

电磁诱导透明暗孤子的耗散变分束缚分析

谭康伯 路宏敏 官乔 张光硕 陈冲冲

Dissipative variational analysis for bounded dark solitons of electromagnetically induced transparency

Tan Kang-Bo Lu Hong-Min Guan Qiao Zhang Guang-Shuo Chen Chong-Chong

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 064207 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172567

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172567>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I6>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[非局域表面暗孤子及其稳定性分析](#)

Nonlocal surface dark solitons and their stability analysis

物理学报.2014, 63(2): 024204 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.024204>

[强非局域非线性介质中的形变像散椭圆呼吸子](#)

Shape-variant astigmatic elliptical breathers in strongly nonlocal nonlinear medium

物理学报.2013, 62(14): 144209 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.144209>

[输入面纵向偏移诱导的强非局域非线性光传输特性变化](#)

Influence of the longitudinal shift of the entrance plane on the propagation properties of beams in strongly nonlocal nonlinear medium

物理学报.2013, 62(12): 124205 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.124205>

[\(1+1\)维非局域非线性介质的边界对表面孤子的影响](#)

Impact of boundary on the surface soliton in (1+1)-dimensional nonlocal nonlinear media

物理学报.2013, 62(9): 094213 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.094213>

[椭圆响应强非局域非线性介质中的二维异步分数傅里叶变换及光束传输特性](#)

Two-dimensional asynchronous fractional Fourier transform and propagation properties of beams in strongly nonlocal nonlinear medium with an elliptically symmetric response

物理学报.2013, 62(8): 084211 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.62.084211>

# 电磁诱导透明暗孤子的耗散变分束缚分析

谭康伯<sup>†</sup> 路宏敏 官乔 张光硕 陈冲冲

(西安电子科技大学, 天线与微波国家重点实验室, 西安 710071)

(2017年12月1日收到; 2017年12月28日收到修改稿)

基于电磁精确控制的考虑, 对半导体固态系统中电磁诱导透明所形成的暗孤子态进行了动力学研究. 在此涉及多物理场的复杂系统中, 通过变分技术对耗散与非线性相干作用下相应的同态暗孤子动力学特征进行分析. 结果表明, 耗散削弱作用与相干耦合作用之间所形成的系统性平衡约束对暗孤子时空演化的精密控制具有重要意义.

**关键词:** 暗孤子, 电磁控制, 耗散相干, 变分

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.-k, 42.50.Gy

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172567

## 1 引言

电磁学发展的一个重要方向是精密电磁控制 (electromagnetically precision controlling, EPC). 为了更有效地对复杂电磁现象进行精细化控制、调节, 需要在其中考虑材料系统性环境的特性影响<sup>[1-8]</sup>. 电磁诱导透明 (electromagnetically induced transparency, EIT) 最初是指量子诱导下的非线性现象<sup>[1,2]</sup>, 其基于材料系统性环境中原子相干对吸收的相消干涉. 在对该现象机理的探讨方面, 低吸收、光谱线宽以及传输特性等方面的工作为研究的不断深入提供了重要的基础支撑<sup>[9-15]</sup>. 近年来, 在量子EIT研究的基础上, 相关研究向利用量子以外的物理现象来开展对EIT模拟的方面发展, 如机械振动、超材料、超表面等<sup>[3-15]</sup>. 这些研究工作不断拓宽了EIT研究的发展和应用空间.

在EIT的早期研究中, 气相材料是主要基材, 然而气态不稳定性对相关电磁控制的精确性构成不利影响. 随着材料科学的发展, 基于半导体固态材料的量子点、量子阱技术, 通过对半导体不同空间维度上的量子约束操作, 使得相应研究逐渐具有对EIT受控性增强的潜力<sup>[9-19]</sup>. 较之气相材料, 半导体材料具有更大的非线性系数和带间跃迁偶极

矩, 且通过结构材料和结构方向来调节这些因素更为方便, 这就为半导体材料作为EIT效应的有效基材提供了便利. 另外, 固态材料因在成形、生成等方面所表现的突出可控性<sup>[16-19]</sup>, 使得基于此类材料的EIT在相关的EPC研究方向及应用前景上具有较强的灵活性和适用性.

然而, 当电磁场与固态半导体材料发生诱导作用时, 材料系统性环境的强色散与非线性特性不断凸显. 对于色散与非线性环境约束, 电磁耗散就成为EIT中EPC必须进一步考虑的实际因素. 另外, 较之单孤子形成, 同态孤子对的耦合作用更为复杂. 这些特征要素间的相互关系在相应半导体量子点和阱、色散与非线性所激发的孤子等形成机理中需要不断研究, 相关问题的分析也将有利于对EIT研究的深入.

本文基于双阱固态EIT系统中孤子形成机理, 通过变分方法对耗散暗孤子态间的相干耦合作用进行讨论.

## 2 固态EIT系统中的暗孤子态变分分析

强电磁场在半导体材料中激发的特征是二者系统性作用的结果. 在连续电磁脉冲作用下, 双阱

<sup>†</sup> 通信作者. E-mail: [kbtan@mail.xidian.edu.cn](mailto:kbtan@mail.xidian.edu.cn)

半导体具有由量子相干而引发暗态的可能<sup>[19]</sup>. 在电磁材料分析中有两种重要的技术: 一种是略去固态多体效应等影响的半经典密度方程演化分析; 另一种是受半导体材料色散与非线性环境束缚的电动力学作用分析. 对于这种电磁材料的多物理场系统作用特征规律, 可以通过把二者相结合, 来协同研究.

针对实际应用环境, 耗散是必须考虑的因素. 电磁场的耗散特征受到固态材料色散与非线性的环境约束. 下面将着重考虑耗散和相干束缚因素对于双阱半导体量子相干孤子态的影响. 在脉冲探针电磁作用中考虑材料线性及非线性极化与电场的电动力学关系, 并于半导体材料中考虑双量子阱 Kerr 相干作用及慢变包络近似, 则可得到相应的耗散非线性 Schrödinger 方程组:

$$i \frac{\partial u_m}{\partial z} - \frac{s_1}{2} \frac{\partial^2 u_m}{\partial t^2} + i\Gamma_c u_m + s_2(|u_m|^2 + C_c|u_n|^2)u_m = 0 \quad (1)$$

( $m, n = 1, 2$  且  $m \neq n$ ),

其中,  $u_{m,n}$  表示固态材料系统中的孤子态,  $\Gamma_c$  反映了固态材料系统中的耗散影响,  $C_c$  为非线性耦合系数, 其余参量则采用与文献<sup>[19]</sup>相类似的定义形式,  $s_1 = \text{sgn}(\beta_2)$ ,  $s_2 = \text{sgn}(n_2)$ ,  $\beta_2$  为群速度色散 (GVD) 参量,  $n_2$  为 Kerr 非线性调制系数. 该方程组表征了相同运动状态孤子的动力学特征. 对于固体系统, 单一孤子特征可通过解析形式进行分析<sup>[19]</sup>, 但对于更复杂的系统, 变分的驻定特性是分析的有效途径. 变分方法可以通过试探解以较简单的半解析形式来揭示复杂物理作用的内在规律<sup>[20,21]</sup>. 在此分析模型的基础上, 借助变分的驻定性对固体系统的复杂作用进行分析. 对于前面电磁作用下半导体的非线性耗散模型, 其所对应的作用量原理为

$$\delta \left( \int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L dt dz \right) = 0, \quad (2)$$

其中, Lagrange 量为  $L = \exp(2\Gamma_c z)L'$ , 且  $L'$  为

$$L' = -s_2 C_c |u_1|^2 |u_2|^2 + \sum_{m=1}^2 \left[ \frac{i}{2} \left( u_m \frac{\partial u_m^*}{\partial z} - u_m^* \frac{\partial u_m}{\partial z} \right) - \frac{s_1}{2} \left| \frac{\partial u_m}{\partial t} \right|^2 - \frac{s_2}{2} (|u_m|^2)^2 \right]. \quad (3)$$

(3) 式中的指数项表征了耗散影响, 其余项则表征了固态系统中的非线性量子运动. 该 Lagrange 量

的有效性, 可通过如下 Euler-Lagrange 方程来表达:

$$\frac{d}{dz} \left( \frac{\partial L}{\partial (\partial u_m^* / \partial z)} \right) + \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial (\partial u_m^* / \partial t)} \right) - \frac{\partial L}{\partial u_m^*} = 0. \quad (4)$$

通过将 Lagrange 量代入方程 (4), 可得方程 (1). 前面的 Lagrange 分析考虑了 Caldirola 量子耗散构型, 所得成对支配方程具有共轭特点.

实际分析表明<sup>[19]</sup>, 通过调节 GVD 参量和 Kerr 非线性系数, 在材料失谐变化  $\Delta = -0.48\gamma_{13}$  附近, 将形成 GVD 参量和非线性系数均为负的暗孤子. 在此形成机理的基础上, 接下来将通过具体的变分分析, 对该固态非线性系统耗散扰动影响进行动力学讨论. 基于变分的驻定性, 定义该固态系统中同态孤子对的试探解为

$$u_m = \alpha \tanh[\alpha(t - t_m)] e^{-i[\beta_m(t-t_m) + \theta_m]}, \quad (5)$$

其中, 同态孤子特征参量  $\{q_m | t_m, \beta_m, \theta_m\}$  分别为中心时刻、色散参量、相位参量;  $\alpha$  为背景幅值. 将包含这些参量的试探解代入作用量原理 (2) 中, 通过所得的时域作用量, 即可对该系统的动力学特征进行分析.

### 3 实例分析

下面对固态耗散系统中的同态暗孤子特性进行具体变分分析和讨论. 考虑双量子阱的能带结构, 该固态系统包含宽、窄两个阱, 其中能级 |1> 为导带中的束缚态, 而对应各阱, |2> 和 |3> 分别为价带中的空穴定域态<sup>[6]</sup>. 在此固态系统中, 通过对密度算符与电极化率的分析, 可以在系统环境中参数  $\gamma_{13}$ ,  $\gamma_{12}(\gamma_{13})$  和  $\gamma_{12}(\gamma_{13})$  确定的情况下, 调节载频失谐量  $\Delta(\gamma_{13})$ , 进而控制系统动力学方程组 (1) 中的 GVD 参量和非线性调制系数, 使之对应 EIT 系统中暗孤子形成的负约束, 其中  $\gamma_{13} = (\gamma_1 + \gamma_3)/2$ ,  $\gamma_1$  和  $\gamma_3$  分别为能级 |1> 和 |3> 的衰变率.

图 1 给出了固态环境系统动力学传输的偏移谱, 对应 EIT 非线性特征. 对此, 把试探解 (5) 代入作用量原理, 使用变量代换及单位换算等动力学分析技术<sup>[19-23]</sup>, 将计算所得时域作用量再代入通过变分计算所得的方程如下:

$$\frac{d}{dz} \left[ \frac{\partial L_t}{\partial (\partial q_m / dz)} \right] + 2\Gamma_c \frac{\partial L_t}{\partial (\partial q_m / dz)} - \frac{\partial L_t}{\partial q_m} = 0, \quad (6)$$

其中,  $L_t = \int_{-\infty}^{+\infty} L' dt$ . 考虑不同参量的运动特征, 就可以进一步得到表征同态暗孤子的特征方程组:

$$\begin{cases} \frac{d}{dz}(\alpha\beta_m) + 2\Gamma_c(\alpha\beta_m) + \frac{\partial}{\partial t_m} 2\alpha^4 C_c \\ \times \left[ \frac{(t_1 - t_2) \coth(t_1 - t_2) - 1}{\sinh^2(t_1 - T_2)} - 1 \right] = 0, \\ \frac{d}{dz}(\alpha) + 2\Gamma_c\alpha = 0, \\ \frac{dt_m}{dz} + \beta_m = 0. \end{cases} \quad (7)$$

理论讨论中所采用的分析技术从本质上并不影响问题所表现的基本物理规律. 在方程组(7)中, 第一个方程表征了同态暗孤子的时空变化特性, 第二

个方程表征了固态系统的耗散特性, 而第三个方程则表征了固态系统中同态暗孤子的色散特性, 该方程组共同约束固态耗散系统中的同态暗孤子动力学特征. 由于耗散环境的影响, 实际固态系统中的暗孤子呈现出不同于无耗情况的特性, 图2给出了对比结果.

在图2中, 上部分为固态无耗环境中的孤子时空特征, 下部分为固态有耗环境中的孤子时空特征. 通过图2可以看到, 由于固态系统耗散的影响, 暗孤子在演化中会呈现强度不断减弱且时宽不断展开的特点. 显然, 通过材料技术对于固态系统中耗散因素进行适度调节, 可以对暗孤子的作用形态形成有效控制.

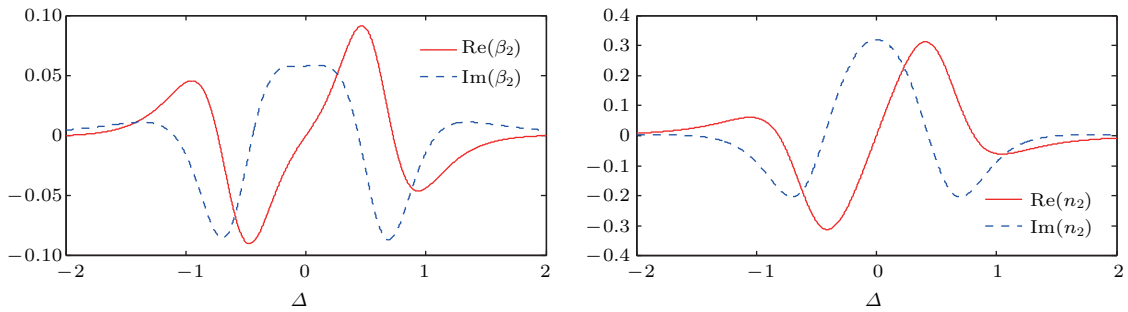


图1 固态环境系统动力学传输特征的偏移谱

Fig. 1. Spectrum of dynamic transmission deviation in solid environment.

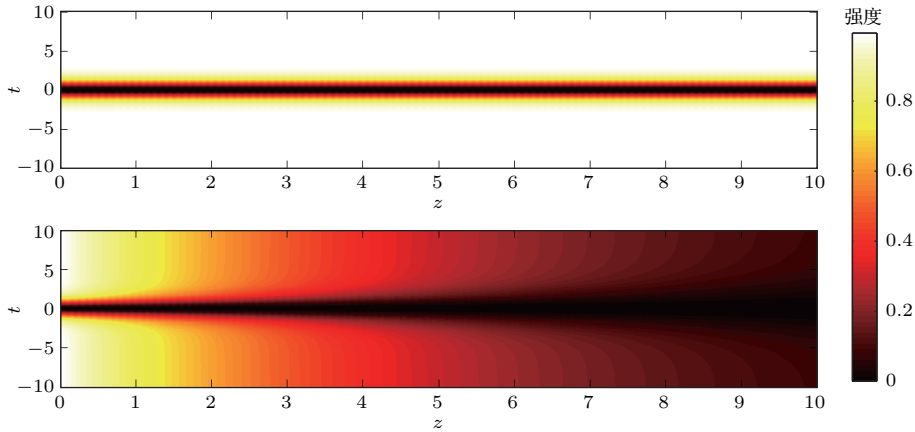


图2 无耗和有耗环境中的暗孤子

Fig. 2. Dark solitons in the perfect and dissipative environment.

在上面动力学特征分析的基础上, 若定义  $M = \alpha D = \alpha(t_1 - t_2)$ , 则可进一步得到表征固态耗散环境中同态孤子对相干束缚态的约束关系:

$$\frac{d^2}{dz^2} M + 4\Gamma_c \frac{d}{dz} M + 4\Gamma_c^2 M + 4\alpha^4 C_c V = 0, \quad (8)$$

其中,

$$V(M) = \text{csch}^2 M [M(3 \text{csch}^2 M + 2) - 3 \coth M].$$

由于形式复杂, 该方程的直接求解较为困难. 但是, 通过分析可以发现, 函数  $V(M)$  在自变量较小 ( $|M| < 0.3$ ) 时, 具有较好的线性特征, 其函数特性如图3所示.

在此基础上, 可以对方程(8)在函数值较小的取值范围内进行近似求解. 方程中的参量取  $\Gamma_c = 0.02$ . 该方程为类Bessel方程[23], 通过分析,

进一步可得到同态暗孤子对时距具有如下形式的解析解:

$$D = P_1 J_0(P_3 e^{-0.08z}) + P_2 Y_0(P_3 e^{-0.08z}), \quad (9)$$

其中,  $J_0(*)$  和  $Y_0(*)$  分别为0阶 Bessel 函数和0阶修正的 Bessel 函数;  $P_1$ ,  $P_2$  和  $P_3$  为待定系数. 在此基础上, 设同态暗孤子对的初始时距为0.3, 于是可以在函数值较小的取值范围内对上面参量进行计算, 所得同态暗孤子对的时空轨迹及适用范围如图4所示.

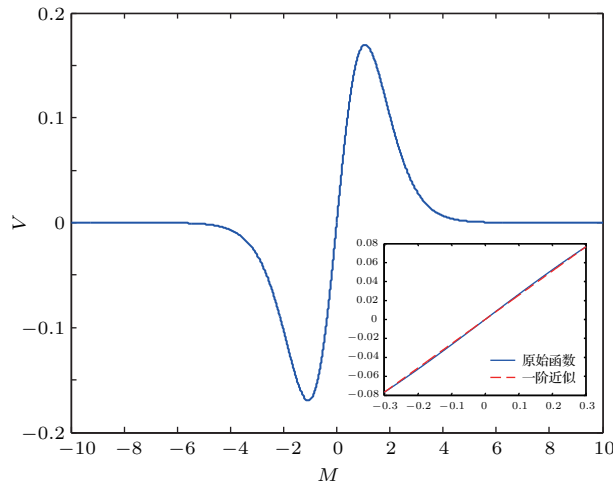


图3  $V(M)$  的函数特性

Fig. 3. Function of  $V(M)$ .

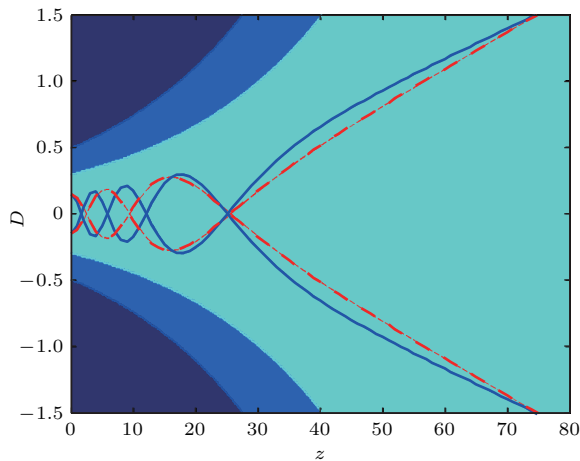


图4 同态暗孤子时空作用特征

Fig. 4. Space-time characteristics of solitons under co-sate.

图4中不同颜色范围表示了不同近似适用区域(中间浅色区域:  $|M| < 0.3$ ; 较深色区域:  $0.6 < |M| < 0.3$ ), 图中不同曲线表示了相同耗散且不同耦合强度下的同态暗孤子对所形成的时空束缚轨迹(虚线表示耦合较小, 取0.5; 实线表示耦合较大, 取1). 由图4可以看到, 同态暗孤子对

时空束缚结果处于动力学约束方程(8)的有效适用区域内. 通过动力学分析可知, 暗孤子态会由于固体系统中的耗散与相干耦合, 形成暗孤子对的时空束缚, 并受空间耗散的影响而逐渐减弱. 对此, 固态材料系统中, 耗散和相干耦合之间平衡的调节为实现对暗孤子间时空束缚进行有效的控制提供了途径.

## 4 结 论

本文从电磁控制角度, 对半导体固态系统中耗散环境以及同态相干耦合对暗孤子的影响作用进行了变分研究. 通过动力学分析可以看到, 对于固态材料系统中耗散以及相干耦合的准确调节将有利于电磁暗孤子演化的精密控制.

## 参考文献

- [1] Harris S E 1997 *Phys. Today* **50** 36
- [2] Fleischhauer M, Imamoglu A, Marangos J P 2009 *Rev. Mod. Phys.* **77** 633
- [3] Liu S Y, Zheng B S, Li H M, Liu X C, Liu S B 2015 *Chin. Phys. B* **24** 084204
- [4] Niakan N, Askari M, Zakery A 2012 *J. Opt. Soc. Am. B* **29** 2329
- [5] Xu Z X, Li S L, Yin X X, Zhao H X, Liu L L 2017 *Sci. Rep.* **7** 6098
- [6] Totsuka K, Kobayashi N, Tomita M 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 213904
- [7] Rose H A, Mounaix P 2011 *Phys. Plasmas* **18** 042109
- [8] Liu L Q, Zhang Y, Geng Y C, Wang W Y, Zhu Q H, Jing F, Wei X F, Huang W Q 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 164201 (in Chinese) [刘兰琴, 张颖, 耿远超, 王文义, 朱启华, 景峰, 魏晓峰, 黄晚晴 2014 物理学报 **63** 164201]
- [9] Qi X Y, Cao Z, Bai J T 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064217 (in Chinese) [齐新元, 曹政, 白晋涛 2013 物理学报 **62** 064217]
- [10] Zhang L S, Yang L J, Li X L, Han L, Li X W, Guo Q L, Fu G S 2007 *Acta Opt. Sin.* **27** 1305 (in Chinese) [张连水, 杨丽君, 李晓莉, 韩理, 李晓苇, 郭庆林, 傅广生 2007 光学学报 **27** 1305]
- [11] Li X L, Zhang L S, Yang B Z, Yang L J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 7008 (in Chinese) [李晓莉, 张连水, 杨宝柱, 杨丽君 2010 物理学报 **59** 7008]
- [12] Wang L, Hu X M 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2551 (in Chinese) [王丽, 胡响明 2004 物理学报 **53** 2551]
- [13] Li X L, Shang Y X, Sun J 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 064202 (in Chinese) [李晓莉, 尚雅轩, 孙江 2013 物理学报 **62** 064202]
- [14] Tang H, Wang D L, Zhang W X, Ding J W, Xiao S G 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 034202 (in Chinese) [唐宏, 王登龙, 张蔚曦, 丁建文, 肖思国 2017 物理学报 **66** 034202]



- [15] Zhu K Z, Jia W G, Zhang K, Yu Y, Zhang J P 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 074204 (in Chinese) [朱坤占, 贾维国, 张魁, 于宇, 张俊萍 2016 物理学报 **65** 074204]
- [16] Xi T T, Zhang J, Lu X, Hao Z Q, Yang H, Dong Q L, Wu H C 2006 *Chin. Phys.* **15** 2025
- [17] Ponomarenko S A, Agrawal G P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 013901
- [18] Gao X H, Zhang C Y, Tang D, Zheng H, Lu D Q, Hu W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 044214 (in Chinese) [高星辉, 张承云, 唐冬, 郑晖, 陆大全, 胡巍 2013 物理学报 **62** 044214]
- [19] Du Y J, Xie X T, Yang Z Y, Bai J T 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 064202 (in Chinese) [杜英杰, 谢小涛, 杨战营, 白晋涛 2015 物理学报 **64** 064202]
- [20] Zhong W P, Huang H 1995 *Acta Opt. Sin.* **15** 202 (in Chinese) [钟卫平, 黄辉 1995 光学学报 **15** 202]
- [21] Jiang J H, Li Z P 2004 *Acta Phys. Sin.* **53** 2991 (in Chinese) [江金环, 李子平 2004 物理学报 **53** 2991]
- [22] Goldstein H 1950 *Classical Mechanics* (Cambridge, MA: Addison-Wesley) pp68–96
- [23] Wang Z X, Guo D R 2000 *Introduction to Special Function* (Beijing: Peking University Press) pp334–415 (in Chinese) [王竹溪, 郭敦仁 2000 特殊函数概论 (北京: 北京大学出版社) 第337—415页]

# Dissipative variational analysis for bounded dark solitons of electromagnetically induced transparency

Tan Kang-Bo<sup>†</sup> Lu Hong-Min Guan Qiao Zhang Guang-Shuo Chen Chong-Chong

(National Key Laboratory of Science and Technology on Antennas and Microwaves, Xidian University, Xi'an 710071, China)

( Received 1 December 2017; revised manuscript received 28 December 2017 )

## Abstract

Electromagnetically-controlled precision is one of novel topics in the electromagnetics. To realize the precision controlling of the electromagnetically complicated phenomenon, the systematic characteristics of medium environment needs considering. Based on the cancellation of interference caused by quantum coherence in the systematic environment of material, the electromagnetically-induced transparency (EIT) can be achieved. For this nonlinear phenomenon, due to the advancement of quantum spot and well, the controlling of the bounded state of quantum in various dimensions of semiconductor can be operated. So the solid system presents a clear superiority of controlling EIT. High power electromagnetic field excites the dynamic characteristics in solid material, which is the result of systematic reaction between field and material. Under the excitation of electromagnetic pulse, because of quantum coherence, the dual-well semiconductor has the ability to induce the dark state of solitons. In the study of the complicated system of multiple physical fields, two aspects need investigating further. Firstly, in the induction process of electromagnetic field and solid material, the features of high dispersion and nonlinear reaction appear increasingly. Thus, due to the environmental restriction on dispersion and nonlinear reaction, electromagnetic dissipation is a crucial point, which needs considering in the electromagnetically-controlled precision of the EIT. Secondly, compared with the formation of soliton, the coupling reaction of solitons under co-state is much complicated. The relation among these factors is necessary to be investigated in the formulation of soliton excitation. Therefore, a dual-well semiconductor is employed as solid environment to analyze the dynamic characteristics of dark solitons in the EIT. In order to achieve the controlling of precision and regulating of the effect, the environmental features of solid materials ought to be systematically considered. Accordingly, the variational method is utilized, through which the bounded action of dissipation and nonlinear coherence is effectively studied for the dark solitons under co-state, and under the condition of exciting dark soliton in the system of EIT. Using the density matrix and electric polarization, the spectrum of dynamic transmission deviation of EIT is calculated in the solid environment. With the assistance of relevant action principle, the bounded relation of dark solitons under co-state is practically investigated in the dissipative environment of solid system. In addition, the space-time trajectory is analyzed in the applicable region of characteristic equations of dark solution. The deduced result indicates that the systematical balance between dissipative weakening and coherent coupling supports the valuable approach to controlling the space-time evolution of dark solitons in precision. The results also show that the special effect has the potential applications in electromagnetically-controlled precision in the quantum information, ray sensor, controllable environment, etc.

**Keywords:** dark soliton, electromagnetic controlling, dissipation and coherence, variational

**PACS:** 42.65.Tg, 42.65.-k, 42.50.Gy

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172567

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [kbtan@mail.xidian.edu.cn](mailto:kbtan@mail.xidian.edu.cn)