

考虑谐波相互作用的行波管欧拉非线性理论模型

邱海舰 胡玉禄 胡权 朱小芳 李斌

Nonlinear theory considering harmonic interaction using Eulerian hydrodynamic analysis

Qiu Hai-Jian Hu Yu-Lu Hu Quan Zhu Xiao-Fang Li Bin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 088401 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20180024

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20180024>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I8>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[螺旋线行波管三维返波相互作用理论与数值模拟](#)

Study of three-dimensional nonlinear backward-wave interaction model and numerical simulation for helical traveling wave tube

物理学报.2017, 66(2): 028401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.028401>

[新型全腔输出半透明阴极相对论磁控管的理论和数值研究](#)

Theoretical and numerical investigations of the novel relativistic magnetron using all-cavity output and semi-transparent cathode

物理学报.2016, 65(24): 248401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.248401>

[传输矩阵法在行波管内部反射引起的增益波动计算中的应用](#)

Application of transfer matrix method to calculating the effect of multiple internal reflections on the small signal gain ripple of TWT

物理学报.2016, 65(12): 128401 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.128401>

[S波段长脉冲相对论速调管放大器中杂模振荡导致的脉冲缩短抑制研究](#)

Investigation and suppression of pulse shortening problem caused by non-working mode self-excitation in an S-band long pulse relativistic klystron amplifier

物理学报.2014, 63(23): 238402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.238402>

[S波段四腔强流相对论速调管的设计和实验研究](#)

Experimental researches of a four-cavity intense relativistic klystron amplifier

物理学报.2014, 63(1): 018402 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.018402>

## 考虑谐波互作用的行波管欧拉非线性理论模型\*

邱海舰 胡玉禄† 胡权 朱小芳 李斌

(电子科技大学, 微波电真空器件国家级重点实验室, 成都 610054)

(2018年1月3日收到; 2018年1月18日收到修改稿)

基于拉格朗日体系的考虑谐波互作用的理论模型, 将离散的粒子近似处理为流体, 得到电子相位的连续分布函数. 对电子相位连续分布函数进行傅里叶一阶展开, 并结合贝塞尔母函数关系式, 建立了考虑谐波互作用的欧拉非线性理论模型. 应用考虑谐波互作用的欧拉非线性理论模型对一支L波段空间行波管和一支C波段空间行波管进行大信号分析, 并与拉格朗日理论模型进行对比. 结果表明: 在增益1 dB压缩点之前, 考虑谐波互作用的欧拉非线性理论模型与拉格朗日理论模型十分符合, 增益最大误差不超过4%. 考虑谐波互作用的欧拉非线性理论模型能够有效的对增益1 dB压缩点之前的谐波进行分析. 仿真结果验证了考虑谐波互作用的欧拉非线性理论模型的正确性和有效性. 考虑谐波互作用的欧拉非线性理论不但提供了一个谐波快速计算模型, 而且为后续研究行波管谐波的产生机理与抑制方法奠定了基础.

关键词: 行波管, 谐波互作用, 欧拉, 非线性理论

PACS: 84.40.Fe, 07.85.Qe

DOI: 10.7498/aps.67.20180024

## 1 引言

行波管(traveling wave tube, TWT)是使用最广泛的真空电子器件之一, 广泛应用于卫星通讯、雷达和电子对抗等领域. 其中空间行波管以其大功率、高效率、高可靠、长寿命以及抗辐射特性广泛应用于卫星和航天器的转发器、数据传输系统、卫星导航定位系统<sup>[1-6]</sup>. 随着用户对卫星高速数据传输需求的日益加剧, 对空间行波管功率、效率和线性度提出了越来越高的要求. 然而空间行波管的非线性注波相互作用将导致谐波的产生, 从而降低空间行波管的输出功率. 同时产生的谐波将与基波相互耦合, 产生互调产物, 进而增加系统的误码率<sup>[7]</sup>. 因此, 亟需对空间行波管的考虑谐波互作用机理进行研究. 对谐波互作用机理的研究首先需要建立考虑谐波互作用的非线性理论模型.

行波管考虑谐波互作用的非线性理论可分为基于欧拉体系的理论模型和基于拉格朗日体系的

理论模型. 一些早期的文献主要采用基于拉格朗日体系的非线性理论来研究谐波. 白安永等<sup>[8]</sup>、莫元龙和谢仲怜<sup>[9]</sup>以及Dionne<sup>[10]</sup>建立了考虑谐波的一维和二维的拉格朗日理论模型. Dionne<sup>[10]</sup>从仿真中发现谐波的产生与线路色散、谐波耦合阻抗以及增益的大小密切相关. 基于拉格朗日体系的理论模型<sup>[11-18]</sup>往往需要借助于数值计算来实现求解, 因而无法对谐波失真机理进行直接分析, 而基于欧拉体系的理论模型具有形式简单、易于解析求解的特点, 更适于对行波管谐波失真机理进行深入地解析研究<sup>[19]</sup>. 因此, 近年来许多学者采用基于欧拉体系的线性和非线性理论模型对行波管互作用机理进行研究. 关于基于欧拉体系的注波相互作用理论, Datta等<sup>[20-23]</sup>推导得到二阶逼近谐波解析解, 并采用信号注入技术对谐波进行抑制研究. Wöhlbier等<sup>[24-27]</sup>利用欧拉非线性MUSE模型对相位失真和谐波注入机理进行了理论分析. 胡玉禄等<sup>[28,29]</sup>建立了基于相位展开的欧拉非线性理论模型, 但该模型只能计算基波. 最近, Dong等<sup>[30]</sup>将速调管中

\* 国家自然科学基金(批准号: 61771105)和中央高校基本科研业务费(批准号: ZYGX2016J065, ZYGX2016J066)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: yuluhu@uestc.edu.cn

计算谐波的方法沿用到行波管,对C波段行波管电子群聚谐波分量进行理论分析,建立考虑谐波相互作用的欧拉小信号解析理论,仿真结果表明各次电流谐波在小信号区的计算结果与拉格朗日理论十分符合.然而,以上欧拉线性模型和欧拉非线性模型均无法对非线性相互作用区的谐波进行描述,因此亟需建立一个能够有效描述非线性区谐波相互作用的欧拉非线性理论模型.

本文在拉格朗日体系考虑谐波相互作用理论模型<sup>[16]</sup>的基础上,将离散的粒子近似处理为流体,得到电子相位的连续分布函数.然后对电子相位的连续分布函数进行傅里叶一阶展开,结合贝塞尔母函数关系式,最终建立了考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型.为验证考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型的正确性,以一支L波段空间行波管和一支C波段空间行波管<sup>[31]</sup>为例进行大信号分析,将考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型与拉格朗日理论模型进行对比.仿真结果表明:在增益1 dB压缩点之前,考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型与拉格朗日理论模型十分符合.考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型能对增益1 dB压缩点之前的谐波进行有效的模拟和分析.仿真结果验证了考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型的正确性和有效性.

## 2 理论模型

### 2.1 考虑谐波相互作用的拉格朗日理论模型

在考虑谐波相互作用拉格朗日理论模型<sup>[16]</sup>中,相位方程可表示为

$$\frac{d\psi_k(z)}{dz} = \omega_0 \left( \frac{1}{v_0} - \frac{1}{v_{zk}} \right), \quad (1)$$

式中 $\omega_0$ 为基波的角频率; $v_0$ 为电子的初速度; $v_{zk}$ 为第 $k$ 个电子在轴向位置 $z$ 处的速度; $\psi_k(z)$ 为电子相位.

考虑谐波相互作用的运动方程可表示为

$$\begin{aligned} \frac{d\gamma_k(z)}{dz} = \text{Re} \sum_n \left[ 2ia_n(z)e_2(z)e^{in\psi_k(z)} \right. \\ \left. - i\hat{Q}_q e^{in\psi_k(z)} \frac{1}{k} \sum_k e^{-i\psi_k(z)} \right], \\ n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $n$ 为谐波的次数; $\gamma_k(z)$ 是第 $k$ 个电子在 $z$ 处的相对论因子;Re为取实部运算符; $a_n(z)$ 为归一化

谐波场幅值; $c_0$ 为光速; $\theta = n\omega_0 z(1/V_{pc}c_0 - 1/v_0)$ 为场与电子的相位差, $e_2(z) = \left( \sqrt{k_z^2 K_c / 377} e^{i\theta} \right)$ , $\hat{Q}_q = \frac{8Ic_0R'}{I_A b^2 n \omega_0}$ 为空间电荷参量,其中 $k_z$ 为冷腔传播常数, $K_c$ 为线路的耦合阻抗, $I$ 为电子注电流, $b$ 为电子注半径, $V_{pc}$ 为归一化相速, $R'$ 为等离子体频率降低因子, $I_A = m_0 c_0^3 / q_0^2$ 为常量, $m_0$ 和 $q_0$ 分别为电子的质量和电荷.

通过联立一阶相位方程(1)式与一阶运动方程(2)式,消去相对论因子 $\gamma_k(z)$ ,简化后得到二阶运动方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\psi_k(z)}{dz^2} = C_0 \text{Re} \sum_n \left[ 2ia_n(z)e_2(z)e^{in\psi_k(z)} \right. \\ \left. - i\hat{Q}_q e^{in\psi_k(z)} \frac{1}{k} \sum_k e^{-i\psi_k(z)} \right], \\ n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (3)$$

式中系数 $C_0 = \left( \frac{\omega_0 c_0^2}{\gamma_0^3 v_0^3} \right)$ ; $\gamma_0$ 为初始相对论因子.

考虑谐波相互作用拉格朗日理论的场方程为

$$\begin{aligned} \left( \frac{\partial}{\partial z} + \alpha \right) a_n(z) = \frac{2\pi i I}{I_A} e_2^*(z) \left[ \frac{1}{k} \sum_k e^{-i\psi_k(z)} \right], \\ n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $I_A = m_0 c_0^3 / q_0^2$ , $\alpha$ 为衰减常数.

### 2.2 考虑谐波相互作用欧拉非线性理论模型的推导

为了建立考虑谐波相互作用欧拉非线性理论模型,采用傅里叶分析方法对拉格朗日理论电子相位进行展开,推导得到欧拉体系的考虑谐波相互作用运动方程和场方程.最后给出考虑谐波相互作用欧拉非线性理论的边界条件.

#### 2.2.1 相位的一阶傅里叶展开

基于精确的拉格朗日驻波相互作用理论,将离散的粒子近似处理为流体,得到其连续的电子相位分布函数 $\psi_k(z)$ .然后对其连续的电子相位分布函数进行傅里叶展开,这里对 $\psi_k(z)$ 取傅里叶一阶展开近似:

$$\psi_k(z) = \phi + A_0(z) + A_1(z)e^{i\phi} + A_1^*(z)e^{-i\phi}, \quad (5)$$

式中 $\phi$ 为电子相位的初始分布; $A_0(z)$ 和 $A_1(z)$ 分别为电子相位 $\psi_k(z)$ 的零阶和一阶空间谐波分量;上标\*表示变量的共轭.

将(5)式代入拉格朗日理论的运动方程(3)式, 然后方程两端同时对 $\phi$ 积分可得

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^2 [\phi + A_0(z) + A_1(z)e^{i\phi} + A_1^*(z)e^{-i\phi}]}{dz^2} d\phi \\ &= \int C_0 \text{Re} \sum_n \left[ 2ia_n(z)e_2(z)e^{in\psi_k(z)} \right. \\ & \quad \left. - i\hat{Q}_q e^{in\psi_k(z)} \frac{1}{k} \sum_k e^{-i\psi_k(z)} \right] d\phi, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (6)$$

对(6)式进行简化, 可得关于电子相位直流分量 $A_0(z)$ 的二阶微分方程:

$$\begin{aligned} \frac{d^2 A_0(z)}{dz^2} &= C_0 \text{Re} \sum_n 2ia_n(z)e_2(z) \\ & \quad \times \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)} d\phi, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (7)$$

再将(5)式代入拉格朗日理论的运动方程(3)中, 两边同时乘以 $e^{-i\phi}$ , 然后方程两端同时对 $\phi$ 积分可得

$$\begin{aligned} & \int \frac{d^2 [\phi e^{-i\phi} + A_0(z)e^{-i\phi} + A_1(z) + A_1^*(z)e^{-i2\phi}]}{dz^2} d\phi \\ &= \int C_0 e^{-i\phi} \text{Re} \sum_n \left[ 2ia_n(z)e_2(z)e^{in\psi_k(z)} \right. \\ & \quad \left. - i\hat{Q}_q e^{in\psi_k(z)} \frac{1}{k} \sum_k e^{-i\psi_k(z)} \right] d\phi, \quad n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (8)$$

对(8)式简化整理后, 可得关于电子相位一阶分量 $A_1(z)$ 的二阶微分方程:

$$\begin{aligned} & \frac{d^2 A_1(z)}{dz^2} \\ &= C_0 \sum_n \left[ ia_n(z)e_2(z) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)-i\phi} d\phi \right. \\ & \quad - ia_n^*(z)e_2^*(z) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)-i\phi} d\phi \\ & \quad - \frac{i}{2} \hat{Q}_q \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)-i\phi} d\phi \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)} d\phi \\ & \quad \left. + \frac{i}{2} \hat{Q}_q^* \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)-i\phi} d\phi \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)} d\phi \right], \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (9)$$

将(5)式代入拉格朗日理论中的场方程可得

$$\begin{aligned} \frac{da_n(z)}{dz} &= \frac{2\pi i I}{I_A} e_2^*(z) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)} d\phi - \alpha a_n(z), \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (10)$$

此时方程组(7), (9)和(10)是欧拉体系的理论模型. 下面将对方程组中的积分进行简化, 从而建立考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型.

### 2.2.2 积分的求解

本节将对方程组(7), (9)和(10)中的积分进行解析推导. 由于傅里叶一阶展开(5)式又可以表示为

$$\psi_k(z) = \phi + A_0(z) + |2A_1(z)| \cos(\phi + \zeta_1), \quad (11)$$

式中 $\zeta_1$ 为 $A_1(z)$ 的幅角.

将(11)式代入到积分 $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)} d\phi$ 可得

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)} d\phi \\ &= e^{in\phi + inA_0(z)} \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in|2A_1(z)| \cos(\phi + \zeta_1)} d\phi, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (12)$$

(12)式的积分需要结合贝塞尔母函数关系式进行推导, 通常贝塞尔母函数关系式可写为

$$e^{ix \cos \theta} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} J_m(x) i^m e^{im\theta}, \quad (13)$$

其中 $J_m(x)$ 为 $m$ 阶贝塞尔函数. 利用(13)式简化(12)式中的积分 $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in|2A_1(z)| \cos(\phi + \zeta_1)} d\phi$ , 发现仅当 $m = -n$ 时, 积分不为零, 于是

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in|2A_1(z)| \cos(\phi + \zeta_1)} d\phi \\ &= J_{-n}(n|2A_1(z)|) i^{-n} e^{-in(\phi + \zeta_1)}, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (14)$$

然后将(14)式代入(12)式, 简化后可求出积分的解析表达式:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z)} d\phi \\ &= i^{-n} J_{-n}(n|2A_1(z)|) e^{inA_0(z) - in\zeta_1}, \\ & n = 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (15)$$

同理可得方程组中其他几个积分的解析表达式:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)} d\phi \\ &= i^n J_n(-n|2A_1(z)|) e^{in\zeta_1 - inA_0(z)}, \\ & n = 1, 2, \dots, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{in\psi_k(z) - i\phi} d\phi \\ &= i^{1-n} J_{1-n}(n|2A_1(z)|) e^{inA_0(z) + i(1-n)\zeta_1}, \end{aligned}$$

$$n = 1, 2, \dots, \quad (17)$$

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-in\psi_k(z)-i\phi} d\phi = i^{n+1} J_{n+1}(-n|2A_1(z)|) e^{i(n+1)\zeta_1 - inA_0(z)}, \quad n = 1, 2, \dots \quad (18)$$

### 2.2.3 考虑谐波相互作用的欧拉非线性方程组

将(15)–(18)式代入到方程组(7), (9)和(10)中, 简化后可得考虑谐波相互作用的运动方程:

$$\frac{d^2 A_0(z)}{dz^2} = C_0 \operatorname{Re} \sum_n 2i^{1-n} a_n(z) e_2(z) J_{-n}(n|2A_1(z)|) \times e^{inA_0(z) - in\zeta_1}, \quad n = 1, 2, \dots; \quad (19)$$

$$\frac{d^2 A_1(z)}{dz^2} = C_0 \sum_n \left[ ia_n(z) e_2(z) i^{1-n} J_{1-n}(n|2A_1(z)|) \times e^{inA_0(z) + (1-n)i\zeta_1} - ia_n^*(z) e_2^*(z) i^{n+1} J_{n+1}(-n|2A_1(z)|) \times e^{-inA_0(z) + (n+1)i\zeta_1} - \frac{i}{2} \hat{Q}_q i J_{1-n}(n|2A_1(z)|) J_n(-n|2A_1(z)|) e^{i\zeta_1} + \frac{i}{2} \hat{Q}_q^* i J_{n+1}(-n|2A_1(z)|) J_{-n}(n|2A_1(z)|) e^{i\zeta_1} \right], \quad n = 1, 2, \dots \quad (20)$$

考虑谐波相互作用的场方程:

$$\frac{da_n(z)}{dz} = \frac{2\pi i^{n+1} I}{I_A} e_2^*(z) J_n(-n|2A_1(z)|) \times e^{in\zeta_1 - inA_0(z)} - \alpha a_n(z), \quad n = 1, 2, \dots \quad (21)$$

至此, 便建立了考虑谐波相互作用的欧拉非线性方程组(19)–(21)式.

### 2.2.4 边界条件

通常在相互作用初始位置, 电子注还未进行速度调制和密度调制. 因此可设置初始位置处的电子相位直流分量和电子相位一阶分量及其一阶导数为零. 因此有

$$A_0(z)|_{z=0} = 0; \quad \frac{dA_0(z)}{dz} \Big|_{z=0} = 0; \quad (22)$$

$$A_1(z)|_{z=0} = 0; \quad \frac{dA_1(z)}{dz} \Big|_{z=0} = 0. \quad (23)$$

通常场的基波初始值为 $a_0$ , 场的谐波初始值为0, 因此有

$$a_1(z)|_{z=0} = a_0;$$

$$a_n(z)|_{z=0} = 0, \quad n = 2, 3, 4, \dots \quad (24)$$

## 3 数值分析

本文基于精确的考虑谐波相互作用的拉格朗日理论模型, 对其电子相位进行傅里叶一阶展开, 建立了考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型. 为验证该考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型的正确性, 将其与精确的考虑谐波相互作用的拉格朗日理论模型[11,12]进行对比.

### 3.1 模拟结构

以一支L波段螺旋线空间行波管和一支C波段螺旋线空间行波管[31]为例进行非线性分析, 其相互作用结构采用均匀螺距分布, 高频结构如图1所示. 电参数和低频参数分别如表1和表2所列.

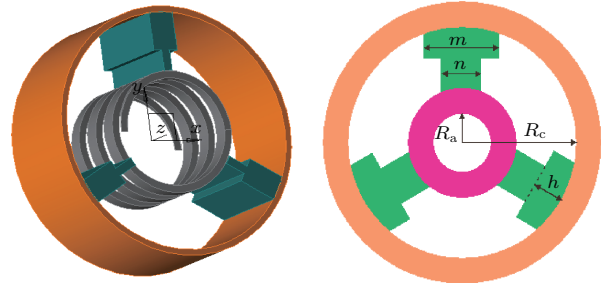


图1 高频结构

Fig. 1. High frequency structure.

表1 L波段行波管和C波段行波管的电参数  
Table 1. L-band and C-band TWT beam parameters.

参数	工作电压/V	电流/mA	电子注半径/mm
L波段行波管	3200	135	1.0
C波段行波管	2840	170	0.5

表2 L波段行波管和C波段行波管的高频参数  
Table 2. L-band and C-band TWT dispersion parameters.

参数	频率/GHz	归一化相速	耦合阻抗/ $\Omega$	衰减/ $\text{dB}\cdot\text{m}^{-1}$
L波段行波管	1.4	0.093875	192.822	4.18911
	2.8	0.087175	20.8576	13.8447
	4.2	0.083819	8.26320	19.9298
C波段行波管	5	0.085772	52.7915	23.9855
	10	0.081998	1.64872	51.2463
	15	0.081482	0.04766	77.5900

### 3.2 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性理论模型的对比

在L波段行波管中, 图2—图4分别对拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型在5, 10和15 GHz的功率、增益和相移进行对比. 在C波段行波管中, 图5—图7分别对拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型在1.4, 2.8和4.2 GHz的功率、增益和相移进行对比. 从对比图中可以看出, 在线性区到增益1 dB压缩点, 考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的功率、增益和相移与拉格朗日理论模型十分符合.

在饱和位置附近, 二者将产生一定差异, 差异主要源于以下两个方面: 1) 电子相位连续分布函数

$\psi_k(z)$ 的傅里叶展开式仅考虑了零阶分量 $A_0(z)$ 和一阶分量 $A_1(z)$ , 忽略了二阶及二阶以上分量 $A_2(z), A_3(z), A_4(z), \dots$ ; 2) 电子超越现象的产生导致欧拉模型无法对此时的电子相位连续分布函数 $\psi_k(z)$ 进行精确描述, 进而导致二者的功率、增益以及相移产生误差.

显然, 可通过考虑电子相位连续分布函数 $\psi_k(z)$ 的高阶傅里叶展开分量来提高谐波模型在饱和位置附近的计算精度, 后续将对此进行研究. 但需要注意的是考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的优势在于形式简单, 易于解析求解, 能够对行波管各种非线性特性进行更加直接和有效的分析<sup>[19]</sup>, 可用于非线性现象的产生机理和抑制方法的研究. 而电子相位高阶傅里叶展开分量的引入将

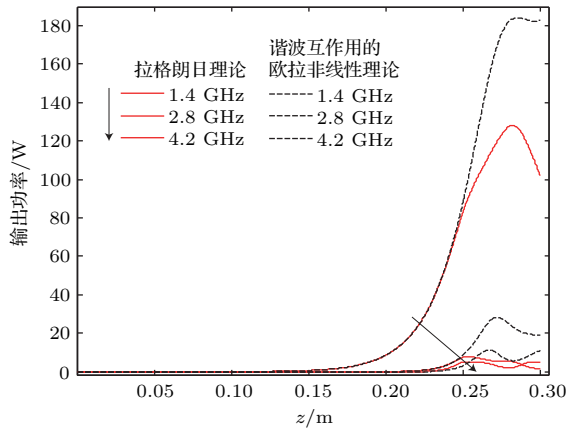


图2 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的输出功率随轴分布 (L波段行波管)

Fig. 2. Power versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering (L-band TWT).

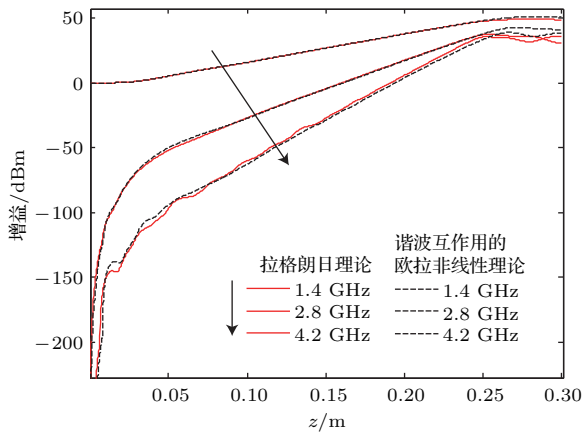


图3 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的增益随轴分布 (L波段行波管)

Fig. 3. Gain versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction (L-band TWT).

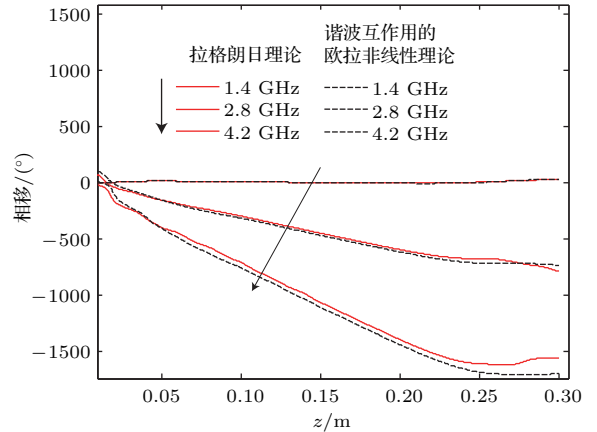


图4 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的相移随轴分布 (L波段行波管)

Fig. 4. Phase versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction (L-band TWT).

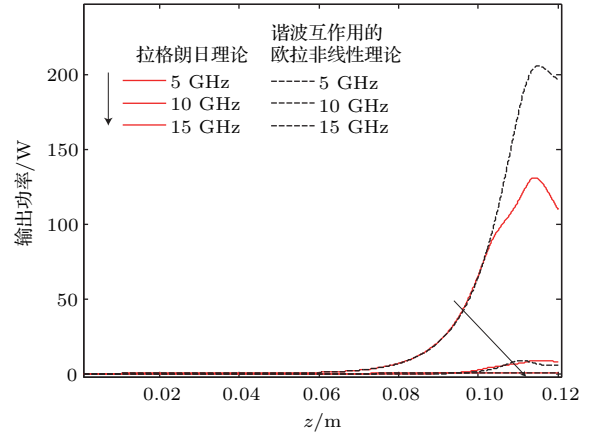


图5 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的输出功率随轴分布 (C波段行波管)

Fig. 5. Power versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction (C-band TWT).

极大增加方程的复杂程度, 可能导致方程无法解析求解, 因此电子相位高阶傅里叶展开分量的引入有待商榷.

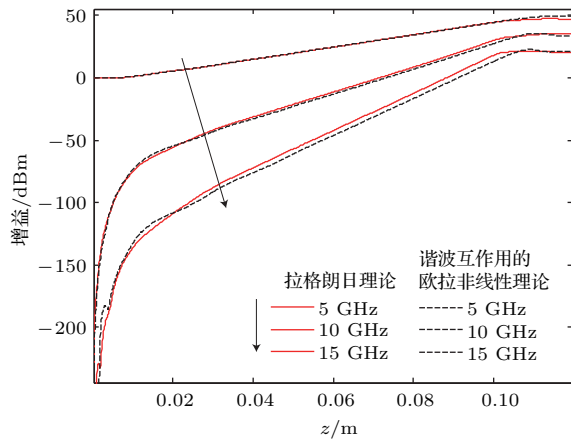


图6 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的增益随轴分布 (C波段行波管)

Fig. 6. Gain versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction (C-band TWT).

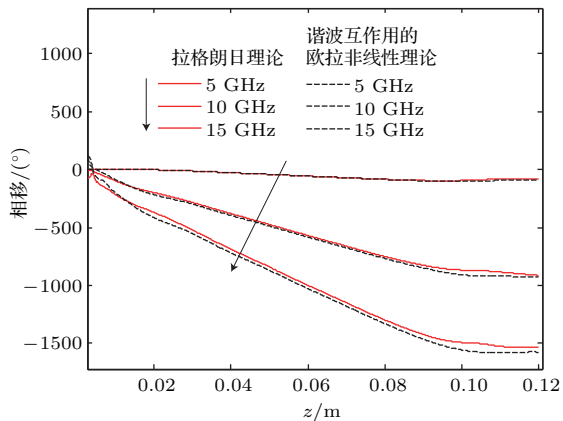


图7 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的相移随轴分布 (C波段行波管)

Fig. 7. Phase versus axial distance for Lagrangian beam-wave interaction theory and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction (C-band TWT).

### 3.3 增益1 dB压缩点处的对比

在L波段行波段和C波段行波管的增益1 dB压缩点处, 分别对比了拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型在不同谐波频率处的增益(图8和图9). 从图中可以看出: 在增益1 dB压缩点处, 考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的增益相较于拉格朗日理论模型的计算结果略微偏高, 增益最大误差不超过4%. 仿真对比结果验证了考虑谐

波相互作用欧拉非线性模型在增益1 dB压缩点处的正确性和有效性. 此外, Wöhlbier等<sup>[25]</sup>报道的一维多频欧拉非线性MUSE模型在整个相互作用区都与拉格朗日理论存在巨大差异, 即从线性区开始二者就存在很大差异, 并随着互作用的进行二者差异越来越大, 在增益1 dB压缩点处二者的基波增益相差2 dB, 二次谐波增益相差3 dB. 因此, 相较于MUSE模型, 考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型在精度上得到极大提升.

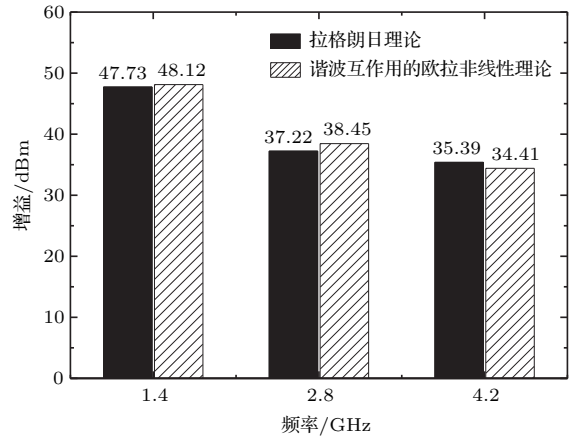


图8 在L波段行波管增益1 dB压缩点处, 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的增益

Fig. 8. Gain comparison for Lagrangian beam-wave interaction theory model and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction at 1 dB gain compression point for different harmonic frequencies in the L-band helix TWT.

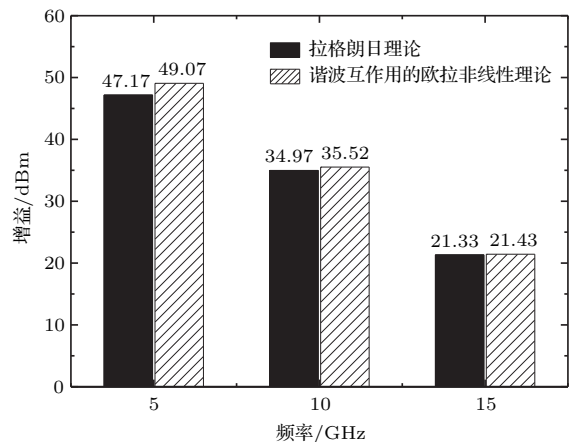


图9 在C波段行波管增益1 dB压缩点处, 拉格朗日理论模型与考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的增益对比

Fig. 9. Gain comparison for Lagrangian beam-wave interaction theory model and Eulerian nonlinear theory considering harmonic interaction at 1 dB gain compression point for different harmonic frequencies in the C-band helix TWT.

## 4 结 论

在拉格朗日体系考虑谐波相互作用理论模型的基础上, 将离散的粒子近似处理为流体, 得到电子相位的连续分布函数. 对电子相位的连续分布函数进行傅里叶一阶展开, 积分并结合贝塞尔母函数关系式, 最终建立了考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型. 应用建立的考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型对一支L波段空间行波管和一支C波段空间行波管进行大信号分析, 并与拉格朗日理论模型进行对比. 结果表明: 考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型能有效对非线性区激励的谐波进行分析. 在增益1 dB压缩点之前, 考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型与拉格朗日理论模型十分符合, 最大增益误差不超过4%. 仿真结果验证了考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论模型的正确性和有效性. 在饱和位置附近, 由于考虑谐波相互作用欧拉非线性模型无法对电子超越现象进行精确描述, 导致这两种理论产生一定差异. 然而考虑谐波相互作用欧拉非线性模型的优势在于形式简单, 易于解析求解, 能够对空间行波管的谐波产生机理进行更加直接和深入的研究. 考虑谐波相互作用的欧拉非线性理论为谐波计算提供了一个快速计算模型, 后续工作将利用该模型对谐波的产生机理和抑制方法进行深入研究.

## 参考文献

- [1] Abe D K, Levush B, Antonsen Jr T M, Whaley D R 2002 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30** 1053
- [2] Whaley D R, Armstrong C M, Gannon B, Groshart G 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 912
- [3] Abe D K, Levush B, Antonsen Jr T M, Whaley D R 2002 *Proceedings of the Vacuum Electronics Conference* Monterey, CA, USA, April 25–25, 2002 p312
- [4] Katz A 2009 *Microwave Magazine IEEE* **2** 37
- [5] Qiu J, Abe D, Antonsen Jr T M, Danly B G, Levush B 2002 *Proceedings of the Microwave Symposium Digest* Monterey USA, April 25–25, 2002 p457
- [6] Qiu J X, Abe D K, Antonsen Jr T M, Danly B G 2003 *IEEE Trans. Microwave Theory Tech.* **51** 1911
- [7] Lau Y Y, Chernin D P, Wilsen C, Gilgenbach R M 2000 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **28** 959
- [8] Bai A Y, Zou C M, Mo Y L 1996 *Journal of University of Electronic Science and Technology of China* **25** 43 (in Chinese) [白安永, 邹长民, 莫元龙 1996 电子科技大学学报 **25** 43]
- [9] Mo Y L, Xie Z L 1996 *Journal of University of Electronic Science and Technology of China* **25** 625 (in Chinese) [莫元龙, 谢仲伶 1996 电子科技大学学报 **25** 625]
- [10] Dionne N J 1970 *IEEE Trans. Electron Dev.* **17** 365
- [11] Li B, Yang Z H, Li J Q, Zhu X F, Huang T, Jin X L, Hu Q, Hu Y L, Xu L, Ma J J, Peng W F, Liao L, Xiao L, He G X 2009 *IEEE Trans. Electron Dev.* **56** 919
- [12] Li B, Li J Q, Hu Q, Hu Y L, Xu L, Huang T, Jin X L, Zhu X F, Yang Z H 2014 *IEEE Trans. Electron Dev.* **61** 1735
- [13] Hao B L, Xiao L, Liu P K, Li G C, Jiang Y, Yi H X, Zhou W 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 3118 (in Chinese) [郝保良, 肖刘, 刘濮鲲, 李国超, 姜勇, 易红霞, 周伟 2009 物理学报 **58** 3118]
- [14] Hu Y L, Yang Z H, Li J Q, Li B, Gao P, Jin X L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 6665 (in Chinese) [胡玉禄, 杨中海, 李建清, 李斌, 高鹏, 金晓林 2009 物理学报 **58** 6665]
- [15] Li J Q, Mo Y L 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 4177 (in Chinese) [李建清, 莫元龙 2006 物理学报 **55** 4177]
- [16] Chernin D, Antonsen Jr T M, Levush B, Whaley D R 2001 *IEEE Trans. Electron Dev.* **48** 3
- [17] Duan Z Y, Gong Y B, Wei Y Y, Wang W X 2008 *Chin. Phys. B* **17** 2484
- [18] Li B, Yang Z H 2003 *Chin. Phys.* **12** 1235
- [19] Booske J H, Converse M C 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 1066
- [20] Datta S 1998 *Inter. J. Electron.* **85** 377
- [21] Datta S, Reddy S, Jain P, Basu B 1999 *Inter. J. Infr. Mill. Waves* **20** 483
- [22] Datta S K 2000 *Inter. J. Electron.* **87** 89
- [23] Datta S K, Jain P K, Narayan R, Basu B N 1999 *IEEE Trans. Electron Dev.* **46** 420
- [24] Wöhlbier J G, Booske J H, Dobson I 2004 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **32** 1073
- [25] Wöhlbier J G, Booske J H, Dobson I 2002 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **30** 1063
- [26] Wöhlbier J G, Dobson I, Booske J H 2002 *Phys. Rev. E* **66** 056504
- [27] Wöhlbier J G, Booske J H 2004 *Phys. Rev. E* **69** 066502
- [28] Hu Y L 2011 *Ph. D. Dissertation* (Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China) (in Chinese) [胡玉禄 2011 博士学位论文 (成都: 电子科技大学)]
- [29] Hu Y L, Yang Z H, Li J, Li B 2015 *Proceedings of the Vacuum Electronics Conference (IVEC)* Beijing, April 27–29, 2015 p1
- [30] Dong C F, Zhang P, Chernin D, Lau Y Y 2015 *IEEE Trans. Electron Dev.* **62** 4285
- [31] Antonsen Jr T M, Levush B 1998 *IEEE Trans. Plasma Sci.* **26** 774



# Nonlinear theory considering harmonic interaction using Eulerian hydrodynamic analysis\*

Qiu Hai-Jian Hu Yu-Lu<sup>†</sup> Hu Quan Zhu Xiao-Fang Li Bin

(National Key Laboratory of Science and Technology on Vacuum Electronics, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 610054, China)

( Received 3 January 2018; revised manuscript received 18 January 2018 )

## Abstract

Traveling wave tube amplifiers are one of the most widely used vacuum electronic devices which are employed in various applications, in the areas of such as radar, wireless communication and electronic countermeasures system. Among traveling wave tubes, space-borne helix traveling wave tubes which are of high power, high efficiency, high reliability, long life and radiation hardened, are extensively used in satellite transmitter, data communication system and global positioning system. With the rapid development of the multiphase digital modulation schemes, communication systems are placing greater demands on the output power, electronic efficiency and nonlinear distortion characteristics of space-borne helix traveling wave tubes. However, the nonlinear beam-wave interaction will lead to the generation of harmonics, and thus reduces the output power and electronic efficiency. The harmonics can also act to create beats with the fundamental wave, and thus generate these beat frequencies which are commonly known as intermodulation products. As a result, the bit-error-rate will be increased and the system performance will be compromised. Therefore, the generation of harmonics is of significant current interest in space-borne helix traveling wave tubes. Understanding this effect provides a strong motivation for nonlinear analysis of a helix traveling wave tube. In this paper, a continuous electron phase distribution is obtained by treating the discrete electron beam as a charge fluid based on the Lagrangian theory. Then, to obtain a nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction, the electron phases in Lagrangian theory have been expanded into a series of harmonic components. Considering the 0th component and 1st component of the electron phases only and integrating over the initial phase distribution with the help of the relation of Bessel function, the nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction is established. The nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction is compared to a Lagrangian theory on a set of traveling wave tube parameters which are based on a single section of L- and C- bands traveling wave tubes. It is found that the nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction agrees accords well with the Lagrangian theory before the saturation effect occurs. But, it begins to make a difference near saturation point where the electron overtaking happens. The maximum error in gain between the nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction and the Lagrangian theory is less than 4% at 1 dB gain compression point. So the present nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction can effectively describe harmonic generation at 1 dB gain compression point. The simulation results validate the correctness and effectiveness of our nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction. In futuristic future efforts, it is hoped that the present nonlinear Eulerian theory considering harmonic interaction may provide insights into the behavioral mechanisms of nonlinear effects in space-borne helix traveling wave tubes.

**Keywords:** traveling wave tube, harmonic interaction, Eulerian, nonlinear theory

**PACS:** 84.40.Fe, 07.85.Qe

**DOI:** 10.7498/aps.67.20180024

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61771105) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities, China (Grant Nos. ZYGX2016J065, ZYGX2016J066).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [yuluhu@uestc.edu.cn](mailto:yuluhu@uestc.edu.cn)