

基于两级压缩感知的脉冲星时延估计方法

康志伟 吴春艳 刘劲 马辛 桂明臻

Pulsar time delay estimation method based on two-level compressed sensing

Kang Zhi-Wei Wu Chun-Yan Liu Jin Ma Xin Gui Ming-Zhen

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 67, 099701 (2018) DOI: 10.7498/aps.67.20172100

在线阅读 View online: <http://dx.doi.org/10.7498/aps.67.20172100>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn/CN/Y2018/V67/I9>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

[X射线脉冲星导航动态模拟实验系统研制与性能测试](#)

Development and performance test of dynamic simulation system for X-ray pulsar navigation

物理学报.2017, 66(5): 059701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.66.059701>

[一种基于最优频段的X射线脉冲星累积轮廓时延估计方法](#)

Time delay estimation method of X-ray pulsar observed profile based on the optimal frequency band

物理学报.2016, 65(11): 119701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.119701>

[空间X射线观测确定脉冲星星历表参数精度分析](#)

Analysis of measurement accuracy of ephemeris parameters for pulsar navigation based on the X-ray space observation

物理学报.2016, 65(7): 079701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.65.079701>

[多谐波脉冲星信号时延估计方法](#)

Multiple harmonic X-ray pulsar signal phase estimation method

物理学报.2015, 64(21): 219702 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.219702>

[标定脉冲星导航探测器的荧光X射线光源](#)

Fluorescence X-ray source used for calibrating the detector of X-ray navigation

物理学报.2015, 64(14): 149701 <http://dx.doi.org/10.7498/aps.64.149701>

# 基于两级压缩感知的脉冲星时延估计方法\*

康志伟<sup>1)†</sup> 吴春艳<sup>1)</sup> 刘劲<sup>2)</sup> 马辛<sup>3)</sup> 桂明臻<sup>3)</sup>

1) (湖南大学信息科学与工程学院, 长沙 410082)

2) (武汉科技大学信息科学与工程学院, 武汉 430081)

3) (北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100191)

(2017年9月21日收到; 2018年2月5日收到修改稿)

为了快速获得高精度的脉冲星累积脉冲轮廓时延估计, 提出了一种基于两级压缩感知的时延估计方法. 压缩感知主要包括三个部分: 字典、测量矩阵、恢复算法, 其中字典尺寸是影响压缩感知估计精度的重要因素. 针对压缩感知中字典的原子数增加虽能提高估计精度但又带来计算量大的问题, 该方法采用粗估计与精估计两级字典相结合, 先利用粗估计字典原子间隔大的特点进行累积脉冲轮廓全相位估计, 得到预估时延值, 再利用精估计字典的原子间隔小且个数少适合局部估计的特点对累积脉冲轮廓进行精确时延估计. 理论分析与实验结果表明: 两级字典数据量比传统字典小两个数量级, 在相同的时延估计精度下, 该方法比传统压缩感知方法计算量大幅度减少, 是一种能保持高估计精度并有效降低计算量的脉冲星时延估计方法.

**关键词:** 时延估计, 压缩感知, X射线脉冲星, 两级字典

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.50.Qx

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172100

## 1 引言

X射线脉冲星导航作为一种前瞻性的航天器自主天文导航方法, 能为近地轨道、深空和星际飞行的航天器提供位置、速度、时间、姿态等丰富的导航信息<sup>[1,2]</sup>. 天文台通过长期的天文观测, 可获得高信噪比的脉冲星标准脉冲轮廓, 器载X射线探测器通过短时间观测采集X射线脉冲星信号, 并将这些信号按照周期累积, 可得到脉冲星累积脉冲轮廓, 其信噪比较低. X射线脉冲星导航的基本量测量是脉冲时延, 它通过比较脉冲星累积脉冲轮廓相对于标准脉冲轮廓的相位得到<sup>[3,4]</sup>. 如何快速精确地进行累积脉冲轮廓时延估计是提高脉冲星自主导航性能的关键<sup>[5]</sup>.

脉冲星累积脉冲轮廓的时延估计方法主要分为频域与时域两类<sup>[6-9]</sup>. 频域方法所需的变换、计算相对复杂, 而时域方法较为直观、计算量小、

实时性较好, 已得到研究者关注. Emadzadeh和Speyer<sup>[10]</sup>提出了在时域利用历元折叠得到累积脉冲轮廓后, 再通过设计累积脉冲轮廓与标准脉冲轮廓的最小二乘目标函数, 以获得相位值的时延估计方法. 另外, Emadzadeh和Speyer<sup>[11]</sup>还提出了利用累积脉冲轮廓与标准脉冲轮廓间的互相关函数的最大值来估计时延. 李建勋和柯熙政<sup>[12]</sup>提出了利用到达时间概率函数构建最大似然准则对脉冲星累积脉冲轮廓进行时延估计的方法.

压缩感知<sup>[13]</sup>是一种时域的信号处理方法, 它基于信号的稀疏性, 通过极低的采样率获取的信息来重构原始信号, 近年来已被应用于累积脉冲轮廓时延估计. 苏哲等<sup>[14]</sup>提出了一种基于模信转换器的观测矩阵, 以构建能在短时间内得到高信噪比累积脉冲轮廓的压缩感知方法. Li等<sup>[15]</sup>将脉冲探测过程模拟成对累积脉冲轮廓的随机采样, 以随机0-1矩阵作为测量矩阵实现了一种能有效提高实时性的压缩感知方法. Shen等<sup>[16]</sup>利用Hadamard矩

\* 国家自然科学基金(批准号: 61501336, 61772187)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jt\_zwkang@hnu.edu.cn

阵正交性好以及其元素为  $-1$  与  $+1$  时容易硬件实现和易存储的特点, 提出了一种基于 Hadamard 测量矩阵的累积脉冲轮廓压缩感知方法.

以上累积脉冲轮廓时延估计主要是基于测量矩阵及其改进的压缩感知方法, 具有较好的时延估计性能. 考虑到压缩感知方法中字典的原子数与字典精度密切相关, 原子个数越多则原子间隔越小、估计越精确, 但相应的计算量也越大. 因此, 从波形字典的角度来考虑, 实现具有高精度、低计算复杂度的压缩感知累积脉冲轮廓时延估计方法是一条值得探讨的途径.

针对传统字典中原子数增加虽可提高估计精度但会增加计算量这一问题, 本文基于波形字典的可分解性, 构建粗估计与精估计两级字典, 探寻运用两级字典压缩感知的脉冲星累积脉冲轮廓时延估计方法, 以实现能进行全局估计与局部估计的动态组合, 达到具有高精度和低计算复杂度的时延估计性能.

## 2 X 射线脉冲星信号轮廓模型

X 射线脉冲星信号轮廓是通过长时间天文观测获取脉冲星辐射数据, 并对其进行脉冲周期折叠和同步平均而得到, 其本质是探测到的光子流量密度与相位或时间的曲线关系<sup>[2]</sup>. 脉冲星标准脉冲轮廓是一组具有超高信噪比的数据, 累积脉冲轮廓是在某一观测时间段累积得出的数据. 假设观测时间间隔为  $(u_0, u_f)$ , 总的观测时间为  $T_{\text{obs}} = u_f - u_0$ , 定义  $u_i$  为第  $i$  个光子的到达时间, 递增的到达时间集合  $\{u_1, u_2, \dots, u_M\}$  可表示成  $u_0 \leq u_1 \leq u_2 \leq \dots \leq u_M \leq u_f$ , 设  $u_0 = 0$ ,  $C_u$  为  $(0, u_f)$  时间间隔内探测到的光子数量, 它是具有时变速率  $\lambda(u) \geq 0$  的非齐次泊松过程. 对于固定的时间  $u_f$ ,  $C_u$  是泊松过程的随机变量, 在时间间隔  $(0, u)$  内探测到  $m$  个光子的概率可表示为<sup>[11]</sup>

$$P(C_u = m) = \frac{\left(\int_0^u \lambda(\varepsilon) d\varepsilon\right)^m \exp\left(-\int_0^u \lambda(\varepsilon) d\varepsilon\right)}{m!}, \quad (1)$$

其均值和方差分别为

$$E[C_u] = \text{var}[C_u] = \int_0^u \lambda(\varepsilon) d\varepsilon. \quad (2)$$

标准脉冲轮廓模型, 即总流量密度函数  $\lambda(u)$ , 由 X 射线脉冲星的光子密度及来自背景环境的光子密

度构成:

$$\lambda(u) = \lambda_b + \lambda_s h(\varphi_{\text{det}}(u)), \quad (3)$$

式中  $\lambda_b$  和  $\lambda_s$  分别代表已知有效的背景流量和脉冲星源的流量;  $h(\varphi)$  为归一化周期脉冲轮廓, 具有以下特性<sup>[17]</sup>:  $h(\varphi + n) = h(\varphi)$ ,  $\int_0^1 h(\varphi) d\varphi = 1$ ,  $\min_{\varphi} h(\varphi) = 0$ ,  $\varphi \in [0, 1)$ ;  $\varphi_{\text{det}}(u)$  为探测器相位.

对于同一颗脉冲星, 累积脉冲轮廓与标准脉冲轮廓的关系可表示如下<sup>[2]</sup>:

$$f(u) = c + l\lambda(u - \tau) + n(u), \quad (4)$$

式中  $f(u)$  为累积脉冲轮廓,  $\lambda(u)$  为标准脉冲轮廓,  $n(u)$  为噪声,  $c$  为直流分量,  $l$  为放大系数,  $\tau$  为累积脉冲轮廓相对于标准脉冲轮廓的时间延迟值.

实际提取出的脉冲星标准脉冲轮廓与累积脉冲轮廓是离散序列. 标准脉冲轮廓在一个周期  $P$  中有  $N$  个采样点, 每个采样点的间隔为  $\Delta t = P/N$ , 则累积脉冲轮廓与标准脉冲轮廓关系为

$$f(m) = c + l\lambda(m - i) + n(m) \quad (m = 1, 2, \dots, N), \quad (5)$$

$i$  为累积脉冲轮廓相对于标准脉冲轮廓的延迟间隔数, 脉冲时延估计量为

$$\tau = (i/N) \times P. \quad (6)$$

## 3 两级压缩感知的时延估计算法

压缩感知作为一种新采样理论, 利用了信号的稀疏性, 在低采样率的情况下, 通过降维来获取信号的离散样本以重建信号. 压缩感知主要包括三个部分: 信号的稀疏表示、测量矩阵采样和信号重构.

压缩感知以其低计算复杂度与累积时间短而优于其他方法, 近年来已被用于脉冲星时延估计. 字典是一个影响压缩感知估计精度的重要因素. 字典中原子数越多, 估计精度越高, 但同时也增加了计算复杂度. 为此, 本文采用两级字典使其在提高估计精度的同时降低计算复杂度. 两级字典包括粗估计字典与精估计字典, 粗估计字典原子间隔大, 能提供全相位估计, 精估计字典原子间隔小, 且个数少, 能提供局部估计. 利用粗估计字典对累积脉冲轮廓时延值进行预估计, 将其相位调整到精估计字典的估计范围内, 再利用精估计字典得到精确时延值.

### 3.1 两级字典的脉冲轮廓稀疏表示

字典选择在压缩感知稀疏过程中起着至关重要的作用, 由(4)式可知, 累积脉冲轮廓和标准轮廓经归一化后, 仅相差一个时间延迟量. 因此, 对X射线脉冲轮廓, 可根据标准脉冲轮廓 $\lambda(u)$ 设计出粗估计与精估计两级字典.

第一级由粗估计字典提供全局相位预估计. 粗估计字典包含脉冲轮廓的所有相位, 采样点数越多、字典原子间隔越小、时延估计值越精确, 但这种全局估计会增加计算量. 因此, 第一级可先采用子间隔大的粗估计字典对时延值进行预估计, 以减少计算量. 粗估计字典 $\Psi_R$  [14,18] 设计为 $N_1 \times N_1$ 维:

$$\Psi_R := \{\psi_{ri}(u) | \psi_{ri}(u) = \lambda(u - \rho \times i)\} \\ (i = 0, 1, 2, \dots, N_1 - 1), \quad (7)$$

式中 $\Psi_R$ 为粗估计字典;  $\psi_{ri}(u)$ 为字典中第*i*个原子;  $N_1$ 为第一级输入信号长度即字典原子个数;  $\rho$ 为累积脉冲信号与第一级输入信号的长度比,  $\rho = N/N_1$ , 其中 $N$ 为累积脉冲信号长度,  $N_1 < N, \rho > 1$ .

第二级由精估计字典提供对时延值的局部精确估计. 精估计字典只包含部分相位的原子, 其数量少、子间隔小, 从而减小了字典尺寸、降低了计算量. 精估计字典矩阵 $\Psi_P$ 为 $N \times D$ 维, 其数据量仅为传统字典的 $D/N$ , 即使原子个数远小于信号长度, 也可对时延值进行局部精确估计. 精估计字典表示如下:

$$\Psi_P := \{\psi_{pj}(u) | \psi_{pj}(u) = \lambda(u - j)\} \\ (j = 0, 1, \dots, D - 1), \quad (8)$$

式中,  $\Psi_P$ 为精估计字典;  $\psi_{pj}(u)$ 为第*j*个原子;  $N$ 为信号长度;  $D$ 为字典原子个数,  $D < N$ .

累积脉冲轮廓可由字典原子与稀疏系数表示为

$$f_R(u) = \sum_{i=1}^k \psi_{ri} \times a_i \text{ 或 } f_P(u) = \sum_{j=1}^k \psi_{pj} \times a_j, \quad (9)$$

式中,  $f_R(u)$ 是粗估计累积脉冲轮廓,  $a_i$ 是粗估计字典中第*i*个原子对应的稀疏系数,  $f_P(u)$ 是精估计累积脉冲轮廓,  $a_j$ 是精估计字典中第*j*个原子的稀疏系数.

### 3.2 测量矩阵选取

测量矩阵的选取对数据采样和信号重构十分重要. 由于信号在相同稀疏阶次情况下, 哈达玛矩阵的恢复效果优于随机0-1矩阵 [16], 本文选择哈达玛矩阵作为测量矩阵. 测量矩阵采样是一个降维的过程, 第一级中可选取哈达玛矩阵的前 $M_1$ 行, 表示如下 [15]:

$$\Phi_R = E_R \cdot H, \quad (10)$$

$$\mathbf{y}_R = \Phi_R \cdot \mathbf{f}_R = E_R \cdot H \cdot \Psi_R \cdot \mathbf{A}_R \\ = \Theta_R \cdot \mathbf{A}_R, \quad (11)$$

式中 $\Phi_R$ 是粗估计测量矩阵;  $H$ 为哈达玛矩阵,  $E_R = [I_{M_1 \times M_1} | \mathbf{0}_{M_1 \times (N_1 - M_1)}]$ 为 $M_1 \times N_1$ 矩阵, 用于选取哈达玛矩阵的前 $M_1$ 行;  $\mathbf{y}_R$ 是测量值;  $\mathbf{f}_R$ 为第一级输入信号;  $\Theta_R$ 为感知矩阵;  $\mathbf{A}_R$ 是一阶稀疏系数矩阵,  $\mathbf{A}_R = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_{N_1-1}\}$ .

第二级精估计测量矩阵为

$$\Phi_P = E_P \cdot H, \quad (12)$$

$$\mathbf{y}_P = \Phi_P \cdot \mathbf{f}_P = E_P \cdot H \cdot \Psi_P \cdot \mathbf{A}_P \\ = \Theta_P \cdot \mathbf{A}_P, \quad (13)$$

其中,  $\Phi_P$ 是精估计测量矩阵;

$$E_P = [I_{M_2 \times M_2} | \mathbf{0}_{M_2 \times (N - M_2)}]$$

为 $M_2 \times N$ 矩阵, 其中 $M_2 = Sa_2 \times N$ ,  $Sa_2$ 为第二级信号采样率;  $\mathbf{f}_P$ 第二级输入信号;  $\Theta_P$ 为感知矩阵.

### 3.3 脉冲轮廓重构与时延估计算法

累积脉冲轮廓的重构是一阶稀疏信号的优化问题, 可选择正交匹配追踪法 [19] 进行累积脉冲轮廓重构. 时延估计由粗估计与精估计两级构成, 图1为两级时延估计算法流程图.

第一级粗估计与重构算法如下:

1) 初始化残差 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}_R$ , 迭代选取的位置 $\Lambda_1 = \varphi$ , 增量矩阵 $T_1 = \varphi$ , 初始迭代次数 $i = 1$ ;

2) 寻找感知矩阵中与残差投影系数最大, 即内积最大的列原子向量, 保存最大投影系数对应的位置 $\Lambda_i = \Lambda_{i-1} \cup \{t\}$ ,  $t = \arg_t \max |\langle \mathbf{r}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_t \rangle|$ ; 保存对应的列原子向量 $T_i = T_{i-1} \cup \boldsymbol{\theta}_t$ ;

3) 求 $\mathbf{y}_R = T_i \cdot \mathbf{a}_i$ 的最小二乘解 $\hat{a}_i$ ;

4) 输出稀疏系数 $\mathbf{A}$ , 利用等式 $\mathbf{f}_R = \Psi_R \mathbf{A}$ 进行信号重构.

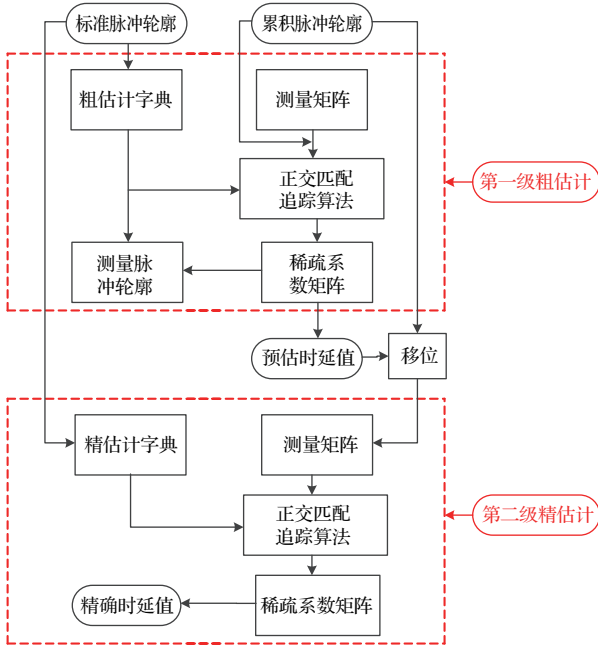


图1 两级时延估计算法流程图

Fig. 1. Flow chart of two stage delay estimation algorithm.

第一级输出索引值为  $t$ , 即累脉冲轮廓相对于标准脉冲轮廓的延迟间隔数, 可得预估时延值为  $\tau_1 = t \times \rho$  ( $\mu\text{s}$ ),  $\rho$  为第二级与第一级输入信号的比值. 精确时延估计值可通过第二级得到. 第二级精估计字典为  $N \times D$  维, 只包含标准脉冲轮廓的部分相位, 因此, 需利用预估时延值  $\tau_1$  的先验条件, 使累积脉冲轮廓  $f(u)$  处于精估计字典包含的相位范围内, 即将其移位到精估计字典中间位置  $D/2$ , 移位值为  $\Delta = (D/2) - \tau_1$ , 移位修正后的输入信号为  $f_P(u) = f(u - \Delta)$ , 再进行第二级精确时延估计.

第二级精估计算法如下:

- 1) 初始化残差  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}_P$ , 迭代选取的位置  $\Lambda_1 = \varphi$ , 增量矩阵  $\mathbf{T}_1 = \varphi$ , 初始迭代次数  $i = 1$ ;
- 2) 寻找感知矩阵中与残差投影系数最大, 即内积最大的列原子向量, 保留最大投影系数对应的位置  $\Lambda_i = \Lambda_{i-1} \cup \{t_i\}$ ,  $t_i = \arg_{t_i} \max |\langle \mathbf{r}_{i-1}, \boldsymbol{\theta}_{t_i} \rangle|$ ; 保存其对应的列原子向量  $\mathbf{T}_i = \mathbf{T}_{i-1} \cup \boldsymbol{\theta}_{t_i}$ .

上述步骤得出的  $t_1$  为精估计索引值, 最后可得到精确时延估计值  $\tau = (t \times \rho + t_1 - D/2) \times 1$  ( $\mu\text{s}$ ).

### 3.4 计算复杂度分析

在压缩感知中, 波形字典大小对时延估计精度影响很大.

在信号长度为  $N$ , 且采样率为  $M/N$  的情况

下, 如使用一级压缩感知方法, 当输入信号长度  $N = 32768$ , 字典原子间隔为  $1 \mu\text{s}$  时, 波形字典应为  $N \times N$  维, 即  $32768 \times 32768$ . 字典需占用较大内存, 且运行时间长.

而采用本文方法, 一级字典仅为  $N_1 \times N_1$  维, 即  $1024 \times 1024$ , 二级字典为  $N \times D$  维, 即  $32768 \times 300$ , 二者所占存储空间比一级字典小两个数量级.

因此, 本文方法能有效提高测量精度且兼顾合理的运行时间与内存.

## 4 仿真实验与结果分析

使用欧洲脉冲星网络数据库 (European Pulsar Network, EPN) 数据<sup>[20]</sup> 与硬 X 射线探测卫星 (Rossi X-ray Timing Explorer, RXTE) 实测数据<sup>[21]</sup> 对本文方法进行了仿真实验. EPN 收集了超过 1000 颗脉冲星的脉冲轮廓; RXTE 是美国 NASA 发射的具有高时间分辨率、高灵敏度、宽能谱范围的大型硬 X 射线探测卫星, 用于接收脉冲星光子以获得实测数据.

利用 EPN 数据获得标准脉冲轮廓, 累积脉冲轮廓由泊松分布产生, 以 PSR B0531+21 脉冲星作为导航星, 对本文方法进行了轮廓重构、采样率选择、时延估计精度的仿真实验. 另外, 通过 RXTE 获取的脉冲星 B0531+21 的光子到达时刻进行不同时段的历元折叠, 以得到标准脉冲轮廓与累积脉冲轮廓, 并在不同累积时间下与基于 EPN 数据的时延估计精度进行对比.

有关参数为: 脉冲星 B0531+21 的周期  $P = 0.0334 \text{ s}$ , 背景流量为  $\lambda_b = 5 \times 10^{-3} \text{ ph}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2)$ , 来自脉冲星的源流量为  $\lambda_s = 1.54 \text{ ph}/(\text{s} \cdot \text{cm}^2)$ , X 射线探测器有效面积设为  $800 \text{ cm}^2$ . 为验证本文方法的实时性, 将其在酷睿 i5 CPU 2.1G 计算机上进行了仿真.

### 4.1 基于 EPN 数据的仿真实验

#### 4.1.1 不同累积时间下的重构轮廓

为验证本文方法在重构脉冲轮廓方面的有效性, 将两级压缩感知与历元折叠方法获得的脉冲轮廓信噪比进行比较.

仿真实验中, 累积脉冲轮廓的子间隔数为  $N = 32768$ , 第一级粗估计字典为  $N_1 \times N_1$  维, 测量矩阵为  $M_1 \times N_1$  维,  $N_1 = 1024$ ,  $M_1 = 614$ ,

$N_1 \times N_1$ , 采样率  $Sa_1$  为  $M_1/N_1 = 0.6$ ; 第二级精估计字典为  $N_2 \times D$  维, 测量矩阵为  $M_2 \times N_2$  维,  $N_2 = N = 32768$ ,  $M_2 = 1024$ ,  $D = 300$ , 采样率  $Sa_2$  为  $M_2/N_2 = 0.03125$ . 针对脉冲星 B0531+21 在不同累积时间下的脉冲轮廓的实验结果如图 2 所示.

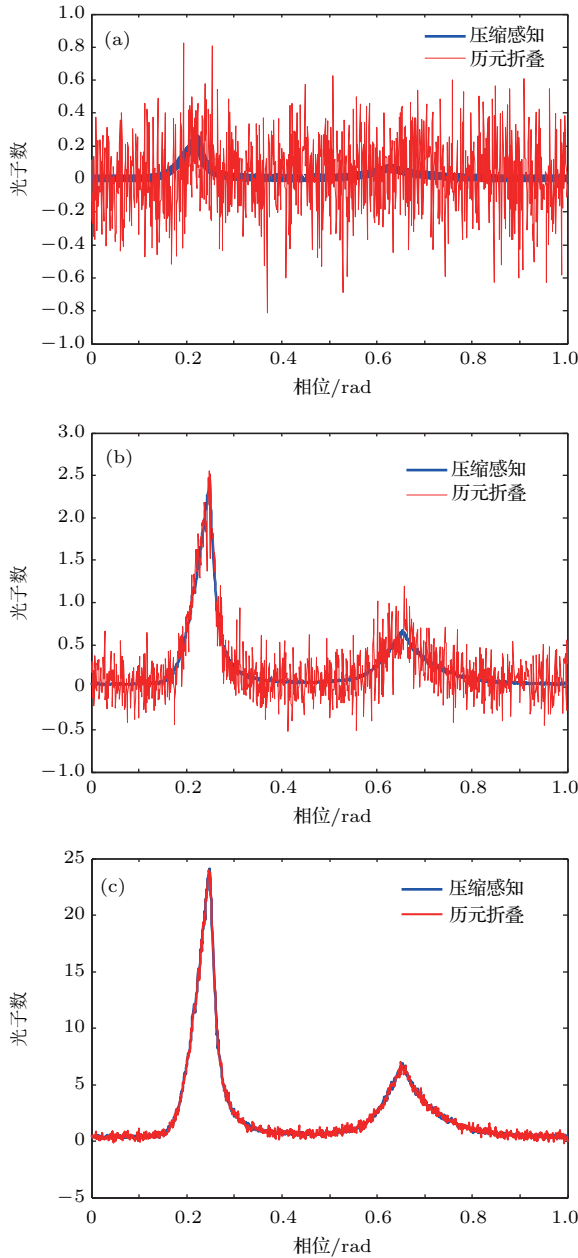


图 2 不同累积时间下的重构轮廓 (a) 累积时间 1 s; (b) 累积时间 10 s; (c) 累积时间 100 s  
Fig. 2. Reconstructed profiles at different integrated time: (a) Integrated time of 1 s; (b) integrated time of 10 s; (c) integrated time of 100 s.

图 2(a)—(c) 分别给出了累积时间为 1, 10, 100 s 的历元折叠法与本文方法提供的累积脉冲轮廓. 由图 2 可知, 观测时间较短时, 压缩感知恢复

出的累积脉冲轮廓信噪比远高于历元折叠法的结果. 因此, 两级压缩感知方法能重构出高信噪比的累积脉冲轮廓.

#### 4.1.2 采样率的最优选择

测量矩阵采样点数与计算量以及存储空间密切相关. 当测量矩阵采样点数少时, 计算量较小, 时延估计精度低; 反之, 计算量大, 时延估计精度高.

针对脉冲星 B0531+21 在不同采样率下的时延估计精度的仿真实验中, 第一级实验参数与 4.1.1 节一致, 第二级精估计字典尺寸也与 4.1.1 节相同, 第二级测量矩阵大小为  $M_2 \times N_2$  维, 其中,  $N_2 = N = 32768$ ,  $M_2$  为采样点数, 分别有  $M_2 = 512, 1024, 2048, 4096$ , 对应的采样率  $Sa_2$  为  $M_2/N_2 = 0.015625, 0.03125, 0.0625, 0.125$ .

图 3(a) 和图 3(b) 分别给出了累积时间为 10—100 s, 500—2500 s 两个较短与较长时间内不同采样率的估计误差值, 不同采样率下的运行时间如表 1 所列.

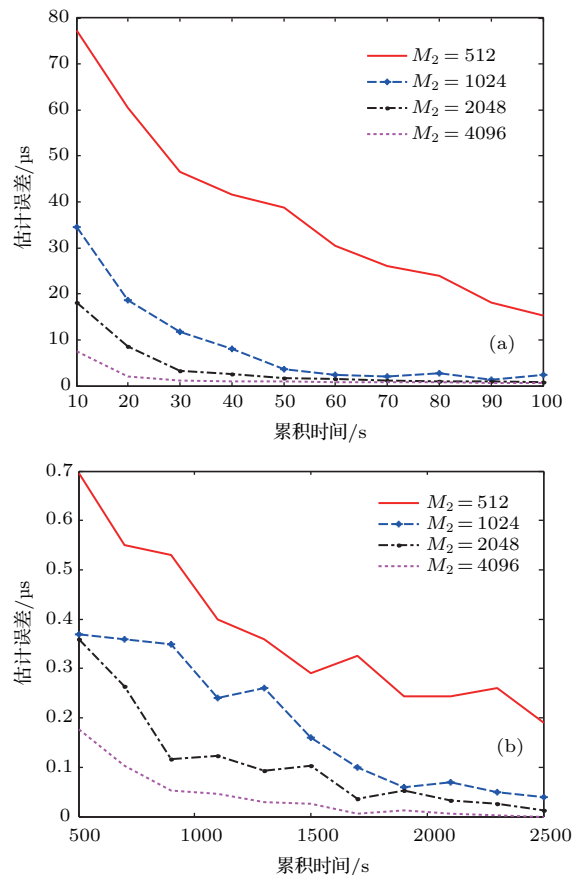


图 3 不同时间与采样率下的时延估计精度 (a) 累积时间 10—100 s; (b) 累积时间 500—2500 s  
Fig. 3. Time delay estimation accuracy at different time and sampling rates: (a) Integrated time of 10—100 s; (b) integrated time of 500—2500 s.

表 1 不同采样率下的运行时间

Table 1. Running time with different sampling rates.

| 采样率 $Sa$ | 两级运行时间/s | 一级运行时间/s |
|----------|----------|----------|
| 0.015625 | 0.564    | 61.495   |
| 0.03125  | 0.968    | 105.466  |
| 0.0625   | 1.903    | 207.455  |
| 0.125    | 3.837    | 418.190  |

由图 3 与表 1 可知: 采样率为 0.03125 对应的第二级采样点数  $M_2 = 1024$ , 采样率大于 0.03125 时, 时延估计误差缓慢减小, 运行时间明显增大, 因此当累积时间大于 40 s, 选择 0.03125 为最优的采样率; 但累积时间小于 40 s 时, 不同采样率下的估计误差波动较大, 因此当累积时间较短时, 有必要增大采样率, 选择采样率为 0.125.

#### 4.1.3 一级压缩感知与两级方法的估计精度

图 4 给出了脉冲星 B0531+21 在本文方法与一级压缩感知方法下的估计精度比较结果. 本文方法下字典与测量矩阵参数与实验 4.1.1 节一致, 一级压缩感知方法下累积脉冲轮廓的子间隔数为  $N = 1024$ , 第一级字典为  $N \times N$  维, 测量矩阵为  $M \times N$  维,  $M = 614$ , 采样率  $Sa$  为  $M/N = 0.6$ . 由图 4 可知, 在时延估计精度上, 基于两级字典的压缩感知方法优于一级压缩感知. 随着累积时间的延长, 时延估计精度显著增加.

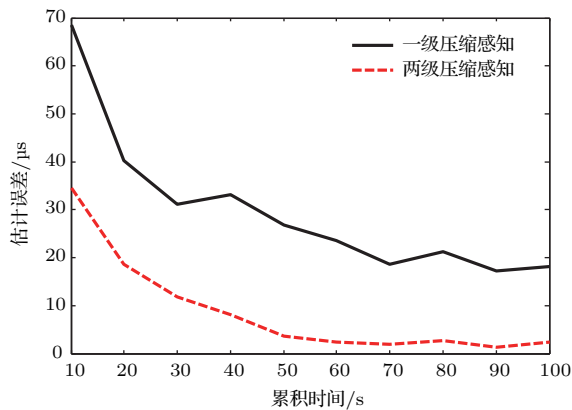


图 4 一级与两级压缩感知估计精度的比较

Fig. 4. Comparison of time delay estimation between onelevel compressed sensing and two-level compressed sensing.

#### 4.2 基于 RXTE 实测数据的仿真实验

为进一步验证本文时延估计方法的性能, 利用 RXTE 卫星收集到的实测数据进了仿真实验. 采用

RXTE 中 Crab 脉冲星观测数据, 数据包为 40805-01-05-000 [21], 计算不同累积时间下的信号时延估计精度.

标准脉冲轮廓由数据包的光子到达时间序列经过历元折叠获得, 截取数据包的一段光子到达时间序列数据, 对其中所有数据加上  $10 \mu\text{s}$  的时延, 再利用新生成的时间序列进行历元折叠, 即可获得具有确定时延的累积脉冲轮廓. 不同累积时间的累积脉冲轮廓可通过截取数据包中不同时段的数据进行处理.

实验中, 第一级粗估计字典为  $N_1 \times N_1$  维, 测量矩阵为  $M_1 \times N_1$  维,  $N_1 = 1024$ ,  $M_1 = 614$ ; 第二级精估计字典为  $N_2 \times D$  维, 测量矩阵为  $M_2 \times N_2$  维,  $N_2 = N = 32768$ ,  $M_2 = 512$ , 其中  $D = 300$ .

实验结果列于表 2, 由表 2 可知, 累积时间分别为 10, 30, 80, 100 s 时, 随着累积时间的增加, RXTE 实测数据得到的时延估计精度与 EPN 数据得到的时延估计精度都有所提高, 二者的误差值比较接近, 这进一步表明了本文方法的有效性.

表 2 RXTE 实测数据与 EPN 数据的时延估计对比  
Table 2. Comparison of time delay estimation between RXTE real data and EPN data.

| 累积时间/s | 实测数据误差/ $\mu\text{s}$ | EPN 数据误差/ $\mu\text{s}$ |
|--------|-----------------------|-------------------------|
| 10     | 78.29                 | 77.23                   |
| 30     | 55.08                 | 46.47                   |
| 80     | 26.55                 | 23.91                   |
| 100    | 21.17                 | 15.23                   |

### 5 结 论

基于两级压缩感知的脉冲星累积轮廓时延估计是一种能保持高估计精度并降低计算量的有效方法. 将字典分解为粗估计字典与精估计字典, 可避免大数据量的计算, 既能利用粗估计字典进行预估得到全局累积脉冲轮廓时延值, 又可利用精估计字典对经过预估时延值调整的累积脉冲轮廓进行精确估计, 从而实现了全局估计与局部估计的有机结合. 实验结果表明, 该方法能保持对累积脉冲轮廓的高估计精度, 并大幅降低计算量.

#### 参考文献

[1] Hanson J E 1996 *Ph. D. Dissertation* (Stanford: Stanford University)

- [2] Sheikh S I 2005 *Ph. D. Dissertation* (Maryland: University of Maryland)
- [3] Liu J, Wu J, Xiong L, Fang J C, Liu G 2017 *Chin. J. Electron* **6** 1325
- [4] Taylor J H 1992 *Philos. T. R. Soc. A* **341** 117
- [5] Tran N D, Renaux A, Boyer R, Marcos S 2014 *IEEE Trans. Aeros. Elec. Sys.* **50** 786
- [6] Kang Z W, He X, Liu J 2016 *Optik* **127** 5050
- [7] Zhang H, Xu L P, Xie Q, Luo N 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 049701 (in Chinese) [张华, 许录平, 谢强, 罗楠 2011 物理学报 **60** 049701]
- [8] Fang H Y, Liu B, Li X P, Sun H F, Xue M F, Shen L R, Zhu J P 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 119701 (in Chinese) [方海燕, 刘兵, 李小平, 孙海峰, 薛梦凡, 沈利荣, 朱金鹏 2016 物理学报 **65** 119701]
- [9] Liu J, Fang J C, Wu J, Kang Z W, Ning X L 2014 *IET Radar Sonar Navig* **8** 1154
- [10] Emadzadeh A A, Speyer J L 2011 *IEEE Trans. Aeros. Elec. Sys.* **47** 2317
- [11] Emadzadeh A A, Speyer J L 2010 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **58** 4484
- [12] Li J X, Ke X Z 2010 *Acta Astronom. Sin.* **51** 263 (in Chinese) [李建勋, 柯熙政 2010 天文学报 **51** 263]
- [13] Do T T, Gan L, Nguyen N H, Tran T D 2012 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **60** 139
- [14] Su Z, Xu L P, Gan W 2011 *Sci. Sin.: Phys. Mech. Astron.* **41** 681 (in Chinese) [苏哲, 许录平, 甘伟 2011 中国科学: 物理学 力学 天文学 **41** 681]
- [15] Li S L, Liu K, Xiao L L 2014 *Optik* **125** 1875
- [16] Shen L R, Li X P, Sun H F, Fang H Y, Xue M F 2016 *Optik* **127** 4379
- [17] Golshan A R, Sheikh S I 2007 *Annual Meeting of Institute of Navigation* Cambridge, MA, USA, April 23–25, 2007 p413
- [18] Shi G, Lin J, Chen X Y, Qi F, Liu D H, Zhang L 2008 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **55** 379
- [19] Tropp J A, Gilbert A C 2007 *IEEE Trans. Sig. Proc.* **53** 4655
- [20] EPN <http://www.jb.man.ac.uk/~pulsar/Resources/epn/browser.html> [2017-1-13]
- [21] RXTE <https://heasarc.nasa.gov/docs/archive.html> [2017-5-24]



# Pulsar time delay estimation method based on two-level compressed sensing\*

Kang Zhi-Wei<sup>1)†</sup> Wu Chun-Yan<sup>1)</sup> Liu Jin<sup>2)</sup> Ma Xin<sup>3)</sup> Gui Ming-Zhen<sup>3)</sup>

1) (College of Computer Science and Electronic Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China)

2) (College of Information Science and Engineering, Wuhan University of Science and Technology, Wuhan 430081, China)

3) (College of Instrument Science and Opto-Electronic Engineering, Beihang University, Beijing 100191, China)

( Received 21 September 2017; revised manuscript received 5 February 2018 )

## Abstract

In the traditional compressed sensing algorithms, the precision of the time delay estimation is closely related to the number of atoms in the dictionary. The bigger the atom number, the smaller the atomic interval becomes, thus the higher the accuracy of the time delay estimation will be. However, the bigger atom number leads to a higher calculation load. Considering the limited calculation capacity of on-board computer, in order to fast obtain high-accuracy time delay estimation value of the integrated pulsar profile of pulsar in the X-ray pulsar-based navigation, we propose a time delay estimation method based on two-level compression sensing. Compressed sensing mainly includes three parts: the dictionary, the measurement matrix, and the recovery algorithm. Among them, the dictionary size is one of the most important factors that affect the estimation accuracy of the compressed sensing. Aiming to solve the problem of the greater computational load with the increase of the atom number in the dictionary of compressed sensing while improving the accuracy of estimation, we combine the rough estimation with the precision estimation as a two-level dictionary. In the first level, the global phase estimation of the low-dimensional integrated pulsar profile is carried out by making use of the feature of the large atomic interval and the small atomic amount of the rough estimation dictionary. Specifically, first, construct a coarse estimation dictionary according to the low-dimensional standard pulsar profile. Then make dimension reduction sampling on the low-dimensional integrated pulsar profile by the rough estimation measurement matrix based on low-dimensional Hadamard matrix. Finally, use an orthogonal matching pursuit method to obtain the predictive estimation of delay value. In the second level, by taking advantage of the small atomic intervals and numbers of the precise estimation dictionary which are suitable for local estimation, the exact time delay estimation of the high dimensional integrated pulsar profile is performed. Specifically, the original position is first corrected by using the predictive estimation of time delay value, that is, shifting the initial high-dimensional integrated pulsar profile as the input signal of the second level. Then the precise estimation dictionary is constructed according to the partial signal of the length of the high dimension standard pulse profile, using the precise estimation measurement matrix sampling on high-dimensional integrated pulsar profile to obtain measurement value. Finally, the optimal matching position is obtained through the recovery algorithm, which is then combined with the predictive estimation of delay value to calculate the precise time delay estimation value. Theoretical analysis and experimental results show that the quantity of data in the two level dictionary is two orders of magnitude smaller than in the traditional dictionary. The proposed method reduces the computational complexity greatly compared with traditional compression sensing method in the same time delay estimation accuracy. Therefore, this method has the advantages of high precision and small calculation load.

**Keywords:** time delay estimation, compressed sensing, X-ray pulsar, two level dictionary

**PACS:** 97.60.Gb, 98.70.Qy, 07.50.Qx

**DOI:** 10.7498/aps.67.20172100

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61501336, 61772187).

† Corresponding author. E-mail: jt\_zwkang@hnu.edu.cn