

人造钠信标角度非等晕性的实验研究

罗曦 李新阳 胡诗杰 黄奎 王晓云

Experimental investigation of angular anisoplanatism for sodium beacon

Luo Xi Li Xin-Yang Hu Shi-Jie Huang Kui Wang Xiao-Yun

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 099501 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172686

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172686>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I9>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

自适应非凸稀疏正则化下自适应光学系统加性噪声的去除

Removal of additive noise in adaptive optics system based on adaptive nonconvex sparse regularization

物理学报.2017, 66(12): 129501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.129501>

基于自适应阈值的阵列激光三维点云配准

Laser array imaging point cloud registration based on adaptive threshold

物理学报.2016, 65(24): 249501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.249501>

基于成像清晰度函数的非球面反射镜位置校正实验研究

Experimental research of alignment error correction by aspheric mirror based on the function of imaging quality

物理学报.2016, 65(13): 139501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.139501>

一种自适应光学系统响应矩阵的直接计算方法

Direct computation of the interaction matrix of adaptive optical system

物理学报.2014, 63(14): 149501 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.149501>

自适应光学系统倾斜校正回路的最优闭环带宽

Optimal closed-loop bandwidth of tip-tilt correction loop in adaptive optics system

物理学报.2014, 63(6): 069502 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.63.069502>

## 人造钠信标角度非等晕性的实验研究\*

罗曦<sup>1)2)†</sup> 李新阳<sup>1)2)</sup> 胡诗杰<sup>1)2)</sup> 黄奎<sup>1)2)</sup> 王晓云<sup>1)2)</sup>

1) (中国科学院光电技术研究所, 自适应光学研究室, 成都 610209)

2) (中国科学院自适应光学重点实验室, 成都 610209)

(2017年12月19日收到; 2018年1月31日收到修改稿)

为实际验证较大角度偏移 ( $\theta \approx 50 \mu\text{rad}$ ) 条件下人造钠信标探测光路与科学目标光路之间经历大气湍流波前畸变的相关特性及其影响, 开展了基于时序同步探测的人造钠信标角度非等晕性实验测量研究, 利用单哈特曼波前传感器实现了对自然星回光点阵以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标共振回光点阵的同步测量, 获得了时序同帧钠信标与自然星回光的波前序列, 并从两者波前二维分布及 Zernike 模式的统计相关性、非等晕误差的 Zernike 模式统计分布特性及其对目标成像影响等方面对实验结果进行了较全面的分析. 结果表明,  $50 \mu\text{rad}$  的角度偏离导致两者波前仅低阶模式之间保持着一定相关性 (如第 3—9 阶), 而非同轴钠信标偏离望远镜接收口径的大气湍流误差采样带来其探测波前与自然星波前之间部分高阶模式相关性的严重退化, 致使目标成像点扩散函数 Strehl 比 (0.31—0.22)、光学质量  $\beta$  (2.70—3.35) 的下降, 该影响不容忽视. 最后, 依据实验大气条件完成非等晕误差测量结果与理论计算结果的对比分析, 获得了理论与实验相符的结果.

关键词: 自适应光学, 钠信标, 角度非等晕性, 非等晕误差

PACS: 95.75.Qr, 42.68.Bz, 42.25.Dd

DOI: 10.7498/aps.67.20172686

## 1 引言

用于实时校正大气湍流所致光波随机动态波前畸变的自适应光学 (adaptive optics), 通常需要一个足够亮的参考源来提供由大气湍流引发的波前畸变信息, 即信标. 然而, 实际科学目标附近可用亮星的数目毕竟有限, 严重限制了自适应光学望远镜的天空覆盖率. 可控天空指向的激光导引星 (laser guide star, 或称人造信标) 是克服上述局限性的有效技术途径, 解决了自适应光学在应对暗弱科学目标时的大气湍流参考源问题<sup>[1]</sup>. 目前, 建立人造信标主要有两种方法: 一是应用大气层中分子的激光瑞利后向散射形成高度 10—25 km 的瑞利信标<sup>[2]</sup>; 二是应用大气中间层钠原子的  $D_2$  线 (589.2 nm) 激光后向共振散射形成高度 85—100 km 的钠信标<sup>[3,4]</sup>. 与瑞利信标相比, 钠

信标由于其具有海拔高度更高、对大气湍流采样更充分的优势, 在自适应光学应用领域受到了国内外的广泛关注<sup>[5]</sup>.

理想情况下, 人们总是希望信标能够提供与科学目标光路尽可能完全相同的大气湍流信息, 以实现目标光路波前畸变像差的完全校正. 然而, 实际中产生人造信标的高度有限, 且可能与科学目标之间存在空间角度偏离, 必然带来人造信标回光探测光路与科学目标光路之间经历大气湍流波前畸变像差的差异 (即非等晕误差), 进而对自适应光学的校正效果产生影响. 人造信标工作体制下的非等晕误差主要包括两类: 一是人造信标回光探测光路与科学目标校正光路之间仅存在由空间高度差异所致的聚焦非等晕误差; 二是人造信标回光探测光路与科学目标光路之间存在由空间角度差异所致的 (角度 + 聚焦) 综合非等晕误差.

目前, 针对人造信标非等晕问题的理论研究,

\* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 61505215) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: luoxi@ioe.ac.cn

以基于空间横向谱滤波方法的解析推导<sup>[6]</sup>以及结合特定人造信标工作体制下的数值仿真分析为主要技术手段. 其中, 在基于空间横向谱滤波方法的理论分析方面, Molodij 和 Rousset、沈锋和姜文汉通过对观测目标与信标大气湍流波前的 Zernike 模式展开, 分别分析了激光导引星自适应光学系统的校正残差模式特性<sup>[7]</sup>、非等晕误差模式特性<sup>[8]</sup>; 万敏等<sup>[9]</sup>对激光导引星自适应光学系统的大气湍流低阶像差校正效果进行了分析. 在结合特定信标工作体制的非等晕数值仿真分析方面, 中国科学院力学研究所开展了人造信标聚焦非等晕效应的数值建模研究<sup>[10]</sup>; 本课题组完成了实际外大气条件下信标非等晕效应的数值建模与瑞利信标模式验证<sup>[11-13]</sup>. 在理论研究的同时, 伴随激光导引星技术的飞速发展与工程应用, 国内外学者也开展了一些针对人造信标大气湍流波前探测非等晕误差的实验测量研究, 典型结果包括: 1991年美国麻省理工学院 Lincoln 实验室针对聚焦非等晕效应对不同高度大气层人造信标影响程度大小的实验验证<sup>[2]</sup>; 2006年 Keck 天文观测站在 10 m 口径 Keck II 望远镜上利用离轴人造信标补偿自然参考星大气湍流成像点扩散函数 (point spread function, PSF) 影响的实验研究<sup>[14]</sup>; 2014年中国工程物理研究院应用电子学研究所对瑞利信标非等晕误差的实验测量<sup>[15]</sup>以及其 2015年对钠信标聚焦非等晕效应的实验研究<sup>[16]</sup>. 然而, 目前尚未见关于钠信标角度非等晕性定量测量的报道.

基于本课题组前期对信标非等晕问题的数值建模与仿真分析<sup>[11]</sup>, 我们认识到: 对于有一定有效接

收口径  $\Phi$  的望远镜, 伴随人造信标采样高度的增加, 由于较大的归一化角度偏移 ( $\theta/\Phi = 50 \mu\text{rad/m}$ ) 所致的信标回光探测光路偏离望远镜接收口径内目标光路的大气湍流误采样, 将导致信标回光探测光路与目标光路之间大气湍流波前畸变部分模式相关性的显著恶化, 这一点在米级接收口径望远镜的人造钠信标工作体制下表现得尤为突出.

为了实际验证较大角度偏移 ( $\theta \approx 50 \mu\text{rad}$ ) 条件下人造钠信标探测光路与科学目标光路之间经历大气湍流波前畸变模式的相关特性及其对自适应光学的影响, 本文开展了基于时序同步探测的实际大气钠信标角度非等晕性实验测量研究: 在米级望远镜 (有效接收口径  $\Phi = 1 \text{ m}$ ) 上, 利用单个哈特曼波前传感器实现了对自然星回光点阵以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵的同步测量, 分析了自然星、钠信标探测大气湍流波前各阶 Zernike 模式的统计相关性, 讨论了  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移影响下钠信标探测大气湍流波前的各阶 Zernike 模式相对非等晕误差统计特性, 研究了所述非等晕误差对目标光路成像质量的影响, 最后依据实验大气条件对所述非等晕误差测量结果与理论计算结果进行了对比分析.

## 2 人造钠信标角度非等晕性的理论分析

理论上, 基于空间横向谱滤波方法<sup>[14]</sup>, 可以严格推导存在角度偏移非同轴人造信标相对于无穷远自然星目标的 (角度 + 聚焦) 综合非等晕方差:

$$\sigma_{\phi}^2 = 2.606k^2 \csc E \times \int_0^L dh C_n^2(h) \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^{-8/3} \left[ 1 - \frac{4L}{\kappa h D} J_1 \left( \frac{\kappa h \Phi}{2L} \right) J_0(\kappa \theta h \csc E) \right]. \quad (1)$$

在去除平移项非等晕方差  $\sigma_{\text{Piston}}^2$ 、倾斜项非等晕方差  $\sigma_{\text{Tip-Tilt}}^2$  影响后, 人造信标的有效综合非等晕方差  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  为

$$\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2 = \sigma_{\phi}^2 - \sigma_{\text{Piston}}^2 - \sigma_{\text{Tip-Tilt}}^2, \quad (2)$$

式中, 平移项非等晕方差  $\sigma_{\text{Piston}}^2$ 、倾斜项非等晕方差  $\sigma_{\text{Tip-Tilt}}^2$  分别为

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{Piston}}^2 &= 5.212k^2 \csc E \times \int_0^L dh C_n^2(h) \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^{-8/3} \left[ \frac{J_1^2(b)}{b^2} + \frac{J_1^2(a)}{a^2} - 2J_0(\kappa \theta h \csc E) \frac{J_1(a)J_1(b)}{ab} \right], \\ \sigma_{\text{Tip-Tilt}}^2 &= 20.83k^2 \csc E \times \int_0^L dh C_n^2(h) \int_0^{\infty} d\kappa \kappa^{-8/3} \left[ \frac{J_2^2(b)}{b^2} + \frac{J_2^2(a)}{a^2} - 2J_0(\kappa \theta h \csc E) \frac{J_2(a)J_2(b)}{ab} \right], \end{aligned} \quad (3)$$

其中,  $a = \kappa\Phi/2$ ;  $b = (1 - h/L)\kappa\Phi/2$ ;  $\theta$  为人工信标与目标之间的角度偏移,  $E$  为观测仰角,  $C_n^2(h)$  为大气折射率结构常数廓线分布,  $k$  为波数,  $\Phi$  为望远镜口径,  $L$  为人工信标高度,  $\kappa$  为空间频率;  $J_0(\cdot)$ ,  $J_1(\cdot)$ ,  $J_2(\cdot)$  分别为0阶、1阶、2阶的第一类Bessel函数.

利用 Hufnagel-Valley (HV) 大气湍流模型 [17], 并通过 HV-30, HV-35, HV-45 三种大气湍流模式 [18] 中部分参数的适当调整 (如图 1 所示), 在相同相干长度  $r_0$ 、不同等晕角  $\theta_0$  条件下, 对  $\Phi = 1$  m 有效接收口径下钠信标有效综合非等晕方差  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  伴随角度偏移  $\theta$  的变化进行了理论计算, 如图 2 所示. 其中, 理论计算中选取观测仰角  $E = 75^\circ$ , 对应调整后三种大气条件  $0.589 \mu\text{m}$  波段相干长度为  $r_0 \sim 7.40$  cm; 等晕角分别为  $\theta_0 = 5.61, 4.68, 3.47 \mu\text{rad}$ .

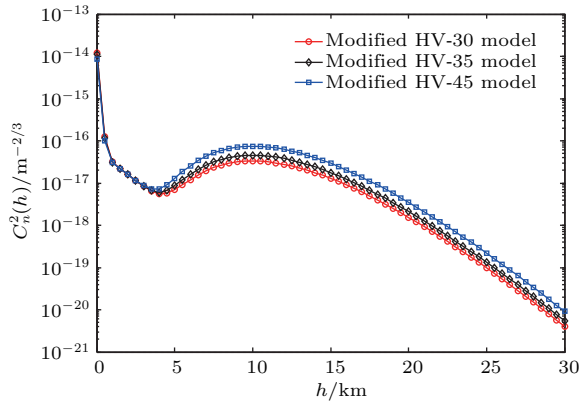


图 1 钠信标有效综合非等晕方差理论分析中使用的大气湍流模式廓线  
Fig. 1. Atmospheric turbulence profile models used in the sodium beacon's effective anisoplanatic phase variance analysis.

由图 2 可以看到: 当角度偏移  $\theta = 0$  时, 仅存在由于钠信标有限采样高度所致聚焦非等晕效应, 有效综合非等晕方差演化为聚焦非等晕方差; 对于  $\Phi = 1$  m 有效接收口径, 伴随钠信标角度偏移  $\theta$  的增大, 其角度非等晕影响相对聚焦非等晕影响将占据主导作用, 导致钠信标有效综合非等晕方差的迅速增大; 对应等晕角  $\theta_0 = 4.68, 5.61 \mu\text{rad}$  相对较大的条件下,  $10 \mu\text{rad}$  角度偏移所致钠信标的有效综合非等晕方差可在  $1 \text{ rad}^2$  以内; 然而, 对应等晕角  $\theta_0 = 3.47, 4.68, 5.61 \mu\text{rad}$  三种条件下,  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移所致钠信标的有效综合非等晕方差均可达其聚焦非等晕方差的近 10 倍.

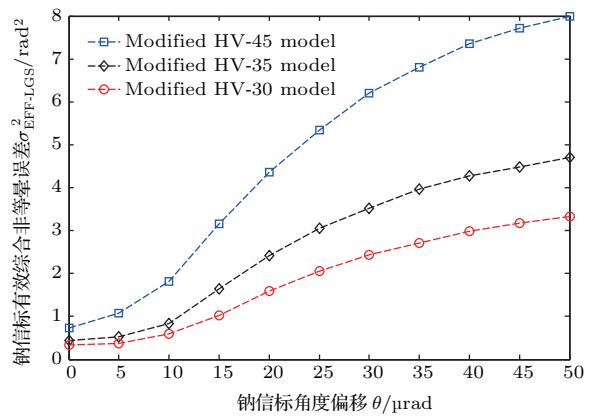


图 2 不同等晕角条件下钠信标有效综合非等晕方差  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  随角度偏移  $\theta$  的变化  
Fig. 2. The sodium beacon effective anisoplanatic error variance  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  as a function of angular offset from natural guide star under different anisoplanatic angle conditions.

### 3 人造钠信标角度非等晕性的同步测量原理

人造钠信标角度非等晕性同步测量原理如图 3 所示, 实验测量系统主要由望远镜、钠信标激光器、信标激光发射控制倾斜镜、时序同步控制模块、哈特曼波前传感器及其配套波前处理机组成.

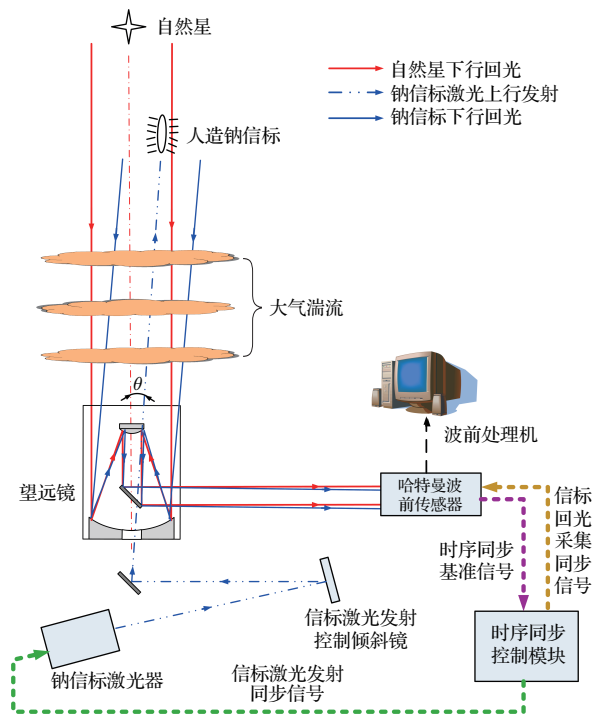


图 3 人造钠信标角度非等晕性同步测量的原理示意图  
Fig. 3. Experimental measurement set-up of Na LGS angular anisoplanatism.



该实验测量系统中的哈特曼波前传感器由光学变倍系统、转盘式机械快门装置、阵列微透镜、光学匹配系统、电子倍增型电荷耦合器件 (electron multiplying charge coupled device, EMCCD) 探测器组成, 如图 4 所示. 其中, 为了实现对自然星回光点阵与其相距  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵的同步测量, 我们设计哈特曼波前传感器的子孔径视场为  $21.9 \text{ arcsec}$ ; 转盘式机械快门作为实现对特定高度范围人造信标散射回光进行精确位置选通、且对近程杂光进行有效抑制的技术手段<sup>[19]</sup>, 已在本课题组前期的瑞利信标非等晕模式验证实验中得到应用<sup>[13]</sup>, 这里考虑大气中间钠层产生脉冲式钠信标共振散射回光的相关特点, 对转盘式机械快门的结构参数进行了优化设计.

大气中间钠层中心高度约  $90 \text{ km}$ , 厚度可达  $15\text{--}20 \text{ km}$ <sup>[6]</sup>. 为了实现对脉冲式钠信标激光与

大气中间钠层相互作用后产生钠信标共振散射回光的有效接收以及对近程杂光的有效抑制, 配合新设计结构参数的转盘式机械快门, 图 5 给出了设计人造钠信标回光同步探测的时序原理示意, 其中  $E$  为观测仰角,  $\Delta t_{\text{pulse}}$  为钠信标激光器输出脉宽,  $H \approx 90 \text{ km}$  为钠信标位置选通起始高度,  $H + \Delta H \approx 100 \text{ km}$  为钠信标位置选通终止高度.

在每个周期内, 自单脉冲信标激光出光时刻至脉冲前沿对应选通起始高度共振信标回光进入哈特曼传感器时刻 (即单脉冲信标激光出光之后的  $2 \times H \times \csc E / c$  时间段), 机械快门控制哈特曼波前传感器接收光路处于关门状态, 即近程杂光抑制时间段; 随即机械快门开门, 其控制哈特曼波前传感器接收光路的开门时间段为自脉冲前沿对应选通起始高度共振信标回光进入哈特曼传感器时刻至脉冲后沿对应选通终止高度共振信标回光进入哈特曼

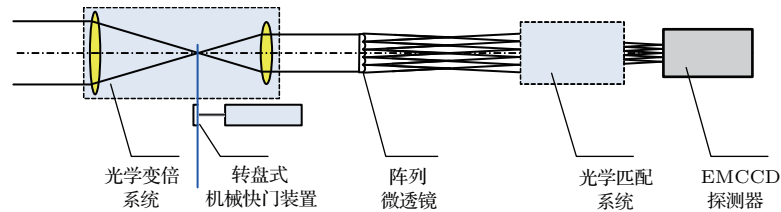


图 4 哈特曼波前传感器结构原理图

Fig. 4. Structure layout of Shack Hartmann wave-front sensor.

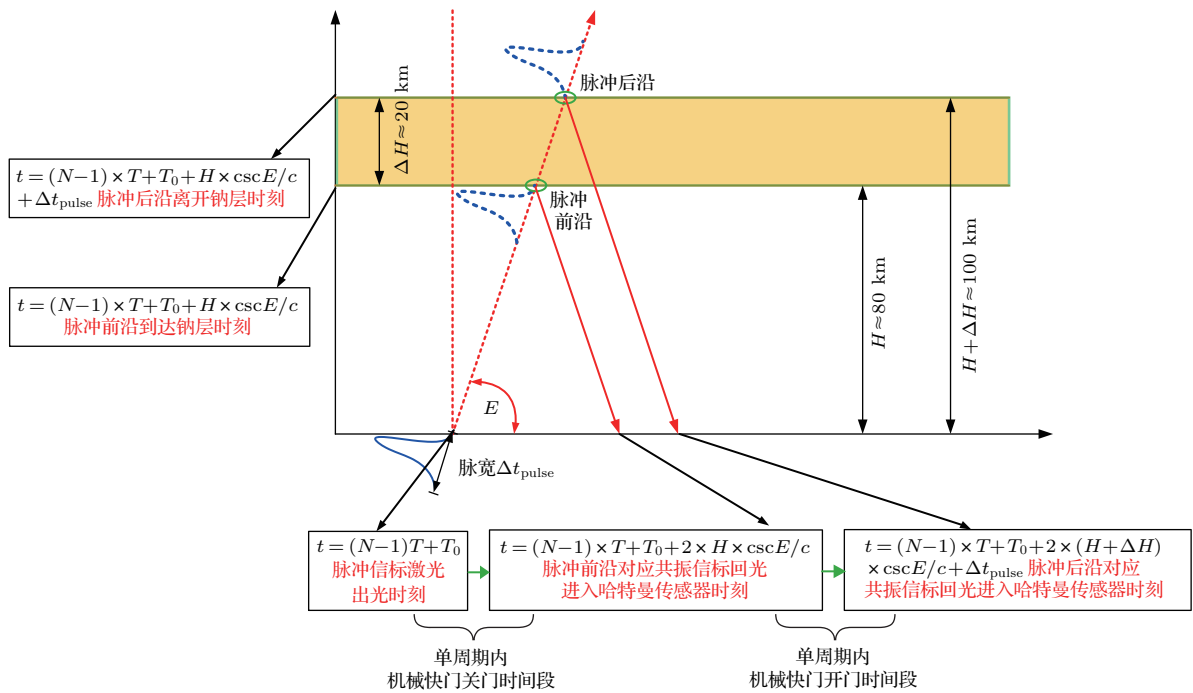


Fig. 5. Schematic diagram of return-light synchronized detection of pulsed Na LGS.

曼传感器时刻(即脉冲前沿对应选通起始高度共振信标回光进入哈特曼传感器开始采集之后的  $2 \times \Delta H \times \csc E / c + \Delta t_{\text{pulse}}$  时间段), 即有效钠信标回光的采集时间段. 其中,  $c$  为光速.

#### 4 实验结果与分析

结合图3所示的测量原理与测量系统, 开展了多发次的同步探测钠信标角度非等晕性实验测量. 实验中, 望远镜对某方位、仰角  $75^\circ$  的某自然星目标进行闭环, 并利用信标激光发射控制倾斜镜来控制钠信标激光器的发射指向, 以产生钠信标相对于该自然星目标的角度偏移. 在机械快门通过向时序同步控制模块提供时序同步基准信号, 且时序同步控制模块对钠信标激光器出光触发时延、EMCCD 探测器图像输出触发时延进行统一控制的前提下,

实现了单哈特曼波前传感器对自然星目标回光点阵以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵的同步测量.

##### 4.1 典型测量结果与波前相关性分析

图6(a)为实验中同步采集得到某同一时刻自然星目标回光以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光的哈特曼点阵典型单帧图像. 其中, 自然星目标回光点阵位于哈特曼各子孔径的视场中心附近, 而  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵则位于哈特曼各子孔径的视场右下方. 事后, 通过对哈特曼单帧图像各子孔径内双目标分别提取质心的方式, 如图6(b)所示自然星回光点阵质心“+”与钠信标回光点阵质心“×”, 以实现对应同一时刻自然星目标回光点阵以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵的逐帧斜率计算与波前复原.

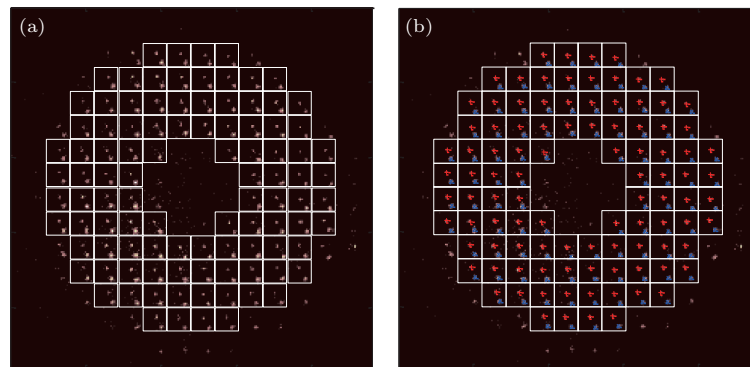


图6 同步采集自然星目标与  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标回光点阵的典型实验结果 (a) 单帧哈特曼图像; (b) 单帧哈特曼图像的双目标分别质心提取

Fig. 6. Experimental results of the return-light spot arrays from the natural star and the sodium beacon with  $50 \mu\text{rad}$  angular offsets: (a) The HS image; (b) the separated centroid estimation.

采用 Zernike 模式波前复原算法对实验获取不同时间段的 3 组 (编号 1#—3#) 哈特曼图像序列分别进行自然星回光点阵与钠信标回光点阵的波前复原, 便可得对应同一时刻自然星与其相距  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的二维波前序列; 将对应同一时刻的自然星复原波前  $\varphi_{\text{STAR}}$  与钠信标复原波前  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$  进行相减, 即得对应帧的钠信标非等晕波前误差, 典型结果如图7所示. 需要特别指出的是: 为了针对性地研究角度非等晕性, 在对自然星回光点阵与钠信标回光点阵的波前复原中均移除了平移项、倾斜项的影响<sup>[7,14]</sup>, 并在对钠信标回光点阵的波前复原中扣除了由于其有限采样距离

所致固定离焦量的影响.

通过对实验复原同一时刻自然星波前  $\varphi_{\text{STAR}}$  与其相距  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标波前  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$  的相关运算

$$r_{\text{wave}} = \frac{\text{COV}(\varphi_{\text{STAR}}, \varphi_{\text{NA-LGS}})}{\sqrt{D(\varphi_{\text{STAR}})}\sqrt{D(\varphi_{\text{NA-LGS}})}},$$

完成对应同一时刻自然星与其相距  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标二维波前序列的相关性分析, 典型结果如图8所示. 这里,  $\text{COV}(\varphi_{\text{STAR}}, \varphi_{\text{NA-LGS}})$  为对应同一时刻自然星复原波前  $\varphi_{\text{STAR}}$  与钠信标复原波前  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$  的协方差,  $D(\cdot)$  为复原波前的方差.

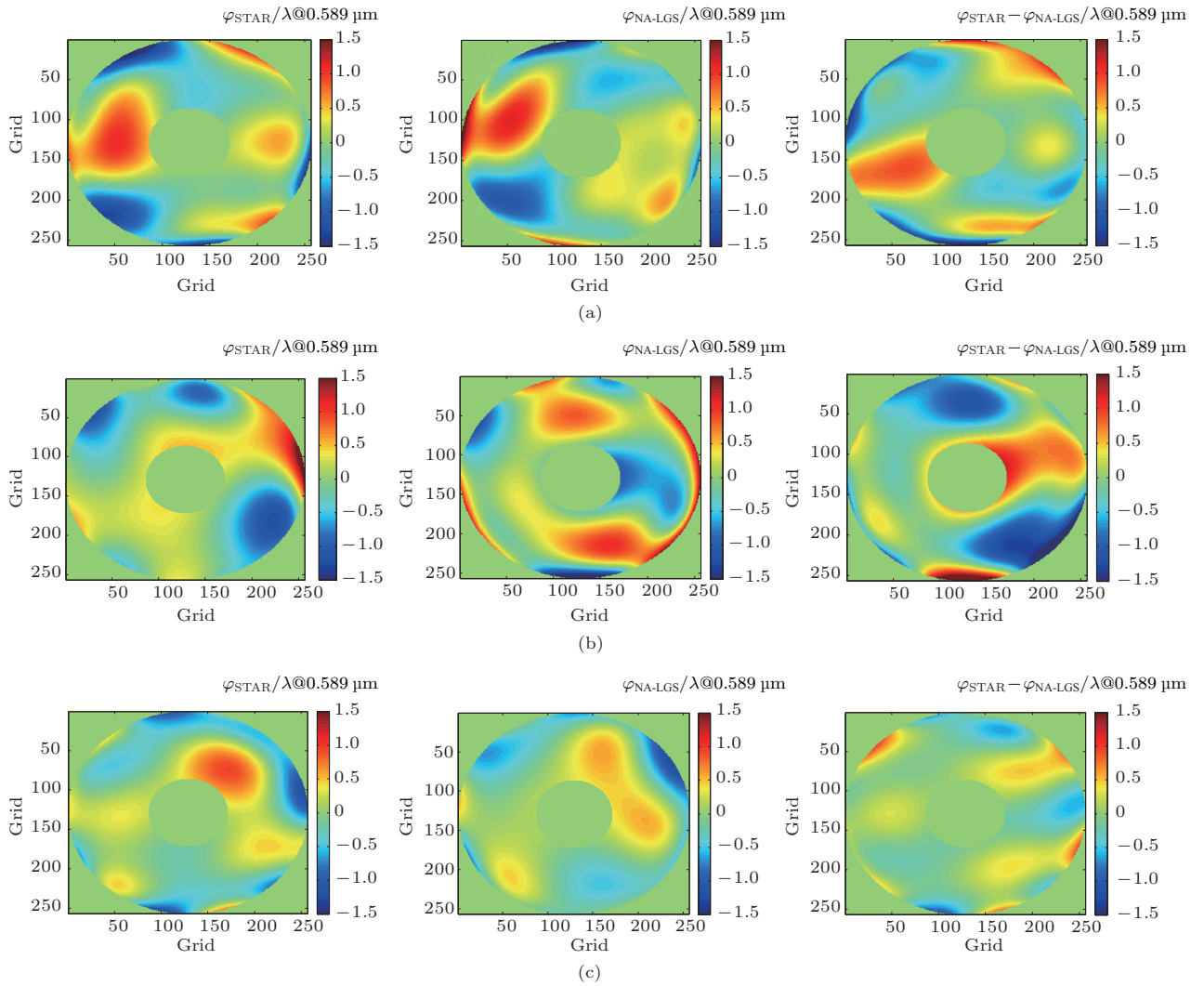


图7 1# 实验复原同一时刻自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标二维波前的对比 (a) 第 64 帧  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$ ; (b) 第 259 帧  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$ ; (c) 第 410 帧  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$   
 Fig. 7. The 1# experimental results of the recovered wavefronts of the synchronous return-light spot arrays from the natural star and the sodium beacon with 50 μrad angular offsets: (a) The 64th frame of  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$ ; (b) the 259th frame of  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$ ; (c) the 410th frame of  $\varphi_{\text{STAR}}$ ,  $\varphi_{\text{NA-LGS}}$ ,  $\varphi_{\text{STAR}} - \varphi_{\text{NA-LGS}}$ .

由图 7 和图 8 可以看到: 不同时间段的实验复原波前序列呈现出一个共同特征, 就是同一时刻自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标的波前相关性随时间演化呈现出较大起伏, 某些时刻自然星与钠信标波前分布呈现较好的相关性, 而某些时刻自然星与钠信标波前分布的相关性则较差, 这一点与无角度偏移同轴信标的纯聚焦非等晕效应不同, 也

符合实际大气湍流随机变化的特征。

提取上述实验获取不同时间段的 3 组复原波前序列 (编号 1#—3#), 利用自然星复原波前减去对应同一时刻的钠信标复原波前, 即得对应不同时间段的 50 μrad 角度偏移钠信标的非等晕波前误差统计结果, 列于表 1, 其中  $\lambda$  表示 0.589 μm 波段的波长。

表 1 50 μrad 角度偏移钠信标非等晕波前误差的实验统计结果 (@0.589 μm)

Table 1. Measurement results of the anisoplanatic wavefront error for sodium beacon with 50 μrad angular offsets (@0.589 μm).

实验发号	自然星波前 $RMS/\lambda$	50 μrad 角度偏移钠信标波前 $RMS/\lambda$	钠信标非等晕波前误差 $RMS/\lambda$
1#	0.533	0.546	0.464
2#	0.511	0.502	0.401
3#	0.495	0.490	0.375

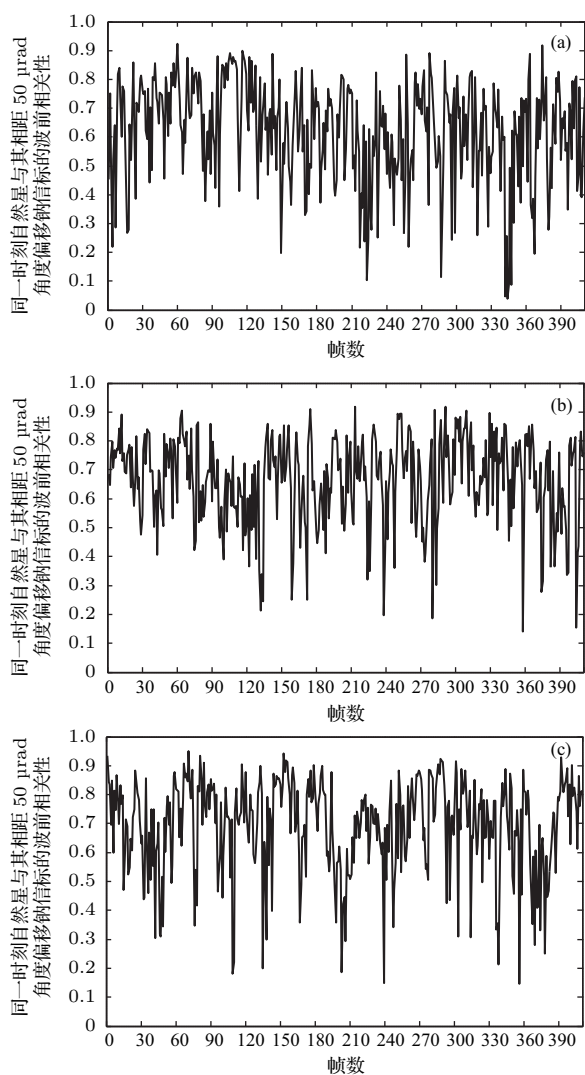


图8 实验复原同一时刻自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标的二维波前序列相关性分析 (a) 实验发号 1#; (b) 实验发号 2#; (c) 实验发号 3#

Fig. 8. Correlation coefficients between the recovered wavefronts of the synchronous return-light spot arrays from the natural star and the sodium beacon with 50 μrad angular offsets: (a) The 1# experimental results; (b) the 2# experimental results; (c) the 3# experimental results.

从表 1 中 3 组实验复原的自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标波前序列的统计结果可以看到: 采集时间段的大气条件在逐渐变好, 对应采集时间段的大气湍流自然星波前  $RMS = 0.53\lambda - 0.49\lambda$ , 而(自然星 - 钠信标)的非等晕性波前误差  $RMS = 0.46\lambda - 0.37\lambda$ , 均略小于对应实验发号的大气湍流自然星波前  $RMS$ , 说明自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标波前的部分 Zernike 模式之间存在主导相关性, 这也是第

4.2 节要讨论的内容.

## 4.2 自然星与钠信标波前 Zernike 模式的相关性分析

通过对实验复原同一时刻自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标的波前序列对应 Zernike 模式的相关运算

$$r^{\text{Zernike-}j} = \frac{\text{COV}(a_{j\text{-STAR}}, a_{j\text{-NA-LGS}})}{\sqrt{D(a_{j\text{-STAR}})}\sqrt{D(a_{j\text{-NA-LGS}})}},$$

便可考察各采样时间段内对应同一时刻自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标复原波前对应各阶 Zernike 模式的相关性. 其中,  $a_{j\text{-STAR}}$ ,  $a_{j\text{-NA-LGS}}$  分别为实验复原同一时刻自然星复原波前、50 μrad 角度偏移钠信标复原波前的对应第  $j$  阶 Zernike 模式系数序列.

3 组实验复原的自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标波前序列对应各阶 Zernike 模式的相关性统计结果如图 9 所示, 随着 Zernike 模式阶数的增长, 自然星与钠信标波前对应模式的相关性总体呈现出振荡下降趋势, 即对应低阶模式的相关性好(如第  $j = 3-9$  阶 Zernike 模式的相关系数  $r^{\text{Zernike-}j}$  均保持在 0.6 以上), 而对应高阶模式的相关性差, 这与自然星回光采样大气湍流路径与钠信标回光采样大气湍流路径之间存在 50 μrad 的角度偏移有关. 对应不同时间段的 1#—3# 实验数据, 自然星与信标波前对应模式的相关性总体呈现变好趋势, 这与表 1 中钠信标角度非等晕性误差的统计结果是相互印证的.

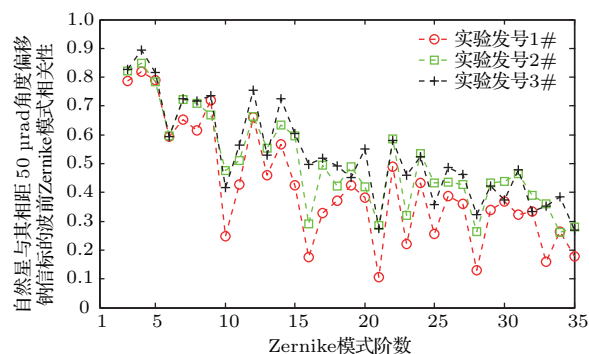


图9 实验复原自然星与其相距 50 μrad 角度偏移钠信标波前序列对应各阶 Zernike 模式的相关性分析

Fig. 9. Correlation coefficients between Zernike modes of the recovered wavefronts for the natural star and the sodium beacon with 50 μrad angular offsets.



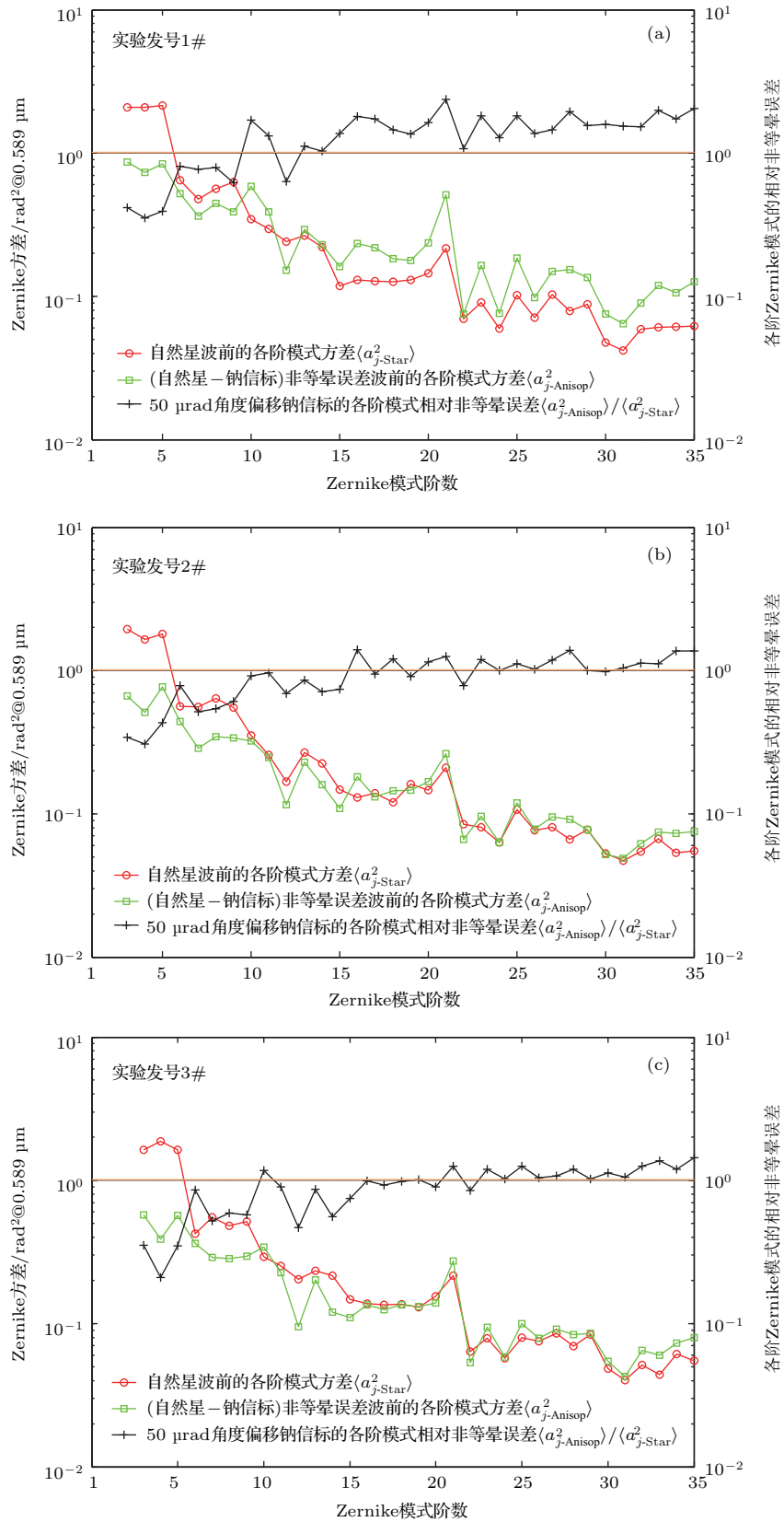


图 10 实验复原自然星波前模式方差  $\langle a_{j\text{-Star}}^2 \rangle$ , (自然星 - 钠信标) 非等晕误差波前模式方差  $\langle a_{j\text{-Anisop}}^2 \rangle$  以及  $50 \mu\text{rad}$  角度偏移钠信标各阶模式相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 = \langle a_{j\text{-Anisop}}^2 \rangle / \langle a_{j\text{-Star}}^2 \rangle$  随 Zernike 模式阶数的变化 (a) 实验发号 1#; (b) 实验发号 2#; (c) 实验发号 3#  
 Fig. 10. Statistical distribution of the Zernike variances of the natural star wavefronts and the (natural star - sodium beacon) wavefronts, and statistical distribution of the Zernike-modal relative anisoplanatic errors of the sodium beacon with  $50 \mu\text{rad}$  angular offsets: (a) The 1# experimental results; (b) the 2# experimental results; (c) the 3# experimental results.

### 4.3 钠信标非等晕性误差的 Zernike 模式特性分析

通过对实验获取同一时刻(自然星-钠信标)非等晕误差波前序列以及自然星波前序列的各阶 Zernike 模式方差  $\langle a_{j-\text{Anisop}}^2 \rangle = \langle (a_{j-\text{Star}} - a_{j-\text{Na}})^2 \rangle$  和  $\langle a_{j-\text{Star}}^2 \rangle$  的统计, 可对 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的各阶模式相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 = \langle a_{j-\text{Anisop}}^2 \rangle / \langle a_{j-\text{Star}}^2 \rangle$  进行分析.

3组实验分别复原的自然星波前模式方差  $\langle a_{j-\text{Star}}^2 \rangle$ 、(自然星-钠信标)非等晕误差波前模式方差  $\langle a_{j-\text{Anisop}}^2 \rangle$  以及 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标各阶模式相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 = \langle a_{j-\text{Anisop}}^2 \rangle / \langle a_{j-\text{Star}}^2 \rangle$  随 Zernike 模式阶数的变化规律分别如图 10 (a)—(c) 所示.

由图 10 可以看到, 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标与自然星波前的低阶模式之间仍然保持着一定的相关性. 对于 50  $\mu\text{rad}$  的角度偏移, 由于非同轴钠信标偏离望远镜接收孔径内自然星回光传输光路的大气湍流误采样, 导致其部分模式相对非等晕误差的明显增大, 如图 10 (a) 所示 9 阶以上基本为  $\varepsilon_j^2 \geq 1$ 、图 10 (b) 所示 14 阶以上基本为  $\varepsilon_j^2 \geq 1$ 、图 10 (c) 所示 20 阶以上基本为  $\varepsilon_j^2 \geq 1$ . 此时, 对应整层大气高度范围, 非同轴钠信标偏离望远镜口径的大气湍流

误采样对角度非等晕误差的影响, 相对于钠信标高度对聚焦非等晕误差的影响将占据主导作用, 进而带来钠信标探测波前与自然星波前之间部分模式相关性的退化, 甚至完全不相关(即对应模式的相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 \geq 1$ ). 这也就是说, 在非同轴目标光路校正的应用场景, 较大角度偏移钠信标探测大气湍流波前中, 对应相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 \geq 1$  的模式是不可用的, 应当进行适当模式融合以获取最小波前误差.

### 4.4 钠信标波前模式融合阶数与波前误差

提取实验得到的 3 组复原波前序列, 并利用自然星复原波前减去对应同一时刻的不同阶次 Zernike 模式钠信标复原波前, 即得 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标波前模式融合阶数与波前误差的统计结果, 见表 2.

从表 2 可以看到: 对于不同的实验发次, 由于实验大气条件的变化(大气相干长度  $r_0$  与大气等晕角  $\theta_0$ ), 融合后波前误差最小值所对应的 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标波前融合模式阶数是不同的, 例如实验发号 1# 对应最优融合模式阶数为 3—9 阶, 实验发号 2# 对应最优融合模式阶数为 3—14 阶, 实验发号 3# 对应最优融合模式阶数为 3—20 阶, 过多的融合模式阶数将会带来波前误差的增大.

表 2 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标波前融合模式阶数与融合后波前误差的实验统计结果 (@0.589  $\mu\text{m}$ )

Table 2. Measurement results of the 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets influences on the residual wavefront error after partial Zernike-modal correction with sodium beacon (@0.589  $\mu\text{m}$ ).

对应钠信标选择 Zernike 模式的 径向频率数 $n$	实验发号 1# 融合后波前误差 $RMS/\lambda$	实验发号 2# 融合后波前误差 $RMS/\lambda$	实验发号 3# 融合后波前误差 $RMS/\lambda$
3—5	0.443	0.427	0.402
3—9	0.425	0.401	0.380
3—14	0.432	0.395	0.372
3—20	0.443	0.396	0.369
3—27	0.455	0.398	0.372
3—35	0.464	0.401	0.375

### 4.5 钠信标角度非等晕性对目标光路成像质量的影响

为了评估角度偏移条件下钠信标非等晕误差对目标光路成像质量的影响, 在实验已获取

50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的非等晕性波前误差序列的基础上, 就其对目标光路成像质量的影响进行了研究. 这里, 主要以非等晕误差对应目标成像波段 PSF 的峰值 Strehl 比 [20]、光学质量  $\beta$  [21] 作为评价标准, 目标成像参考波长为 1.06  $\mu\text{m}$ .

实验获取 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的非等晕误差对目标成像 PSF 影响的典型单帧光斑(即利用 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标探测波前补偿目标成像光

路波前畸变后的目标成像 PSF), 如图 11 (a)—(c) 所示. 所述非等晕误差对目标成像 PSF 峰值 Strehl 比、光学质量  $\beta$  影响的统计结果见表 3.

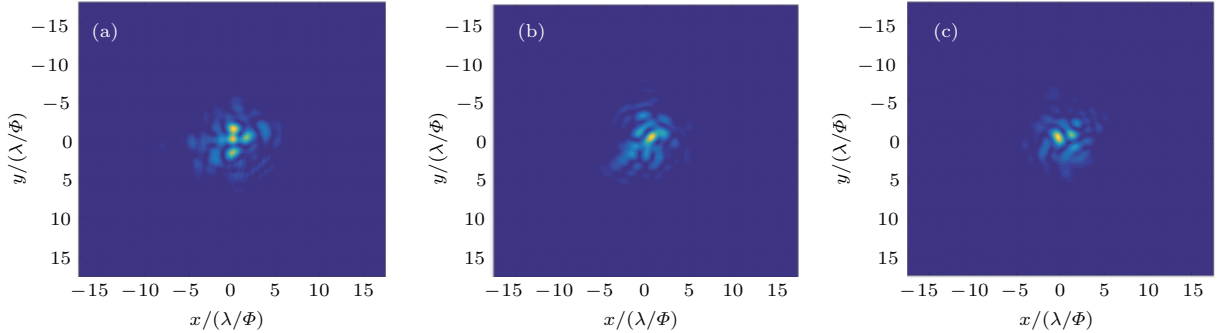


图 11 实验获取 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的非等晕误差对目标成像 PSF 影响的典型单帧光斑 (a) 实验发号 1#; (b) 实验发号 2#; (c) 实验发号 3#

Fig. 11. Influence of anisoplanatic error of sodium beacon with the 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets on the imaging PSF: (a) The 1# experimental results; (b) the 2# experimental results; (c) the 3# experimental results.

表 3 实验获取 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的非等晕误差对目标成像 PSF 质量影响的统计结果 (@1.06  $\mu\text{m}$ )  
Table 3. Influence of anisoplanatic error of sodium beacon with the 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets on the imaging PSF quality (@1.06  $\mu\text{m}$ ).

实验发号	峰值 Strehl 比	光学质量 $\beta$
1#	0.222	3.346
2#	0.263	2.868
3#	0.309	2.693

由表 3 可以看到: 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标所致非等晕误差对目标成像 PSF 质量的影响较大, 已造成峰值 Strehl 比 0.31—0.22、光学质量  $\beta = 2.70—3.35$  的下降, 上述非等晕误差对目标光路成像质量的影响不容忽视, 应予以克服.

#### 4.6 理论分析与实验对比

利用实验复原自然星波前的各阶 Zernike 模式序列, 对实验时段 75° 仰角下的整层相干长度  $r_0$  进

行了反推 [22], 对应 3 组实验时段的整层相干长度分别为  $r_0 = 7.08, 7.45, 7.68 \text{ cm}@0.589 \mu\text{m}$ , 平均  $r_0 = 7.4 \text{ cm}@0.589 \mu\text{m}$ , 这与第 2 节分析所采用三种大气湍流模式所表征的 75° 仰角下的相干长度相当, 其差异仅体现在三种大气湍流模式所表征的 75° 仰角下的对应等晕角不同. 利用三种大气湍流模式计算的不同等晕角条件下 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的有效综合非等晕方差  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  如表 4 所列.

将表 4 所列不同等晕角条件下钠信标的有效综合非等晕方差理论计算结果  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  与表 1 中不同发次钠信标的非等晕波前相位方差(转换至  $\text{rad}^2$  单位)测量结果进行比较, 如图 12 所示: 3 组实验测量 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标的非等晕性波前相位方差统计结果基本包含于理论分析所选取的等晕角  $\theta_0 = 3.47, 4.68 \mu\text{rad}$  对应的有效综合非等晕方差之内, 实验测量结果与理论分析结果相符, 由此可推算对应的 3 组实验时段的等晕角  $\theta_0$  应在 3.5—4.7  $\mu\text{rad}$  范围内变化, 导致各发次的测量结果存在一定的差异.

表 4 不同等晕角条件下 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标有效综合非等晕方差  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  的理论计算结果 (@0.589  $\mu\text{m}$ )  
Table 4. Theoretical results of the effective anisoplanatic phase variances  $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2$  for the sodium beacon with 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets (@0.589  $\mu\text{m}$ ).

HV 大气湍流模式	对应实验仰角的相干长度 $r_0/\text{cm}$	对应实验仰角的等晕角 $\theta_0/\mu\text{rad}$	50 $\mu\text{rad}$ 角度偏移钠信标有效综合非等晕方差 $\sigma_{\text{EFF-LGS}}^2/\text{rad}^2$
Modified HV-30 model	7.35	5.61	3.32
Modified HV-35 model	7.36	4.68	4.71
Modified HV-45 model	7.37	3.47	8.00

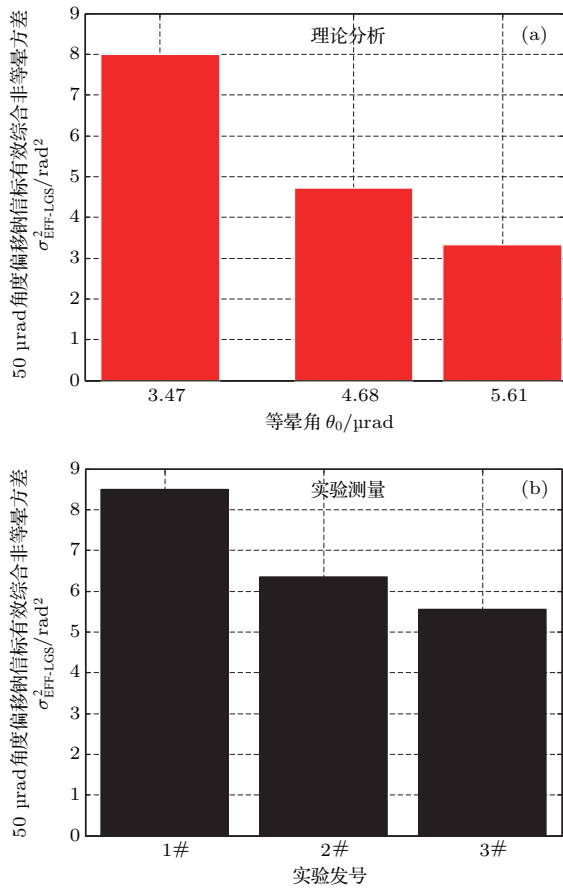


图 12 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标有效综合非等晕方差的测量结果与理论分析计算对比

Fig. 12. Comparisons of the experimental measuring and the theoretical calculating results of the effective anisoplanatic phase variances for the sodium beacon with 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets.

## 5 结 论

在对人造钠信标共振回光同步探测时序与技术设计的基础上,开展了基于时序同步探测的人造钠信标角度非等晕性实验测量.在米级望远镜上,利用单哈特曼波前传感器实现了对自然星回光点阵以及 50  $\mu\text{rad}$  角度偏移钠信标共振回光点阵的同步测量,获得了大角度偏移非同轴钠信标非等晕波前误差的定量结果,并从两者波前二维分布及 Zernike 模式的统计相关性、非等晕误差的 Zernike 模式统计分布特性及其对目标成像影响等方面对实验结果进行了较全面的分析.实验结果表明,由于 50  $\mu\text{rad}$  钠信标角度偏移的存在,两者波前二维分布的相关系数随时间演化呈现较大起伏,两者波前 Zernike 模式的相关系数随阶数增长呈现振荡下降趋势,两者波前仅在低阶模式之间仍然保持着一定相关性(如第 3—9 阶的相对非等晕

误差  $\varepsilon_j^2 < 1$ ),而非同轴钠信标偏离望远镜口径的大气湍流误差采样将带来其探测波前与自然星波前之间部分模式相关性的严重退化、甚至完全不相关(即对应模式的相对非等晕误差  $\varepsilon_j^2 \geq 1$ ).50  $\mu\text{rad}$  角度偏移所致非等晕误差对目标成像 PSF 质量的影响较大,带来峰值 Strehl 比(0.31—0.22)、光学质量  $\beta$  (2.70—3.35) 的下降,上述非等晕误差对目标光路成像质量的影响不容忽视,应当予以克服.最后,在依据实验时段相干长度对几种典型大气模型参数进行适当调整后的钠信标有效综合非等晕方差的物理分析基础上,获得了理论与实验相符的结果.

与此同时,也可看到实验中对大气湍流  $C_n^2$  廓线、等晕角  $\theta_0$  进行定量评估的重要性,未来将开展基于哈特曼波前传感器的同光路大气湍流  $C_n^2$  廓线、等晕角  $\theta_0$  测量研究,为信标非等晕性测量中的大气湍流条件定量评估提供技术手段.

## 参考文献

- [1] Foy R, Labeyrie A 1985 *Astron. Astrophys.* **152** L29
- [2] Fugate R Q, Fried D L, Ameer G A, Boeke B R, Browne S L, Roberts P H, Ruane R E, Tyler G A, Wopat L M 1991 *Nature* **353** 144
- [3] Humphreys R A, Primmerman C A, Bradley L C, Herrmann J 1991 *Opt. Lett.* **16** 1367
- [4] Humphreys R A, Bradley L C, Herrmann J 1992 *Lincoln. Lab. J.* **5** 45
- [5] Xu Z Y, Bo Y, Peng Q J, Zhang Y D, Wei K, Xue S J, Feng L 2016 *Infrared Laser Eng.* **45** 0101001 (in Chinese) [许祖彦, 薄勇, 彭钦军, 张雨东, 魏凯, 薛随建, 冯麓 2016 红外与激光工程 **45** 0101001]
- [6] Sasiela R J 2007 *Electromagnetic Wave Propagation in Turbulence—Evaluation and Application of Mellin Transforms* (2nd Ed.) (Bellingham: SPIE Press) p69
- [7] Molodij G, Rousset G 1997 *J. Opt. Soc. Am. A* **14** 1949
- [8] Shen F, Jiang W H 2003 *Acta Opt. Sin.* **23** 348 (in Chinese) [沈锋, 姜文汉 2003 光学学报 **23** 348]
- [9] Wan M, Su Y, Xiang R J 2001 *High Power Laser Part Beams* **13** 282 (in Chinese) [万敏, 苏毅, 向汝建 2001 强激光与粒子束 **13** 282]
- [10] Yan H X, Wu H L, Li S S, Chen S 2005 *Proceedings of SPIE Astronomical Adaptive Optics Systems and Applications II* San Diego, California, USA, August 3–4, 2005 p59030U
- [11] Luo X, Li X Y, Shao L, Hu S J, Huang K 2014 *Proceedings of SPIE XX International Symposium on High-Power Laser Systems and Applications* Chengdu, China, August 25–29, 2014 p92553A
- [12] Luo X, Li X Y 2014 *Chin. J. Lasers* **41** 0612002 (in Chinese) [罗曦, 李新阳 2014 中国激光 **41** 0612002]



- [13] Luo X, Li X Y, Shao L, Huang K, Wang X Y 2014 *Chin. J. Lasers* **41** 0612003 (in Chinese) [罗曦, 李新阳, 邵力, 黄奎, 王晓云 2014 中国激光 **41** 0612003]
- [14] Dam M A V, Sasiela R J, Bouchez A H, Mignant D L, Campbell R D, Chin J C Y, Hartman S K, Johansson E M, Lafon R E, Stomski P J, Summers D M, Wizinowich P L 2006 *Proceedings of SPIE Advances in Adaptive Optics II* Orlando, Florida, USA, May 24, 2006 p627231
- [15] Zhou W C, Hu X Y, Yun Y, Tian X Q, Huang D Q 2014 *Infrared Laser Eng.* **43** 1943 (in Chinese) [周文超, 胡晓阳, 云宇, 田小强, 黄德权 2014 红外与激光工程 **43** 1943]
- [16] Chen T J, Zhou W C, Wang F, Huang D Q, Lu Y H, Zhang J Z 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 134207 (in Chinese) [陈天江, 周文超, 王锋, 黄德权, 鲁燕华, 张建柱 2015 物理学报 **64** 134207]
- [17] Hardy J W 1998 *Adaptive Optics for Astronomical Telescopes* (Oxford, New York USA: Oxford University Press) p85
- [18] Sasiela R J 2007 *Electromagnetic Wave Propagation in Turbulence—Evaluation and Application of Mellin Transforms* (2nd Ed.) (Bellingham, Washington USA: SPIE Press) p62
- [19] Li X Y, Wang C H, Xian H, Li M, Li M Q, Ren S H, Zhou L C, Wang X Y 2005 *China Patent* CN1570570A (in Chinese) [李新阳, 王春鸿, 鲜浩, 李梅, 李明全, 任绍恒, 周璐春, 王晓云 2005 中国发明专利 CN1570570A]
- [20] Du X W 1997 *Chin. J. Lasers* **24** 327 (in Chinese) [杜祥琬 1997 中国激光 **24** 327]
- [21] Du X W 2010 *High Power Laser Part Beams* **22** 945 (in Chinese) [杜祥琬 2010 强激光与粒子束 **22** 945]
- [22] Li X Y, Luo X, Shao L, Huang K, Hu S J, Tian Y, Li M 2013 *China Patent* CN103335950A (in Chinese) [李新阳, 罗曦, 邵力, 黄奎, 胡诗杰, 田雨, 李敏 2013 中国发明专利 CN103335950A]

# Experimental investigation of angular anisoplanatism for sodium beacon\*

Luo Xi<sup>1)2)†</sup> Li Xin-Yang<sup>1)2)</sup> Hu Shi-Jie<sup>1)2)</sup> Huang Kui<sup>1)2)</sup> Wang Xiao-Yun<sup>1)2)</sup>

1) (*Laboratory on Adaptive Optics, Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China*)

2) (*Key Laboratory on Adaptive Optics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China*)

( Received 19 December 2017; revised manuscript received 31 January 2018 )

## Abstract

To understand the characteristics of the anisoplanatic error resulting from different return-light experiences between the sodium beacon with a greater angular offset and the science object through atmospheric turbulence, the angular anisoplanatism for sodium beacon is investigated experimentally based on the technique of synchronized range gating. The return-light spot arrays through turbulent atmosphere from the natural star and the sodium beacon with 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets are synchronously collected by using a single Hartmann wavefront sensor, consequently the synchronous turbulence-induced wavefront distortion sequences are recovered for the on-axis natural star and the off-axis sodium beacon. According to the experimental data, the temporal correlations of the wavefront distributions and decomposed Zernike modes between the on-axis natural star and the off-axis sodium beacon are discussed. By comparing the off-axis sodium beacon with the on-axis natural star, we analyse the statistics of the acquired angular anisoplanatism error and its associated Zernike-modal variances for the off-axis sodium beacon, and derive the Zernike-modal relative anisoplanatic errors as well. Furthermore, the influence of the acquired angular anisoplanatism error on the quality of imaging point spread function (PSF) is studied. The experimental results show that the existence of 50  $\mu\text{rad}$  angular deviation between the sodium beacon and the natural star causes that there are a certain correlation between just low-order Zernike modes of these two types of wavefronts (e.g. from the 3rd order to the 9th order), but the correlations between other high-order Zernike modes of these two types of wavefronts are severely degenerated and even these modes are de-correlated, resulting from the improper turbulence probing with off-axis sodium beacon off the ray path from the natural star to the telescope aperture. The angular anisoplanatism error has a great influence on the quality of imaging PSF, which leads to a degradation of Strehl ratio of 0.31–0.22 and beam quality factor  $\beta$  of 2.70–3.35. Therefore, the influence may not to be ignored. At the end of this paper, according to the derived experimental turbulence coherence length and the generalized Hufnagel-Valley model, we calculate the theoretical anisoplanatic phase variance for the sodium beacon with 50  $\mu\text{rad}$  angular offsets, which is in good accordance with the measured anisoplanatic phase variance. This investigation is useful in promoting our knowledge of sodium beacon angular anisoplanatism effect on turbulence probing.

**Keywords:** adaptive optics, sodium beacon, angular anisoplanatism, anisoplanatic error

**PACS:** 95.75.Qr, 42.68.Bz, 42.25.Dd

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172686

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61505215).

† Corresponding author. E-mail: [luoxi@ioe.ac.cn](mailto:luoxi@ioe.ac.cn)