

三维漏斗中颗粒物质堵塞问题的数值实验研究

麻礼东 杨光辉 张晟 林平 田园 杨磊

Numerical experiment studies of clogging during the discharge of granular matter in a three-dimensional hopper

Ma Li-Dong Yang Guang-Hui Zhang Sheng Lin Ping Tian Yuan Yang Lei

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 044501 (2018) DOI: 10.7498/aps.20171813

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.20171813>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I4>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[颗粒-颗粒接触力的热力学模型](#)

A thermodynamic model of grain-grain contact force

物理学报.2018, 67(4): 044502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171441>

[二维圆盘颗粒体系声学行为的数值研究](#)

Numerical study on acoustic behavior of two-dimensional granular system

物理学报.2017, 66(23): 234501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.234501>

[一维颗粒声子晶体的拓扑相变及可调界面态](#)

The topological phase transition and the tunable interface states in granular crystal

物理学报.2017, 66(22): 224502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.224502>

[二维颗粒堆积中压力问题的格点系统模型](#)

Lattice model for pressure problems in two-dimensional granular columns

物理学报.2017, 66(20): 204501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204501>

[颗粒样品形变对声波传播影响的实验探究](#)

Experimental study on the influence of granular shear deformation on sound propagation

物理学报.2017, 66(15): 154502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.154502>

三维漏斗中颗粒物质堵塞问题的数值实验研究*

麻礼东¹⁾²⁾ 杨光辉¹⁾ 张晟¹⁾ 林平¹⁾ 田园¹⁾³⁾ 杨磊^{1)†}

1)(中国科学院近代物理研究所, 兰州 730000)

2)(中国科学院大学物理学院, 北京 100049)

3)(兰州大学信息科学与工程学院, 兰州 730000)

(2017年8月10日收到; 2017年12月13日收到修改稿)

对于工程和实验中使用漏斗颗粒流而言, 连续稳定的流量是必要的. 当漏斗口较小时, 很容易发生堵塞行为. 堵塞现象对于交通流、疏散问题等也具有重要的意义. 前人主要使用扰动的方法破坏漏斗中已有的堵塞, 以便引起下一次堵塞, 加快实验进程. 本文利用自主开发的基于GPU (graphics processing unit) 的密集颗粒流模拟程序, 主要研究当三维漏斗开口打开后的第一次堵塞行为, 不再引入扰动. 详细讨论了漏斗开口尺寸、漏斗锥角等几何参数对坍塌规模的影响. 发现对于坍塌规模的概率分布符合前人的研究结果, 可以分为两部分: 峰的左边呈幂函数上升形式, 峰的右边呈指数衰减趋势. 对于漏斗开口尺寸和漏斗锥角而言, 均存在一个临界值使得堵塞不再发生.

关键词: GPU 模拟, 三维漏斗流, 堵塞, 临界值

PACS: 45.70.-n, 45.70.Mg, 74.81.Bd, 81.05.Rm

DOI: 10.7498/aps.67.20171813

1 引言

颗粒物质是由众多离散颗粒相互作用而形成的具有内在有机联系的复杂系统. 自然界中单个颗粒的典型尺度在 10^{-6} — 10 m 范围内, 其运动规律服从牛顿定律; 整个颗粒介质在外力或内部应力状况变化时发生流动, 表现出流体的性质, 从而构成颗粒流. 颗粒物质看似非常简单(相互作用通常只有摩擦、碰撞和重力), 但随着研究的不断深入, 人们开始发现颗粒物质表现出的动力学行为其实异常复杂^[1-3], 传统的流体动力学理论和热力学理论均不能完整地用于描述颗粒介质的流动行为, 其中一个典型的挑战就是如何描述颗粒物质的堵塞现象.

近年来, 颗粒物质的堵塞行为是物理学和工程领域研究中的一个热点和难点问题^[4-6]. 颗粒体系的堵塞构形、密度变化以及颗粒物质从容器开口流

出时的堵塞行为和临界特征等, 都得到广泛而深入的研究和普遍关注. 事实上, 堵塞现象在很多系统都可以发生^[7], 如悬浮微粒通过狭窄通道, 液氦表面电子通过纳米通道, 第二类超导中的旋涡结构以及人或动物通过窄门等. 这些系统的堵塞行为本质上与颗粒系统类似, 但是至今还没有明确的解释. 对于颗粒系统, 当开口尺寸与颗粒的大小相差不大时, 在开口的上方很容易形成稳定的拱结构, 从而阻碍了颗粒的流动, 导致堵塞的发生.

在各种颗粒流动的研究中, 重力驱动下的漏斗流中的堵塞现象研究得最为深入, 关于堵塞的解释已有了许多理论模型^[8,9], 同时对于二维漏斗是否存在一个堵塞的临界开口尺寸是一个有争议的问题^[9-11]. 在实验中为了得到尽可能多的堵塞事例, 在堵塞形成后, 通常会采取振动或喷入气流的方法破坏拱结构, 使得流动重新开始, 直到下一次稳定的拱结构的出现. Kondic^[12]对于二维锥形漏斗的模拟显示, 从流动开始到堵塞的时间 t 的概

* 国际热核聚变实验堆 (ITER) 计划专项 (批准号: 2014GB104002) 和国家自然科学基金 (批准号: 11605264) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: lyang@impcas.ac.cn

率分布 $P(t)$ 随 t 呈 e 指数下降的趋势. Guariguata 等^[13] 构建了水平放置的、由水流驱动的颗粒堵塞研究平台, 结果发现水流流速对于堵塞概率的影响很小. Lin 和 Fang^[14] 研究了椭圆颗粒流中的堵塞问题, 发现椭圆的长轴短轴之比对于堵塞概率有着明显的影响. Longjas 等^[15] 的研究发现漏斗中颗粒粒径不均一性会使得破坏拱结构变得困难. Kunte 等^[16] 对于多个开口的漏斗流中的堵塞问题进行了研究, 发现堵塞概率明显小于只有一个开口时的情况. Hong 等^[17] 利用油滴做实验的结果暗示了当摩擦趋于零时堵塞概率也将趋于无穷小.

Zuriguel 等^[4,18-22] 做了一系列实验, 研究了颗粒物质从三维圆筒中流出的堵塞行为, 他们得到了数千个堵塞的事例, 测量了连续两次堵塞之间的坍塌规模 s (两次堵塞之间从开口流出的颗粒数目). 实验发现: 1) 颗粒材料特性以及表面粗糙度对坍塌规模几乎没有影响, 但颗粒形状对坍塌规模有显著影响; 2) 平均坍塌规模 $\langle s \rangle$ 和 $R-R_c$ 的倒数成幂律关系, 其中 R 为开口尺寸, R_c 为临界开口尺寸; 3) 临界堵塞半径随形状改变而变化, 但临界指数几乎不变化; 4) 在开口上方放置障碍物可以明显地减小堵塞的概率. Saraf 和 Franklin^[23] 用三维不对称锥形漏斗做堵塞实验, 发现不同于 Zuriguel 等的结论, 崩塌概率 $P(s)$ 和崩塌规模 s 之间呈幂律关系. 在以上实验过程中, 为了触发下一次坍塌, 他们用压缩气体来冲击开口附近形成的拱结构. 然而气体冲击对实验结果的影响有多大并没有进行评估. 为此, 本文采用数值模拟的方法, 研究当漏斗开口打开后的第一次堵塞行为, 避免了实验上为触发下一次坍塌而引入的干扰, 并讨论了漏斗开口尺寸、漏斗锥角等对坍塌规模的影响.

2 数值模拟模型

目前, 对于颗粒体运动的数值分析方法主要分为: 连续介质方法和离散元方法. 本文利用自主开发的、基于离散元方法和分子动力学的多 GPU (graphics processing unit) 并程序^[24,25]. 模拟中采用 Hertz-Mindlin 非线性接触模型计算颗粒间的作用力, 对于两个相互接触的球形颗粒 i 和 j (半径分别为 R_i 和 R_j ; 位矢为 \mathbf{r}_i 和 \mathbf{r}_j ; 速度为 \mathbf{v}_i 和 \mathbf{v}_j ; 角速度为 $\boldsymbol{\omega}_i$ 和 $\boldsymbol{\omega}_j$), 它们之间的作用力由法向力 $\mathbf{F}_{n_{ij}}$ 和切向力 $\mathbf{F}_{t_{ij}}$ 构成. 在法线方向上, 颗粒间作

用力包括 Hertz 弹性力和阻尼力, 即

$$\mathbf{F}_{n_{ij}} = k_n \delta_n \mathbf{n}_{ij} - \gamma_n \mathbf{v}_{n_{ij}}, \quad (1)$$

式中, $\delta_n = R_i + R_j - r_{ij}$ (其中 $\mathbf{r}_{ij} = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$, $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$) 为颗粒间的法向重叠量; $\mathbf{n}_{ij} = \mathbf{r}_{ij}/r_{ij}$ 为颗粒间的法向单位向量; $\mathbf{v}_{n_{ij}} = (\mathbf{v}_{ij} \cdot \mathbf{n}_{ij})\mathbf{n}_{ij}$ (其中 $\mathbf{v}_{ij} = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j$) 为颗粒间的法向相对速度;

$$k_n = \frac{4}{3} Y^* \sqrt{R^* \delta_n}$$

和

$$\gamma_n = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}} \sqrt{2Y^* m^* \sqrt{R^* \delta_n}}$$

分别是法向弹性系数和法向阻尼系数, 其中等效弹性模量 Y^* , 等效半径 R^* 以及等效质量 m^* 分别由公式

$$\begin{aligned} \frac{1}{Y^*} &= \frac{1 - \vartheta_i^2}{Y_i} + \frac{1 - \vartheta_j^2}{Y_j}, \\ \frac{1}{R^*} &= \frac{1}{R_i} + \frac{1}{R_j}, \\ \frac{1}{m^*} &= \frac{1}{m_i} + \frac{1}{m_j} \end{aligned}$$

决定; e 为颗粒间碰撞的恢复系数; ϑ 为泊松比. 在切向上, 基于 Mindlin 理论, 颗粒间的切向力可表述为

$$\mathbf{F}_{t_{ij}} = k_t \mathbf{u}_{t_{ij}} - \gamma_t \mathbf{v}_{t_{ij}}, \quad (2)$$

式中

$$\mathbf{v}_{t_{ij}} = \mathbf{v}_{ij} - \mathbf{v}_{n_{ij}} - \frac{1}{2}(\boldsymbol{\omega}_i + \boldsymbol{\omega}_j) \times \mathbf{r}_{ij}$$

为颗粒间的切向相对速度; $\mathbf{u}_{t_{ij}}$ 为颗粒间的切向位移, 它与颗粒的接触时间有关, 刚接触时它的值为 0 (即 $\mathbf{u}_{t_{ij}}|_{t=0}$), 随后其值由公式

$$\frac{d\mathbf{u}_{t_{ij}}}{dt} = \mathbf{v}_{t_{ij}} - \frac{(\mathbf{u}_{t_{ij}} \cdot \mathbf{v}_{ij})\mathbf{r}_{ij}}{r_{ij}^2}$$

(此公式的第二项来源于刚体在接触点的转动, 确保切向位移 $\mathbf{u}_{t_{ij}}$ 总是与接触平面垂直) 决定; $k_t = 8G^* \sqrt{R^* \delta_n}$ 和

$$\gamma_t = -2 \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\ln(e)}{\sqrt{\ln^2(e) + \pi^2}} \sqrt{8G^* m^* \sqrt{R^* \delta_n}}$$

分别是切向弹性系数和切向阻尼系数, 其中等效切向模量 G^* 由公式

$$\frac{1}{G^*} = \frac{2(2 - \vartheta_i)(1 + \vartheta_i)}{Y_i} + \frac{2(2 - \vartheta_j)(1 + \vartheta_j)}{Y_j}$$

决定. 此外, 通过截断切向位移 $\mathbf{u}_{t_{ij}}$ 的大小来确保 Mohr-Coulomb 屈服条件 (即 $|\mathbf{F}_{t_{ij}}| \leq |\mu \mathbf{F}_{n_{ij}}|$, μ 为

颗粒间的摩擦系数). 如果颗粒与刚性边界接触, 则可将边界设为半径无限大的球体. 然后在重力的作用下, 球形颗粒 i 的运动方程可写为

$$m_i \frac{d\mathbf{v}_i}{dt} = m_i \mathbf{g} + \sum_j (\mathbf{F}_{n_{ij}} + \mathbf{F}_{t_{ij}}), \quad (3)$$

$$\mathbf{I}_i \frac{d\boldsymbol{\omega}_i}{dt} = \sum_j (\mathbf{R}_i \times \mathbf{F}_{t_{ij}}), \quad (4)$$

其中 m_i , \mathbf{v}_i , \mathbf{I}_i , $\boldsymbol{\omega}_i$ 分别为颗粒 i 的质量、速度、转动惯量和角速度; \mathbf{R}_i 是从颗粒的中心指向接触点的向量, 它的模就是颗粒的半径.

图 1 所示为本文所用的模型. 模拟过程中只考虑颗粒所受的重力、颗粒之间及颗粒与漏斗之间的摩擦力和碰撞力, 不考虑空气阻力. 重力方向沿漏斗轴向竖直向下. 初始时刻起, 5000 个颗粒随机从一个固定水平面产生, 然后在重力的作用下落入漏斗中. 一段时间后, 颗粒在漏斗中处于稳定静止堆积状态, 去除漏斗出口的挡板后, 颗粒在重力作用下开始运动. 然后统计从去除挡板到第一次堵塞之间流出的颗粒数目, 整个过程模拟 1.2×10^7 个时间步长 (即 6 s, 其中堆积用时 1 s, 时间步长见表 1). 为了使模拟结果具有统计学意义, 对于每个固定的漏斗开口尺寸和漏斗锥角, 重复 10000 次模拟, 而且每次模拟中用到的初始堆积构型都不一样 (在模拟过程中通过改变颗粒初始产生速度获得). 对于 5000 个颗粒构成的系统, 使用一块 GPU 模拟是足够的, 且计算采用双精度浮点数, 一个时间步长将耗费约 0.1 ms 计算时间, 因此一个模拟过程将花费约 20 min. 模型中的参数取值见表 1.

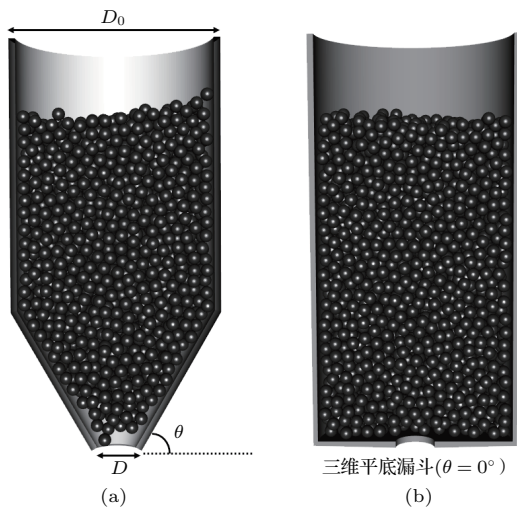


图 1 数值模型 (a) 三维锥形漏斗; (b) 三维平底漏斗 ($\theta = 0^\circ$)
Fig. 1. The simulation models: (a) Three-dimensional conical hopper; (b) three-dimensional flat hopper ($\theta = 0^\circ$).

表 1 颗粒、漏斗的模拟参数

Table 1. Simulation parameters of grains and hopper.

参数	取值
颗粒直径 d	1 mm
颗粒数 N	5000
颗粒、漏斗密度 ρ	2500 kg/m ³
颗粒、漏斗杨氏模量 E	70 GPa
颗粒、漏斗泊松比	0.25
摩擦系数 μ	0.2
恢复系数 e	0.8
漏斗直径 D_0	15d
漏斗开口直径 D	3d, 3.25d, 3.5d, 3.75d, 4d
漏斗锥角 θ	0°, 15°, 30°, 45°, 60°, 75°, 77°, 80°, 85°
模拟时间步长 time-step	5×10^{-7} s

3 结果分析与讨论

3.1 坍塌规模的概率分布

根据从去除挡板到第一次堵塞之间流出的颗粒数, 统计得到平底漏斗 ($\theta = 0^\circ$) 当开口 $D = 3d$ 时在 10000 次模拟中的坍塌规模, 统计结果 (坍塌规模的概率分布) 如图 2 所示, 横坐标为坍塌规模 (流出的颗粒数), 纵坐标为坍塌规模出现的概率. 从图 2 中可以看出, 坍塌规模大于 40 的概率非常小. 而且在坍塌规模等于 6 时, 概率分布出现了 1 个峰值. 峰值的左边数据似乎为幂函数增长 (图 3 中的插图), 但由于数据点太少, 这个现象还没有得到很好的理解, 在 Zuriguel 等 [18] 的实验中, 气体冲击的持续时间、气压以及漏斗尺寸对它都有影响.

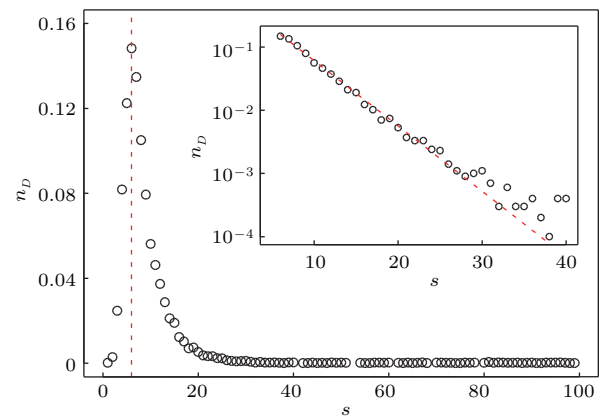


图 2 坍塌规模的概率分布 (平底漏斗开口 $D = 3d$)
Fig. 2. Probability distribution of collapse scale (hopper outlet $D = 3d$).

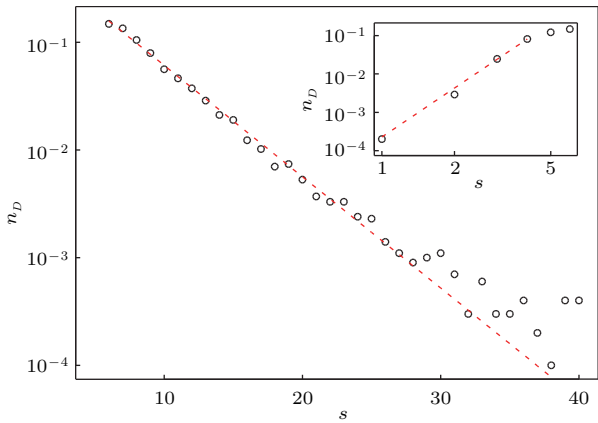


图3 坍塌规模的概率分布(平底漏斗开口 $D = 3d$, 主图表示峰值右边概率分布(半对数图); 插图表示峰值左边概率分布(双对数图))

Fig. 3. Probability distribution of collapse scale (hopper outlet $D = 3d$; main figure, log plot of probability on the right of the peak in Fig. 2; inset, log-log plot of probability on the left of the peak in Fig. 2).

峰值右边的概率分布呈指数衰减形式(图3主图), 意味着存在一个特征参数控制这个系统. 为此图4显示了所有开口尺寸下归一化坍塌规模($s/\langle s \rangle$)的概率分布. 从图中可以看出, 所有概率分布曲线基本上塌缩到一条单一曲线. 由于峰值左边的分布呈幂函数(不是指数形式), 所以这部分没有很好地塌缩至单一曲线. 但是峰值右边几乎可以坍塌至相同斜率的曲线. 峰值右边数据呈指数衰减可以用如下简单概率模型^[11]解释: 假定每个颗粒从开口流出的概率为 p , 并与其他颗粒无关(独立事件), 那么一个颗粒发生堵塞的概率为 $(1 - p)$, 则坍塌规模为 s 的概率为

$$n_D(s) = p^s(1 - p). \quad (5)$$

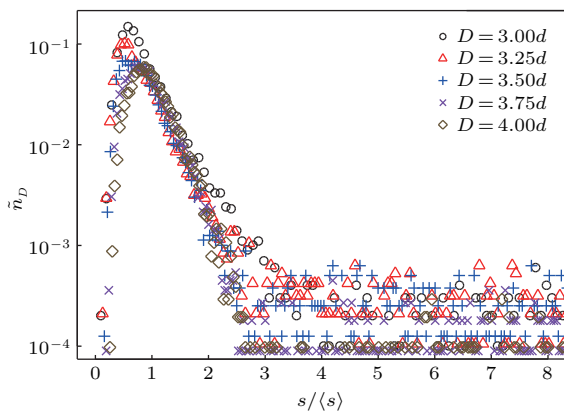


图4 坍塌规模的概率分布(不同平底漏斗开口尺寸, 半对数图)

Fig. 4. Probability distribution of collapse scale (with various hopper outlet size, log plot).

有趣的是, 坍塌规模的概率分布与颗粒间的相互作用力^[26]非常相似, 在某种程度上表明, 颗粒的堵塞行为与颗粒介观结构(颗粒间的力链和力网)的静力学稳定性密切相关.

3.2 临界开口尺寸

值得特别注意的一个问题是: 漏斗流中是否存在一个临界开口尺寸 D_c , 当开口尺寸大于临界尺寸时不会出现堵塞现象? 直观上, 这个问题很难回答. 从原理上来说, 即使当漏斗开口尺寸很大时, 还是可能形成非常大的拱结构进而发生堵塞现象, 只是这种情况下一般要等待足够长的时间才能观察到. 为此, 图5显示了在平底漏斗中, 平均堵塞规模 $\langle s \rangle$ 与漏斗开口尺寸 D 之间的变化规律. 从图中可以看出, 随着开口尺寸的增加, 平均堵塞规模开始发散. 为了说明这是一个相变(低于临界开口尺寸, 会出现堵塞现象; 高于临界开口尺寸, 不会出现堵塞现象), 需要观察平均堵塞规模 $\langle s \rangle$ 在临界开口附近是否满足幂函数分布. 由于不清楚确切的临界开口尺寸的大小, 模拟上会比较困难. 不过, 参考文献^[18], 利用用如下幂函数去拟合数据:

$$\langle s \rangle = A/|D - D_c|^\gamma, \quad (6)$$

其中 A 和 γ 是常数. 拟合结果显示在图5中, 其中 $A = 123.8$, $D_c = 4.75$, $\gamma = 1.5$. 通过拟合, 在本文的系统中, 临界开口尺寸在 $4.75d$ 左右.

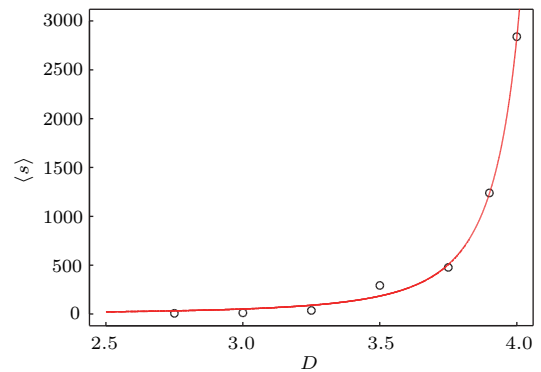


图5 平底漏斗中平均坍塌规模 $\langle s \rangle$ 与开口尺寸 D 的关系
Fig. 5. Relation of averaged collapse scale $\langle s \rangle$ and hopper outlet size.

3.3 漏斗锥角的影响

进一步地, 研究了漏斗锥角 θ 对于堵塞问题的影响, 其中漏斗直径 ($D_0 = 15d$) 以及漏斗开口尺寸 ($D = 3d$) 都固定不变. 研究发现当 θ 为 15°

时(图6), 坍塌规模的分布和平底漏斗(即 $\theta = 0^\circ$)区别不大, 而当 θ 大于 45° 时, 坍塌规模的分布为两个峰, 一个集中在 $s < 3$ 的区域, 另一个峰值大约在 $s = 9$, 这个峰值略大于平底漏斗时 s 的峰值($s = 6$). 关于第一个峰值的存在很容易理解, 锥形漏斗开口容易使得在堆积过程中开口附近就形成比较稳定的拱结构, 从而使得体系未经流动而直接进入了堵塞的状态. 而从 $s > 10$ 的概率分布来看, 漏斗锥角的增大会使得 $s > 10$ 的事件出现的频率变高.

同样地, 在漏斗流中是否存在一个临界漏斗锥角 θ , 当锥角大于临界值时堵塞不会发生. 考虑到当漏斗锥角接近临界值时坍塌规模将非常大, 为此我们模拟了一个颗粒体系更大的漏斗流(颗粒数为40000). 研究发现, 当 $\theta \geq 77^\circ$ 时, 系统几乎不会堵塞(坍塌规模大于40000). 显而易见的是, 当 $\theta = 90^\circ$ 时(即漏斗变成一根直管), 不应该发生堵塞, 我们的数值结果表明在三维漏斗中这个临界值大约为 77° . 这个临界值和文献[8]中提到的二维漏斗中的临界角度 75° 很接近.

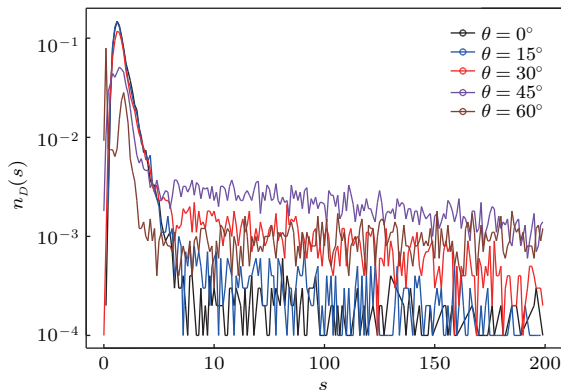


图6 不同漏斗锥角 θ (漏斗开口 $D = 3d$)时, 坍塌规模的概率分布

Fig. 6. Probability distribution of collapse scale with various hopper angle (hopper outlet $D = 3d$).

4 结 论

利用自主开发的GPU程序, 我们通过建立三维漏斗流颗粒模型, 模拟了颗粒通过圆形开口过程中颗粒堵塞现象, 研究了坍塌规模与开口尺寸之间的关系, 临界开口尺寸是否存在, 漏斗锥角对于堵塞概率影响等问题. 得到如下结论:

1) 对于固定的漏斗开口尺寸, 坍塌规模概率分布在峰值右边满足指数衰减分布;

2) 通过归一化, 发现所有开口尺寸的峰值右边的坍塌规模分布可以基本上坍塌到单一曲线上;

3) 坍塌规模概率分布在峰值右边呈指数分布的现象, 可以用一个简单的概率模型进行解释;

4) 通过拟合平均坍塌规模与开口尺寸之间的关系, 发现存在一个临界开口尺寸, 当开口尺寸大于这个临界尺寸时, 堵塞将不再发生;

5) 当漏斗锥角 $\theta \leq 60^\circ$ 时, θ 对于平均坍塌规模影响不大, 但存在一个临界角度, 当 θ 超过这个临界角度后系统将不再发生堵塞.

参考文献

- [1] Peng Y J, Zhang Z, Wang Y, et al. 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 134501 (in Chinese) [彭亚晶, 张卓, 王勇, 等 2012 物理学报 **61** 134501]
- [2] Xie X M, Jiang Y M, Wang H Y, et al. 2003 *Acta Phys. Sin.* **52** 2194 (in Chinese) [谢晓明, 蒋亦民, 王焕友, 等 2003 物理学报 **52** 2194]
- [3] Lu K Q, Hou M Y, Jiang Z H, et al. 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 119103 (in Chinese) [陆坤权, 厚美瑛, 姜泽辉, 等 2012 物理学报 **61** 119103]
- [4] Zuriguel I, Pugnaroni L A, Garcimartin A, Maza D 2003 *Phys. Rev. E* **68** 3
- [5] Thomas C C, Durian D J 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 17
- [6] Lu K, Liu J 2004 *Physics* **33** 10 (in Chinese) [陆坤权, 刘寄星 2004 物理 **33** 10]
- [7] Zuriguel I, Parisi D R, Hidalgo R C, Lozano C, Janda A, Gago P A, Peralta J P, Ferrer L M, Pugnaroni L A, Clement E, Maza D, Pagonabarraga I, Garcimartin A 2014 *Sci. Reports* **4** 7324
- [8] To K, Lai P Y, Pak H K 2001 *Phys. Rev. Lett.* **86** 1
- [9] Masuda T, Nishinari K, Schadschneider A 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 13
- [10] To K W 2005 *Phys. Rev. E* **71** 6
- [11] Janda A, Zuriguel I, Garcimartin A, Pugnaroni L A, Maza D 2008 *EPL* **84** 4
- [12] Kondic L 2014 *Granular Matter* **16** 2
- [13] Guariguata A, Pascall M A, Gilmer M W, Sum A K, Sloan E D, Koh C A, Wu D T 2012 *Phys. Rev. E* **86** 6
- [14] Lin Y J, Fang C 2016 *J. Mech.* **32** 6
- [15] Longjas A, Monterola C, Saloma C 2009 *J. Statist. Mech. Theory and Experiment* 2009 05006
- [16] Kunte A, Doshi P, Orpe A V 2014 *Phys. Rev. E* **90** 2
- [17] Hong X, Kohne M, Weeks E R 2015 *arXiv preprint*
- [18] Zuriguel I, Garcimartin A, Maza D 2005 *Phys. Rev. E* **71** 5
- [19] Mankoc C, Garcimartin A, Zuriguel I, Maza D 2009 *Phys. Rev. E* **80** 1
- [20] Zuriguel I 2014 *Papers in Physics* **6** 060014
- [21] Zuriguel I, Janda A, Garcimartin A, Lozano C, Arevalo R, Maza D 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 27
- [22] Lozano C, Janda A, Garcimartin A, Maza D, Zuriguel I 2012 *Phys. Rev. E* **86** 3
- [23] Saraf S, Franklin S V 2011 *Phys. Rev. E* **83** 3

- [24] Tian Y, Qi J, Lai J, Zhou Q, Yang L 2013 *Proceedings of the Awareness Science and Technology and Ubi-Media Computing Aizu-Wakamatsu, Japan, November 2-4, 2013* p547
- [25] Tian Y, Zhang S, Lin P, Yang Q, Yang G, Yang L 2017 *Comput. Chem. Engineer.* **104** 231
- [26] Snoeijer J H, van Hecke M, Somfai E, van Saarloos W 2003 *Phys. Rev. E* **67** 3

Numerical experiment studies of clogging during the discharge of granular matter in a three-dimensional hopper*

Ma Li-Dong¹⁾²⁾ Yang Guang-Hui¹⁾ Zhang Sheng¹⁾ Lin Ping¹⁾ Tian Yuan¹⁾³⁾ Yang Lei^{1)†}

1) (*Institute of Modern Physics, Chinese Academy of Sciences, Lanzhou 730000, China*)

2) (*School of Physical Science, University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*)

3) (*School of Information Technology and Engineering, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China*)

(Received 10 August 2017; revised manuscript received 13 December 2017)

Abstract

For a granular flow in hopper in engineering and experimental applications, it is necessary to guarantee the discharge continuously and steadily. The clogging will easily happen if the outlet size is small enough via formation of the arch above the outlet. The clogging phenomenon is also important for studying traffic or evacuation problems. In previous numerical and experimental study, to expedite the experiments or simulations, the perturbations, such as a jet of pressurized air or the vibration of the wall of the hopper, were induced to break the clogging and restart the flow. But these perturbations are hardly normalized and described in modeling the process. In this paper, we present a series of numerical experiments of clogging in the discharge of particles from a three-dimensional hopper through a circular opening. We employ our discrete element method simulation code for large scale dense granular flow based on the graphic processing unit to expedite this simulation. In contrast to pervious studies, here we study the first clogging after opening the outlet of hopper, thus the above perturbations are avoided. From simulating granular flow in hopper in a wide range of outlet size and cone angle, we obtain the size of distribution of avalanche, which is defined as the number of particles that fall through the opening from the outlet opening to the first clogging. The effects of the outlet size and cone angle of hopper on avalanche size are investigated and discussed. The results show that the previous conclusion of the distribution of possibility of avalanche size is also valid in this study. There is a peak in the distribution of possibility of avalanche size, and the distribution can be divided into two regions, which can be fitted with a power-law and an exponential function respectively. The exponential part can be explained by a possibility model which is suggested by Janda et al. From the fitting we find that it has a critical value for the outlet size above which no clogging will occur and the value in this work ($4.75d$) is slightly lower than in Zuriguel et al.'s experiment ($4.94d$). Moreover, there is also a critical value for the cone angle of hopper, which supports the inference in previous study and the value in this paper (77°) is closed to the predicted one (75°) in To et al.'s work.

Keywords: GPU-based simulation, granular flow in a three-dimensional hopper, clogging, critical value

PACS: 45.70.-n, 45.70.Mg, 74.81.Bd, 81.05.Rm

DOI: 10.7498/aps.67.20171813

* Project supported by the National Magnetic Confinement Fusion Science Program of China (Grant No. 2014GB104002) and National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11605264).

† Corresponding author. E-mail: lyang@impcas.ac.cn