

基于金刚石氮-空位色心自旋系综与超导量子电路混合系统的量子节点纠缠

李雪琴 赵云芳 唐艳妮 杨卫军

Entanglement of quantum node based on hybrid system of diamond nitrogen-vacancy center spin ensembles and superconducting quantum circuits

Li Xue-Qin Zhao Yun-Fang Tang Yan-Ni Yang Wei-Jun

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 67, 070302 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172634

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172634>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I7>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[多量子比特核磁共振体系的实验操控技术](#)

Experimental technique for multi-qubit nuclear magnetic resonance system

物理学报.2017, 66(15): 150302 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.150302>

[一维相位缺陷量子行走的共振传输](#)

Resonance transmission of one-dimensional quantum walk with phase defects

物理学报.2016, 65(6): 060301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.060301>

[Ising 耦合体系中量子傅里叶变换的优化](#)

Time-optimized quantum QFT gate in an Ising coupling system

物理学报.2015, 64(17): 170301 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.170301>

[光子两自由度超并行量子计算与超纠缠态操控](#)

Hyper-parallel photonic quantum computation and manipulation on hyperentangled states

物理学报.2015, 64(16): 160303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.160303>

[表面离子阱的衬底效应模型研究及新型离子阱设计](#)

Substrate effect on surface-electrode ion trap and hybrid design for ion trap

物理学报.2014, 63(6): 060303 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.060303>

基于金刚石氮-空位色心自旋系综与超导量子电路混合系统的量子节点纠缠

李雪琴[†] 赵云芳 唐艳妮 杨卫军

(火箭军工程大学基础部, 西安 710025)

(2017年12月11日收到; 2018年1月7日收到修改稿)

量子纠缠是实现量子计算和量子通信的核心基础, 本文提出了在金刚石氮-空位色心(NV centers)自旋系综与超导量子电路耦合的混合系统中实现两个分离量子节点之间纠缠的理论方案. 在该混合系统中, 把金刚石NV centers自旋系综和与之耦合的超导共面谐振器视为一个量子节点, 两个量子节点之间通过一个空的超导共面谐振器连接. 具有较长相干时间的NV centers自旋系综作为一个量子存储器, 用于制备、存储和发送量子信息; 易于外部操控的超导量子电路可执行量子逻辑门操作, 快速调控量子信息. 为了实现两个分离量子节点之间的纠缠, 首先对系统的哈密顿量进行正则变换, 将其等价于两个NV centers自旋系综与同一个超导共面谐振器之间的JC耦合; 然后采用NV centers自旋-光子混合比特编码的方式, 通过调节超导共面谐振器的谐振频率, 精确控制体系演化时间, 高保真度地实现了两个分离量子节点之间的量子纠缠. 本方案还可以进一步扩展和集成, 用于构建多节点纠缠的分布式量子网络.

关键词: 金刚石氮-空位色心, 超导量子电路, 量子节点, 量子纠缠

PACS: 03.67.Lx, 42.50.Ex, 42.50.Dv

DOI: 10.7498/aps.67.20172634

1 引言

实现量子信息处理, 至少需要构造一个可靠的量子存储器, 用以存储、接收和发送量子信息; 另外, 还需要一个量子逻辑门用以操控量子信息^[1]. 量子信息技术的关键在于如何保持量子器件的量子相干特性, 以及在集成芯片上实现多个量子存储器(或量子节点)之间的量子纠缠^[2]. 氮空位色心(NV center)由金刚石晶体中一个替代碳原子的氮原子和一个邻近的空穴构成^[3,4], 被认为是实现固态量子信息处理的理想选择之一^[5,6]. 金刚石NV center的电子自旋基态可视为较理想的量子比特^[7], 一是因为其具有较长的相干时间, 在室温条件下能够达到毫秒量级, 在极低温度下可以达到几秒甚至是几十秒^[8]; 二是对于编码在NV center基态的量子比特, 不仅能够利用激光对其进行初始

化、测量和读取^[9], 还可以通过微波对其进行量子操控^[10]. 因此NV center作为固态量子器件广泛用于量子信息研究领域, 并取得了一系列有应用价值的研究成果.

分离量子节点之间的纠缠是实现量子信息处理的前提条件, 相干性较好的金刚石NV center也就成为研究量子节点纠缠的热门系统. 同一个金刚石中两个相距10 nm的NV centers能够通过磁耦合产生纠缠^[11], 但两个分离金刚石中的NV centers却很难产生纠缠. 此外, 两个分离的NV centers与同一个球形微波腔的耦合系统, 可以通过拉曼跃迁的方法实现分离NV centers之间的纠缠, 但是由于微波腔的耗散而达不到期望的耦合强度^[12]. 然而, 固态的金刚石NV centers自旋系综不需要特殊的囚禁技术就可以与超导谐振器发生频率为GHz的共振耦合, 且耦合强度能够达到 $g_{\text{ens}}/2\pi = 11 \text{ MHz}$ ^[13]. 在这种耦合系统中, 相干时

[†] 通信作者. E-mail: lixueqinvt@sina.com

间较长的金刚石 NV centers 作为量子信息存储器, 易于通过外部电路调控的超导谐振器来执行量子逻辑门操作, 以此实现分离量子节点之间的纠缠. 这种混合系统兼具了各个子系统的优点, 不仅相干性好、易于操控, 并且具有可观的集成性^[14–17]. 基于金刚石 NV centers 与超导量子电路耦合的混合系统, 在量子信息的存储、读取和操控方面已取得了不少令人瞩目的进展^[18–20], 并实现了量子 CZ 门^[21] 和 Dicke 点阵模型^[22]. 混合量子电路中这些研究成果为实现分离节点之间的量子纠缠和建立可拓展的量子信息处理系统奠定了基础.

本文提出采用自旋-光子混合比特编码的方式, 在金刚石 NV centers 自旋系综与超导共面谐振器的耦合系统中实现分离量子节点之间的纠缠, 物理模型如图 1 所示. 在此系统中, 把金刚石 NV centers 自旋系综和与之耦合的超导共面谐振器视为一个量子节点, 节点之间空的超导共面谐振器可作为一个量子通道. 在量子节点中, 具有较长相干时间的 NV centers 自旋系综可看作一个量子存储器用于制备、存储和发送量子信息, 而易于外部操控的超导共面谐振器可执行量子逻辑门操作. 在 NV centers 自旋-光子混合比特编码中, 由于 NV centers 自旋系综与光子具有相同的自由度^[17], 所以只需要通过操控系统的超导电路, 调节超导谐振器的频率使之达到预设值, 并精确控制体系演化时

间, 就能实现分离量子节点之间的量子纠缠. 这种混合体系不仅融合了金刚石 NV centers 良好的相干特性, 并且兼具了超导量子电路易于通过外部电磁场操控的特性. 此外, 该混合量子电路系统还具有良好的集成性和扩展性, 可用于构建分布式量子网络^[23], 以实现多个量子节点之间的量子信息传输以及量子纠缠.

2 系统模型及哈密顿量

方案的物理模型如图 1 所示, 三个超导共面谐振器 (superconducting coplanar resonator, SCR) 之间通过超导量子干涉器件 (superconducting quantum interference device, SQUID) 连接, SQUID 在这里的作用是调节 SCR 的频率. 处于两端的两个超导共面谐振器 SCR1 和 SCR2 分别与两个金刚石 NV centers 自旋系综 (NV centers spin ensemble, NVE) NVE1, NVE2 耦合, NVE1-SCR1, NVE2-SCR2 可分别看作两个量子节点. 中间的 SCRc 为一个空的超导共面谐振器, 可作为微波光子通道. 由于超导共面谐振器激发的微波光子与周围环境的耦合较小, 空间传播速度快且具有很好的相干性, 因此本方案利用 NVE 与 SCR 在共振条件下产生的微波光子实现两个分离量子节点之间的纠缠.

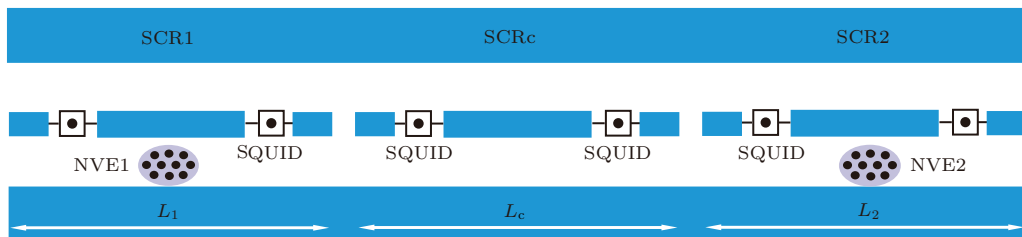


图 1 NV centers 自旋系综与超导共面谐振器耦合的混合量子电路系统

Fig. 1. Hybrid quantum circuits with NV centers spin ensembles coupled to superconducting coplanar resonators.

金刚石 NV center 的基态为自旋三重态, 在无外界电磁场影响的情况下, 自旋 $m_s = 0$ 态和简并态 $m_s = \pm 1$ 之间的能级劈裂为 $D_{gs} = 2.88 \text{ GHz}$ ^[5], 可分别用基态 $|g\rangle$ 和激发态 $|e\rangle$ 表示 NV center 的基态电子能级 $|^3A, m_s = 0\rangle$ 和 $|^3A, m_s = \pm 1\rangle$, 如图 2 所示.

为了增强系统内部的耦合强度, 选择包含 N 个无相互作用的 NVE 与 SCR 耦合, 每个 NVE 被放置在 SCR 内部耦合强度最大的电磁节点处.

SCR 之间的 SQUID 不仅能起到连接相邻两个超导共面谐振器的作用, 而且还可以通过调节穿过 SQUID 环中的磁通量调控每个 SCR 的频率 $\omega_R(\phi)$,

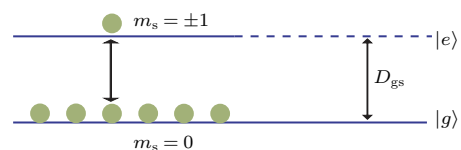


图 2 NV center 的能级结构

Fig. 2. Energy level structure of NV center.

使其与NVE发生共振耦合. 在每个节点中NVE与SCR都是通过磁偶极发生耦合, 而且耦合强度为 $g_{\text{ens}}/2\pi = 11 \text{ MHz}$ ^[13], 整个系统的哈密顿量可表示为

$$H = H_N + H_C + H_{\text{NC}} + H_{\text{IC}}, \quad (1)$$

第一项 $H_N = \sum_{j=1}^2 \frac{1}{2} \hbar \omega_{\text{N}j} S_j^z$ 表示两个节点中金刚石NV centers自旋系综的哈密顿量之和, 其中 $S^l = \sum_{i=1}^N \tau_i^l$ ($l = z, \pm$)为NVE的集体自旋算符, 并且 $\tau_i^z = |e\rangle_i \langle e| - |g\rangle_i \langle g|$, $\tau_i^+ = |e\rangle_i \langle g|$, $\tau_i^- = |g\rangle_i \langle e|$; 第二项 $H_C = \hbar \omega_{\text{R}1} a_1^\dagger a_1 + \hbar \omega_{\text{R}2} a_2^\dagger a_2 + \hbar \omega_{\text{R}c} a_c^\dagger a_c$ 表示三个超导共面谐振器的自由哈密顿量之和, 其中 $\omega_{\text{R}j} = 2\pi/\sqrt{F_j C_j}$ ($j = 1, 2, c$)为SCR的频率, F_j 为超导共面谐振器的电感, C_j 为电容, a_j^\dagger (a_j)分别为SCR腔模的产生(湮灭)算符; 第三项

$$H_{\text{NC}} = \sum_{j=1}^2 \hbar \frac{G_j}{\sqrt{N_j}} (S_j^- a_j^\dagger + \text{H.c.})$$

表示在两个节点中NVE与SCR之间的耦合相互作用哈密顿量之和, 其中 S_j^\pm ($j = 1, 2$)表示第 j 个NVE的集体升降算符, $G_j = g\sqrt{N}$ 为包含 N 个NV centers自旋系综的集体激发耦合强度, g 是单个NV center与SCR的耦合强度; 最后一项为相邻SCR之间通过电容耦合的相互作用哈密顿量,

$$H_{\text{IC}} = \hbar [a_c (v_1 a_1^\dagger + v_2 a_2^\dagger) + \text{H.c.}],$$

其中

$$v_j = \sqrt{\frac{\omega_{\text{R}j} \omega_{\text{R}c}}{C_j C_c}} \quad (j = 1, 2)$$

为相邻超导共面谐振器之间的耦合强度. 在相互作用绘景中, 做么正变换, 可得系统的哈密顿量为

$$\begin{aligned} H_1 &= e^{iH_0 t} H_1 e^{-iH_0 t} \\ &= \left[\frac{G_1}{\sqrt{N_1}} S_1^- a_1^\dagger e^{i(-\omega_{\text{N}1} + \omega_{\text{R}1})t} \right. \\ &\quad + \frac{G_2}{\sqrt{N_2}} S_2^- a_2^\dagger e^{i(-\omega_{\text{N}2} + \omega_{\text{R}2})t} \\ &\quad + v_1 a_c^\dagger a_1 e^{i(\omega_{\text{R}c} - \omega_{\text{R}1})t} \\ &\quad \left. + v_2 a_c^\dagger a_2 e^{i(\omega_{\text{R}c} - \omega_{\text{R}2})t} \right] + \text{H.c.}, \quad (2) \end{aligned}$$

式中系统自由哈密顿量 $H_0 = H_N + H_C$, 相互作用哈密顿量 $H_1 = H_{\text{NC}} + H_{\text{IC}}$; 在每个节点中, 只要通过调节电路中的SQUID, 使超导共面谐振器的频率等于该谐振器中NVE电子自旋基态与激

发态之间的能级差, 即 $\omega_{\text{N}1} = \omega_{\text{R}1}, \omega_{\text{N}2} = \omega_{\text{R}2}$, 并且使三个超导共面谐振器彼此共振耦合, 即 $\omega_{\text{R}1} = \omega_{\text{R}2} = \omega_{\text{R}c}$. 然后利用旋波近似法, 忽略系统哈密顿量中的高频振荡项, 从而得到系统的相互作用哈密顿量为(取 $\hbar = 1$)

$$\begin{aligned} H_1 &= g_1 (S_1^- a_1^\dagger + S_1^+ a_1) + g_2 (S_2^- a_2^\dagger + S_2^+ a_2) \\ &\quad + v_1 (a_c a_1^\dagger + a_c^\dagger a_1) + v_2 (a_c a_2^\dagger + a_c^\dagger a_2). \quad (3) \end{aligned}$$

3 量子节点之间的纠缠

3.1 系统哈密顿量的正则变换

利用Holstein-Primakoff变换^[24], 把NVE的集体自旋算符 S_j^\pm ($j = 1, 2$)用玻色算符 b^\dagger, b 表示为

$$\begin{aligned} S^+ &= b^\dagger \sqrt{N - b^\dagger b} \simeq \sqrt{N} b^\dagger, \\ S^- &= b \sqrt{N - b^\dagger b} \simeq \sqrt{N} b, \\ S^z &= \left(b^\dagger b - \frac{N}{2} \right), \quad (4) \end{aligned}$$

其中玻色算符 b^\dagger, b 在少数粒子自旋激发情况下满足关系 $[b, b^\dagger] \simeq 1$, 所以在(3)式中系统相互作用哈密顿量 H_1 可转换为

$$\begin{aligned} H_2 &= G_1 (a_1^\dagger b_1 + a_1 b_1^\dagger) + G_2 (a_2^\dagger b_2 + a_2 b_2^\dagger) \\ &\quad + v_1 (a_1^\dagger a_c + a_1 a_c^\dagger) + v_2 (a_2^\dagger a_c + a_2 a_c^\dagger), \quad (5) \end{aligned}$$

其中 $G_1 = g_1 \sqrt{N_1}, G_2 = g_2 \sqrt{N_2}$. 为了最终实现量子节点之间的纠缠, 还需要对系统的哈密顿量做正则变换. 首先引入如下算符:

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{2} (C_+ + C_- + \sqrt{2}C), \\ a_2 &= \frac{1}{2} (C_+ + C_- - \sqrt{2}C), \\ a_c &= \frac{1}{\sqrt{2}} (C_+ - C_-). \quad (6) \end{aligned}$$

经过上面的算符变换, 可以得到三个新的标准腔模算符 C, C_\pm , 把(6)式代入到(5)式中, 经过正则变换, 系统的哈密顿量 H_2 在相互作用表象下又可表示为

$$\begin{aligned} H_3 &= \frac{1}{2} [(G_1 b_1 (C_+^\dagger + C_-^\dagger + \sqrt{2}C^\dagger) \\ &\quad + G_2 b_2 (C_+^\dagger + C_-^\dagger - \sqrt{2}C^\dagger)) + \text{H.c.}] \\ &\quad + \sqrt{2\nu} (C_+ C_+^\dagger - C_- C_-^\dagger). \quad (7) \end{aligned}$$

在上式中, 已假定相邻超导共面谐振器之间的耦合强度是相等的, 即 $\nu_1 = \nu_2 = \nu$. 由于标准腔模 C, C_\pm 对应的频率分别为 $\omega_c, \omega_c \pm \sqrt{2}\nu$, 但是其中只有一个腔模能与NVE发生共振耦合, 而其他两

个腔模与NVE都是失谐的. 当NVE与腔模 C 共振时, 腔模 C_{\pm} 与NVE是失谐非共振的, 当相邻腔模之间的耦合强度远远大于NVE与腔模之间的耦合强度时, 即 $\nu \gg \{G_1, G_2\}$, 非共振腔模 C_{\pm} 的激发被抑制, 可以直接忽略两个与NVE失谐的腔模, 系统简化为两个NVE与一个超导共面谐振器单模腔的共振耦合, 所以只需要考虑标准腔模 C 与两个NVE的共振耦合作用. 因此, 系统的哈密顿量可表示为

$$H_4 = \frac{1}{\sqrt{2}} [G_1(b_1 C^\dagger + b_1^\dagger C) + G_2(b_2 C^\dagger + b_2^\dagger C)]. \quad (8)$$

上式可看作一个单模腔与两个二能级原子之间的JC耦合相互作用, 并且暂不考虑NVE和超导共面谐振器的耗散影响.

3.2 混合量子比特编码

通过上述计算分析, 该方案的物理模型最终可以合理简化为一个单模超导共面谐振器与两个NVE之间的共振耦合系统, 在此系统中重新定义量子比特: 单模超导共面谐振器 C 的真空态定义为 $|0\rangle_c$; 单模超导共面谐振器 C 中有一个微波光子定义为 $|1\rangle_c$; 任意一个NVE处于其集体激发模的基态时定义为 $|0\rangle_i (i = 1, 2)$; 任意一个NVE吸收一个微波光子而跃迁到其集体激发模的激发态时, 则定义为 $|1\rangle_i (i = 1, 2)$.

假设超导共面谐振器的品质因子非常高, 不会有光子从谐振器中泄露出去, 那么在单激发情况下, 体系就会有如下三种状态:

$$\begin{aligned} |\phi_1\rangle &= |0\rangle_c |0\rangle_1 |1\rangle_2, \quad |\phi_2\rangle = |0\rangle_c |1\rangle_1 |0\rangle_2, \\ |\phi_3\rangle &= |1\rangle_c |0\rangle_1 |0\rangle_2. \end{aligned} \quad (9)$$

上述三个状态表示体系中激发的一个微波光子可能存在于超导共面谐振器中, 也可能被任意一个NVE吸收后从其基态跃迁到激发态.

3.3 量子节点之间纠缠态的制备

在(9)式所示的单激发基矢下, 系统的哈密顿量可表示为

$$H = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -\frac{1}{\sqrt{2}}G_2 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}G_1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}}G_2 & \frac{1}{\sqrt{2}}G_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (10)$$

此哈密顿量在三个基矢下所对应的本征值分别为

$$\begin{aligned} E_1 &= 0, \\ E_2 &= -\frac{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}}{\sqrt{2}}, \\ E_3 &= \frac{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}}{\sqrt{2}}. \end{aligned} \quad (11)$$

与此本征值相应的本征态用单激发基矢表示为:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \frac{G_2}{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}} |\phi_1\rangle + \frac{G_1}{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}} |\phi_2\rangle, \\ \psi_2 &= -\frac{G_1}{\sqrt{2(G_1^2 + G_2^2)}} |\phi_1\rangle + \frac{G_2}{\sqrt{2(G_1^2 + G_2^2)}} |\phi_2\rangle \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_3\rangle, \\ \psi_3 &= \frac{G_1}{\sqrt{2(G_1^2 + G_2^2)}} |\phi_1\rangle - \frac{G_2}{\sqrt{2(G_1^2 + G_2^2)}} |\phi_2\rangle \\ &\quad + \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_3\rangle. \end{aligned} \quad (12)$$

假定体系初态为 $|\psi(t=0)\rangle = |0\rangle_c |1\rangle_1 |0\rangle_2$, 利用时间演化算符, 可以得到体系任意时刻所处的状态为

$$\begin{aligned} |\psi(t)\rangle &= \sum_{i=1}^3 |\psi_i\rangle \langle \psi_i | \phi_2 \rangle e^{-iE_i t} \\ &= \frac{G_1 G_2 - G_1 G_2 \cos(\sqrt{(G_1^2 + G_2^2)/2}t)}{G_1^2 + G_2^2} |\phi_1\rangle \\ &\quad + \frac{G_1^2 + G_2^2 \cos(\sqrt{(G_1^2 + G_2^2)/2}t)}{G_1^2 + G_2^2} |\phi_2\rangle \\ &\quad + \frac{iG_2 \sin(\sqrt{(G_1^2 + G_2^2)/2}t)}{\sqrt{G_1^2 + G_2^2}} |\phi_3\rangle. \end{aligned} \quad (13)$$

当体系选取的参数满足 $G_1 = (1 + \sqrt{2})G_2$, 并且 $G_2 t = \frac{k\pi}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}$, 其中 $k = 1, 3, 5, \dots$, 体系所处的状态为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{\text{Bell}}^+ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\phi_2\rangle + |\phi_1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle_c \otimes (|1\rangle_1 |0\rangle_2 + |0\rangle_1 |1\rangle_2). \end{aligned} \quad (14)$$

当体系选取的参数满足 $G_1 = -(1 + \sqrt{2})G_2$, 并且 $G_2 t = \frac{k\pi}{\sqrt{2 + \sqrt{2}}}$, 其中 $k = 1, 3, 5, \dots$, 体系所处的状态为

$$\begin{aligned} |\psi\rangle_{\text{Bell}}^- &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\phi_2\rangle - |\phi_1\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} |0\rangle_c \otimes (|1\rangle_1 |0\rangle_2 - |0\rangle_1 |1\rangle_2). \end{aligned} \quad (15)$$

从(14)和(15)式可以看出, 当参数满足一定关系时, 系统可以演化为最大纠缠态 $|\psi\rangle_{\text{Bell}}^{\pm} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|1\rangle_1 |0\rangle_2 \pm |0\rangle_1 |1\rangle_2) \otimes |0\rangle_c$. 所以, 在实验中只要

调节超导共面谐振器的参数,使其与NVE的耦合强度 G_1, G_2 满足特定的关系,并且精确控制体系的演化时间,就可以使该方案中由NVE-SCR构成的两个量子节点之间实现最大纠缠.

4 系统耗散与纠缠保真度

上述所研究的节点之间量子纠缠是在理想系统中实现的,但在实验过程中,系统不可避免地会有耗散,例如NV center自旋的衰减, SQUID中量子隧穿的耗散,以及SQUID自身的退相位等,其耗散强度大约为几百kHz. 在强耦合系统中SQUID-SCR, NVE-SCR以及SCR-SCR之间的耦合强度是上述耗散率的1000倍甚至更高,所以这些耗散引起的消相干可以忽略. 只考虑超导共面谐振器的耗散,体系的主方程可以表示为

$$\dot{\rho} = -i[H, \rho] + \frac{\kappa}{2}D[C]\rho, \quad (16)$$

其中的算符 $D[A] = 2A\rho A^\dagger - A^\dagger A\rho - \rho A^\dagger A$, κ 为超导共面谐振器腔模 C 的耗散,体系的哈密顿量 H 的表达式为(8)式. 用 $F = |\langle \psi(t) | \psi \rangle_{\text{Bell}}|^2$ 描述纠缠态的保真度,假设体系初态为 $|\psi(0)\rangle = |0\rangle_c |0\rangle_1 |1\rangle_2$, 在共振相互作用条件下,得到最大纠缠态 $|\psi\rangle_{\text{Bell}}^+$ 的保真度 F 随时间变化的关系曲线如图3所示. 从图中可以看出,超导共面谐振器耗散的增大会使纠缠保真度明显减小,所以提高实验设备中超导共面谐振器的品质是提高纠缠保真度的必要前提.

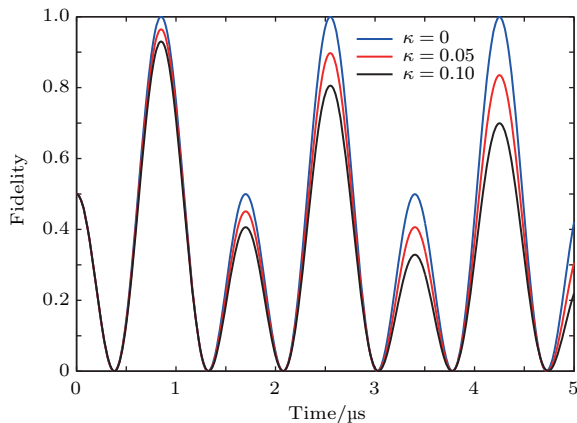


图3 不同耗散情况下纠缠态保真度随时间的变化
Fig. 3. The fidelity of quantum entanglement versus the time t with $\kappa = 0$ (blue), $\kappa = 0.05$ (red), and $\kappa = 0.10$ (black).

除了超导共面谐振器的耗散对纠缠态保真度有影响之外,体系内部之间的相互耦合强度也会

影响保真度. 当NVE与SCR之间的耦合强度满足 $G_1 = (1 + \sqrt{2})G_2$, 并且不考虑超导共面谐振器的耗散时,得到 $|\psi\rangle_{\text{Bell}}^+$ 的纠缠保真度为1,如图3中蓝色曲线所示. 但实际情况不仅存在超导共面谐振器的耗散,而且耦合强度 G_1, G_2 之间的关系可能因为实验误差有所变化,所以 $|\psi\rangle_{\text{Bell}}^+$ 的保真度一定是小于1的. 重新定义一个相对耦合强度 $\delta = G_1 - G_2/G_2$, 并模拟 δ 取不同值时保真度的变化趋势,如图4所示,在 $\kappa = 0.05$ 条件下,当 $\delta = \sqrt{2}$ 时保真度最大,可以达到0.9644. NVE和超导共面谐振器之间的磁耦合强度为 $g = 2\pi \times 11$ MHz时,实现节点之间纠缠所需要的时间大约为 $t = 0.8509$ μs ,而NVE的相干时间在室温下可长达2 ms,这就足以在系统的相干时间内完成多次节点之间的量子纠缠逻辑门操作. 因此该方案在目前实验条件下是实际可行的,如果尽可能提高超导共面谐振器的品质因子,减少系统其他方面的耗散,并精确控制体系的耦合参量和演化时间,就能够进一步提高量子节点之间的纠缠保真度.

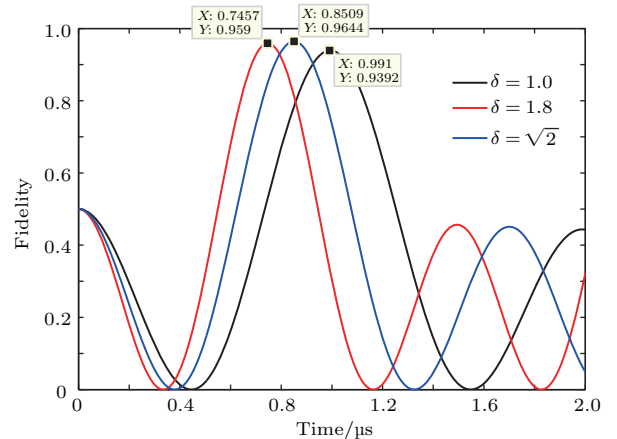


图4 当 $\kappa = 0.05$, δ 取不同值时纠缠保真度随时间的变化
Fig. 4. The fidelity of quantum entanglement versus the time t with $\delta = \sqrt{2}$ (blue), $\delta = 1.8$ (red), and $\delta = 1.0$ (black) in the case of $\kappa = 0.05$.

5 结论

量子纠缠是实现量子计算和量子通信的核心基础,本文提出了一种实现两个分离量子节点之间纠缠的理论方案. 在金刚石NV centers自旋系统与超导量子电路耦合的混合系统中,把一个NVE与一个超导共面谐振器的共振耦合子系统作为一个量子节点,两个量子节点之间通过一个空的超导共面谐振器连接. 首先对该混合系统的哈密顿

量进行正则变换, 将其等价于两个NVE与同一个超导共面谐振器之间的JC耦合模型, 然后采用NV centers自旋-光子混合比特编码的方式, 通过在特定参数条件下精确控制系统的动力学演化过程, 最终实现两个分离量子节点之间的纠缠. 通过模拟分析, 即使系统存在耗散和相对耦合强度误差, 仍然能够在NV centers相干时间内高保真度地完成量子节点之间的纠缠. 该方案还可以进一步扩展, 在金刚石NV centers自旋系统与超导量子电路耦合的混合系统中, 将两个量子节点扩展到三个、五个甚至更多, 构造出包含更多量子节点的分布式量子网络模型, 通过操控系统的外电路使得这些量子节点之间产生相互纠缠或实现量子隐形传态, 这也是我们下一步的研究计划. 总之, 本文为实现分离量子节点之间的纠缠提供了切实可行的方法, 在量子信息研究领域具有潜在的应用价值.

参考文献

- [1] Ladd T D, Jelezko F, Laflamme R, Nakamura Y, Monroe C, O'Brien J L 2010 *Nature* **464** 45
- [2] Bennett C H, DiVincenzo D P 2000 *Nature* **404** 247
- [3] Childress L, Gurudev Dutt M V, Taylor J M, Zibrov A S, Jelezko F, Wrachtrup J, Hemmer P R, Lukin M D 2006 *Science* **314** 281
- [4] Rabl P, Kolkowitz S J, Koppens F H L, Harris J G E, Zoller P, Lukin M D 2010 *Nat. Phys.* **6** 602
- [5] Stoneham M 2009 *Physics* **2** 34
- [6] Englund D, Shields B, Rivoire K, Hatami F, Vučković J, Park H, Lukin M D 2010 *Nano Lett.* **10** 3922
- [7] Santori C, Tamarat P, Neumann P, Wrachtrup J, Fattal D, Beausoleil R G, Rabeau J, Olivero P, Greentree A D, Prawer S, Jelezko F, Hemmer P 2006 *Phys. Rev. Lett.* **97** 247401
- [8] Harrison J, Sellars M J, Manson N B 2006 *Diamond and Related Materials* **15** 586
- [9] Fuchs G D, Dobrovitski V V, Toyli D M, Heremans F J, Awschalom D D 2009 *Science* **326** 1520
- [10] Fuchs G D, Dobrovitski V V, Hanson R, Batra A, Weis C D, Schenkel T, Awschalom D D 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 117601
- [11] Balasubramanian G, Neumann P, Twitchen D, Markham M, Kolesov R, Mizuochi N, Isoya J, Achard J, Beck J, Tissler J, Jacques V, Hemmer P R, Jelezko F, Wrachtrup J 2009 *Nature Materials* **8** 383
- [12] Xiao Y F, Zou C L, Li B B, Li Y, Dong C H, Han Z F, Gong Q H 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 153902
- [13] Kubo Y, Ong F R, Bertet P, Vion D, Jacques V, Zheng D, Dréau A, Roch J F, Auffeves A, Jelezko F, Wrachtrup J, Barthe M F, Bergonzo P, Esteve D 2010 *Phys. Rev. Lett.* **105** 140502
- [14] Roos C F, Lancaster G P T, Riebe M, Häffner H, Hänsel W, Gulde S, Becher C, Eschner J, Schmidt-Kaler F, Blatt R 2004 *Phys. Rev. Lett.* **92** 220402
- [15] DiCarlo L, Chow J M, Gambetta J M, Bishop L S, Johnson B R, Schuster D I, Majer J, Blais A, Frunzio L, Girvin S M, Schoelkopf R J 2009 *Nature* **460** 240
- [16] Fink J M, Bianchetti R, Baur M, Göppl M, Steffen L, Filipp S, Leek P J, Blais A, Wallraff A 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 083601
- [17] Xiang Z L, Ashhab S, You J Q, Nori F 2013 *Rev. Mod. Phys.* **85** 623
- [18] Kubo Y, Grezes C, Dewes A, Umeda T, Isoya J, Sumiya H, Morishita N, Abe H, Onoda S, Ohshima T, Jacques V, Dréau A, Roch J F, Diniz I, Auffeves A, Vion D, Esteve D, Bertet P 2011 *Phys. Rev. Lett.* **107** 220501
- [19] Chen Q, Yang W L, Feng M 2012 *Phys. Rev. A* **86** 022327
- [20] Xiang Z L, Lü X Y, Li T F, You J Q, Nori F 2013 *Phys. Rev. B* **87** 144516
- [21] Carretta S, Chiesa A, Troiani F, Gerace D, Amoretti G, Santini P 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 110501
- [22] Zou L J, Marcos D, Diehl S, Putz S, Schmiedmayer J, Majer J, Rabl P 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 023603
- [23] Felicetti S, Sanz M, Lamata L, Romero G, Johansson G, Delsing P, Solano E 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 093602
- [24] Hammerer K, Sørensen A S, Polzik E S 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 1041

Entanglement of quantum node based on hybrid system of diamond nitrogen-vacancy center spin ensembles and superconducting quantum circuits

Li Xue-Qin[†] Zhao Yun-Fang Tang Yan-Ni Yang Wei-Jun

(Department of Basic Courses, Rocket Forces Engineering University, Xi'an 710025, China)

(Received 11 December 2017; revised manuscript received 7 January 2018)

Abstract

Quantum entanglement is a kernel of quantum computation and quantum communication. We introduce a theoretical scheme to achieve the entanglement between two separated quantum nodes in a hybrid system. The proposed hybrid system based on diamond nitrogen-vacancy (NV) center spin ensemble is coherently coupled to a superconducting quantum circuit consisting of two quantum nodes and a quantum channel. Each node in our setup is composed of an NV center spin ensemble magnetically coupled to a superconducting coplanar resonator. The NV center spin ensemble composed of N identical and non-interacting NV spins, is placed in the magnetic field antinode of the superconducting coplanar resonator where the coupling is maximized. An array of superconducting quantum interference devices (SQUIDs) is inserted in the central conductor of resonator to make its frequency tunable with the magnetic flux threading through the SQUID loops. This flux is generated by passing current through an on-chip wire, so that the resonator can be brought in resonance with the NV center spins without changing their Zeeman splitting. Quantum qubits encoded into two separate nodes are connected by a vacuum superconducting coplanar resonator that is used as a quantum channel. This setup can potentially take the best elements of each individual system: NV center spin ensemble with longer coherence time capable of preparing, storing and releasing photonic quantum information, and the superconducting quantum circuits are easy to manipulate externally and can perform quantum logic gates to control quantum information rapidly. In order to realize the entanglement between two separated quantum nodes, firstly, we make a canonical transformation and obtain the Hamiltonian of the system that is reduced to two NV center spin ensembles resonantly coupled to a single mode of the superconducting coplanar resonator. Then we put forward the hybrid NV center spin-photon qubit encoding. In this hybrid encoding, the NV center spin and photon degrees of freedom enter on an equal footing into the definition of the qubit, in which case, quantum channel will switch on when three superconducting coplanar resonators are in resonance with each other, and all the manipulations can perform simply by tuning the frequencies of the superconducting coplanar resonators. Under the precise control of the evolution time, high fidelity entanglement between two separated quantum nodes is achieved. We show that this proposal can provide high fidelity quantum entanglement under realistic conditions, both in the resonant and the dispersive interaction cases. This hybrid quantum system will exhibit long coherence time and possess features like easy fabrication, integratability, and potential scalability. Furthermore, the quantum node composed of an NV center spin ensemble magnetically coupled to a superconducting coplanar resonator can be respectively integrated, which has practical applications in the realization of quantum information transmission and quantum entanglement among multiple quantum nodes.

Keywords: diamond NV centers, superconducting quantum circuits, quantum nodes, quantum entanglement

PACS: 03.67.Lx, 42.50.Ex, 42.50.Dv

DOI: [10.7498/aps.67.20172634](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172634)

[†] Corresponding author. E-mail: lixueqinvt@sina.com