters are the same as in Fig. 5(c).

为了观测声子阻塞效应, 必须克服环境中热声子的影响, 例如降低环境的温度, 或者通过其他方法降低机械振子的有效温度, 提高机械振子的共振频率. 近年来, 光力系统中已经制备出了吉赫兹量级的高频机械振子^[57,58], 这为实现声子阻塞效应提供了有利条件.

参考文献

- [1] Imamoğlu A, Schmidt H, Woods G, Deutsch M 1997 *Phys. Rev. Lett.* **79** 1467
- [2] Birnbaum K M, Boca A, Miller R, Boozer A D, Northup T E, Kimble H J 2005 *Nature* **436** 87
- [3] Dayan B, Parkins A S, Aoki T, Ostby E P, Vahala K J, Kimble H J 2008 *Science* **319** 1062
- [4] Dubin F, Russo C, Barros H G, Stute A, Becher C, Schmidt P O, Blatt R 2010 *Nature Phys.* **6** 350
- [5] Faraon A, Fushman I, Englund D, Stoltz N, Petroff P, Vučković J 2008 *Nature Phys.* **4** 859
- [6] Lang C, Bozyigit D, Eichler C, Steffen L, Fink J M, Abdumalikov Jr A A, Baur M, Filipp S, da Silva M P, Blais A, Wallraff A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **106** 243601
- [7] Hoffman A J, Srinivasan S J, Schmidt S, Spietz L, Aumentado J, Türeci H E, Houck A A 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 053602
- [8] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F 2014 *Rev. Mod. Phys.* **86** 1391
- [9] Liu Y C, Hu Y W, Wong C W, Xiao Y F 2013 *Chin. Phys. B* **22** 114213
- [10] Chen X, Liu X W, Zhang K Y, Yuan C H, Zhang W P 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 164211 (in Chinese) [陈雪, 刘晓威, 张可焯, 袁春华, 张卫平 2015 物理学报 **64** 164211]
- [11] Chen H J, Mi X W 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 124206 (in Chinese) [陈华俊, 米贤武 2011 物理学报 **60** 124206]
- [12] Zhang D, Zheng Q 2013 *Chin. Phys. Lett.* **30** 024213
- [13] Jiang C, Cui Y, Li X 2016 *Chin. Phys. B* **25** 54204
- [14] Rabl P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 063601
- [15] Qiu L, Gan L, Ding W, Li Z Y 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 1683
- [16] Xu X W, Li Y J, Liu Y X 2013 *Phys. Rev. A* **87** 025803
- [17] Liao J Q, Law C K 2013 *Phys. Rev. A* **87** 043809
- [18] Liao J Q, Nori F 2013 *Phys. Rev. A* **88** 023853
- [19] Hu D, Huang S Y, Liao J Q, Tian L, Goan H S 2015 *Phys. Rev. A* **91** 013812
- [20] Lü X Y, Wu Y, Johansson J R, Jing H, Zhang J, Nori F 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 093602

- [21] Xie H, Lin G W, Chen X, Chen Z H, Lin X M 2016 *Phys. Rev. A* **93** 063860
- [22] Liu Y X, Miranowicz A, Gao Y B, Bajaj J, Sun C P, Nori F 2010 *Phys. Rev. A* **82** 032101
- [23] Didier N, Pugnetti S, Blanter Y M, Fazio R 2011 *Phys. Rev. B* **84** 054503
- [24] Miranowicz A, Bajaj J, Lambert N, Liu Y X, Nori F 2016 *Phys. Rev. A* **93** 013808
- [25] Wang X, Miranowicz A, Li H R, Nori F 2016 *Phys. Rev. A* **93** 063861
- [26] Ramos T, Sudhir V, Stannigel K, Zoller P, Kippenberg T J 2013 *Phys. Rev. Lett.* **110** 193602
- [27] Xu X W, Chen A X, Liu Y X 2016 *Phys. Rev. A* **94** 063853
- [28] Nunnenkamp A, Børkje K, Girvin S M 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 063602
- [29] Lörch N, Hammerer K 2015 *Phys. Rev. A* **91** 061803
- [30] Seok H, Wright E M 2017 *Phys. Rev. A* **95** 053844
- [31] Ludwig M, Safavi-Naeini A H, Painter O, Marquardt F 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 063601
- [32] Stannigel K, Komar P, Habraken S J M, Bennett S D, Lukin M D, Zoller P, Rabl P 2012 *Phys. Rev. Lett.* **109** 013603
- [33] Wang Y D, Clerk A A 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 153603
- [34] Tian L 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 153604
- [35] Li H K, Ren X X, Liu Y C, Xiao Y F 2013 *Phys. Rev. A* **88** 053850
- [36] Grudinin I S, Lee H, Painter O, Vahala K J 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 083901
- [37] Wang H, Wang Z X, Zhang J, Özdemir S K, Yang L, Liu Y X 2014 *Phys. Rev. A* **90** 053814
- [38] Gu W J, Li G X 2013 *Phys. Rev. A* **87** 025804
- [39] Ojanen T, Børkje K 2014 *Phys. Rev. A* **90** 013824
- [40] Guo Y J, Li K, Nie W J, Li Y 2014 *Phys. Rev. A* **90** 053841
- [41] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X S, Gong Q H, Wong C W 2015 *Phys. Rev. A* **91** 033818
- [42] Xu X W, Li Y J 2013 *J. Opt. B: At. Mol. Opt. Phys.* **46** 035502
- [43] Chen H J, Fang X W, Chen C Z, Li Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 194205 (in Chinese) [陈华俊, 方贤文, 陈昌兆, 李洋 2016 物理学报 **65** 194205]
- [44] Liew T C H, Savona V 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 183601
- [45] Bamba M, Imamoglu A, Carusotto I, Ciuti C 2011 *Phys. Rev. A* **83** 021802
- [46] Lemonde M A, Didier N, Clerk A A 2014 *Phys. Rev. A* **90** 063824
- [47] Gerace D, Savona V 2014 *Phys. Rev. A* **89** 031803
- [48] Kyriienko O, Shelykh I A, Liew T C H 2014 *Phys. Rev. A* **90** 033807
- [49] Xu X W, Li Y 2014 *Phys. Rev. A* **90** 033809
- [50] Xu X W, Li Y 2014 *Phys. Rev. A* **90** 043822
- [51] Kyriienko O, Liew T C H 2014 *Phys. Rev. A* **90** 063805
- [52] Shen H Z, Zhou Y H, Yi X X 2015 *Phys. Rev. A* **91** 063808
- [53] Zhou Y H, Shen H Z, Yi X X 2015 *Phys. Rev. A* **92** 023838
- [54] Tang J, Geng W, Xu X 2015 *Sci. Rep.* **5** 9252
- [55] Anetsberger G, Arcizet O, Unterreithmeier Q P, Riviere R, Schliesser A, Weig E M, Kotthaus J P, Kippenberg T J 2009 *Nature Phys.* **5** 909
- [56] Carmichael H J 1993 *An Open Systems Approach to Quantum Optics* (Lecture Notes in Physics vol. 18) (Berlin: Springer) pp9–13
- [57] Fang K, Matheny M M, Luan X, Painter O 2016 *Nature Photon.* **10** 489
- [58] Han X, Zou C, Tang H 2016 *Phys. Rev. Lett.* **117** 123603

Unconventional phonon blockade in multimode optomechanical system*

Shi Hai-Quan¹⁾²⁾ Xie Zhi-Qiang²⁾ Xu Xun-Wei²⁾ Liu Nian-Hua^{1)3)†}

1) (School of Materials Science and Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

2) (Department of Applied Physics, East China Jiaotong University, Nanchang 330013, China)

3) (Institute for Advanced Study, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

(Received 12 July 2017; revised manuscript received 1 December 2017)

Abstract

In this paper, we proposed to observe a phonon blockade in multimode optomechanical system. The multimode optomechanical system is consisting of one mechanical mode driven by a weakly mechanical field and two optical modes driven by two optical fields (a weak one and a strong one). Under the interaction of the strong optical driving field, the multimode optomechanical system can be reduced to a much simple model for a mechanical mode linearly coupled to an optical mode with Kerr nonlinearity. Our calculations show that strong phonon antibunching effects can be observed even with weak optomechanical coupling. This counter-intuitive phenomenon, i.e., unconventional phonon blockade, results from the destructive interference between different paths for two-phonon excitation and the optimal conditions for unconventional phonon blockade are obtained analytically. Moreover, the statistical properties of the phonons can be controlled by regulating the strength ratio and the relative phase between the weakly driving fields, and this provides us an effective way to realize tunable single-phonon sources. Finally, we show that the thermal phonons have a detrimental impact on the unconventional phonon blockade and a proper increase of the strengths of the weakly driving fields can be helpful to overcome the detrimental impact induced by the thermal phonons.

Keywords: multimode optomechanical system, weak optomechanical coupling, unconventional phonon blockade

PACS: 42.50.Wk, 42.50.-p, 07.10.Cm, 85.85.+j

DOI: [10.7498/aps.67.20171599](https://doi.org/10.7498/aps.67.20171599)

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11604096) and the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11264030).

† Corresponding author. E-mail: nhliu@ncu.edu.cn