

基于超二次曲面的颗粒材料缓冲性能离散元分析

王嗣强 季顺迎

Discrete element analysis of buffering capacity of non-spherical granular materials based on super-quadric method

Wang Si-Qiang Ji Shun-Ying

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 094501 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172549

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172549>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I9>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[三维漏斗中颗粒物质堵塞问题的数值实验研究](#)

Numerical experiment studies of clogging during the discharge of granular matter in a three-dimensional hopper

物理学报.2018, 67(4): 044501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.044501>

[颗粒-颗粒接触力的热力学模型](#)

A thermodynamic model of grain-grain contact force

物理学报.2018, 67(4): 044502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.044502>

[二维圆盘颗粒体系声学行为的数值研究](#)

Numerical study on acoustic behavior of two-dimensional granular system

物理学报.2017, 66(23): 234501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.234501>

[一维颗粒声子晶体的拓扑相变及可调界面态](#)

The topological phase transition and the tunable interface states in granular crystal

物理学报.2017, 66(22): 224502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.224502>

[二维颗粒堆积中压力问题的格点系统模型](#)

Lattice model for pressure problems in two-dimensional granular columns

物理学报.2017, 66(20): 204501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.204501>

基于超二次曲面的颗粒材料缓冲性能离散元分析*

王嗣强 季顺迎†

(大连理工大学, 工业装备结构分析国家重点实验室, 大连 116023)

(2017年11月29日收到; 2018年1月20日收到修改稿)

自然界或工业中普遍是由非球形颗粒组成的复杂体系, 与球形颗粒相比, 非球形颗粒间的高离散和咬合互锁可使冲击载荷引起的能量有效衰减实现缓冲作用. 基于连续函数包络的超二次曲面单元能准确地描述非球形颗粒的几何形态, 并可精确地计算单元间的接触碰撞作用. 本文采用离散元方法对冲击载荷作用下非球形颗粒物质的缓冲性能进行数值分析, 并与圆柱体冲击的理论结果和球体冲击的实验结果进行对比验证. 在此基础上, 进一步研究了筒底作用力在不同颗粒层厚度和形状等因素影响下的变化规律. 计算结果表明: 不同颗粒形状都存在一个临界厚度 H_c . 当 $H < H_c$ 时, 缓冲率随 H 的增加而增加; 当 $H > H_c$ 时, 缓冲率的变化不再显著并趋于稳定值. 此外, 减小颗粒表面尖锐度和增加或减小圆柱形和长方形颗粒的长宽比都会提高颗粒材料的缓冲效果.

关键词: 离散单元法, 非球形颗粒, 缓冲特性, 临界厚度

PACS: 45.70.-n, 83.80.Fg, 81.70.Bt

DOI: 10.7498/aps.67.20172549

1 引言

颗粒物质是一种复杂的能量耗散体系, 其摩擦和黏滞作用可使材料所受冲击载荷的能量有效衰减^[1-4]. 在外载荷的作用下, 颗粒间的重新排列调整接触力的传输方向和接触时间, 将局部的冲击载荷在空间扩展和时间延长, 进而降低冲击强度^[5,6]. 同时, 颗粒间的非弹性碰撞引起的飞溅现象, 可将系统吸收的冲击能量转化为颗粒自身的机械能, 从而达到耗能缓冲的效果, 并已得到相应实验的验证^[7,8]. 此外, 颗粒物质受冲击后通常会产塑性变形, 局部化的应变场会导致固体状态和流体状态同时存在并相互转化, 是颗粒介质类固-液相变的具体体现^[9]. 因此, 开展非球形颗粒物质缓冲耗能的研究有助于揭示颗粒材料的内在作用机理及其主要影响因素, 并为缓冲减振技术的提升和工程应用提供很好的借鉴.

颗粒材料的缓冲性能与其几何形态有密切关

系, 而在自然条件或工业生产中均是由非球形颗粒构成的颗粒系统, 其在单元排列、动力过程和运动形态等方面与球形颗粒有很大的差异^[10,11]. 大量的实验和数值模拟主要集中在球形颗粒上, 而对非球形颗粒系统的宏微观特性研究则相对较少^[12,13]. 近年来, 颗粒形状对系统宏观力学性能和动态响应过程的影响引起广泛关注^[14,15]. 为合理地描述具有复杂几何形态的颗粒材料, 黏接颗粒单元^[16-18]、扩展多面体单元^[19-21]、超二次曲面^[22-24]等不同的非球形单元及其构造方法不断发展和完善起来. 其中, 超二次曲面单元可构造凸面体和凹面体的几何形状, 并容易地改变函数参数进而控制颗粒的长宽比和表面尖锐度. 然而, 目前超二次曲面单元的接触力都采用线性近似计算模型, 接触刚度也通常采用经验值, 在很大程度上影响计算精度. 基于球体的赫兹接触模型^[25]和基于椭球体表面曲率的接触模型^[26]都为超二次曲面单元非线性接触力的计算提供了很好的研究思路. 本文在此基础上考虑超二次曲面单元在不同接触模式下接触点处的曲

* 国家自然科学基金(批准号: 11572067, 11772085)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jisy@dlut.edu.cn

率半径, 进而建立合理的非线性接触模型.

目前, 冲击载荷作用下颗粒材料的缓冲耗能研究主要通过对冲击坑的深度、冲击持续时间和冲击物及底板的受力等讨论不同冲击物的速度、角度、质量和粒径以及颗粒床的填充厚度、密集度和颗粒参数如密度、粒径、弹性模量、恢复系数、摩擦系数等因素的影响 [27-30]. 此外, 实验研究 [31] 和离散元计算 [32] 表明: 颗粒厚度是影响球形颗粒材料缓冲性能的重要因素, 并存在一个临界厚度; 不同表面摩擦系数及颗粒形态间缓冲性能存在明显差异. 采用离散单元法 (DEM) 有助于对冲击过程中颗粒间的接触作用 [33]、冲击力的传递途径及能量耗散 [34] 进行细观分析, 从而揭示非球形颗粒材料缓冲耗能的内在机理.

本文基于超二次曲面方程构造非球形颗粒形态, 采用离散单元法 (DEM) 建立不同颗粒形状填充的颗粒床在球形冲击物作用下的数值模型, 并通过圆柱体冲击的理论结果和球体冲击的实验结果对计算模型进行验证. 在不同颗粒层厚度、颗粒长宽比及表面尖锐度下, 通过对底板上冲击力的数值计算, 探讨颗粒形状对颗粒材料缓冲特性的影响规律, 并通过颗粒材料初始排列的密集度揭示非球形颗粒缓冲性能的内在机理.

2 非球形颗粒的离散元模型

针对非球形颗粒单元的几何特点, 这里采用基于连续函数包络的超二次曲面方程描述颗粒的复杂形态, 并发展相应的非线性接触模型计算单元间的接触作用, 对冲击载荷下冲击物对底板的作用力进行数值模拟.

2.1 基于连续函数包络的超二次曲面单元

基于二次曲面方程扩展得到的超二次曲面模型是描述非球形颗粒的一种普遍方法, 其函数形式可定义为 [35]

$$\left(\left| \frac{x}{a} \right|^{n_2} + \left| \frac{y}{b} \right|^{n_2} \right)^{n_1/n_2} + \left| \frac{z}{c} \right|^{n_1} - 1 = 0, \quad (1)$$

式中, a , b 和 c 分别表示颗粒沿主轴方向的半轴长; n_1 和 n_2 表示颗粒表面的尖锐度参数. 对于 $n_1 = n_2 = 2$ 得到球体或椭球体颗粒, $n_1 \gg 2$ 且 $n_2 = 2$ 得到柱体颗粒, $n_1 \gg 2$ 且 $n_2 \gg 2$ 得到块体颗粒. 对于 $n_1, n_2 \rightarrow \infty$ 时, 从理论上可以描述具有

尖角的颗粒形态, 但这种模型往往受搜索算法的限制而难以实现. 目前, 通过超二次曲面方程构造非球形颗粒的普遍方法是给定参数 n_1 和 n_2 的合理取值范围从而讨论颗粒形状 (表面尖锐度) 对宏细观特性的影响 [15,36,37]. 因此, 本文中 $n_1, n_2 \in [2, 8]$, 且尚需对这种近似模型与具有尖角的真实模型进一步对比和分析. 图 1 显示在超二次曲面方程中改变不同的半轴长和表面尖锐度参数得到不同的单元模型.

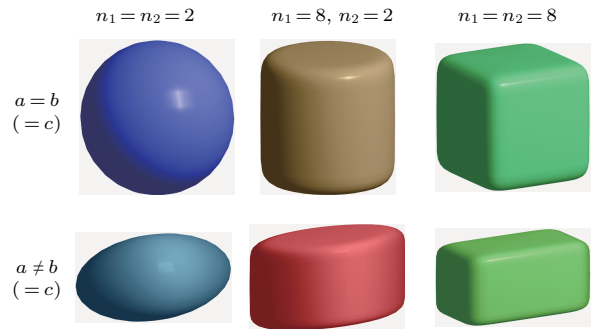


图 1 三维超二次曲面单元模型

Fig. 1. Super-quadric elements in three dimensions.

2.2 单元间的接触判断方法

与球形颗粒简单且高效的接触判断相比, 非规则颗粒间的搜索时间占整个计算时间的比率会显著增加, 其计算效率往往受颗粒形状、边界条件、搜索算法等因素的影响而具有显著差异. 本文针对非球形颗粒间接触判断的复杂性, 考虑颗粒间不同接触模式下的颗粒取向, 采用相应的球形包围盒和方向包围盒 (oriented bounding box, OBB), 如图 2 所示. 这两种方法可有效减少潜在的接触对, 提高程序的计算效率. 球形包围盒作为单元间第一次接触的粗判断, 其接触理论基于球体与球体间的接触计

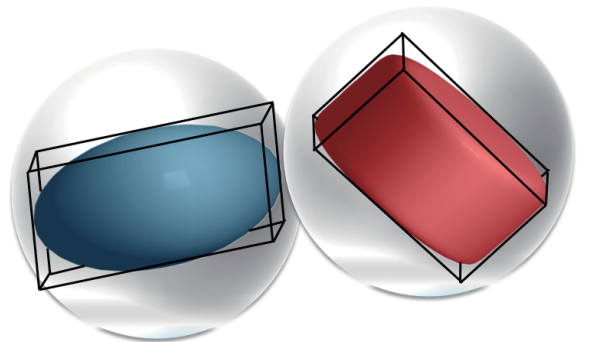


图 2 球形包围盒和 OBB

Fig. 2. Bounding spheres and oriented bounding boxes.

算, 包围球体半径可表示为 $R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}$. 如果两球体间球心的距离小于其半径和, 则接触, 否则不接触. OBB 作为单元间第二次接触的粗判断, 其接触理论基于分离轴算法并考虑颗粒取向和长宽比 [38]. 如果两个几何体在空间向量上的投影发生重叠, 则接触, 否则不接触.

非线性牛顿迭代方法作为单元间第三次接触判断, 该方法将求解单元间最短距离的优化问题转化为非线性方程组进行求解, 如图 3 所示. 考虑非球形颗粒接触时表面法向平行且反向, 同时基于中间点到两个颗粒表面的几何势能相等建立非线性方程组 [39,40]:

$$\begin{cases} \nabla F_i(\mathbf{X}) + \lambda^2 \nabla F_j(\mathbf{X}) = 0, \\ F_i(\mathbf{X}) - F_j(\mathbf{X}) = 0, \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{X} = (x, y, z)^T$, $F_i(\mathbf{X})$ 和 $F_j(\mathbf{X})$ 分别表示全局坐标下颗粒 i 和 j 的函数方程, $\nabla F(\mathbf{X})$ 表示颗粒表面沿 x, y, z 方向的外法向, λ^2 表示两个颗粒间的外法向平行且反向.

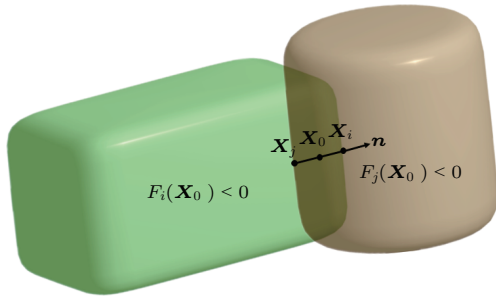


图 3 超二次曲面单元间的接触检测

Fig. 3. Contact detection between super-quadric particles.

由此, 牛顿迭代公式可写作:

$$\begin{pmatrix} \nabla^2 F_i(\mathbf{X}) + \lambda^2 \nabla^2 F_j(\mathbf{X}) & 2\lambda \nabla F_j(\mathbf{X}) \\ \nabla F_i(\mathbf{X}) - \nabla F_j(\mathbf{X}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\mathbf{X} \\ d\lambda \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla F_i(\mathbf{X}) + \lambda^2 \nabla F_j(\mathbf{X}) \\ F_i(\mathbf{X}) - F_j(\mathbf{X}) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

式中, $\mathbf{X} = \mathbf{X} + d\mathbf{X}$, $\lambda = \lambda + d\lambda$. 如果计算结果 \mathbf{X}_0 满足 $F_i(\mathbf{X}_0) < 0$ 且 $F_j(\mathbf{X}_0) < 0$, 则表明两个单元间发生接触, 接触法向定义为 $\mathbf{n} = \nabla F_i(\mathbf{X}_0) / \|\nabla F_i(\mathbf{X}_0)\|$. 进一步考虑颗粒表面点 \mathbf{X}_i 和 \mathbf{X}_j 满足: $\mathbf{X}_i = \mathbf{X}_0 + \alpha \mathbf{n}$ 和 $\mathbf{X}_j = \mathbf{X}_0 + \beta \mathbf{n}$, 且未知参数 α 和 β 可通过一元非线性牛顿迭代得

到: $\alpha^{k+1} = \alpha^k - f(\mathbf{X}_i^k) / (\nabla f(\mathbf{X}_i^k) \cdot \mathbf{n})$ 和 $\beta^{k+1} = \beta^k - f(\mathbf{X}_j^k) / (\nabla f(\mathbf{X}_j^k) \cdot \mathbf{n})$. 因此, 法向重叠量可表述为 $\delta_n = \mathbf{X}_i - \mathbf{X}_j$.

与单元间的接触搜索类似, 单元与固体边界的接触判断通常将边界表示为函数形式, 通过联立超二次曲面方程进而建立非线性方程组进行求解. 本文中主要固体边界是刚性圆筒, 其函数形式可表示为: $F_w(\mathbf{X}) = x^2 + y^2 - D_0^2/4$, $z \in [0, H_0]$, 式中, D_0 为圆筒直径, H_0 为圆筒高度, 如图 4 所示. 考虑超二次曲面单元 i 与圆筒接触时表面法向平行且同向, 同时基于中间点到颗粒表面和圆筒表面的几何势能相等建立非线性方程组:

$$\begin{cases} \nabla F_i(\mathbf{X}) - \lambda^2 \nabla F_w(\mathbf{X}) = 0, \\ F_i(\mathbf{X}) + F_w(\mathbf{X}) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

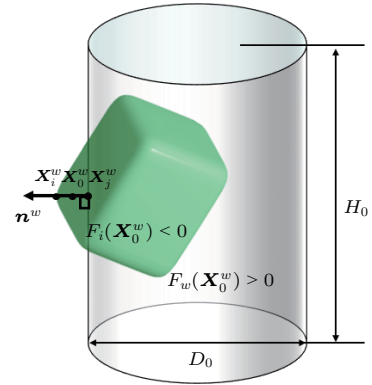


图 4 超二次曲面单元与圆筒边界的接触检测

Fig. 4. Contact detection between a super-quadric particle and a cylinder.

由此, 相应的牛顿迭代公式可表示为

$$\begin{pmatrix} \nabla^2 F_i(\mathbf{X}) - \lambda^2 \nabla^2 F_w(\mathbf{X}) & -2\lambda \nabla F_w(\mathbf{X}) \\ \nabla F_i(\mathbf{X}) + \nabla F_w(\mathbf{X}) & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d\mathbf{X} \\ d\lambda \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \nabla F_i(\mathbf{X}) - \lambda^2 \nabla F_w(\mathbf{X}) \\ F_i(\mathbf{X}) + F_w(\mathbf{X}) \end{pmatrix}, \quad (5)$$

式中, $\mathbf{X} = \mathbf{X} + d\mathbf{X}$, $\lambda = \lambda + d\lambda$. 如果计算结果 \mathbf{X}_0^w 满足 $F_i(\mathbf{X}_0^w) < 0$ 且 $F_w(\mathbf{X}_0^w) > 0$, 则表明超二次曲面单元与圆筒边界发生接触, 接触法向定义为 $\mathbf{n}^w = \nabla F_w(\mathbf{X}_0^w) / \|\nabla F_w(\mathbf{X}_0^w)\|$. 这里, 圆筒表面点 \mathbf{X}_j^w 可表示为: $\mathbf{X}_j^w = D_0 \mathbf{X}_0^w / (2|\mathbf{X}_0^w|)$. 考虑颗粒表面点 \mathbf{X}_i^w 满足: $\mathbf{X}_i^w = \mathbf{X}_0^w + \alpha \mathbf{n}^w$, 且未知量 α 通过一元非线性牛顿迭代公式得: $\alpha^{(k+1)} = \alpha^{(k)} - f(\mathbf{X}_i^{w(k)}) / (\nabla f(\mathbf{X}_i^{w(k)}) \cdot \mathbf{n}^w)$. 因此, 单元与边界的法向重叠量可表述为 $\delta_n^w = \mathbf{X}_i^w - \mathbf{X}_j^w$.

一般而言, 求解四元非线性方程组的牛顿迭代算法是影响单元搜索效率及整体计算时间的主要因素, 且与颗粒表面尖锐度和长宽比密切相关. 随着尖锐度参数 n_1 和 n_2 及长宽比偏离 1 的指数增加, 单元间的搜索效率显著降低; 当颗粒接近于球形时, 其计算效率最高 [23].

2.3 超二次曲面单元间的非线性接触模型

针对超二次曲面单元间不同的接触模式, 在传统球形非线性接触模型 [25] 的基础上, 考虑单元间局部接触点处的平均曲率半径 [41], 进而建立相对合理的非线性接触模型. 因此, 单元间的接触力主要是由弹性和黏滞力组成, 同时考虑法向力、切向力和滚动摩擦引起的附加力矩. 其中, 法向作用力 \mathbf{F}_n 可写作:

$$\mathbf{F}_n = K_n \delta_n^{3/2} + C_n A \mathbf{v}_{n,ij}, \quad (6)$$

式中, K_n 为两个接触单元的法向有效刚度; δ_n 为法向重叠量; C_n 为法向阻尼系数; A 为颗粒间的黏滞参数; $\mathbf{v}_{n,ij}$ 为法向相对速度. 这里法向有效刚度 K_n 、黏滞参数 A 分别为

$$K_n = 4/3 E^* (R^*)^{1/2}, \quad (7)$$

$$A = [8m^* E^* (R^* \delta_n)^{1/2}]^{1/2}, \quad (8)$$

式中, $E^* = \frac{E}{2(1-\nu^2)}$, $m^* = \frac{m_i \cdot m_j}{m_i + m_j}$, $R^* = \frac{R_i \cdot R_j}{R_i + R_j}$; E , ν , R 分别为颗粒材料的弹性模量、泊松比和局部接触点处的平均曲率半径, 如图 5 所示. 平均曲率半径 R 可表述为

$$R = 1/K_{\text{mean}}, \quad (9)$$

式中, K_{mean} 为接触点处的局部平均曲率, 其可写作 [41]:

$$K_{\text{mean}} = \frac{1}{2|\nabla F|^3} \left[\nabla F^T \cdot \nabla^2 F \cdot \nabla F - |\nabla F|^2 \left(\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right) \right], \quad (10)$$

其中, ∇F , $\nabla^2 F$ 分别表示超二次曲面方程的一阶和二阶导函数.

单元间的切向接触力 \mathbf{F}_s 主要由弹性力 \mathbf{F}_s^e 和黏滞力 \mathbf{F}_s^d 组成, 同时考虑 Mohr-Coulomb 摩擦定律. 则切向弹性力 \mathbf{F}_s^e 为

$$\mathbf{F}_s^e = \mu_s |K_n \delta_n^{3/2}| \left[1 - \left(1 - \frac{\min(\delta_t, \delta_{t,\max})}{\delta_{t,\max}} \right)^{3/2} \right], \quad (11)$$

式中, μ_s 为滑动摩擦系数, δ_t 为切向重叠量, $\delta_{t,\max} = \mu_s(2-\nu)/2(1-\nu) \cdot \delta_n$.

这里, 切向黏滞力 \mathbf{F}_s^d 为

$$\mathbf{F}_s^d = C_t \left\{ 6\mu_s m^* |K_n \delta_n^{3/2}| \frac{[1 - \min(\delta_t, \delta_{t,\max})]^{1/2}}{\delta_{t,\max}} \right\}^{1/2} \times \mathbf{v}_{t,ij}, \quad (12)$$

式中, C_t 为切向黏滞系数, $\mathbf{v}_{t,ij}$ 为单元间切向相对速度.

在单元发生相对转动时, 由滚动摩擦引起的力矩 \mathbf{M}_r 可表述为 [42]

$$\mathbf{M}_r = \mu_r R_i |\mathbf{F}_n| \hat{\omega}_{ij}^n, \quad (13)$$

式中, μ_r 为滚动摩擦系数, 即本文中 $\mu_r = 0.002$; $\hat{\omega}_{ij}^n$ 为法向的单位相对转速, 可表示为 $\hat{\omega}_{ij}^n = \omega_{ij}^n / |\omega_{ij}^n|$.

目前, 关于非球形颗粒时间步长的理论研究相对较少, 通常是在球形颗粒理论计算的基础上给出合理的时间步长 [15,20,26]. 因此, 本文中时间步长的选择是考虑非线性接触模型的球形颗粒单元 [43], 即

$$t_{\max} = \frac{\pi R_{\min}}{0.163\nu + 0.8766} \sqrt{\rho/G}, \quad (14)$$

式中, R_{\min} 为颗粒的最小半径, ρ 为颗粒密度, G 为剪切模量, ν 为泊松比. 为了保证计算精度和运行效率, R_{\min} 为超二次曲面单元三个方向半轴长的最小值, 即 $R_{\min} = \min(a, b, c)$, 且选择 $dt \leq 0.1t_{\max}$ 作为计算步长的依据.

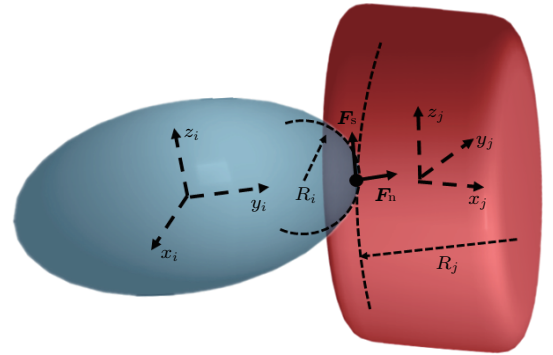


图 5 考虑等效曲率的非线性接触模型

Fig. 5. Non-linear force model with considering the equivalent radius of the particle shape curvature.

3 颗粒材料冲击过程的理论与实验验证

为验证超二次曲面单元间算法和接触模型的有效性, 分别对单个圆柱体冲击的理论结果和球体

冲击的实验结果与离散元计算值进行对比验证, 从而更加合理地模拟冲击力的变化规律.

时产生的二次碰撞. 离散元模拟的主要参数列于表 1 中.

3.1 圆柱体冲击过程的理论验证

通过超二次曲面模型构造一个理想圆柱体颗粒, 给定初始冲击速度下考虑回弹速度和回弹角速度随冲击角度的变化关系, 同时假定整个过程无摩擦和重力作用, 如图 6 所示. 冲击后的角速度 ω_y^+ 和速度 V_z^+ 可表述为 [44]

$$\omega_y^+ = mV_z^- (1 + \varepsilon)r \cos(\varphi + \theta) \times [I_{yy} + mr^2 \cos^2(\varphi + \theta)]^{-1}, \quad (15)$$

$$V_z^+ = \omega_y^+ r \cos(\varphi + \theta) - \varepsilon V_z^-, \quad (16)$$

式中, m 为圆柱体的质量; V_z^- 为冲击前圆柱体形心的速度; ε 为接触点处的回弹系数; φ 为接触点与颗粒形心的连线与圆柱体表面的夹角; r 为接触点到颗粒形心的距离; θ 为颗粒表面与边界的夹角, 即冲击角度; I_{yy} 为颗粒绕 y 轴的转动惯量. 在不同角度的冲击过程中, 初始冲击速度 V_z^- 恒定为 1 m/s, 回弹系数 ε 恒定为 0.85. 当颗粒与边界接触碰撞后, 立刻移除边界从而避免在冲击角度过小或过大

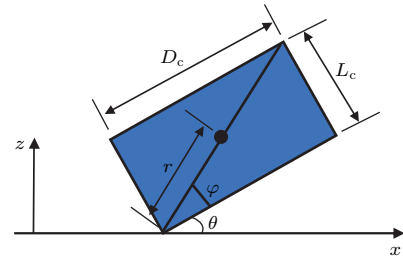


图 6 圆柱体冲击的示意图, x - z 平面的投影

Fig. 6. Scheme of cylinder-wall impact, x - z projection.

图 7(a) 和图 7(b) 显示了 0° — 90° 范围内不同冲击角度下无量纲的回弹速度和角速度与理论结果 [44] 的对比. 值得注意的是, 当冲击角度分别为 0° 和 90° 时, 圆柱体与平面的接触不再为点接触. 因此, 回弹速度的理论解仅与回弹系数相关, 而回弹角速度的理论解为零. 从图 7 可以看出, 无量纲的回弹速度约为 0.85, 无量纲的回弹角速度约为 0. 离散元的计算结果与理论结果 [44] 基本符合, 表明超二次曲面模型和算法适用于模拟非球形颗粒的冲击过程.

表 1 圆柱体冲击离散元模拟的主要计算参数
Table 1. DEM simulation parameters of cylinder impact.

参数	符号	单位	数值	参数	符号	单位	数值
圆柱体直径	D_c	m	8×10^{-3}	弹性模量	E	GPa	3.105
圆柱体长度	L_c	m	5.3×10^{-3}	泊松比	ν	—	0.35
体积	V	m^3	2.66×10^{-7}	摩擦系数	μ_s	—	0
密度	ρ	kg/m^3	1164.0	法向阻尼系数	C_n	—	0.05
质量	m	kg	3.1×10^{-4}	时间步长	dt	s	5×10^{-7}
y 轴转动惯量	I_{yy}	$kg \cdot m^2$	1.964×10^{-9}				

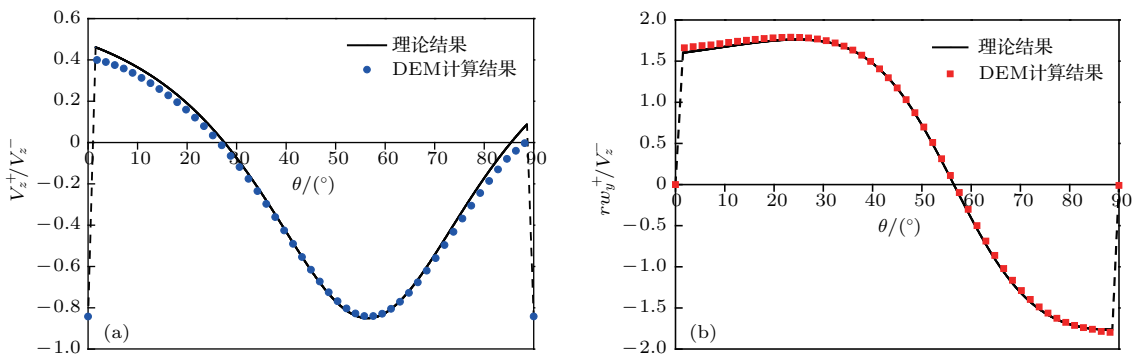


图 7 圆柱体冲击的解析结果 [44] 与离散元计算值对比 (a) 无量纲的回弹速度 V_z^+/V_z^- ; (b) 无量纲的回弹角速度 $r\omega_y^+/V_z^-$
Fig. 7. Comparison of cylinder-wall impact between analytical results [44] and DEM simulation results: (a) The dimensionless post-impact translational velocity V_z^+/V_z^- ; (b) the dimensionless post-impact angular velocity $r\omega_y^+/V_z^-$.

3.2 颗粒材料冲击实验的对比较证

为验证超二次曲面离散元计算模型的可靠性, 分别对颗粒层厚度为0.5和2.0 cm的球体冲击过程进行数值模拟, 并与文献[31]的实验结果进行对比. 离散元模拟中球形颗粒单元的粒径按均匀概率密度函数在[4.0 mm, 5.0 mm]内随机分布, 且均值为4.5 mm, 主要的离散元计算参数列于表2中.

当颗粒层厚度分别为 $H = 0.5$ 和 2.0 cm时, 圆筒底部受冲击力的时程如图8(a)和图8(b)所示. 当颗粒层厚度 $H = 0.5$ cm时, 冲击力峰值与冲击

持续时间与实验结果基本符合, 但当颗粒层厚度 $H = 2.0$ cm时, 冲击力峰值低于实验结果, 冲击持续时间则大于实验值. 同时, 实验中冲击力呈现多次波动现象, 而离散元结果较为稳定. 这主要是由于实验测量的冲击过程中, 冲击物引起圆筒底板产生一定的振动, 进而出现明显的波动现象. 但在离散元模拟中底板通常设成刚性板, 因此冲击力的振荡幅度不明显. 尽管离散元计算的数值结果与实验结果存在一定的偏差, 但冲击力的变化规律是一致的, 进一步表明基于超二次曲面模型的离散元方法可以合理地模拟颗粒系统的冲击缓冲过程.

表2 球体冲击离散元模拟的主要计算参数
Table 2. DEM simulation parameters of sphere impact.

参数	符号	单位	数值	参数	符号	单位	数值
圆筒直径	D_1	m	0.19	弹性模量	E	GPa	1.0
圆筒高度	H_1	m	0.3	泊松比	ν	—	0.2
冲击物直径	D_p	m	0.05	摩擦系数	μ_s	—	0.5
冲击速度	V_0	m/s	0	法向阻尼系数	C_n	—	0.06
颗粒粒径	d	mm	4.0—5.0	切向阻尼系数	C_t	—	0.1
颗粒密度	ρ	kg/m ³	2551.6	时间步长	dt	s	2×10^{-6}

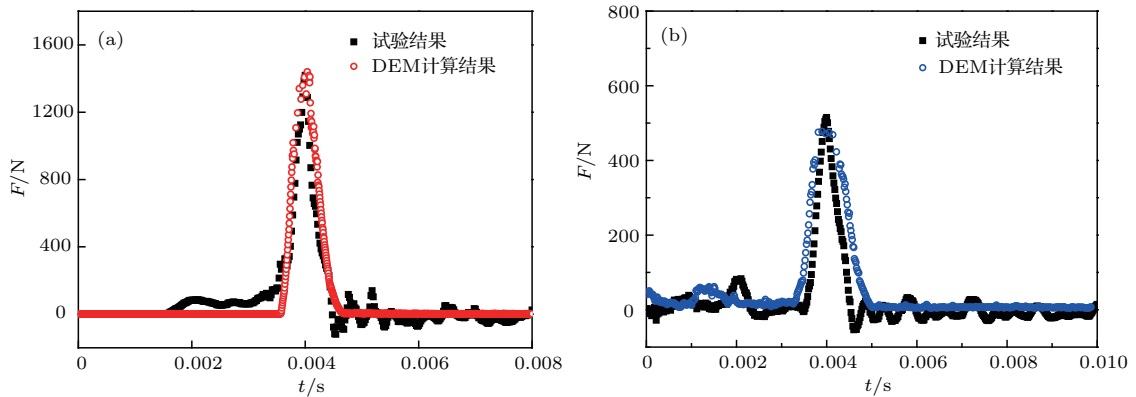


图8 不同颗粒厚度下底板受力变化过程的实验值[31]和离散元计算值对比 (a) 颗粒厚度为0.5 cm; (b) 颗粒厚度为2.0 cm
Fig. 8. Comparison of impact loads between experiment results[31] and DEM simulation results under different granular thicknesses: (a) $H = 0.5$ cm; (b) $H = 2.0$ cm.

4 颗粒层厚度与形状对缓冲性能的影响

颗粒层厚度和颗粒形状是影响缓冲特性的重要因素. 对于圆筒内球形颗粒材料的冲击实验[31]和离散元结果[32]表明, 底板所受的冲击力随球形颗粒层厚度的增加而减小, 当厚度大于临界厚度

时, 冲击力峰值变化趋于稳定. 同时, 非球形颗粒呈现出低流动性、高互锁性等不同于球形颗粒的特殊性质[11]. 为获得不同颗粒形状间较好的冲击过程, 这里令冲击物的初始速度 $V_0 = 5$ m/s, 在颗粒层表面上的初始高度 $H_2 = 30$ cm, 摩擦系数 $\mu_s = 0.4$, 法向阻尼系数 $C_n = 0.1$, 颗粒密度 $\rho = 2500$ kg/m³, 颗粒半径 $r_0 = 5$ mm, 其余计算参数见表2.

4.1 颗粒层厚度的影响

通过超二次曲面方程构造球体、圆柱体、正方体三种不同的颗粒形状，在刚性圆筒中随机产生，通过落雨法生成不同厚度的颗粒床，并在重力作用下颗粒系统保持稳定平衡状态，如图9所示。

当无颗粒填充时，圆筒底部所受的冲击力峰值 $P_0 = 4.67$ kN，当颗粒层厚度 $H = 0.8, 1.5, 2.5, 4.5, 9.5$ cm时，计算得到的冲击力时程如图10(a)–(c)所示。从图10(a)–(c)可以发现，球体、圆柱体、正方体都呈现类似的冲击特性，即随着颗粒层厚度的增加，冲击力峰值 P 逐渐减小且冲击持续时间逐渐延长。将三种形状在不同颗粒层厚度下的冲击力峰值进行统计，如图10(d)所示。可以发现，当颗粒层厚度 $H < 7.0$ cm时，相比圆柱形和正方形颗粒，球形颗粒的缓冲性能最好，而圆柱形颗粒的缓冲效果优于正方形颗粒。当颗粒层厚度 $H > 7.0$ cm时，颗粒层厚度和颗粒形状对缓冲特性的影响不再显著，

且趋于稳定。这里称该厚度为临界颗粒层厚度 H_c ，即 $H_c = 7.0$ cm。由于不同颗粒形态的缓冲特性受材料参数、尺度效应、冲击能量等不同因素的影响，因此在不同条件下临界颗粒层厚度通常具有一定差异。

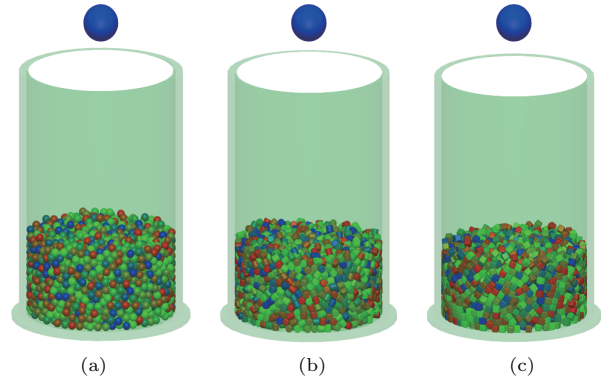


图9 不同形状颗粒材料缓冲特性的离散元模型 (a) 球体; (b) 圆柱体; (c) 正方体

Fig. 9. Discrete element models of granular materials with different shapes for buffer properties study: (a) Sphere; (b) cylinder; (c) cube.

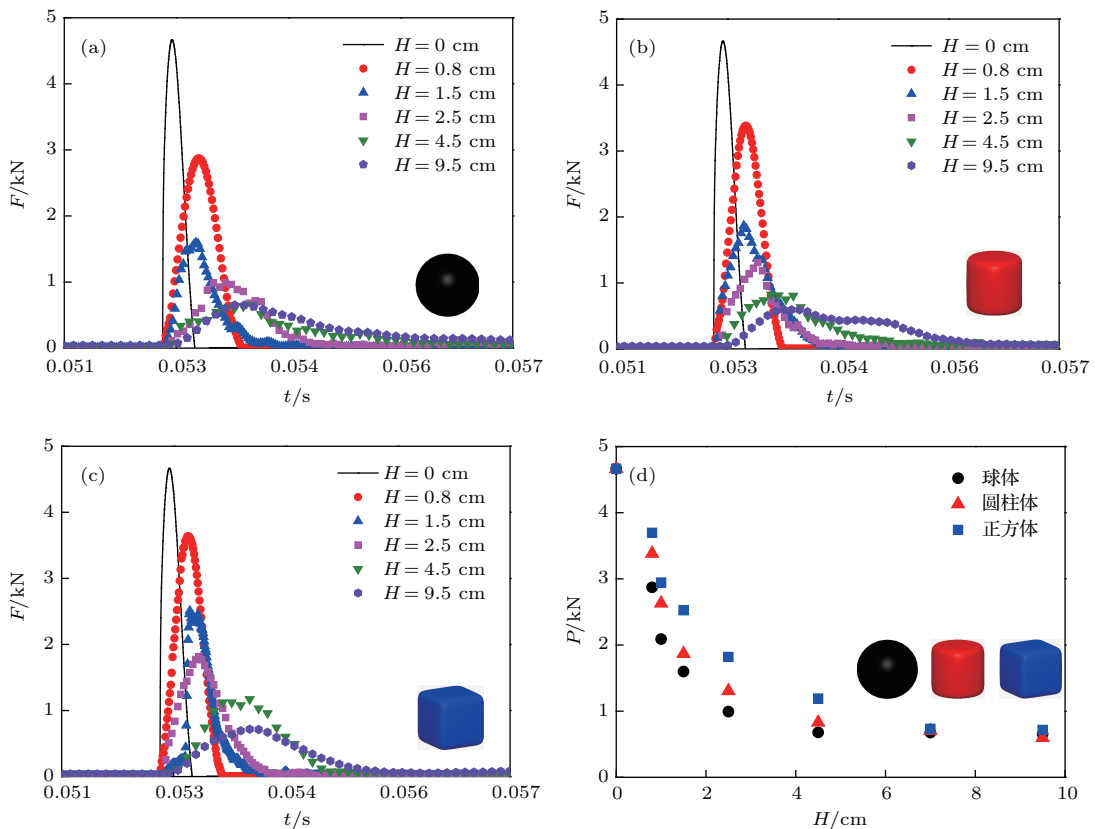


图10 不同颗粒层厚度下底板力的冲击力时程曲线 (a) 球体; (b) 圆柱体; (c) 正方体; (d) 三种形状的冲击力峰值变化
Fig. 10. Impact loads on bottom plate versus time under various thicknesses of granular with different shapes: (a) Sphere; (b) cylinder; (c) cube; (d) comparison of impact load peaks among three particle shapes.

4.2 不同颗粒尖锐度下密集度对冲击力的影响

为研究颗粒表面尖锐度对颗粒材料缓冲性能的影响, 这里保证不同形态的单个颗粒质量相等, 从而获得不同颗粒形状影响下的缓冲性能. 由于超二次曲面方程产生的颗粒形状具有几何对称性, 这里给出 1/4 的颗粒表面轮廓随函数尖锐度参

数从 2.0 到 8.0 的变化过程, 如图 11 (a) 所示. 通过表面尖锐度参数的连续变化实现颗粒形状从球体到正方体和圆柱体到正方体的两种形态转变, 如图 11 (b) 所示. 可以发现, 从球体到正方体变化的过程中保持参数 $n_1 = n_2$, 而圆柱体到正方体变化的过程中保持参数 $n_1 = 8$. 通过改变参数 n_2 , 从而得到在参数 n_2 从 2 到 8 变化过程中 13 种具有不同表面尖锐度的颗粒形态.

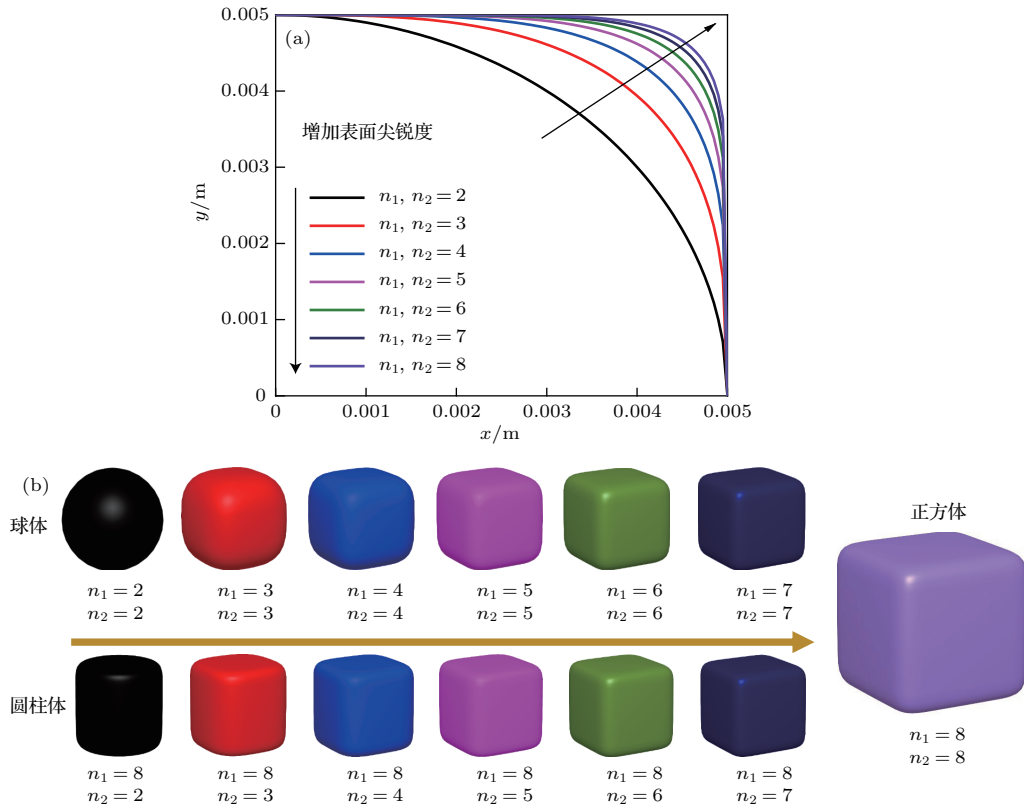


图 11 不同颗粒表面尖锐度参数对颗粒形状的影响

Fig. 11. Influences of blockiness parameters on the particle shapes.

图 12 为从球体和圆柱体到正方体的两种形状变化过程中表面尖锐度参数分别为 2.0, 3.0, 5.0, 8.0 时底板所受的冲击力历程. 在两种形状变化过程中, 对不同尖锐度下冲击力峰值 p 和颗粒系统初始密集度 C_0 进行统计, 如图 13 所示. 可以发现, 冲击力峰值和初始密集度随表面尖锐度的增加而显著增加. 在颗粒随机堆积和冲击过程中, 表面尖锐度的主要作用是将颗粒间的点接触逐步转变为面接触, 增加颗粒间的接触面积, 同时产生更加稳定且密实的颗粒系统. 此外, 增加颗粒表面尖锐度能阻止颗粒间的相对滑动和滚动, 使冲击物在颗粒材料中的运行距离相对减小, 从而产生较高的底部冲

击力. 以上结果表明: 相比具有尖锐顶点和平面的颗粒形态, 光滑表面的球形颗粒具有更好的缓冲效果. 同时, 颗粒间的面接触会提高颗粒系统的密集度, 从而降低系统的缓冲性能.

4.3 不同颗粒长宽比下密集度对冲击力的影响

为进一步研究颗粒长宽比对缓冲特性的影响, 通过改变超二次曲面方程得到不同的长宽比 $\sigma = c/a (= b)$, 分别取 $\sigma = 0.4, 0.6, 0.8, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5$ 和 3.0 得到 8 种不同长宽比的圆柱形和正方形颗粒形状, 如图 14 所示.

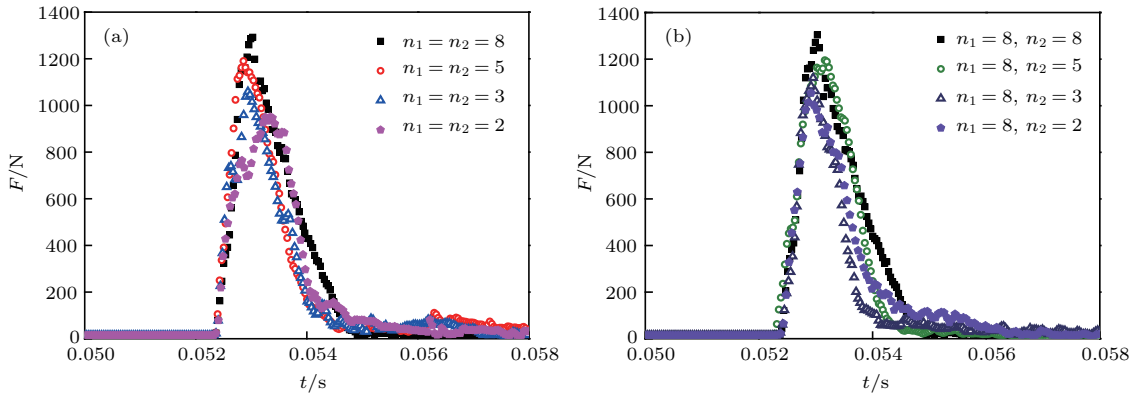


图 12 不同形状变化过程中表面尖锐度对冲击力时程的影响 (a) 球体-正方体; (b) 圆柱体-正方体

Fig. 12. Influences of blockiness parameters on the impact load versus time for the different changing processes: (a) Sphere-cube; (b) cylinder-cube.

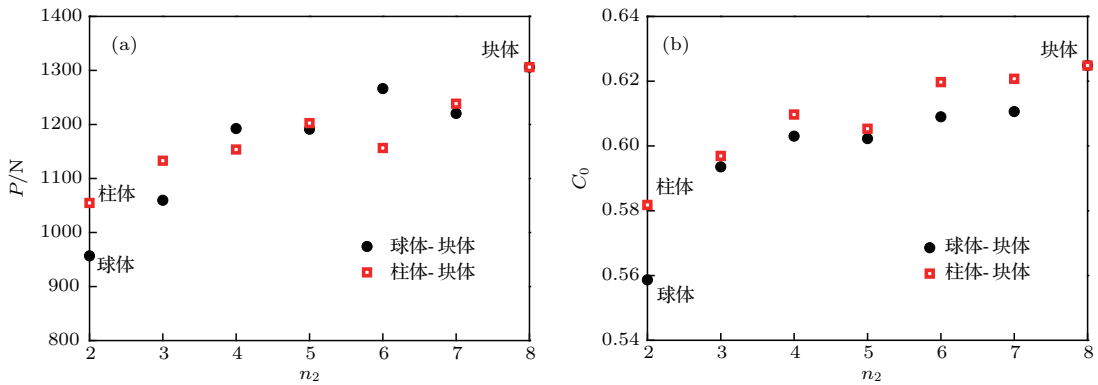


图 13 不同表面尖锐度下冲击力峰值和初始密集度的变化 (a) 冲击力峰值; (b) 初始密集度

Fig. 13. Impact load peaks and initial granular concentration under various blockiness parameters: (a) Impact load peaks; (b) initial concentration of granular material.

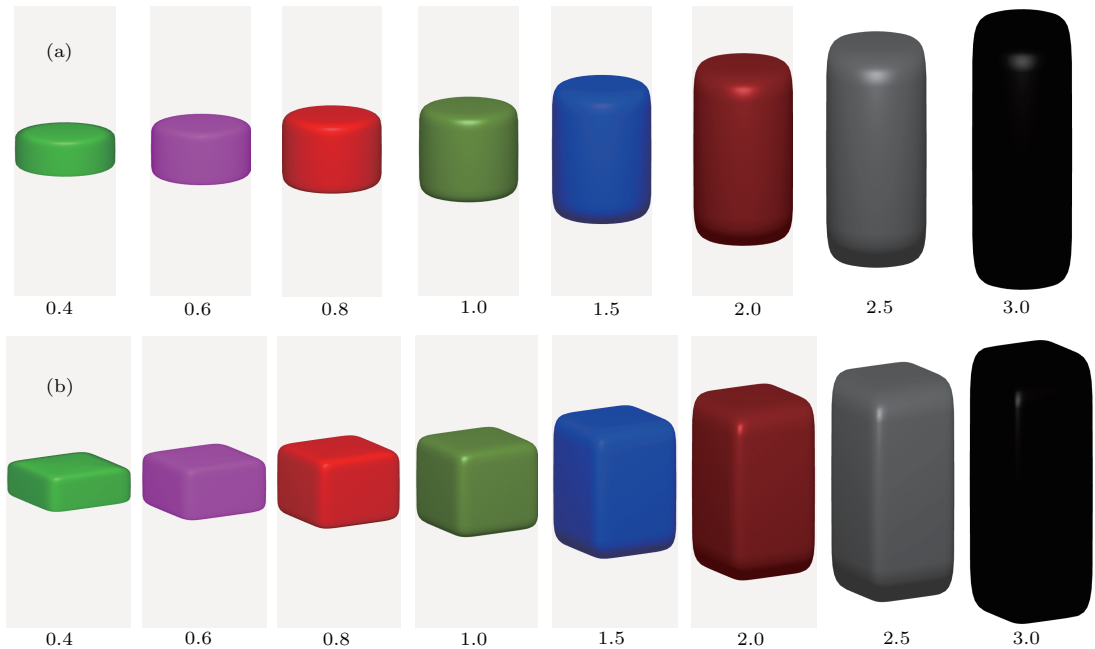


图 14 不同长宽比的圆柱形和长方形颗粒 (a) 圆柱形颗粒; (b) 长方形颗粒

Fig. 14. Cylinder-like particles and cube-like particles with various aspect ratios: (a) Cylinder-like particles; (b) cube-like particles.

图 15 为圆柱形和长方形颗粒的长宽比 σ 分别为 0.4, 1.0, 1.5 和 2.5 时底板的冲击力时程曲线. 同时, 分别对两种形状不同长宽比的冲击力峰值和初始密集度进行统计, 如图 16 所示. 可以发现, 增加或减小长宽比会使底部冲击力峰值和颗粒系统的初始密集度降低, 从而提高颗粒材料的缓冲性能. 同时, 对于相同长宽比的颗粒形态, 长方形颗粒的底部冲击力峰值都高于圆柱形颗粒. 这主要是由于长方形颗粒间的主要接触模式为面接触, 从而产生更加密实且相对稳定的颗粒系统, 缩短了冲

击的持续时间, 使得长方形颗粒具有较弱的缓冲性能.

在冲击过程中, 颗粒长宽比的主要作用是调整紧密排列的颗粒系统, 使颗粒间存在更多孔隙, 颗粒在冲击载荷作用下有很大的自由移动空间. 同时, 颗粒长宽比降低了系统的稳定性, 增加颗粒间的相对滑动和转动, 延长冲击时间. 此外, 对于较高或较低长宽比的颗粒系统, 颗粒间的自锁可以调整冲击力的传输方向并实现分散响应, 从而将局部冲击力在空间进行扩展, 具有较好的缓冲效果.

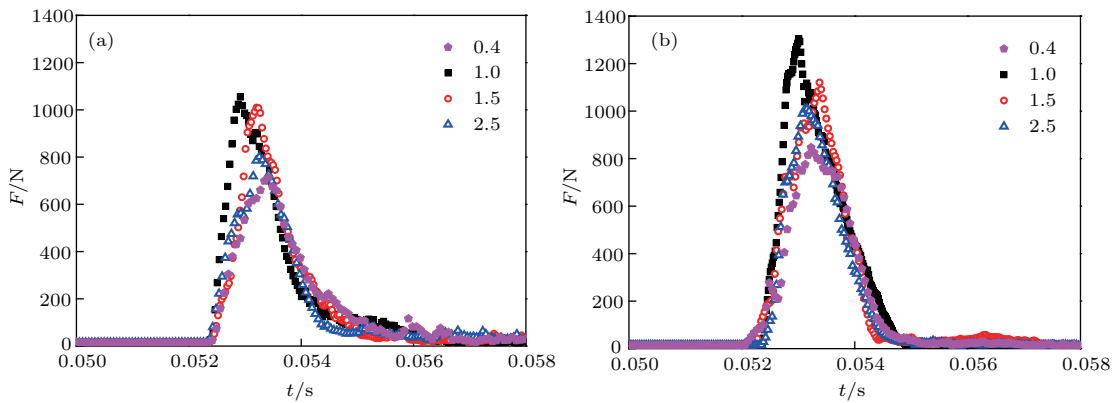


图 15 不同圆柱形颗粒和长方形颗粒长宽比对冲击力时程的影响 (a) 圆柱形颗粒; (b) 长方形颗粒

Fig. 15. Influences of aspect ratios on the impact load versus time for the different shapes: (a) Cylinder-like particles; (b) cube-like particles.

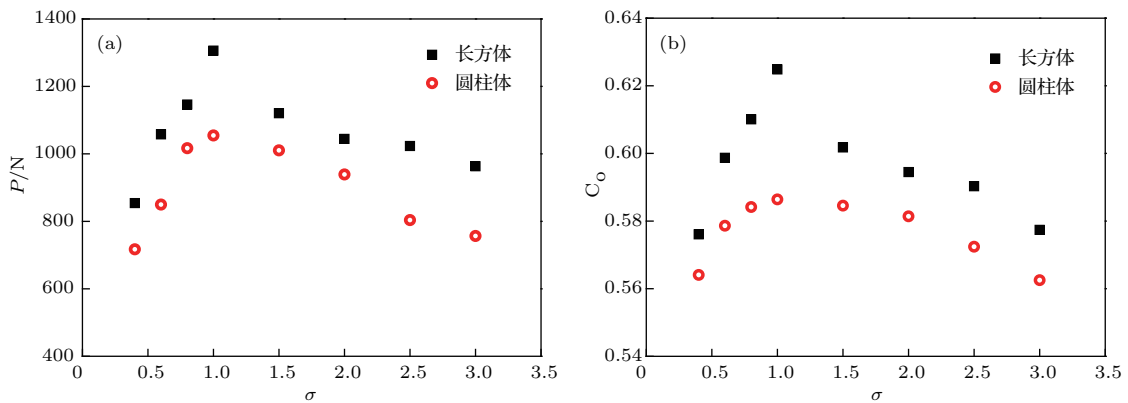


图 16 不同长宽比下冲击力峰值和初始密集度的变化 (a) 冲击力峰值; (b) 初始密集度

Fig. 16. Impact load peaks and initial granular concentration under various aspect ratios: (a) Impact load peaks; (b) initial concentration of granular material.

5 结 语

基于超二次曲面方程构造非球形颗粒形态, 在传统非线性接触模型的基础上考虑局部接触点处的平均曲率, 采用离散元方法对颗粒材料在球形冲

击物作用下的缓冲特性进行了数值分析. 通过与圆柱体冲击的理论结果和球体冲击的实验结果进行对比验证, 表明基于超二次曲面模型的离散元方法适用于模拟非球形颗粒的冲击过程. 在此基础上, 进一步研究了颗粒层厚度、颗粒表面尖锐度和长宽比对底部冲击力的影响. 研究结果表明: 颗

粒层厚度是影响不同形态颗粒材料缓冲特性的重要因素. 当颗粒层厚度 $H < H_c$ 时, 不同形态颗粒材料的缓冲特性随颗粒层厚度的增加而增加; 当 $H > H_c$ 时, 缓冲性能对颗粒形状和颗粒层厚度不再敏感. 同时, 相比具有尖锐顶点和平面的颗粒形态, 表面光滑的球形颗粒具有更好的缓冲效果. 颗粒间的面接触会提高颗粒系统的初始密集度并增强系统的稳定性, 从而降低颗粒材料的缓冲性能. 此外, 增加或减小圆柱形和长方形颗粒的长宽比, 有利于颗粒间的相对滑动或转动, 同时对于较高或较低长宽比的颗粒形态, 颗粒间的自锁都会提高系统的缓冲性能.

参考文献

- [1] Katsuragi H, Durian D J 2007 *Nat. Phys.* **3** 420
- [2] Kondic L, Fang X, Losert W, O'Hern C S, Behringer R P 2012 *Phys. Rev. E* **85** 011305
- [3] Nordstrom K, Lim E, Harrington M, Losert W 2014 *Phys. Rev. Lett.* **112** 228002
- [4] Bester C S, Behringer R P 2017 *Phys. Rev. E* **95** 032906
- [5] Seguin A, Bertho Y, Gondret P, Crassous J 2009 *Europhys. Lett.* **88** 44002
- [6] Clark A H, Petersen A J, Kondic L, Behringer R P 2015 *Phys. Rev. Lett.* **114** 144502
- [7] Deboeuf S, Gondret P, Rabaud M 2008 *Environ. Sci. Technol.* **42** 8459
- [8] Deboeuf S, Gondret P, Rabaud M 2009 *Phys. Rev. E* **79** 041306
- [9] Ye X Y, Wang D M, Zheng X J 2012 *Phys. Rev. E* **86** 061304
- [10] Lu G, Third J R, Müller C R 2015 *Chem. Eng. Sci.* **127** 425
- [11] Zhong W, Yu A, Liu X, Tong Z, Zhang H 2016 *Powder Technol.* **302** 108
- [12] Zhu H P, Zhou Z Y, Yang R Y, Yu A B 2007 *Chem. Eng. Sci.* **62** 3378
- [13] Zhu H P, Zhou Z Y, Yang R Y, Yu A B 2008 *Chem. Eng. Sci.* **63** 5728
- [14] Elskamp F, Kruggel-Emden H, Hennig M, Teipel U 2017 *Granular Matter* **19** 46
- [15] Zhao S, Zhang N, Zhou X, Zhang L 2017 *Powder Technol.* **310** 175
- [16] Kruggel-Emden H, Rickelt S, Wirtz S, Scherer V 2008 *Powder Technol.* **188** 153
- [17] Li C Q, Xu W J, Meng Q S 2015 *Powder Technol.* **286** 478
- [18] Zeng Y, Jia F, Zhang Y, Meng X, Han Y, Wang H 2017 *Powder Technol.* **313** 112
- [19] Galindo-Torres S A, Pedroso D M 2010 *Phys. Rev. E* **81** 061303
- [20] Toson P, Khinast J G 2017 *Powder Technol.* **313** 353
- [21] Govender N, Wilke D N, Pizette P, Abriak N E 2018 *Appl. Math. Comput.* **319** 318
- [22] Lu G, Third J R, Müller C R 2012 *Chem. Eng. Sci.* **78** 226
- [23] Cui Z Q, Chen Y C, Zhao Y Z, Hua Z L, Liu X, Zhou C L 2013 *Chin. J. Computat. Mech.* **30** 854 (in Chinese) [崔泽群, 陈友川, 赵永志, 花争立, 刘骁, 周池楼 2013 计算力学学报 **30** 854]
- [24] Cleary P W, Sinnott M D, Morrison R D, Cummins S, Delaney G W 2017 *Miner. Eng.* **100** 49
- [25] Di Renzo A, Di Maio F P 2004 *Chem. Eng. Sci.* **59** 525
- [26] Liu S D, Zhou Z Y, Zou R P, Pinson D, Yu A B 2014 *Powder Technol.* **253** 70
- [27] Goldman D I, Umbanhowar P 2008 *Phys. Rev. E* **77** 021308
- [28] Vet S J D, Bruyn J R D 2012 *Granular Matter* **14** 661
- [29] Clark A H, Petersen A J, Behringer R P 2014 *Phys. Rev. E* **89** 012201
- [30] Clark A H, Kondic L, Behringer R P 2016 *Phys. Rev. E* **93** 050901
- [31] Ji S Y, Li P F, Chen X D 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 184703 (in Chinese) [季顺迎, 李鹏飞, 陈晓东 2012 物理学报 **61** 184703]
- [32] Ji S Y, Fan L F, Liang S M 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 104501 (in Chinese) [季顺迎, 樊利芳, 梁绍敏 2016 物理学报 **65** 104501]
- [33] Sun Q C, Wang G Q 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4667 (in Chinese) [孙其诚, 王光谦 2008 物理学报 **57** 4667]
- [34] Peng Z, Jiang Y M, Liu R, Hou M Y 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 024502 (in Chinese) [彭政, 蒋亦民, 刘锐, 厚美瑛 2013 物理学报 **62** 024502]
- [35] Barr A H 1981 *IEEE Comput. Graph. Appl.* **1** 11
- [36] Stenzel O, Salzer M, Schmidt V, Cleary P W, Delaney G W 2014 *Granular Matter* **16** 457
- [37] Delaney G W, Cleary P W 2010 *Europhys. Lett.* **89** 34002
- [38] Portal R, Dias J, de Sousa L 2010 *Arch. Mech. Eng.* **57** 165
- [39] Wellmann C, Lillie C, Wriggers P 2008 *Eng. Computat.* **25** 432
- [40] Podlozhnyuk A, Pirker S, Kloss C 2017 *Comp. Part. Mech.* **4** 101
- [41] Goldman R 2005 *Comput. Aided Geomet. Desig.* **22** 632
- [42] Gan J Q, Zhou Z Y, Yu A B 2017 *Powder Technol.* **320** 610
- [43] Kremmer M, Favier J F 2001 *Int. J. Numer. Meth. Eng.* **51** 1407
- [44] Kodam M, Bharadwaj R, Curtis J, Hancock B, Wassgren C 2010 *Chem. Eng. Sci.* **65** 5863

Discrete element analysis of buffering capacity of non-spherical granular materials based on super-quadric method*

Wang Si-Qiang Ji Shun-Ying[†]

(State Key Laboratory of Structural Analysis for Industrial Equipment, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China)

(Received 29 November 2017; revised manuscript received 20 January 2018)

Abstract

Granular system commonly encountered in industry or nature is comprised of non-spherical grains. Comparing with spherical particles, high discretization and interlocking among non-spherical particles can effectively dissipate the system energy and improve the buffer capacity. The superquadric element based on continuous function envelop can form the geometric shape of irregular particles accurately, and then contact collision action between particles can be calculated easily. In this paper, we provide a comprehensive introduction to particle-particle and particle-boundary contact collision. In addition, considering different shapes and surface curvatures under various contact patterns between super-quadric particles, the linear contact force model cannot be applied to the accurate calculation of the contact force, and a corresponding non-linear viscoelastic force model is developed. In this model, the equivalent radius of curvature at a local contact point is adopted to calculate the normal contact force, and the tangential contact force is simplified based on the contact model of spherical elements. To examine the validity of the algorithm and this model, we compare the discrete element analytical results with the analytical results for a single cylinder impacting a flat wall and the previous experimental results for spherical granular material under impact load, and this method is verified by good agreement between the simulated results and the previous experimental results.

According to the aforementioned method, we study the buffer capacity of non-spherical particles under impact load by the discrete element method, and the influences of granular thickness and particle shapes on the buffer capacity are discussed. The results show that a critical thickness H_c is obtained for different particle shapes. The buffer capacity is improved with increasing the granular thickness when $H < H_c$, but is independent of the granular thickness and particle shapes when $H > H_c$. Moreover, the impact peak and initial packing fraction increase significantly with increasing the blockiness. Rectangular particles account for the highest packing fraction, and the packing fraction of cylindrical particles is higher than the packing fraction of spherical particles. Therefore, Rectangular particles are more likely to form dense face-face contacts and ordered packing structures with high packing fraction. These denser packings prevent the particles from their relatively moving, and thus reducing the buffering capacity of the particles. Furthermore, the impact peak and initial packing fraction decrease with increasing or reducing the aspect ratio of cylindrical particles and the aspect ratio of rectangular particles. The aspect ratio of particle can be used to adjust the dense packing structure and reduce the stability of the system. It means that the particles have more effective buffer capacity for the non-spherical particle system.

Keywords: discrete element method, non-spherical particle, buffer capacity, critical thickness

PACS: 45.70.-n, 83.80.Fg, 81.70.Bt

DOI: 10.7498/aps.67.20172549

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 11572067, 11772085).

† Corresponding author. E-mail: jisy@dlut.edu.cn