

四波混频光相位运算器原理及其噪声性能研究

曹亚敏 武保剑 万峰 邱昆

Principle and noise performance of optical phase arithmetic devices using four wave mixing

Cao Ya-Min Wu Bao-Jian Wan Feng Qiu Kun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 094208 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172638

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172638>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I9>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[低分析频率压缩光的实验制备](#)

Generation of squeezed states at low analysis frequencies

物理学报.2018, 67(2): 024207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20171767>

[光折变晶体 LiNbO<sub>3</sub>:Fe 中的特殊散射现象](#)

Special scattering in photorefractive crystal LiNbO<sub>3</sub>:Fe

物理学报.2017, 66(8): 084206 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.084206>

[在单零色散微结构光纤中一次抽运同时发生两组四波混频的实验观察](#)

Experimental studies of two sets of four-wave mixing processes in a single-zero-dispersion microstructured fiber by the same pump

物理学报.2016, 65(21): 214201 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.214201>

[新型偶氮苯衍生物的三阶非线性光学特性](#)

Third-order nonlinear optical properties of an azobenzene derivate

物理学报.2016, 65(2): 024207 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.024207>

[铷原子耦合光频率近共振时的电磁感应透明](#)

Electromagnetically induced transparency in a near-resonance coupling field

物理学报.2015, 64(15): 154208 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.154208>

## 四波混频光相位运算器原理及其噪声性能研究\*

曹亚敏 武保剑† 万峰 邱昆

(电子科技大学通信与信息工程学院, 光纤传感与通信教育部重点实验室, 成都 611731)

(2017年12月12日收到; 2018年1月3日收到修改稿)

推导了抽运消耗情形下简并和非简并四波混频(FWM)闲频光幅度和相位的统一解析表达式. 采用极限方法, 计算证明了非相敏放大模式下闲频光相位与输入光初始相位之间的关系, 揭示了FWM相位加减混合运算器的工作原理. 以四相相移键控信号为例, 对基于非简并FWM的相位运算器进行了设计, 重点分析了三种基本加减混合运算的噪声转移性能及其对光纤长度、输入光波长和功率的依赖特性. 计算表明: 该运算器的噪声指数约为1.1 dB; 当输入光信号的信噪比大于24 dB时无纠错编码的符号错误率可低于 $10^{-3}$ .

**关键词:** 四波混频, 光学计算, 非相敏放大, 误差矢量幅度

**PACS:** 42.65.-k, 42.81.-i, 42.79.Hp

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172638

## 1 引言

加法和减法运算器作为数字信号处理的基本组成部分, 在算术运算微处理器中必不可少<sup>[1]</sup>. 为了减轻数字信号处理的延迟, 在光学领域实现加减高速运算已成为研究的热点, 主要有“光-电-光”和全光两种实现方式<sup>[1]</sup>. “光-电-光”转换的信号处理方式存在一定的“电子瓶颈”, 信号处理速度受到限制<sup>[1,2]</sup>. 因此, 全光信号处理方案备受关注<sup>[3]</sup>. 利用材料的交叉增益调制效应、交叉相位调制效应和四波混频(FWM)效应等非线性特性, 可实现二进制信号的多种光逻辑器件(NOT, AND, OR, XOR, NAND, NOR, XNOR), 复用解复用和编解码等<sup>[2,4,5]</sup>. 为了进一步提高波长信道的利用率、提升信道容量, 高阶光调制信号开始越来越多地应用于现代光纤通信网络中<sup>[6]</sup>. 例如, 112 Gbit/s的偏振分复用-四项相移键控(PDM-QPSK)信号可在康宁光纤SMF-28ULL上传输3000 km (24段 $\times$ 125 km)<sup>[7]</sup>. 随着人们对软件定义光网络的深入研究, 高阶调制信号的全光高速计算需求也是迟早的事情<sup>[8]</sup>.

光学逻辑器件是实现光学计算的基本功能单元<sup>[5,9]</sup>. 目前, 人们基于波导或光纤的非线性效应, 采用Sagnac、马赫-曾德尔等干涉仪结构进行了全光逻辑门的理论和实验研究<sup>[9-12]</sup>. 例如, 文献<sup>[12]</sup>采用电光调制的Sagnac干涉仪实现了 $D = \bar{A} \cdot B$ ,  $D = A \cdot \bar{B}$ ,  $C = A + B$ ,  $D = A \oplus B$ 等光逻辑运算<sup>[12]</sup>, 文献<sup>[13]</sup>提出并实现了一种新型的掺锡As<sub>2</sub>S<sub>8</sub>条型波导全光逻辑门<sup>[13]</sup>, 文献<sup>[14]</sup>采用两级半导体光放大器实现了可切换的XNOR和XOR运算, Karamdeep等<sup>[15]</sup>在光域实现了二进制信号的半加器和半减器. 除二进制信号的逻辑运算外, Wang等<sup>[4]</sup>研究了石墨烯的光学非线性效应, 并基于简并FWM效应实现了两路四进制数字的乘减运算; 最近, 他们在硅基波导中也实现三路四进制数字的加减混合运算<sup>[16]</sup>. 基于简并FWM相位运算器只能实现两个多进制信号的加减和乘加混合运算( $2A - B, 2B - A$ ), 而非简并FWM相位运算器不仅可以实现多个多进制信号的加减混合运算( $A + B + C, A + B - C, A - B + C, A - B - C, -A + B + C, -A + B - C, -A - B + C, -A - B - C$ ), 其噪声性能也比简并FWM运算器有所提升<sup>[17]</sup>. 尽

\* 国家自然科学基金(批准号: 61671108, 61505021)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: bjwu@uestc.edu.cn

管基于FWM的全光运算已有实验研究,但缺乏完善的理论指导,系统噪声性能优化也需要进一步研究<sup>[18]</sup>.

本文系统地分析了FWM相位运算方案的噪声性能,推导了抽运消耗时简并与非简并情形下FWM闲频光幅度和相位的解析统一表达式.用极限思想证明了非相敏放大(PIA)模式下闲频光与三束输入光之间的初始相位关系.然后,对基于非简并FWM效应的光相位运算器进行了设计.最后,利用上述解析式计算分析了三种相位运算器的性能,讨论了光纤长度、输入光波长或功率的影响.高非线性光纤(HNLF)长度的选择可控制在最大转移功率附近的1 dB范围内,此时三种逻辑运算器的误差矢量幅度性能基本一致.

## 2 简并和非简并FWM过程的统一解析解表示

光纤FWM起源于二氧化硅材料的三阶非线性效应.当相位匹配的条件满足时,三个不同频率的输入导波光发生FWM作用,会产生新的频率光信号<sup>[19]</sup>,它们分别用下标 $m, n, k, l$ 表示.为简单起见,忽略传输损耗,将自相位调制和交叉相位调制视为FWM的特殊情形,则它们的光场复包络 $A_j(j = m, n, k, l)$ 满足如下非线性耦合模方程<sup>[20]</sup>:

$$\frac{\partial A_l}{\partial z} = i\gamma \sum_{m,n,k} \frac{D_{mn}}{D_p} A_m A_n A_k^* \times \exp[i(\Delta\beta_{mnkl}z - \Delta\omega_{mnkl}t)], \quad (1)$$

式中, $z$ 为非线性光纤长度; $\gamma$ 为光纤非线性系数;导波光之间满足能量守恒关系,即 $\Delta\omega_{mnkl} = \omega_m + \omega_n - \omega_k - \omega_l = 0$ ;  $\Delta\beta_{mnkl} = \beta_m + \beta_n - \beta_k - \beta_l$ 为相位失配因子; $D_{mn}$ 为光波简并因子,当 $m = n$ 时 $D_{mn} = 1$ ,对应于简并FWM过程,否则 $D_{mn} = 2$ ,对应于非简并FWM过程<sup>[21,22]</sup>;  $D_p$ 为偏振相关因子,相同偏振作用时 $D_p = 1$ ,正交偏振时 $D_p = 3$ .

本文考虑同偏振的抽运光( $m, n$ )、信号光( $k$ )和闲频光( $l$ )之间的简并( $m = n$ )或非简并( $m \neq n$ )FWM过程<sup>[23]</sup>.令 $Z = z\gamma$ ,由(1)式可知闲频光 $l$ 满足的耦合模方程可表示为

$$\frac{dA_l}{dZ} = i[|A_l|^2 A_l + 2(|A_m|^2 A_l + |A_n|^2 A_l + |A_k|^2 A_l) + 2A_m A_n A_k^* e^{-i\Delta\beta_{mnkl}Z/\gamma}]. \quad (2)$$

在忽略抽运消耗的小信号情况下,认为FWM过程中抽运光功率近似保持不变,(2)式的近似解析解较容易得到.但若计及抽运消耗,(2)式的解析解比较复杂,需用第一类椭圆积分 $F(\varphi, k)$ 和第三类椭圆积分 $\Pi(n, \varphi, k)$ 表示<sup>[23]</sup>.

将光场复包络表示为 $A_j = \sqrt{P_j} \exp(i\theta_j)$ 形式,其中 $P_j$ 和 $\theta_j$ 分别表示相应导波光的功率和相位,它们的初始值用 $P_{j0}$ 和 $\theta_{j0}$ 表示.对于简并FWM过程,可视为两个抽运光重合,可令 $P_m = P_n = P_p/2$ ,其中 $P_p$ 为实际的抽运功率.由(1)或(2)式可知:

$$\frac{dP_l}{dZ} = \frac{dP_k}{dZ} = -\frac{dP_m}{dZ} = -\frac{dP_n}{dZ} = 4\sqrt{P_m P_n P_k P_l} \sin\theta, \quad (3)$$

$$\frac{d\theta_l}{dZ} = 2P_0 - P_l + \frac{2\sqrt{P_m P_n P_k P_l}}{P_l} \cos\theta, \quad (4)$$

式中,

$$\theta = \Delta\beta_{mnkl}z + \theta_l + \theta_k - \theta_m - \theta_n,$$

$$P_0 = P_{m0} + P_{n0} + P_{k0} + P_{l0}$$

为初始总功率.显然,信号光与闲频光的功率变化与相位 $\theta$ 有关,设光波之间的转移功率为 $x(z)$ ,则闲频光功率可以表示为

$$P_l = P_{l0} + x(z). \quad (5)$$

将(5)式代入(3)式可知,

$$4\sqrt{P_m P_n P_k P_l} \cos\theta = F(x) = K - Sx + (4 - D_{mn})x^2, \quad (6)$$

式中, $K = 4\sqrt{P_{m0} P_{n0} P_{k0} P_{l0}} \cos\theta_0$ ,  $\theta_0 = \theta_{k0} + \theta_{l0} - \theta_{m0} - \theta_{n0}$ ;  $S = (\Delta\beta_{mnkl} + \Delta\beta_{NL})/\gamma$ ,  $\Delta\beta_{NL}$ 为非线性相位失配,对于非简并FWM过程 $\Delta\beta_{NL} = \gamma(P_{m0} + P_{n0} - P_{k0} - P_{l0})$ ,对于简并FWM过程 $\Delta\beta_{NL} = \gamma(2P_{p0} - P_{k0} - P_{l0})$ .由(3)和(6)式可推导出转移功率 $x(z)$ 满足如下微分方程:

$$\frac{dx}{dZ} = 4\sqrt{P_m P_n P_k P_l} \sin\theta = 2s\sqrt{h(x)}, \quad (7)$$

式中, $s$ 表示 $\sin\theta$ 的符号,在 $x$ 随 $Z$ 单调区间内由初始条件决定,即 $s = \text{sign}(\sin\theta_0)$ ;  $h(x)$ 是 $x$ 的四次多项式,并可用 $h(x) = 0$ 的四个根 $\eta_1 < \eta_2 < \eta_3 < \eta_4$ 表示,即

$$h(x) = 4P_m P_n P_k P_l (1 - \cos^2\theta) = 4(P_{m0} - x)(P_{n0} - x)(P_{k0} + x)(P_{l0} + x)$$

$$-\frac{1}{4}[F(x)]^2 = C_0(x - \eta_1)(x - \eta_2)(x - \eta_3)(x - \eta_4), \quad (8)$$

式中,  $C_0 = 4 - [(4 - D_{mn})/2]^2$  是  $h(x)$  中  $x^4$  的系数. 根据椭圆积分的性质以及第一类椭圆积分  $F(\varphi, k) = u$  和雅阁比椭圆函数  $\text{sn}$  之间的转换关系  $\text{sn}(u, k) = \sin \varphi$ , 可得功率转移函数  $x(z)$  的表达式为

$$x(z) = \eta_1 + \frac{\eta_2 - \eta_1}{1 - \eta \cdot \text{sn}^2\left(\frac{Z - Z_0}{Z_c}, k\right)}, \quad (9)$$

式中

$$\eta = (\eta_3 - \eta_2)/(\eta_3 - \eta_1), \quad (10)$$

$$k = \sqrt{\eta(\eta_4 - \eta_1)/(\eta_4 - \eta_2)}, \quad (11)$$

$$Z_c = s/\sqrt{C_0(\eta_3 - \eta_1)(\eta_4 - \eta_2)}, \quad (12)$$

$$Z_0 = -sZ_c \cdot F(\sin^{-1}(\sqrt{\eta_2/(\eta\eta_1)}), k). \quad (13)$$

进一步地, 由 (4) 式可得到闲频光的相位演化方程, 并表示成如下形式:

$$\begin{aligned} \frac{d\theta_l}{dZ} &= 2P_0 - P_{l0} - x + \frac{F(x)}{2(P_{l0} + x)} \\ &= a + bx + \frac{c}{d - x}, \end{aligned} \quad (14)$$

式中,  $a, b, c, d$  是形式参数, 可由导波光的初始信息表示, 即

$$a = 2P_0 + \frac{D_{mn} - 6}{2}P_{l0} - \frac{S}{2}, \quad (15)$$

$$b = \frac{2 - D_{mn}}{2}, \quad (16)$$

$$c = -\frac{K + P_{l0}S + (4 - D_{mn})P_{l0}^2}{2}, \quad (17)$$

$$d = -P_{l0}. \quad (18)$$

对 (14) 式积分可得

$$\begin{aligned} \theta_l &= \theta_{l0} + aZ + b \int_0^Z x dZ + c \int_0^Z \frac{1}{d - x} dZ \\ &= \theta_{l0} + \left(a + b\eta_1 + \frac{c}{d - \eta_1}\right)\gamma z + \varphi_I + \varphi_{II}, \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \varphi_I &= bZ_c(\eta_2 - \eta_1)\{\Pi[\eta, \sin^{-1}(\text{sn}(u_Z, k)), k] \\ &\quad - \Pi[\eta, \sin^{-1}(\text{sn}(u_0, k)), k]\}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \varphi_{II} &= \frac{cZ_c(\eta_2 - \eta_1)}{(d - \eta_1)(d - \eta_2)} \\ &\quad \times \left\{ \Pi\left[\eta \frac{(d - \eta_1)}{(d - \eta_2)}, \sin^{-1}(\text{sn}(u_Z, k)), k\right] \right. \\ &\quad \left. - \Pi\left[\eta \frac{(d - \eta_1)}{(d - \eta_2)}, \sin^{-1}(\text{sn}(u_0, k)), k\right] \right\}, \end{aligned} \quad (21)$$

$$u_Z = (Z - Z_0)/Z_c, \quad (22)$$

$$u_0 = -Z_0/Z_c, \quad (23)$$

式中,  $\theta_{l0}$  为积分常数;  $\varphi_I$  和  $\varphi_{II}$  可用第三类椭圆积分表示, 它们均与导波光初始相位有关<sup>[23]</sup>.

(9) 和 (19) 式给出了简并和非简并 FWM 过程的统一解析解形式. 通过以上分析可知, 对于一般的 FWM 过程, 导波光的初始相位信息仅通过  $K$  影响输出信号. 当没有闲频光输入 ( $P_{l0} = 0, K = 0$ ) 时, 则输出信号功率不依赖于初始相位的取值, 从而可以实现与初始相位无关的光纤参量放大, 即 PIA 过程; 当有闲频光输入时 ( $P_{l0} \neq 0$ ), 四束导波光的初始相位信息将通过参数  $K$  隐含在输出功率的表达式中, FWM 闲频光就会依赖于导波光的初始相位, 对应于相敏放大 (PSA) 过程.

### 3 基于 PIA-FWM 的相位运算器原理

当三束光 ( $\omega_m, \omega_n, \omega_k$ ) 输入到非线性光纤时, 非简并 FWM 效应可使光纤输出端产生新频率的闲频光 ( $\omega_l$ ). 设有三个多电平的基带数字信号  $A, B, C$ , 分别对波长为  $\lambda_A, \lambda_B$  和  $\lambda_C$  的三束连续光进行相位调制, 相应的已调光信号功率和相位分别记为 ( $P_A, P_B, P_C$ ) 和 ( $\theta_A, \theta_B, \theta_C$ ); 已调的三束信号光经过非简并 FWM 后会产生三束闲频光<sup>[24]</sup>, 如图 1 所示, 它们的角频率、光功率和光相位分别记为  $\omega_{I1,2,3}, P_{I1,2,3}$  和  $\theta_{I1,2,3}$ .

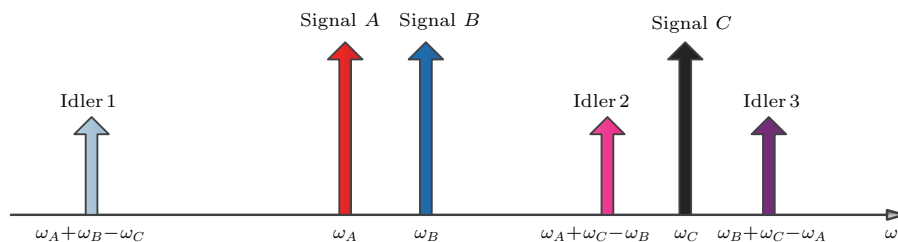


图 1 非简并 FWM 频谱图  
Fig. 1. Non-degenerate FWM spectrum.

以闲频光1为例,对于非简并FWM的PIA情形(没有闲频光输入),即 $D_{mn} = 2, P_{I0} = 0, K = 0, P_0 = P_A + P_B + P_C$ ,代入(15)–(18)式,可得 $a = 2(P_A + P_B + P_C) - S/2, b = 0, c = 0, d = 0$ ,进而得出 $\varphi_I = 0, \varphi_{II} = 0$ . (19)式可具体表示为

$$\theta_{I1} = \theta_{I0} + [2(P_A + P_B + P_C) - S/2]\gamma z. \quad (24)$$

下面在PSA情形下通过极限分析方法( $P_{I0} \rightarrow 0, x \rightarrow 0$ )来分析PIA情况下积分常数 $\theta_{I0}$ 与输入光信号初始相位的关系,揭示相位运算过程的本质.不妨选取 $z = 10^{-9} \text{ m}$ 和 $P_{I0} = 10^{-9} \text{ W}$ ,图2给出了PSA情形下的转移功率 $x$ 随闲频光初始相位 $\theta_{I0}$ 的变化曲线.可以看出,当功率转移 $x \rightarrow 0$ 时,对应的闲频光初始相位满足 $\theta_{I0} = \theta_A + \theta_B - \theta_C$ .也就是说,对于无闲频光输入的PIA情形( $P_{I0} = 0$ ), (24)式中的积分常数 $\theta_{I0} = \theta_A + \theta_B - \theta_C$ .另一方面,令(24)式中第二项为 $\Delta\varphi = [2(P_A + P_B + P_C) - S/2]\gamma z$ ,它与 $K = 4\sqrt{P_{m0}P_{n0}P_{k0}P_{I0}} \cos \theta_0$ 无关.可见,对于给定的光纤参数,  $\Delta\varphi$ 不依赖于输入光的初始相位.因此,可以通过相位补偿方法,从输出相位 $\theta_{I1}$ 中提取出 $\theta_{I0}$ 的信息,从而实现相位运算过程,即

$$\theta_{I1} = \theta_A + \theta_B - \theta_C + \Delta\varphi_1, \quad (25)$$

式中,  $\Delta\varphi_1$ 表示对应于闲频光1的固定相移.进一步地,对输出闲频光相位 $\theta_{I1}$ 进行数据解调,可以得到数字基带信号 $A, B, C$ 的混合运算结果 $I1 = A + B - C$ .

与上述分析过程类似,根据输出的闲频2和闲频3,也可以分别解调出相应的混合运算结果: $I2 = C + A - B, I3 = B + C - A$ .当然,若进一步利用FWM相位共轭过程,将 $\theta_C$ 共轭变换到 $-\theta_C$  [1,25],还可以实现另外三种运算:

$A + B + C, A - B - C, B - C - A$ .因此,基于简并或非简并FWM过程可以实现多种可能的加减混合运算 [17].

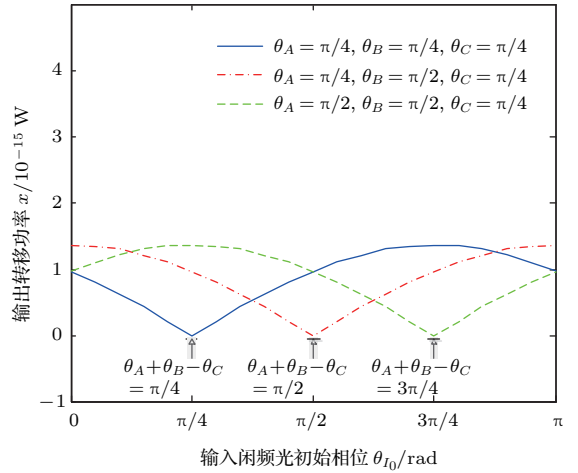


图2 极限情况下PSA转移功率随闲频光初始相位的变化  
Fig. 2. PSA transfer power versus initial idler phase under the limit condition.

## 4 基于HNLF的混合运算器性能

### 4.1 基于PIA-FWM的相位运算结构

根据基于PIA-FWM的相位运算原理,若对光载波相位进行多进制的数字调制,便可实现多进制数字的高速光计算.本文以QPSK信号为例,利用HNLF中的PIA过程,来说明混合运算器件的实现过程,其基本结构和仿真框图如图3所示.

通过光相位调制器,将三个序列的四进制数字基带信号 $A, B$ 和 $C$ 分别调制到三束波分复用(WDM)连续光波上(波长为 $\lambda_A, \lambda_B$ 和 $\lambda_C$ ),它们的相位分别为 $\theta_A = (1 + 2A)\pi/4, \theta_B = (1 + 2B)\pi/4$

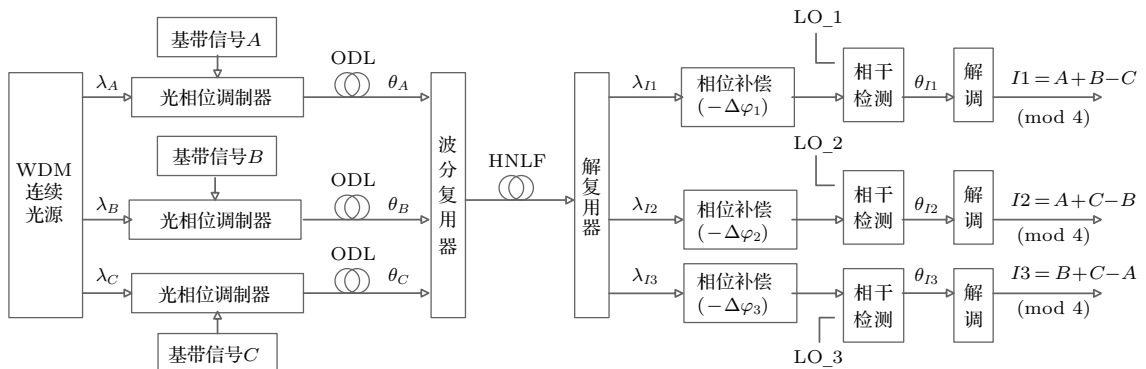


图3 基于HNLF的PIA-FWM运算器结构  
Fig. 3. Arithmetic device structure based on PIA-FWM in HNLF.

和  $\theta_C = (1 + 2C)\pi/4$ ; 然后调节光纤延迟线 (ODL) 使三束已调光信号保持同步, 再经波分复用器耦合在一起注入到 HNLf 中; 在 HNLf 的输出端解复用出三束非简并 FWM 闲频光 (波长分别为  $\lambda_{I1}$ ,  $\lambda_{I2}$  和  $\lambda_{I3}$ ), 经相位补偿后相干检测出其光场相位为  $\theta_{I1} = [1 + 2(A + B - C)]\pi/4$ ,  $\theta_{I2} = [1 + 2(A + C - B)]\pi/4$ ,  $\theta_{I3} = [1 + 2(B + C - A)]\pi/4$ , 进而解调出输入基带信号  $A, B, C$  的混合运算结果  $I1 = A + B - C \pmod{4}$ ,  $I2 = A + C - B \pmod{4}$  和  $I3 = B + C - A \pmod{4}$ . 相位补偿器的作用是补偿由 FWM 效应引入的闲频光固定相移  $\Delta\varphi_1$ ,  $\Delta\varphi_2$  和  $\Delta\varphi_3$ .

仍以闲频光 1 为例, 分析输入信号幅度噪声的影响过程. 当输入导波光存在幅度噪声时, 设 HNLf 输出端闲频光 1 的光场相位旋转量为  $\Delta\varphi'_1$ . 由于相位补偿器只能补偿固定相移  $\Delta\varphi_1$ , 则相位补偿后闲频光 1 的光相位是  $\theta_{I1} = \theta_A + \theta_B - \theta_C + \Delta\varphi_n$ , 其中  $\Delta\varphi_n = \Delta\varphi'_1 - \Delta\varphi_1$  为幅度噪声转移到相位的噪声. 这样, 相位解调时必然影响混合运算结果的准确性.

### 4.2 运算器的性能参数

对于多进制数字信号, 可用误差矢量幅度  $EVM$ 、信噪比  $SNR$  和符号错误率  $SER$  等参数评价其性能. 其中,  $SER$  表示通信系统的可靠性, 定义为错误接受的码元数占传输总码元数的比例 [26].

$EVM$  反映了星座图上测量信号向参考信号的聚拢程度, 它定义为误差矢量信号与参考信号的  $RMS$  (均方根值) 之比:

$$EVM = \frac{RMS(|A_{out} - A_{s,out}|)}{RMS(|A_{s,out}|)} \times 100\%, \quad (26)$$

式中,  $A_{out}$  和  $A_{s,out}$  分别为有、无输入噪声时输出

闲频光的光场复包络, 可由 (9) 和 (25) 式计算得到.  $EVM$  可以全面衡量信号幅度误差和相位误差, 常用百分比形式表示.  $EVM$  越小, 信号质量越好.

相应地, 输出  $SNR$  可由下式计算:

$$SNR_{out} = \frac{E[|A_{s,out}|^2]}{E[(|A_{out}| - |A_{s,out}|)^2]}, \quad (27)$$

式中,  $E[\cdot]$  表示求平均. 当每个输入导波光场幅度上叠加一个均值为 0、标准差为  $\sigma$  的高斯白噪声时, 输入  $SNR$  可表示为  $SNR_{in} = E[|A_{s,in}|^2]/\sigma^2$ ,  $A_{s,in}$  为输入信号光场复包络.

### 4.3 运算器性能计算

三束输入导波光的波长分别取  $\lambda_A = 1552$  nm,  $\lambda_B = 1550$  nm,  $\lambda_C = 1546$  nm, 输入光功率为  $P_A = P_B = P_C = 100$  mW, 则非简并 FWM 闲频光的波长分别为  $\lambda_{I1} = 1556$  nm,  $\lambda_{I2} = 1547$  nm 和  $\lambda_{I3} = 1544$  nm. 传播常数  $\beta(\omega)$  可用泰勒级数在光纤零色散点  $\omega_0$  处展开, 则非简并 FWM 的相位失配因子为 [27]

$$\Delta\beta_{mnl} = \frac{1}{6}\beta^{(3)}[(\omega_k - \omega_0)^3 + (\omega_l - \omega_0)^3 - (\omega_m - \omega_0)^3 - (\omega_n - \omega_0)^3], \quad (28)$$

式中,  $\beta^{(3)} = [\lambda/(2\pi c)]^2(\lambda^2 S + 2\lambda D)$ , 其中  $D$  表示光纤色散,  $S$  表示色散斜率. 若选取我们实验室中 HNLf 的参数 (参见表 1) 进行计算, 与三束闲频光对应的相位失配因子分别为  $\Delta\beta_1 = -0.0012$  rad/m,  $\Delta\beta_2 = 2.36 \times 10^{-4}$  rad/m 和  $\Delta\beta_3 = -4.53 \times 10^{-4}$  rad/m. 由 (9) 式可计算出三束闲频光的平均光功率分别为  $P_{I1} = 76.54$  mW,  $P_{I2} = 71.72$  mW 和  $P_{I3} = 70.47$  mW; 由 (24) 式可计算出非简并 FWM 过程引入的相位旋转分别为  $\Delta\varphi_1 = 3.345$  rad,  $\Delta\varphi_2 = 2.969$  rad 和  $\Delta\varphi_3 = 3.145$  rad.

表 1 所用的 HNLf 参数

Table 1. The HNLf's parameters used in the paper.

有效光纤长度 $z/\text{m}$	1550 nm 处色散 $D/\text{ps}\cdot(\text{nm}\cdot\text{km})^{-1}$	1550 nm 处色散斜率 $S/\text{ps}\cdot(\text{nm}^2\cdot\text{km})^{-1}$	非线性系数 $\gamma/\text{W}^{-1}\cdot\text{km}^{-1}$
510	0.06	0.006	10.8

在此基础上, 将每个输入导波光场幅度上叠加一个均值为 0 高斯白噪声, 由 (26) 和 (27) 式可计算三个输出闲频光信号的  $EVM$  和  $SNR$  以

及运算器  $SER$  性能随输入导波光  $SNR$  的变化曲线, 如图 4 所示. 其中, 三种混合运算  $A + B - C$ ,  $A + C - B$ ,  $B + C - A$  的错误概率根据相干解

调信号的星座图进行判决, QPSK信号的星座点分布在四个象限内. 由图4(a)可以看出, 三束闲频光的 $EVM$ 曲线十分接近, 输入导波光的 $SNR$ 越大, 输出闲频光的 $EVM$ 值越小, 与实验揭示的规律基本符合<sup>[15]</sup>. 图4(b)表明, 与输入信号相比, 输出闲频光的 $SNR$ 有所劣化, 即该混合运算器件的噪声指数约为1.1 dB. 图4(c)给出了输出闲频

光 $EVM$ 和 $SNR$ 之间的对应关系, 可近似表示为 $EVM = 3.11 \exp[-0.1125(SNR_{out})]$ , 其中 $SNR_{out}$ 以dB为单位. 由于输出信噪比与输入信噪比之间呈线性关系, 所以图4(c)与图4(a)趋势一致. 由图4(d)可知, 要保证混合运算器的 $SER$ 不超过 $10^{-3}$  (无纠错编码), 三个输入光信号的 $SNR$ 应不低于约24 dB, 对应的输出 $EVM$ 约为23.2%.

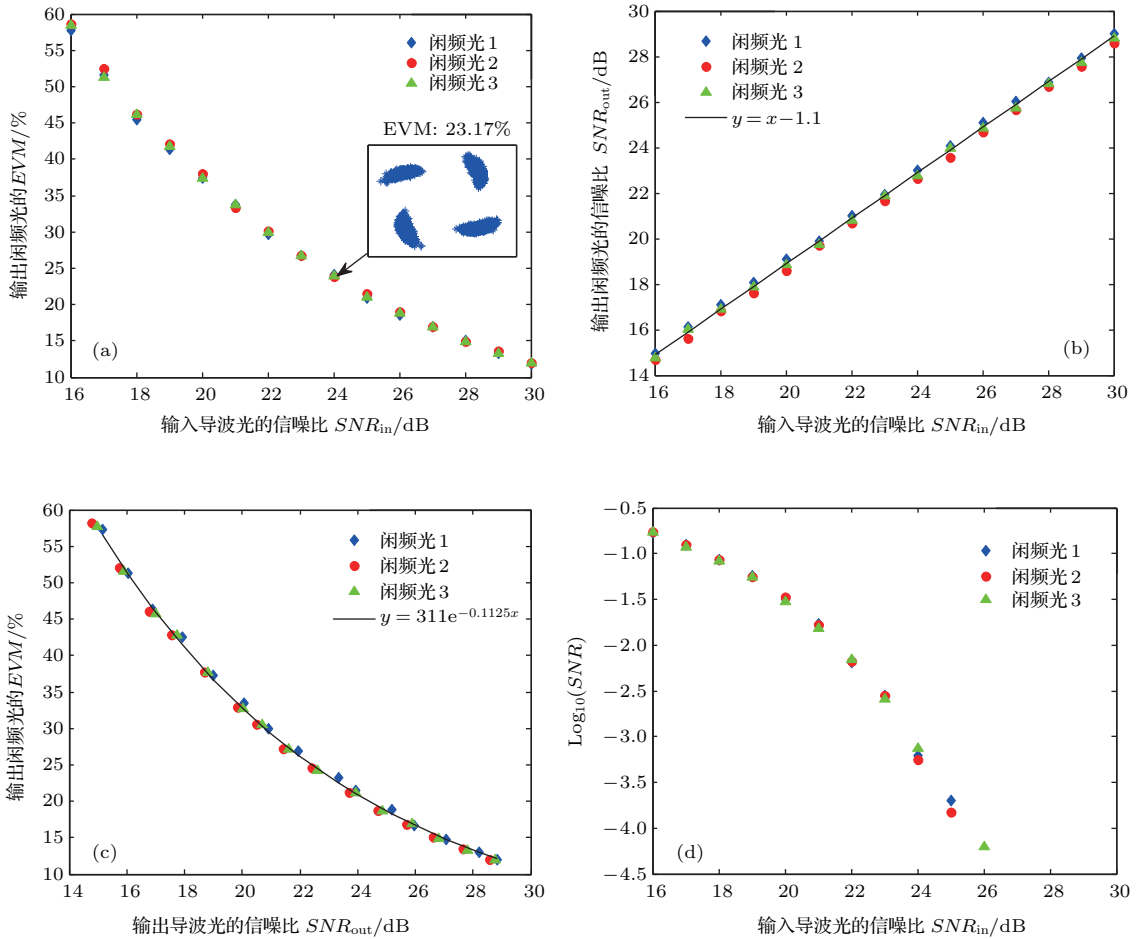


图4 运算器的噪声性能计算 (a) 输出闲频光 $EVM$ 随输入导波光信噪比的变化; (b) 输出闲频光信噪比随输入导波光信噪比的变化; (c) 输出闲频光的 $EVM$ 与信噪比的关系; (d) 符号错误率随输入导波光信噪比的变化

Fig. 4. Calculated  $EVM$ ,  $SNR$  and  $SER$  curves for the arithmetic device: (a) The  $EVM$  of three output idlers versus input  $SNR$ ; (b) the  $SNR$  of three output idlers versus input  $SNR$ ; (c) the dependency of  $EVM$  on  $SNR$  for three output idlers; (d) the  $SER$  of three output idlers versus input  $SNR$ .

## 5 影响运算器性能的因素分析

为便于分析, 在输入导波光 $SNR$ 为28 dB时, 讨论混合运算器的 $EVM$ 或 $SNR$ 性能随光纤长度、输入波长和输入光功率的变化规律.

保持输入导波光波长、光功率和HNLF的其他参数不变, 计算输出闲频光 $EVM$ 随HNLF长度

的变化曲线, 如图5所示. 可以看出: 随着HNLF长度的增加, 转移功率逐渐增大, 而输出闲频光的 $EVM$ 也会逐渐提高; 当HNLF长度为615 m时, 闲频光1的转移功率达到最大值 $x_{max} = 73.6$  mW, 相应的 $EVM = 17.5\%$ . 因此, HNLF长度的选择可控制在最大转移功率附近的1 dB范围内, 此时闲频光 $EVM$ 的变化不超过 $\pm 5\%$ , 并可保证三种逻辑运算器的 $EVM$ 性能基本一致.

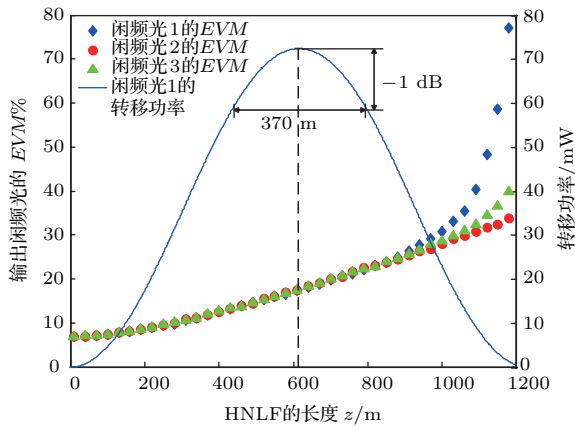


图5 HNLF长度对输出闲频光EVM和转移功率的影响

Fig. 5. Input SNR dependencies of EVM and transfer power.

只改变输入波长 $\lambda_C$ , 其他条件与图4保持一致, 考察输出闲频光1的SNR随输入波长 $\lambda_C$ 的变化, 如图6所示. 可以看出, 输入波长 $\lambda_C$ 在1543—1559 nm之间取值时, 混合运算器的信噪比劣化可维持在1.3 dB以内, 工作带宽约有16 nm.

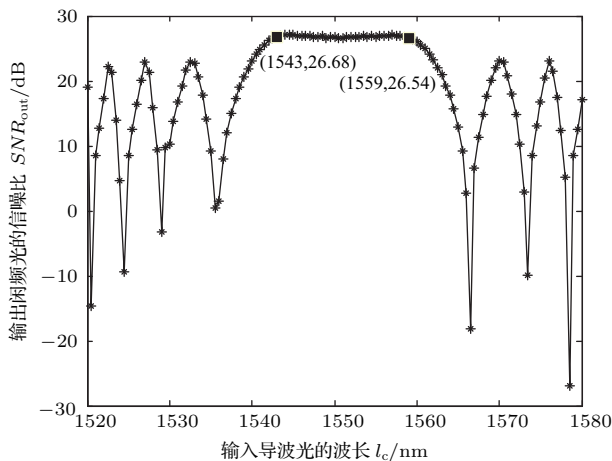


图6 运算器输出信噪比随输入波长 $\lambda_C$ 的变化  
Fig. 6. Wavelength dependency of output SNR.

图7给出了输入信号光功率对输出闲频光EVM的影响, 其他计算参数与图4相同. 由图7可以看出, 输出闲频光的EVM可近似为输入功率的幂指数函数,  $d(EVM)/dP_{in} \approx \sqrt{P_{in}/100}$ , 其中 $P_{in}$ 以mW为单位, 当输入功率较小时, 输出闲频光的EVM值增长缓慢; 当输入信号功率大于100 mW时, 输出闲频光的EVM值增长迅速, 与文献[28, 29]的实验结果基本符合. 比较图4(a)和图7可知, 输入信号的SNR越大, 意味着输入信号的光功率可以更高, 也有利于输出闲频光的检测.

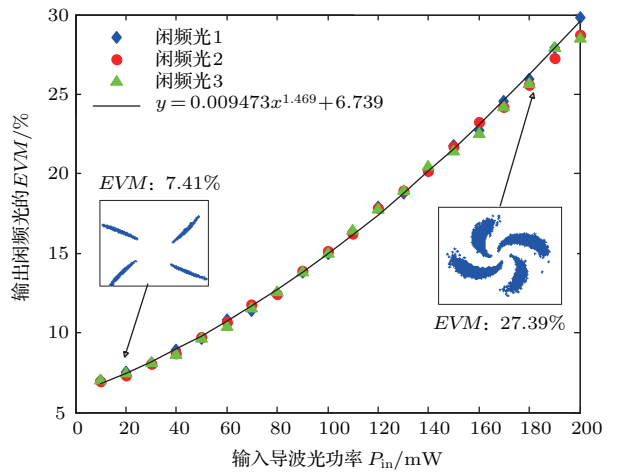


图7 输出闲频光的EVM随输入导波光功率 $P_{in}$ 的变化  
Fig. 7. Variations of output EVM with the input power.

## 6 结 论

首先给出了抽运消耗情形下简并和非简并FWM闲频光幅度和相位的统一解析表达式. 采用极限分析方法, 计算证明PIA模式下闲频光1的初始相位与输入光初始相位之间的关系满足 $\theta_{I0} = \theta_A + \theta_B - \theta_C$ , 从而揭示了FWM相位加减混合运算的工作原理. 然后, 从FWM的相位互调原理出发, 以QPSK信号为例, 给出了四进制数字信号的 $A + B - C, A + C - B, B + C - A$ 混合运算器的结构方案, 并利用抽运消耗情形下非简并FWM解析式计算了输入光信号幅度噪声对闲频光功率和相位的影响. 最后, 在输入导波光SNR为28 dB条件下分析了光纤长度、输入光波长和功率改变时幅度噪声对三种基本加减混合运算性能的影响. 分析表明: 非简并FWM混合运算结构的噪声指数(SNR的劣化)约为1.1 dB; 当输入导波光的SNR大于24 dB时, 可保证混合运算器SER低于 $10^{-3}$ , 对应的输出闲频光的EVM为23.2%; 在输入导波光SNR为28 dB的情况下, 当输入功率为100 mW时混合运算器的HNLF长度可在430—800 m之间选值, 工作带宽有16 nm.

## 参考文献

- [1] Wang J, Yang J Y, Huang H, Willner A E 2013 *Opt. Express* **21** 488
- [2] Azeemuddin S, Chaitanya G V, Sayeh M R 2012 *J. Opt.* **41** 142
- [3] Wang W R, Yu J L, Han B C, Guo J Z, Luo J, Wang J, Liu Y, Yang E Z 2012 *Acta Phys. Sin.* **8** 084214 (in



- Chinese) [王文睿, 于晋龙, 韩丙辰, 郭精忠, 罗俊, 王菊, 刘毅, 杨恩泽 2012 物理学报 **8** 084214]
- [4] Wang A D, Hu X, Zhu L, Zeng M Q, Fu L, Wang J 2015 *Opt. Express* **23** 31728
- [5] Yan S L 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 230504 (in Chinese) [颜森林 2013 物理学报 **62** 230504]
- [6] Chen X, Huo L, Lou C Y, Wang J, Yu W K, Jiang X Y, Zhao Z X, Zhang E Y 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 054208 (in Chinese) [陈新, 霍力, 娄采云, 王强, 余文科, 姜向宇, 赵之玺, 章恩耀 2016 物理学报 **65** 054208]
- [7] Li M X, Chen H, Zhang Y L, Qi S F, Zhang H J, Deng J, Chen Z J, Zhong S Q, Zhang D J 2011 *Des. Tech. Pos. Telecom.* **11** 18 (in Chinese) [李懋循, 陈皓, 张耀亮, 祁邵峰, 张慧剑, 邓建, 陈志强, 钟胜前, 张德江 2011 邮电设计技术 **11** 18]
- [8] Zhang J W, Zhao Y L, Ji Y F 2016 *Inf. Commun. Tech.* **1** 10 (in Chinese) [张佳玮, 赵永利, 纪越峰 2016 信息通信技术 **1** 10]
- [9] Wang F Q 2017 *Chin. Phys. B* **26** 034202
- [10] Wang Z 2016 *Sci. Tech. Rev.* **34** 121 (in Chinese) [王智 2016 科技导报 **34** 121]
- [11] Su Q Q, Zhang G W, Pu J X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 144208 (in Chinese) [苏倩倩, 张国学, 蒲继雄 2012 物理学报 **61** 144208]
- [12] Li Q L, Zhu M Y, Li D Q, Zhang Z, Wei Y Z, Hu M, Zhou X F, Tang X H 2014 *Appl. Opt.* **53** 4708
- [13] Wang P, Chen B X, Wang G D, Sui G R, Zou L E, Bang Z J, Ji S 2011 *Opt. Optoe. Tech.* **9** 48 (in Chinese) [王平, 陈抱雪, 王关德, 隋国荣, 邹林儿, 浜中广见, 矾守 2011 光学与光电技术 **9** 48]
- [14] Yin Z, Dong J J, Zhang X L 2011 *16th OptoElectronics and Communications Conference Kaohsiung, Taiwan, China, July 4–8, 2011* p563
- [15] Karamdeep S, Gurmeet K, Lal S M 2016 *Opt. Eng.* **55** 077104
- [16] Long Y, Gui C, Wang A, Hu X, Zhu L, Zhou L, Wang J 2016 *Optical Fiber Communications Conference and Exhibition Anaheim, USA, March 20–24, 2016 Th2A.6*
- [17] Hu X, Wang A D, Zeng M Q, Long Y, Zhu L, Fu L, Wang J 2016 *Sci. Rep.* **6** 32911
- [18] Chen W, Meng Z, Zhou H J, Luo H 2012 *Acta Phys. Sin.* **18** 184210 (in Chinese) [陈伟, 孟洲, 周会娟, 罗洪 2012 物理学报 **18** 184210]
- [19] Li S B, Wu B J, Wen F, Han R 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024213 (in Chinese) [李述标, 武保剑, 文峰, 韩瑞 2013 物理学报 **62** 024213]
- [20] Zhou X Y, Wu B J, Wen F, Yuan H, Qiu K 2013 *Opt. Commun.* **308** 1
- [21] Agrawal G P (translated by Jia D F, Yu Z H, et al) 2010 *Nonlinear Fiber Optics, Fourth Edition & Application of Nonlinear Fiber Optics* (2nd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p274 (in Chinese) [阿戈沃 G P 著 (贾东方, 余震虹, 等译) 2010 非线性光纤光学原理及应用 (第二版) (北京: 电子工业出版社) 第 274 页]
- [22] Liu Y, Tan Z W, Fu Y J, Ning D G, Jian S S 2003 *Semi. Optoelectron.* **2** 110 (in Chinese) [刘艳, 谭中伟, 傅永军, 宁提纲, 简水生 2003 半导体光电 **2** 110]
- [23] Marhic M E 2013 *J. Opt. Soc. Am. B* **30** 1462
- [24] Wang J, Sun Q Z, Sun J Q 2009 *Opt. Express* **17** 12555
- [25] Bai J H, Li J J, Wu L A, Fu P M, Wang R Q, Zuo Z C 2017 *Chin. Phys. B* **26** 044204
- [26] Fan C X, Cao L N 2010 *Principles of Communications* (6th Ed.) (Beijing: National Defense University Press) p13 (in Chinese) [樊昌信, 曹丽娜 2010 通信原理 (第 6 版) (北京: 国防工业出版社) 第 13 页]
- [27] Agrawal G P (translated by Jia D F, Yu Z H, et al.) 2010 *Nonlinear Fiber Optics, Fourth Edition & Application of Nonlinear Fiber Optics* (2nd Ed.) (Beijing: Publishing House of Electronics Industry) p25 (in Chinese) [阿戈沃 G P 著 (贾东方, 余震虹, 等译) 2010 非线性光纤光学原理及应用 (第 2 版) (北京: 电子工业出版社) 第 25 页]
- [28] Gui C C, Wang J, Zhang Z L, Du J 2013 *Sci. Rep.* **4** 378
- [29] Gui C C, Wang J 2014 *Sci. Rep.* **4** 7491

# Principle and noise performance of optical phase arithmetic devices using four wave mixing\*

Cao Ya-Min Wu Bao-Jian<sup>†</sup> Wan Feng Qiu Kun

(Key Laboratory of Optical Fiber Sensing and Communication, Ministry of Education, School of Communication and Information Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China)

( Received 12 December 2017; revised manuscript received 3 January 2018 )

## Abstract

The existing theoretical equations cannot provide an excellent guidance for developing four-wave mixing (FWM)-based optical logic devices, though the experiments have been done in several researches. The optimization of noise figure performances of such devices should be further investigated. In the paper, the universal analytic expressions for the amplitude and phase of the idler in degenerate or non-degenerate FWM process under pump depletion are derived in detail from the nonlinear coupled-mode equations for guiding optical waves propagation in highly nonlinear fiber. The universal analytic expressions are obtained by the first- and the third-kind of elliptic integrals. By using equivalent infinitesimal to calculate the limit of phase sensitive amplification, we find out the initial phase relationship between the idler and the input guided wave for phase-independent amplification, which is crucially important for explaining the operating principles of the FWM-based adder and subtracter. As an example, the configuration of non-degenerate FWM-based hybrid arithmetic device with three logic functions of  $A+B-C$ ,  $A+C-B$ , and  $B+C-A$  for QPSK signals is presented, and then the noise transfer characteristics in terms of signal-to-noise ratio (SNR) and error vector magnitude (EVM) are taken into account by adjusting the fiber length, input wavelength, and optical power. The calculation results show as follows. 1) This kind of arithmetic device has a noise figure of about 1.1 dB and an input SNR of more than 24 dB is necessary for the symbol error rate of  $< 10^{-3}$  without forward error correction, corresponding to an output EVM of 23.2%. 2) The length of highly nonlinear fiber used in the hybrid arithmetic device may be taken flexibly, provided that the variation of FWM conversion efficiency is controlled in a range of 1 dB relative to the maximum, with an EVM fluctuation of less than for the idlers. 3) The hybrid arithmetic device has an operating optical bandwidth of about 16 nm for the SNR degradation of  $< 1.3$  dB. 4) The output EVM increases with the increase of input power, and the allowable input power should be no more than 100 mW for an input SNR of 28 dB, noting that the larger the input SNR, the higher the allowable input power is.

**Keywords:** four-wave mixing, optical computing, phase independent amplifier, error vector magnitude

**PACS:** 42.65.-k, 42.81.-i, 42.79.Hp

**DOI:** [10.7498/aps.67.20172638](https://doi.org/10.7498/aps.67.20172638)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61671108, 61505021).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [bjwu@uestc.edu.cn](mailto:bjwu@uestc.edu.cn)