# 物理学报 Acta Physica Sinica



混沌信号自适应协同滤波去噪

王梦蛟 周泽权 李志军 曾以成

An adaptive denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering

Wang Meng-Jiao Zhou Ze-Quan Li Zhi-Jun Zeng Yi-Cheng

引用信息 Citation: Acta Physica Sinica, 67, 060501 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172470 在线阅读 View online: http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172470 当期内容 View table of contents: http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I6

您可能感兴趣的其他文章 Articles you may be interested in

# 基于忆阻器的时滞混沌系统及伪随机序列发生器

A memristor-based time-delay chaotic systems and pseudo-random sequence generator 物理学报.2017, 66(3): 030502 http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.030502

## 磁控二氧化钛忆阻混沌系统及现场可编程逻辑门阵列硬件实现

A memristor-based chaotic system and its field programmable gate array implementation 物理学报.2016, 65(12): 120503 http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.120503

# 基于电流反馈放大器的网格多涡卷混沌电路设计与实现

Design and implementation of grid multi-scroll chaotic circuit based on current feedback operational amplifier

物理学报.2014, 63(18): 180506 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.180506

# 简化 Lorenz 多涡卷混沌吸引子的设计与应用

Design and application of multi-scroll chaotic attractors based on simplified Lorenz system 物理学报.2014, 63(12): 120511 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.120511

# 不同类型混沌吸引子的复合

Compound attractors between different chaotic systems 物理学报.2014, 63(4): 040503 http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.040503

# 混沌信号自适应协同滤波去噪<sup>\*</sup>

王梦蛟<sup>1)†</sup> 周泽权<sup>1)</sup> 李志军<sup>1)</sup> 曾以成<sup>2)</sup>

1)(湘潭大学信息工程学院,湘潭 411105)
 2)(湘潭大学物理与光电工程学院,湘潭 411105)
 (2017年11月17日收到;2018年1月6日收到修改稿)

混沌信号协同滤波去噪算法充分利用了混沌信号的自相似结构特征,具有良好的信噪比提升性能.针对 该算法的滤波参数优化问题,考虑到最优滤波参数的选取受到信号特征、采样频率和噪声水平的影响,为提高 该算法的自适应性使其更符合实际应用需求,基于排列熵提出一种滤波参数自动优化准则.依据不同噪声水 平的混沌信号排列熵的不同,首先选取不同滤波参数对含噪混沌信号进行去噪,然后计算各滤波参数对应重 构信号的排列熵,最后通过比较各重构信号的排列熵,选取排列熵最小的重构信号对应的滤波参数为最优滤 波参数,实现滤波参数的优化.分析了不同信号特征、采样频率和噪声水平情况下滤波参数的选取规律.仿真 结果表明,该参数优化准则能在不同条件下对滤波参数进行有效的自动最优化,提高了混沌信号协同滤波去 噪算法的自适应性.

关键词: 混沌, 去噪, 协同滤波, 自适应滤波 **PACS:** 05.45.Ac, 05.40.Ca

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172470

# 1引言

混沌是一种类随机的无规则运动,是指在确定 性非线性系统中不外加随机因素所产生的内秉随 机行为<sup>[1]</sup>.已有研究发现,在电子、气象、水文以及 通信等领域中普遍存在混沌现象<sup>[2]</sup>.混沌理论已被 广泛应用于保密通信<sup>[3]</sup>、微弱信号检测<sup>[4]</sup>和图像加 密<sup>[5]</sup>等领域.由于实测混沌信号通常受到噪声的污 染,使得刻画混沌信号特征的不变系统参数的计算 变得十分困难<sup>[6]</sup>.有效抑制混沌信号中的噪声是对 混沌信号进行有效分析和处理的前提.传统的线性 滤波和谱分析方法无法实现对混沌信号中的噪声 进行有效抑制<sup>[7,8]</sup>,因此,针对混沌信号的特征研究 相应的噪声抑制方法具有重要意义.

目前, 混沌信号的去噪方法主要有以下五类: 局部投影 (local projection, LP) 方法<sup>[9,10]</sup>, 该方法 基于相空间重构的思想, 采用 LP 策略对噪声进行 估计,这类方法在高信噪比的情况下能取得很好的 效果,但邻域半径的选取会随着信噪比的降低而增 大,从而导致去噪性能的降低;小波阈值(wavelet thresholding, WT)方法<sup>[11,12]</sup>,该方法利用含噪信 号经小波变换后信号主要成分的小波系数显著大 于噪声成分的小波系数,通过阈值策略对小波系 数进行处理,从而将信号和噪声分离,但该方法 的去噪性能受小波基和分层数的影响很大,这降 低了该方法的自适应性;经验模态分解(empirical mode decomposition, EMD)方法<sup>[13,14]</sup>,该方法利 用EMD的数据驱动自适应分解特性克服了WT方 法中必须先选定小波基和分解层数的问题,但这类 方法存在阈值难以确定的问题; 局部最小二乘多项 式拟合方法[15,16],该方法先将含噪信号进行分段 平滑预处理,然后将预处理后的每段信号进行最小 二乘多项式拟合,从而实现信号去噪,这类方法本 质上是一种自适应低通滤波方法, 信噪比提升性能

\* 国家自然科学基金(批准号: 61471310, 11747087)、湖南省教育厅科学研究基金(批准号: 17C1530)和湘潭大学自然科学基金(批 准号: 15XZX33)资助的课题.

†通信作者. E-mail: wangmj@xtu.edu.cn

© 2018 中国物理学会 Chinese Physical Society

有限; 协同滤波方法<sup>[17]</sup>, 该方法受块匹配三维滤波 的启发<sup>[18,19]</sup>, 基于混沌信号具有无限嵌套形式的 自相似结构, 通过对观测信号进行分组、协同滤波 和聚合处理实现去噪. 相对于其他方法, 协同滤波 方法充分利用了混沌信号的自相似结构特征, 具有 更高的信噪比提升性能. 协同滤波方法的主要滤波 参数有块宽、搜索窗长、搜索窗移动步长和分组块 数量, 文献[17] 对滤波参数的选取进行了分析, 但 只是依据实验分析给出了滤波参数的取值范围, 而 没有提出滤波参数自动优化选取的方法, 这降低了 该方法的自适应性.

近年来,各种熵算法在时间序列分析中得到了 广泛的应用<sup>[20-22]</sup>,其中排列熵算法因其较好的鲁 棒性和快速简捷的优点受到了广泛的关注.本文针 对文献[17] 中混沌信号协同滤波去噪算法的参数 优化问题,利用排列熵分析重构混沌信号的复杂 度,通过计算不同滤波参数情况下重构信号的排列 熵确定最优滤波参数,实现滤波参数的自动最优 化,达到最优滤波效果;分析滤波参数对去噪效果 的影响及其原因;通过仿真实验对滤波参数自动最 优化准则的可行性进行分析.

# 2 去噪算法原理

文献[17]首次将协同滤波应用于混沌信号去 噪,提出混沌信号协同滤波去噪算法.该算法分为 相似块分组、协同滤波和聚合重构三个步骤,其去 噪流程如图1所示.



图1 混沌信号协同滤波去噪流程图

Fig. 1. Flowchart of the denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering.

### 2.1 相似块分组

记参考块为**R**,任意块**S**与**R**的相似度采用 两者的归一化距离来度量:

$$d(\boldsymbol{S}, \boldsymbol{R}) = \frac{\|\boldsymbol{S} - \boldsymbol{R}\|_2^2}{w}, \qquad (1)$$

其中,符号  $\|\cdot\|_2$ 表示求2范数; w为块宽; d为相似 块之间的距离,该距离越小则块 $S = \mathbf{R}$ 的相似度 越高.设搜索窗长为l ( $l \gg w$ ),在搜索窗内以参考 块 $\mathbf{R}$ 为中心搜索与其距离最小的m个块构成分组  $group(\mathbf{R})$ ,将其以 $m \times w$ 的二维数组形式保存,即  $group(\mathbf{R}) \in \mathbb{R}^{m \times w}$ .以步长 $\delta$ 将参考块从观测信 号的始端向末端移动, 搜索窗也随之移动, 对在每 个位置获得的相似组进行记录, 并将分组中每个块 的位置进行标记.

### 2.2 协同滤波

协同滤波分为信号变换、阈值处理和信号逆变 换三步.

首先,将分组进行二维变换:

$$\boldsymbol{G}(\boldsymbol{R}) = T\left\{\boldsymbol{group}(\boldsymbol{R})\right\}, \qquad (2)$$

其中,  $G = [g_{i,j}] \in \mathbb{R}^{m \times w} (i = 1, \dots, m; j = 1, \dots, w)$  为变换系数矩阵; 符号 $T\{\cdot\}$ 表示二维离散余弦变换或二维小波等任意等距线性变换, 本文采用二维离散余弦变换.

然后,对变换系数进行阈值处理,将小于或等 于阈值的系数置零而将大于阈值的系数保留,阈值 操作用符号 *H*<sub>T</sub>(·)表示定义为

$$H_{\rm T}(g) = \begin{cases} g, & |g| > \lambda(\mathbf{R}), \\ 0, & |g| \leq \lambda(\mathbf{R}), \end{cases}$$
(3)

其中, $\lambda(\mathbf{R})$ 为分组*group*(**R**)的阈值,其值由文献 [23] 提出的VisuShrink方法确定.VisuShrink阈 值定义为

$$\lambda(\mathbf{R}) = \sigma \sqrt{2\log(m \times w)},\tag{4}$$

其中, σ为观测信号所含噪声的标准差, 其值通过 求系数矩阵 *G*(*R*) 的中位数绝对偏差进行估计:

$$\hat{\sigma}(\boldsymbol{R}) = \text{median}(\boldsymbol{G}(\boldsymbol{R}))/0.6745.$$
(5)

最后,通过逆变换得到滤波后的分组:

$$group(\mathbf{R}) = T^{-1} \left\{ H_{\mathrm{T}}(\mathbf{G}(\mathbf{R})) \right\}, \qquad (6)$$

#### 2.3 聚合重构

由于相似块之间存在重叠,一个信号点通常会 同时属于多个相似块,信号点的重构通过聚合所有 包含该点的相似块在该位置的滤波输出实现,聚合 方式采用算术平均:

$$x(n) = \frac{\sum_{\boldsymbol{R}} \sum_{\boldsymbol{S} \in \boldsymbol{group}(\boldsymbol{R})} F_{\boldsymbol{S}}(n) x_{\boldsymbol{S},\boldsymbol{R}}(n)}{\sum_{\boldsymbol{R}} \sum_{\boldsymbol{S} \in \boldsymbol{group}(\boldsymbol{R})} F_{\boldsymbol{S}}(n)}, \quad (7)$$

其中, $x_{S,R}(n)$ 为分组group(R)中相似块S在信号点n的滤波输出,

$$F_{\mathbf{S}}(n) = \begin{cases} 1, & n \in \mathbf{S}, \\ 0, & n \notin \mathbf{S}. \end{cases}$$

3 参数优化准则

混沌信号协同滤波去噪算法充分利用了混沌 信号的自相似结构特征,将非局部均值方法与变换 域方法成功结合,具有良好的信噪比提升性能.该 算法的主要滤波参数为块宽、搜索窗长、搜索窗移 动步长和分组块数量,滤波参数的选取决定了滤波 的效果.经实验分析发现滤波参数的选取受到信号 特征、采样频率和噪声水平的影响,因此在实际应 用中最优滤波参数是不断变化的,怎样实现滤波参 数的自动最优化决定了算法的自适应性.

文献 [17] 中分析了混沌信号协同滤波去噪算 法主要滤波参数的选取,给出了各滤波参数的取值 范围,然而经实验分析发现在不同的信号特征、采 样频率和噪声水平情况下该取值范围并不具有普 适性,某些情况下甚至会使算法的信噪比提升性能 低于已有算法,这降低了该算法的自适应性.相对 于其他熵算法,排列熵算法能以更快的计算速度和 更高的准确度刻画混沌时间序列的复杂度,且具有 较好的鲁棒性<sup>[20,24]</sup>.为了进一步完善混沌信号协 同滤波去噪算法,提高其自适应性,本文基于排列 熵算法提出一种混沌信号协同滤波参数自动优化 准则.

#### 3.1 排列熵算法

设一长度为N的时间序列 $\{x(t), t = 1, 2, \dots, N\}$ ,对其进行相空间重构得到

 $\boldsymbol{X}_{t} = [x(t), x(t+L), \cdots, x(t+(d-1)L)], \quad (8)$ 

其中, *d*为嵌入维数, *L*为延迟时间, 将重构向量 *X*<sub>t</sub> 中的 *d* 个分量按升序重新排列:

$$[x(t+(j_1-1)L) \leqslant x(t+(j_2-1)L) \leqslant \cdots \leqslant x(t+(j_d-1)L)], \qquad (9)$$

当出现 $x(t + (j_{i1} - 1)L) = x(t + (j_{i2} - 1)L)$ 的 情况时,按j值的大小排列,即对 $j_{i1} < j_{i2}$ 有  $x(t + (j_{i1} - 1)L) \leq x(t + (j_{i2} - 1)L)$ .因此,每个重 构向量 $X_t$ 可得到一组符号序列

$$D(h) = [j_1, j_2, \cdots, j_d],$$
 (10)

其中 $h = 1, 2, \dots, k$ ,由于d个不同的符号共有d!种排列可能,所以 $k \leq d$ !.统计每种序列出现的次数并计算其概率,记为 $P_1, P_2, \dots, P_k$ ,则依据Shannon信息熵定义时间序列{ $x(t), t = 1, 2, \dots, N$ }的

k种不同符号序列的排列熵为<sup>[25]</sup>

$$H_p(d) = -\sum_{z=1}^{\kappa} P_z \ln P_z,$$
 (11)

当 $P_z = 1/d!$ 时,  $H_p(d)$ 达到最大值 ln(d!). 为便于 分析, 利用 ln(d!) 对排列熵进行归一化处理, 即

$$0 \leqslant H_P = H_P(d)/\ln(d!) \leqslant 1. \tag{12}$$

嵌入维数d和延迟时间L的选取影响排列熵 算法的有效性,参考文献 [20, 24] 中对d和L选取的 讨论,并综合实验分析得出当d = 5, L = 1时排列 熵能有效刻画重构混沌信号的复杂度,本文后续部 分计算排列熵均取d = 5, L = 1.

#### 3.2 参数自适应选取

混沌信号的复杂度能通过排列熵进行有效的 刻画,记排列熵值为PE,PE越大表示混沌信号具 有越高的复杂度,反之则表示混沌信号的复杂度 越低.当混沌信号受到噪声污染时其复杂度会升高, 且噪声水平越高复杂度越高.下面对典型混沌信号 及其在不同噪声水平情况下的排列熵进行分析.

Lorenz系统方程为<sup>[26]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = -\alpha x + \alpha y, \\ \dot{y} = -xz + \gamma x - y, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases}$$
(13)

当参数取典型值  $\alpha = 10$ ,  $\gamma = 28$ , b = 8/3时系统处于混沌状态.采用四阶龙格-库塔方法对方程进行求解, 初值取 [0.5, 0.5, 0.5], 步长取 0.01, 取系统状态变量 x 产生 Lorenz 混沌信号,并对信号加上零均值高斯白噪声,产生信噪比 SNR 为 15, 20, 25, 30, 35 dB 的含噪 Lorenz 混沌信号. 纯净信号和不同噪声水平信号的 PE 如表 1 所列, 随着噪声水平的增加,含噪混沌信号的复杂度也相应地增加.

表1 不同噪声水平 Lorenz 混沌信号的排列熵值 Table 1. PE of the Lorenz's chaotic signal at different noise levels.

	纯净 Lorenz	含噪 Lorenz 混沌信号 SNR/dB					
	混沌信号	35	30	25	20	15	
PE	0.2177	0.5483	0.7189	0.8679	0.9548	0.9896	

Chen 系统方程为<sup>[27]</sup>

$$\begin{cases} \dot{x} = a (y - x), \\ \dot{y} = (c - a) x - xz + cy, \\ \dot{z} = xy - bz, \end{cases}$$
(14)

当参数取典型值 a = 35, b = 3, c = 28时系统处于 混沌状态.采用四阶龙格-库塔方法对方程进行求 解, 初值取 [0.5, 0.5, 0.5], 步长取 0.01, 取系统状态 变量 x 产生 Chen 混沌信号,并对信号加上零均值 高斯白噪声,产生 SNR为 15, 20, 25, 30, 35 dB 的 含噪 Chen 混沌信号.纯净信号和不同噪声水平信 号的 PE 如表 2 所列,随着噪声水平的增加,含噪 混沌信号的复杂度也相应地增加.

表 2 不同噪声水平 Chen 混沌信号的排列熵值

Table 2. PE of the Chen's chaotic signal at different noise levels.

	纯净 Chen	含噪 Chen 混沌信号 SNR/dB					
	混沌信号	35	30	25	20	15	
PE	0.2607	0.3547	0.4629	0.6241	0.7970	0.9198	

文献 [17] 给出的滤波参数选取范围为:搜索 窗长 l 取 4000 左右,搜索窗移动步长  $\delta$  取块宽 w 的 1/2 到 1/4 左右,分组块数量 m 取 30,块宽 w 的取 值不应小于 100.然而,经实验分析发现,在不同的 信号特征、采样频率和噪声水平情况下,对滤波参 数搜索窗长、搜索窗移动步长和分组块数量取文 献 [17] 给出的范围能取得比较好的滤波效果,但关 键滤波参数块宽的选取却不在所给的范围之内,重 构混沌信号中所含噪声越少则其复杂度越低,本文 基于排列熵算法的混沌信号协同滤波参数自动优 化准则为:取搜索窗长 l = 4000,搜索窗移动步长  $\delta = w/4$ ,分组块数量 m = 30,采用不同块宽 w 对 含噪混沌信号进行去噪,计算重构混沌信号的 PE, 最小 PE 对应的块宽即为最优滤波块宽.设重构混 沌信号为 $\hat{x}(t)$ ,则最佳滤波块宽  $w_{opt}$  为

$$w_{\text{opt}} = \arg\min_{l/200 \leqslant w \leqslant l/10} \left\{ H_P[\hat{x}(t)] \right\}, \qquad (15)$$

其中,符号 H<sub>P</sub>[·] 表示求排列熵.

### 4 仿真结果与分析

信号特征、采样频率和噪声水平影响滤波参数的选取,为了验证本文所提方法的有效性,本节分别将该方法应用于不同信号特征、采样频率和噪声水平情况下滤波参数的选取,为了方便分析,记滤波前后信号的信噪比分别为*SNR*in,*SNR*out.

#### 4.1 不同信号特征

经实验分析发现, 混沌信号协同滤波去噪算法 具有低通滤波性质, 滤波参数块宽和低通截止频率 成反比关系.考虑到不同混沌信号的频谱宽度不同, 因此针对不同的混沌信号要选取不同的块宽, 以 Lorenz 混沌信号和 Chen 混沌信号为例, 其频谱如 图 2 所示.

由图2可知,相对于Lorenz信号,Chen信号的频谱更宽.由上述分析可知,将混沌信号协同 滤波去噪算法应用于这两类典型混沌信号时,对 Chen信号应选取比Lorenz信号更窄的块宽.分别 给Lorenz信号和Chen信号加上零均值高斯白噪 声,信噪比取10 dB,采样时间取0.01,取不同宽度 的块宽对这两类含噪混沌信号进行去噪,并计算 不同块宽对应重构信号的排列熵.如图3和图4所 示,重构信号的排列熵体现了对应滤波块宽的滤波 效果,在当前采样频率和噪声水平情况下,Lorenz 信号和Chen信号的最优滤波块宽分别为100和60, 该结果与上述分析相符.



图 2 Lorenz 混沌信号和 Chen 混沌信号频谱 Fig. 2. Frequency spectra of the Lorenz's chaotic signal and Chen's chaotic signal.



图 3 含噪 Lorenz 信号去噪 (a) 不同块宽对应的 PE; (b) 不同块宽的去噪效果

Fig. 3. Denoising of the noisy Lorenz's signal: (a) The PE corresponding to different block widths; (b) the  $SNR_{out}$  corresponding to different block widths.



图 4 含噪 Chen 信号去噪 (a) 不同块宽对应的 PE; (b) 不同块宽的去噪效果

Fig. 4. Denoising of the noisy Chen's signal: (a) The PE corresponding to different block widths; (b) the  $SNR_{out}$  corresponding to different block widths.

060501-5

#### 4.2 不同采样频率

混沌信号协同滤波去噪算法在高采样频率下 能取得更好的去噪效果,对于不同的采样频率最 优滤波块宽的选取也不同.采样时间t<sub>s</sub>分别取0.02, 0.01,0.0075,0.005产生Lorenz信号,给其加上零 均值高斯白噪声,信噪比取10dB,取不同宽度的 块宽分别对不同采样频率的含噪信号进行去噪.如 图5和表3所示,采样频率越高去噪效果越好,最佳 滤波块宽也越宽.

表3 不同采样频率下的最优滤波块宽

Table 3. Optimal block width at different sampling frequency.

含噪 Lorenz 信号	采样时间 $t_s$				
$(SNR_{\rm in} = 10 \text{ dB})$	0.02	0.01	0.0075	0.005	
$w_{\mathrm{opt}}$	60	100	140	160	



图 5 采样频率对块宽的影响 (a) 不同采样频率对应的 PE; (b) 不同采样频率的去噪效果 Fig. 5. Effect of sampling frequency on block width: (a) The *PE* corresponding to different sampling frequency; (b) the *SNR*<sub>out</sub> corresponding to different sampling frequency.

#### 4.3 不同噪声水平

混沌信号在频域通常主要集中在低频段,而白 噪声为均匀分布,由于混沌信号协同滤波去噪算法 具有低通滤波性质,且滤波参数块宽和低通截止频 率成反比关系,因此高信噪比情况下的最优滤波块 宽比低信噪比情况下的最优滤波块宽稍窄采样时间取0.01产生Lorenz信号,给其加上零均值高斯白噪声,信噪比分别取5,10,15,20 dB,取不同宽度的块宽分别对不同噪声水平的含噪信号进行去噪.如图6和表4所示,噪声水平越高对应的最优滤波块宽越宽.



图 6 噪声水平对块宽的影响 (a)不同噪声水平对应的 PE; (b)不噪声水平的去噪效果

Fig. 6. Effect of noise level on block width: (a) The PE corresponding to different noise levels; (b) the  $SNR_{out}$  corresponding to different noise levels.

表 4 不同噪声水平下的最优滤波块宽 Table 4. Optimal block width at different noise levels.

含噪 Lorenz 信号	去噪前信号的信噪比 SNR <sub>in</sub> /dB				
$(t_{\rm s} = 0.01)$	20	15	10	5	
$w_{ m opt}$	60	80	100	120	

# 5 结 论

本文基于排列熵提出了一种混沌信号协同滤 波参数自动优化准则,深入分析了在不同信号特 征、采样频率和噪声水平情况下混沌信号协同滤波 中各参数的选取问题.仿真结果表明,虽然滤波参 数的选取受到不同信号特征、采样频率和噪声水 平的影响,新的参数优化准则能有效实现不同情况 下滤波参数的自动最优化.该准则提高了混沌信号 协同滤波去噪算法的自适应性,使其更符合实际应 用需求,在各类混沌信号去噪中具有更广泛的应用 价值.

#### 参考文献

- [1] Lü J H, Lu J A, Chen S H 2002 The Analysis and Applications of Chaotic Time Series (Wuhan: Wuhan University Press) pp1-8 (in Chinese) [吕金虎, 陆君安, 陈士 华 2002 混沌时间序列分析及其应用(武汉:武汉大学出版 社)第1—8页]
- [2] Han M, Xu M L 2013 Acta Phys. Sin. 62 120510 (in Chinese) [韩敏, 许美玲 2013 物理学报 62 120510]
- [3] Sun J W, Shen Y, Yin Q, Xu C J 2013 Chaos 23 013140
- [4] Li G Z, Zhang B 2017 IEEE Trans. Ind. Electron. 64 2255
- [5] Peng G Y, Min F H 2017 Nonlinear Dynam. 90 1607
- [6] Urbanowicz K, Hołyst J A 2003 Phys. Rev. E 67 046218
- [7] Feng J C 2012 Chaotic Signals and Information Processing (Beijing: Tsinghua University Press) pp32–35

(in Chinese) [冯久超 2012 混沌信号与信息处理(北京: 清华大学出版社) 第 32—35 页]

- [8] Badii R, Broggi G, Derighetti B, Ravani M 1988 Phys. Rev. Lett. 60 979
- [9] Cawley R, Hsu G H 1992 Phys. Rev. A 46 3057
- [10] Schreiber T, Richter M 1999 Int. J. Bifurcat. Chaos 9 2039
- [11] Donoho D L 1995 IEEE Trans. Inf. Theory 41 613
- [12] Han M, Liu Y H, Xi J H, Guo W 2007 IEEE Signal Process. Lett. 14 62
- [13] Kopsinis Y, McLaughlin S 2009 IEEE Trans. Signal Process. 57 1351
- [14] Wang W B, Zhang X D, Wang X L 2013 Acta Phys. Sin.
  62 050201 (in Chinese) [王文波, 张晓东, 汪祥莉 2013 物 理学报 62 050201]
- [15] Tung W W, Gao J B, Hu J, Yang L 2011 *Phys. Rev. E* 83 046210
- [16] Gao J B, Sultan H, Hu J, Tung W W 2010 IEEE Signal Process. Lett. 17 237
- [17] Chen Y, Liu X Y, Wu Z T, Fan Y, Ren Z L, Feng J C 2017 Acta Phys. Sin. 66 210501 (in Chinese) [陈越, 刘 雄英, 吴中堂, 范艺, 任子良, 冯久超 2017 物理学报 66 210501]
- [18] Dabov K, Foi A, Katkovnik V, Egiazarian K 2007 IEEE Trans. Image Process. 16 2080
- [19] Yadav S K, Sinha R, Bora P K 2015 IET Signal Process.9 88
- [20] Hou W, Feng G L, Dong W J, Li J P 2006 Acta Phys. Sin. 55 2663 (in Chinese) [侯威, 封国林, 董文杰, 李建平 2006 物理学报 55 2663]
- [21] Sun K H, He S B, Yin L Z, A D L·Duo L K 2012 Acta Phys. Sin. 61 130507 (in Chinese) [孙克辉, 贺少波, 尹林 子, 阿地力 · 多力坤 2012 物理学报 61 130507]
- [22] Yu M Y, Sun K H, Liu W H, He S B 2018 Chaos Solitons Fractals 106 107
- [23] Donoho D L, Johnstone I M 1994 Biometrika 81 425
- [24] He S B, Sun K H, Wang H H 2016 Physical A 461 812
- [25] Bandt C, Pompe B 2002 Phys. Rev. Lett. 88 174102
- [26] Lorenz E N 1963 J. Atmos. Sci. 20 130
- [27] Chen G R, Ueta T 1999 Int. J. Bifurcat. Chaos 9 1465

# An adaptive denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering<sup>\*</sup>

Wang Meng-Jiao<sup>1)†</sup> Zhou Ze-Quan<sup>1)</sup> Li Zhi-Jun<sup>1)</sup> Zeng Yi-Cheng<sup>2)</sup>

(College of Information Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)
 (School of Physics and Optoelectric Engineering, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

( Received 17 November 2017; revised manuscript received 6 January 2018 )

#### Abstract

Chaos is a seemingly random and irregular movement, happening in a deterministic system without random factors. Chaotic theory has promising applications in various areas (e.g., communication, image encryption, geophysics, weak signal detection). However, observed chaotic signals are often contaminated by noise. The presence of noise hinders the chaos theory from being applied to related fields. Therefore, it is important to develop a new method of suppressing the noise of the chaotic signals. Recently, the denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering was proposed. Its denoising performance is better than those of the existing denoising algorithms for chaotic signals. The denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering makes full use of the self-similar structural feature of chaotic signals. However, in the parameter optimization issue of the denoising algorithm, the selection of the filter parameters is affected by signal characteristic, sampling frequency and noise level. In order to improve the adaptivity of the denoising algorithm, a criterion for selecting the optimal filter parameters is proposed based on permutation entropy in this paper. The permutation entropy can effectively measure the complexity of time series. It has been widely applied to physical, medical, engineering, and economic sciences. According to the difference among the permutation entropies of chaotic signals at different noise levels, first, different filter parameters are used for denoising noisy chaotic signals. Then, the permutation entropy of the reconstructed chaotic signal corresponding to each of filter parameters is computed. Finally, the permutation entropies of the reconstructed chaotic signals are compared with each other, and the filter parameter corresponding to the minimum permutation entropy is selected as an optimal filter parameter. The selections of the filter parameters are analyzed in the cases of different signal characteristics, different sampling frequencies and different noise levels. Simulation results show that this criterion can automatically optimize the filter parameter efficiently in different conditions, which improves the adaptivity of the denoising algorithm for chaotic signals based on collaborative filtering.

Keywords: chaos, denoising, collaborative filtering, adaptive filtering

**PACS:** 05.45.Ac, 05.40.Ca

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172470

<sup>\*</sup> Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61471310, 11747087), the Research Foundation of Education Bureau of Hunan Province, China (Grant No. 17C1530), and the Natural Science Foundation of Xiangtan University, China (Grant No. 15XZX33).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: wangmj@xtu.edu.cn