

## 先进磁镜装置中径向电场对高能粒子的约束性能研究

石黎铭 吴雪科 万迪 李会东 樊群超 王中天 冯灏 王占辉 马杰

Effects of radial electric field on confinement of high energy particles in advanced fusion mirror reactor

Shi Li-Ming Wu Xue-Ke Wan Di Li Hui-Dong Fan Qun-Chao Wang Zhong-Tian Feng Hao Wang Zhan-Hui Ma Jie

引用信息 Citation: [Acta Physica Sinica](#), 68, 105201 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20181983

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181983>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

惯性约束聚变装置中靶面光场特性的统计表征方法

Method of statistically characterizing target plane light field properties in inertial confinement fusion device

物理学报. 2019, 68(8): 084207 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182091>

电场对协流式微流控装置中乳液液滴生成行为的调控机理

Mechanism for regulation and control of emulsion droplet generation in co-flow microfluidic device via electric field

物理学报. 2018, 67(17): 176801 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180616>

激光等离子体中高能电子各向异性压强的粒子模拟

Particle simulation study on anisotropic pressure of electrons in laser-produced plasma interaction

物理学报. 2017, 66(11): 115203 <https://doi.org/10.7498/aps.66.115203>

空间高能离子在纳米级SOI SRAM中引起的单粒子翻转特性及物理机理研究

Single event upset characteristics and physical mechanism for nanometric SOI SRAM induced by space energetic ions

物理学报. 2017, 66(24): 246102 <https://doi.org/10.7498/aps.66.246102>

基于前冲康普顿电子高能伽马能谱测量系统设计

Optimization design of a Gamma-to-electron spectrometer for high energy gammas induced by fusion

物理学报. 2017, 66(1): 010703 <https://doi.org/10.7498/aps.66.010703>

# 先进磁镜装置中径向电场对高能粒子的约束性能研究\*

石黎铭<sup>1)</sup> 吴雪科<sup>1)</sup> 万迪<sup>1)</sup> 李会东<sup>1)†</sup> 樊群超<sup>1)‡</sup>  
王中天<sup>1)</sup> 冯灏<sup>1)</sup> 王占辉<sup>1)</sup> 马杰<sup>2)</sup>

1) (西华大学理学院, 高性能科学计算省高校重点实验室, 成都 610039)

2) (山西大学量子光学与光量子国家重点实验室, 太原 030006)

(2018年11月7日收到; 2019年3月12日收到修改稿)

本文运用 Boris 算法对紧凑型聚变反应装置 (compact fusion reactor, CFR) 中高能  $\alpha$  粒子的运动轨道进行了数值模拟, 分析了高能  $\alpha$  粒子在不同径向电场作用下运动轨道的差异性; 探究了不同径向电场对 CFR 装置中不同位置处  $\alpha$  粒子约束性能的影响. 研究结果表明, 当正、负径向电场强度达到一定临界值时, 都能够使高能  $\alpha$  粒子很好地约束在 CFR 装置内部, 但不同位置处径向电场强度临界值与  $\alpha$  粒子初始条件有关.

**关键词:** 紧凑型聚变反应装置, 径向电场, 粒子损失, 高能粒子

**PACS:** 52.25.Fi, 52.25.Ya

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181983

## 1 引言

尽管托卡马克被认为是未来最具有实用价值的磁约束聚变装置, 但其聚变  $\beta$  值较低、经济效益不明显, 且实现可控核聚变反应至今还有很多技术难题未得到很好的解决. 具有较高  $\beta$  值的类磁镜聚变反应装置在经济和效率上更具优势<sup>[1,2]</sup>. 串节磁镜<sup>[3]</sup>、反场箍缩 (reversed field pinch, RFP)<sup>[4]</sup> 和场反位形 (field reversed configuration, FRC)<sup>[5–7]</sup> 等类磁镜结构聚变反应装置作为实现聚变能源商业化的一支潜在力量引起了世界上不少科学家的研究兴趣<sup>[1,3,8]</sup>.

近年来, 串节磁镜装置 KMAX、多势阱装置 EMC2、RFP 等类磁镜装置在约束高温等离子体

方面取得了很大进展<sup>[3–14]</sup>. 紧凑型聚变反应装置 (compact fusion reactor, CFR) 是由洛克希德马丁 (Lockheed Martin) 公司根据“磁镜约束”原理提出的一种“高  $\beta$  聚变反应堆”, 其体积较小, 具有较大的潜在应用价值. CFR 装置由多个线圈构成 (图 1), 中性束由加热装置注入, 约束磁场由多组同轴电流线圈产生, 分别是一个中心线圈, 一组内部线圈, 两组封装线圈和一组磁镜线圈, 各组线圈的半径大小、位置、电流强度以及线圈数量均可根据需求适当调节. 装置内部线圈的电流方向与其他几组线圈电流方向相反, 在装置内形成会切磁场位形, 构成了一个边界附近磁场较强而芯部磁场较弱的磁阱结构, 使高温等离子体能够较好地约束在装置内部<sup>[14]</sup>. 当轴心附近的带电粒子向外运动时, 周围的强磁场就会再把它推回来. 尽管一开始这种作

\* 国家自然科学基金青年基金 (批准号: 11605143)、四川省杰出青年学术与技术带头人支持计划 (批准号: 2019JDJQ0050, 2019JDJQ0051)、国家自然科学基金 (批准号: 11575055)、西华大学高性能科学计算重点实验室开放课题 (批准号: szjj2017-011, szjj2017-012) 和量子光学与光量子国家重点实验室 (批准号: KF201811) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: huidongli@mail.xhu.edu.cn

‡ 通信作者. E-mail: fanqunchao@mail.xhu.edu.cn

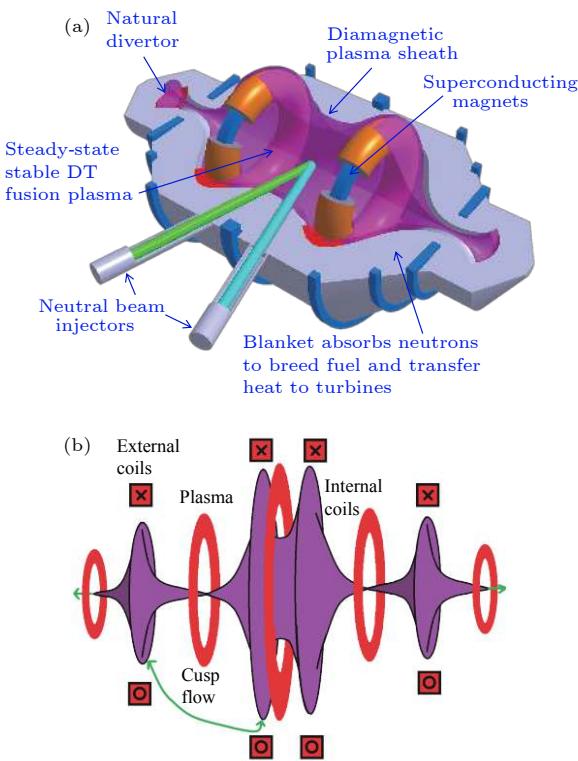


图 1 Lockheed Martin 紧凑型聚变反应磁镜装置 (a) 构造; (b) 等离子体分布

Fig. 1. (a) The structure of CFR machine; (b) plasma distribution in CFR ([https://en.wikipedia.org/wiki/Lockheed\\_Martin\\_Compact\\_Fusion\\_Reactor](https://en.wikipedia.org/wiki/Lockheed_Martin_Compact_Fusion_Reactor)).

用力很小,但是粒子偏离轴心越远,周围磁场的推力就会越大<sup>[14]</sup>.最新的T4B实验结果表明,CFR装置中的等离子体在高 $\beta$ 值条件下具有稳定的膨胀率;零维约束模型预测结果表明,在T4B装置中可以通过中性He粒子束在加热条件下所发生的电荷交换反应向等离子体传递能量,加热等离子体,使等离子体获得毫秒量级的良好约束,同时装置内会产生高能电子和He离子<sup>[15]</sup>. CFR装置内高能粒子的鞘层损失和轴向尖端损失对高温等离子体的约束具有重要影响,研究这些高能粒子的约束性能具有重要的实际意义<sup>[16]</sup>.

径向电场 $E_r$ 在磁约束聚变等离子体的研究中具有重要作用<sup>[17-23]</sup>.1982年在ASDEX托卡马克磁约束聚变中首次发现径向电场在L模到H模转化过程中的关键性作用,径向电场的突然变化引起了L模到H模的转化,从而抑制了湍流波动,由反常输运过程控制的等离子体约束在H模下得到了改善<sup>[17-19]</sup>.近年来,有关径向电场的研究得到了迅速发展:理论研究表明径向电场在形成输运垒和L-H转换机制中可能起着决定性作用<sup>[20]</sup>,实验上也

证实了径向电场和转换机制的存在<sup>[21]</sup>.此外,径向电场对托卡马克等离子体中粒子的“香蕉”轨道中心漂移、粒子轨道和损失锥边界等都会产生影响,径向电场对粒子轨道的改变会进一步影响等离子体输运<sup>[22,23]</sup>.在托卡马克装置中,可以采用在等离子体边界区域安装偏压电极改善粒子和能量约束.1989年,最早在CCT托卡马克装置中实现了偏压实验,随后在J-TEXT、ISTTOK托卡马克等装置上都进行了偏压实验,结果表明偏压电极可以有效地提高径向电场和等离子体约束性能<sup>[24-25]</sup>.在类磁镜装置中径向电场会影响粒子平行磁力线方向的运动速度,使得带电粒子加速或减速,从而达到改善高能粒子约束性能的目的.因此,在CFR等线性装置中可以通过末端加偏压电极形成电场来改善等离子体的约束性能,这在KMAX等线性装置中已得到有效验证<sup>[26]</sup>.

目前已有大量的数值研究工作讨论了粒子约束的相关问题<sup>[27-29]</sup>.与多粒子模拟、磁流体描述、统计描述等其他模拟方法相比,单粒子模拟能够更加清晰地分析装置中粒子运动的特点和轨道的拓扑结构,为研究高能粒子、粒子输运等提供理论基础支撑<sup>[30]</sup>.本文采用Boris算法<sup>[31-36]</sup>对单粒子进行模拟,研究在径向电场作用下CFR装置中粒子的运动轨道,并比较不同径向电场作用对粒子约束性能的影响.第2节详细介绍CFR磁场位形的计算和单粒子模拟方法,并研究粒子轨道特性;第3节研究径向电场 $E_r$ 对CFR中高能 $\alpha$ 粒子损失率的影响;第4节总结.

## 2 理论方法

### 2.1 CFR 磁场位形的计算

在柱坐标系 $(r, \theta, z)$ 中,对于以 $Z$ 轴为中心的电流环,由毕奥-萨伐尔定律可知径向位置 $r$ 和轴向位置 $z$ 处产生的磁场分别为:

$$B_r = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{z}{r\sqrt{(a+r)^2+z^2}} \left[ \frac{a^2+r^2+z^2}{(a-r)^2+z^2} E(k^2) - K(k^2) \right], \quad (1)$$

$$B_z = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a+r)^2+z^2}} \left[ \frac{a^2-r^2-z^2}{(a-r)^2+z^2} E(k^2) + K(k^2) \right], \quad (2)$$

其中 $\mu_0$ 为磁导率, $a$ 为电流线圈的半径, $I$ 为电流

表 1 CFR 装置线圈参数  
Table 1. Main parameters of coils in CFR.

参数	中心线圈	内部线圈	封装线圈1	封装线圈2	磁镜线圈
轴向位置 $Z/m$	0	$\pm 0.4$	$\pm 0.7$	$\pm 1$	$\pm 1.25$
半径 $R/m$	0.7	0.25	0.7	0.5	0.3
电流 $I/MA$	-4.3	7	-1	-1	-10

线圈中的电流,  $k^2 = \frac{4ar}{(a+r)^2 + z^2}$ ,  $K(k^2)$  和  $E(k^2)$  分别为第一类椭圆积分和第二类椭圆积分.

本文研究的 CFR 装置由 9 个半径不同的共轴电流线圈组成, 总磁场在径向  $r$  和轴向  $z$  的分量表示为:

$$B_r = \sum_{n=1}^9 \frac{\mu_0 I(n)}{2\pi} \frac{z - d(n)}{r \sqrt{(a(n)+r)^2 + (z-d(n))^2}} \\ \times \left[ \frac{a(n)^2 + r^2 + (z-d(n))^2}{(a(n)-r)^2 + (z-d(n))^2} E(k^2) - K(k^2) \right], \quad (3)$$

$$B_z = \sum_{n=1}^9 \frac{\mu_0 I(n)}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{(a(n)+r)^2 + (z-d(n))^2}} \\ \times \left[ \frac{a(n)^2 - r^2 - (z-d(n))^2}{(a(n)-r)^2 + (z-d(n))^2} E(k^2) + K(k^2) \right], \quad (4)$$

其中,  $a(n)$  为第  $n$  个电流线圈的半径,  $I(n)$  为其中的电流,  $d(n)$  为第  $n$  个电流线圈所处的  $z$  轴位置, 此时  $k^2 = \frac{4a(n)r}{[r+a(n)]^2 + [z-d(n)]^2}$ .

CFR 装置中各线圈所处的轴向位置、线圈中半径、线圈中所通电流的大小和方向如表 1 所列<sup>[14]</sup>.

根据 (3) 式和 (4) 式以及表 1 中的数据编程计

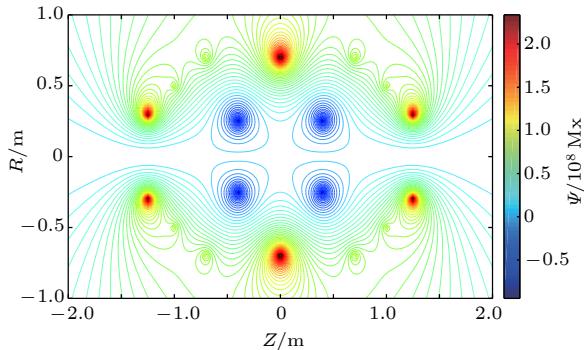


图 2 CFR 装置中  $R$ - $Z$  平面上的磁场位形

Fig. 2. The magnetic flux of the  $R$ - $Z$  plane in the CFR machine.

算出 CFR 装置中磁场分布如图 2 所示. 从图中可以看出, 在装置的边缘区域磁场较强, 而芯部磁场较弱, 整个装置的内部形成了较好的磁镜位形, 在该装置的内部可以约束  $\beta$  值较高的高温等离子体.

## 2.2 单粒子轨道演化方程

CFR 装置中, 可以通过以下运动方程来演化高能带电粒子的运动轨迹:

$$\frac{dx_\alpha}{dt} = v_\alpha, \quad (5)$$

$$m_\alpha \frac{dv_a}{dt} = q_\alpha (\mathbf{E} + \mathbf{v}_\alpha \times \mathbf{B}), \quad (6)$$

其中  $\mathbf{B}$  为磁场强度,  $\mathbf{E}$  为电场强度. 在矢量方程 (5) 式和 (6) 式的数值求解过程中, 针对因数值误差的累积而造成的粒子能量衰减, 从而导致轨道失真的问题, 本文使用了目前比较流行的 Boris 算法.

Boris 算法通过第  $k$  步相空间坐标 ( $\mathbf{x}_k$ ,  $\mathbf{v}_k$ ) 求解第  $k+1$  步相空间坐标 ( $\mathbf{x}_{k+1}$ ,  $\mathbf{v}_{k+1}$ ). (5) 式和 (6) 式可写为如下离散格式:

$$\frac{\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k}{h} = \mathbf{v}_{k+1}, \quad (7)$$

$$\frac{\mathbf{v}_{k+1} - \mathbf{v}_k}{h} = \frac{q}{m} \left[ \mathbf{E}_k + \frac{(\mathbf{v}_{k+1} + \mathbf{v}_k) \times \mathbf{B}_k}{2} \right], \quad (8)$$

其中  $h$  为时间步长,  $\mathbf{x}_k = \mathbf{x}(t_k)$ ,  $\mathbf{v}_k = \mathbf{v}\left(t_k - \frac{h}{2}\right)$ ,  $t_k = kh$ ,  $\mathbf{E}_k = \mathbf{E}(t_k)$ ,  $\mathbf{B}_k = \mathbf{B}(t_k)$ . Boris 算法将电场力和磁场力分开计算, 通过 (9) 式和 (10) 式可从  $\mathbf{v}_k$  解析计算得到  $\mathbf{v}_{k+1}$ :

$$\mathbf{v}^- = \mathbf{v}_k + \frac{q}{m} \mathbf{E}_k \frac{h}{2}, \quad (9)$$

$$\frac{\mathbf{v}^+ - \mathbf{v}^-}{h} = \frac{q}{2m} (\mathbf{v}^+ + \mathbf{v}^-) \times \mathbf{B}_k, \quad (10)$$

$$\mathbf{v}_{k+1} = \mathbf{v}^+ + \frac{q}{m} \mathbf{E}_k \frac{h}{2}. \quad (11)$$

从第  $k$  步递推到第  $k+1$  步, 电场力驱动的一半首先作用在  $\mathbf{v}_k$  上获得  $\mathbf{v}^-$ , 再通过 (10) 式计算得到  $\mathbf{v}^+$ , 进一步将电场力驱动的一半加在  $\mathbf{v}^+$  上获得  $\mathbf{v}_{k+1}$ . 最终通过 (11) 式获得  $\mathbf{v}_{k+1}$ . 矩阵形式的

Boris 算法可表示为

$$(\mathbf{I} + \boldsymbol{\Omega}_k) \begin{pmatrix} v_{k+1}^1 \\ v_{k+1}^2 \\ v_{k+1}^3 \end{pmatrix} = (\mathbf{I} - \boldsymbol{\Omega}_k) \begin{pmatrix} v_k^1 \\ v_k^2 \\ v_k^3 \end{pmatrix} + \frac{hq}{2m} \begin{pmatrix} E_k^1 \\ E_k^2 \\ E_k^3 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

其中  $\mathbf{I}$  是单位矩阵,  $\boldsymbol{\Omega}_k$  的表达式为

$$\boldsymbol{\Omega}_k = \frac{hq}{2m} \begin{pmatrix} 0 & -B_k^3 & B_k^2 \\ B_k^3 & 0 & -B_k^1 \\ -B_k^2 & B_k^1 & 0 \end{pmatrix}. \quad (13)$$

在 CFR 磁场位形中, 由 Boris 算法计算得到的能量误差和轨道失真度较小. 在 CFR 装置中, 为验证方法的优越性, 假定粒子位于只有  $z$  方向磁场的轴向  $z_0 = 0$  和径向  $r_0/a = 0.15$  处的位置上. 给定粒子的初始速度与  $z$  轴垂直,  $\varphi_0 = 0.5\pi$ . 在验证时间步长收敛性的前提下, 取时间步长  $h$  为拉莫尔回旋周期的  $1/30$ . 运行时间为  $1200 \mu\text{s}$  (约 200 个漂移周期), 并设电场强度为  $2 \text{kV/m}$ , 由原点沿半

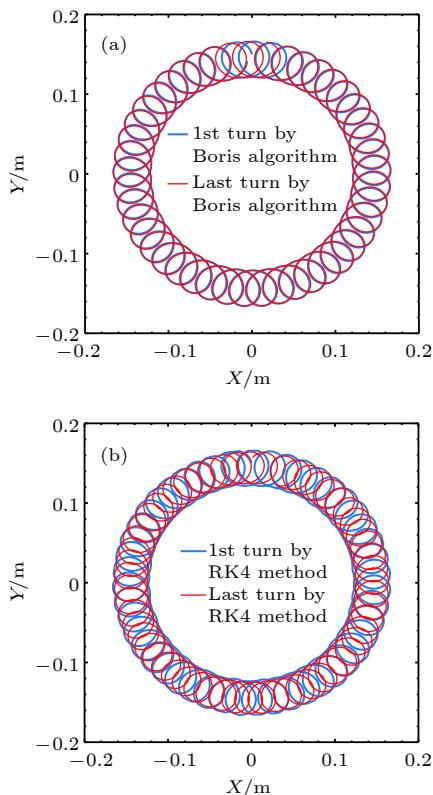


图 3 Boris 算法和 RK4 算法模拟下第一个漂移周期和最后一个漂移周期的轨道 (模拟时间  $1200 \mu\text{s}$ ) (a) Boris 算法; (b) RK4 算法

Fig. 3. Orbits of the first and the last drift motion periods by the Boris algorithm and the RK4 algorithm (simulation time is  $1200 \mu\text{s}$ ): (a) The Boris algorithm; (b) the RK4 algorithm.

径向外. 在该磁场平面内, 带电粒子受到磁场力的作用进行拉莫尔回旋运动. 由于电场、磁场梯度和磁场曲率的存在, 带电粒子会发生  $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$  漂移、磁场梯度漂移和磁场曲率漂移, 漂移方向均沿着极向方向. 图 3(a) 和图 3(b) 分别为 Boris 算法和四阶龙格-库塔 RK4 算法模拟得到的导心轨迹半径约为 0.15 的粒子在第一个漂移周期和最后一个周期的轨道图, 圆环厚度近似为粒子拉莫尔回旋半径长度. 模拟结果表明, 长时间迭代计算后 Boris 算法仍能保持轨道形状不发生改变, 与物理实际一致. RK4 算法下的轨道形状发生了改变, 且完成最后一个周期需要更多的计算步数, 数值误差较大. 图 4 中分别计算了 Boris 算法和四阶龙格-库塔 RK4 算法的相对能量误差随时间的变化情况. 研究结果表明, Boris 算法在无电场情况下能够保证粒子的能量绝对守恒, 而 RK4 算法的数值误差随模拟时间的积累不断增大.

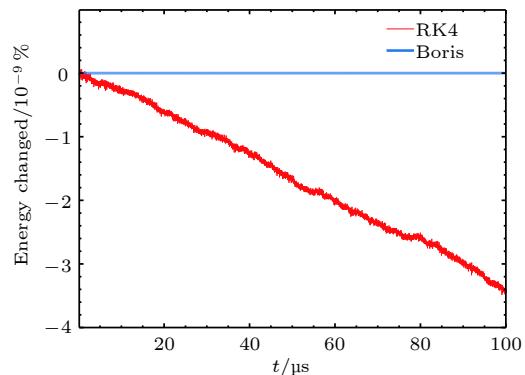


图 4 Boris 算法和 RK4 算法数相对能量误差随时间变化对比

Fig. 4. Comparison of the relative energy errors between Boris method and RK4 method.

### 3 数值模拟结果及分析

#### 3.1 径向电场对 $\alpha$ 粒子轨道的影响

在径向电场作用下, 通过数值求解 (5) 式和 (6) 式模拟获得了  $\alpha$  粒子的运动轨迹. 模拟采用 T4B 参数<sup>[15]</sup>, 装置直径为 1 m, 长 2 m. 功率为 1 MW, 在注入的中性束中, He 粒子能量为 25 keV. 因此, 本文模拟将粒子选定为能量为 25 keV 的  $\alpha$  粒子. 在模拟  $\alpha$  粒子轨道的过程中, 将粒子置于轴向位置  $z_0 = 0$  和径向位置  $r_0/a = 0.4$  处, 此处磁场  $B_0 = 5\text{T}$ , 设定粒子的初始速度与  $Z$  轴的夹角  $\varphi_0 = 0.5\pi$ , 粒子的极向初始速度  $v_{\vartheta 0} = 0.2v_t$ , 其中  $v_t$  为粒子的

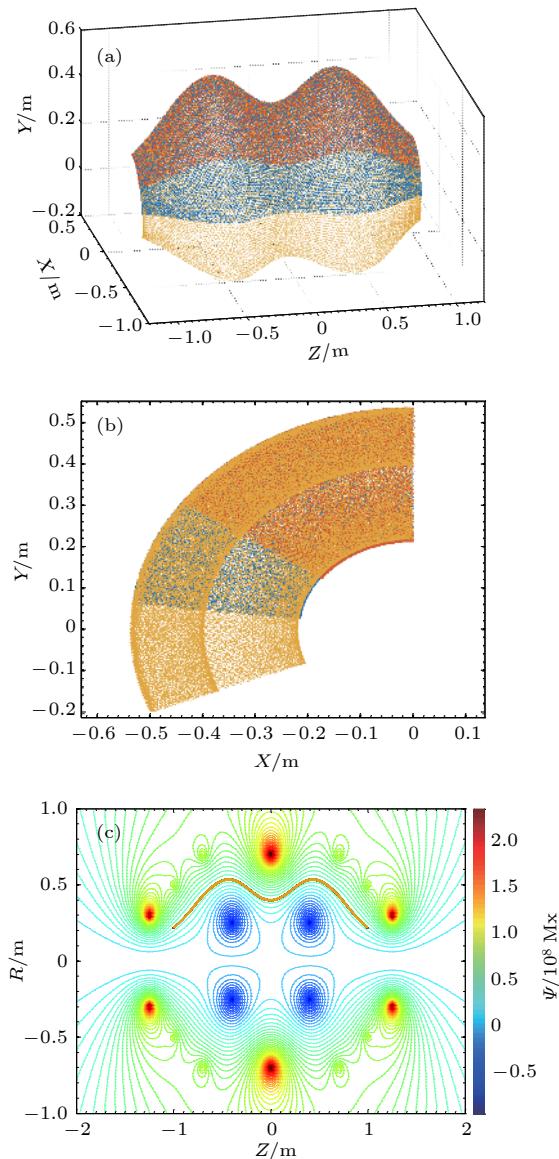


图 5 (a) CFR 粒子轨道; (b) 粒子轨道在  $X$ - $Y$  截面的投影; (c) 粒子轨道在  $R$ - $Z$  截面的投影

Fig. 5. (a) The orbit of particles in CFR; (b) the projection of the particle orbital in the  $X$ - $Y$  plane; (c) the projection of the particle orbital in the  $R$ - $Z$  plane.

热速度, 粒子的平行速度和垂直速度之比  $v_{\parallel}/v_{\perp} = 1$ . 在 CFR 装置中, 将  $\alpha$  粒子能量设定为 25 keV, 通过设置不同的径向电场  $E_r$ (-2 kV/m, 0, +2 kV/m) 研究  $\alpha$  粒子轨道情况. 如图 5 所示, 三种不同颜色的轨迹分别表示在无电场作用、负向径向电场(方向指向轴心)和正向径向电场作用下  $\alpha$  粒子运动 500  $\mu$ s 的轨道. 研究表明, 径向电场  $E_r$  会对粒子漂移速度产生影响, 在正向径向电场作用下, 粒子漂移速度增大,  $\alpha$  粒子反弹点向中心线圈位置移动; 而在负向径向电场作用下, 粒子漂移速度减小,  $\alpha$  粒子反弹点向两端磁镜线圈位置移动.

根据能量守恒, 平行于磁场的速度  $v_{\parallel}$  在径向电场作用后可表示为

$$v_{\parallel} = \sqrt{\frac{2}{m}(W - q_{\alpha}\Phi - \mu_{\text{M}}B)}, \quad (14)$$

其中  $W$  为粒子总能量,  $m$  为粒子质量,  $\mu_{\text{M}}$  为磁矩,  $q_{\alpha}$  为  $\alpha$  粒子电荷,  $\Phi$  为电场电势. (14) 式中总能量  $W$ 、电荷  $q_{\alpha}$ 、质量  $m$  和磁矩  $\mu_{\text{M}}$  均为常量. 从 (14) 式可知, 当粒子沿磁力线运动时, 径向电场  $E_r = -\frac{d\Phi}{dr}$  会影响粒子平行磁力线方向的速度  $v_{\parallel}$ , 电势越大,  $v_{\parallel}$  越小, 粒子沿  $Z$  向运动的距离越短, 更不容易沿轴向尖端损失.

粒子在 CFR 中的漂移是由磁场的梯度漂移、磁场曲率漂移和电漂移共同产生的, 粒子的速度可以表示为 [37]

$$\mathbf{v} = v_{\parallel} \frac{\mathbf{B}}{B} + \frac{1}{\omega_c} \left( \mathbf{v}_{\perp}^2 + \frac{1}{2} v_{\parallel}^2 \right) \frac{\mathbf{R}_c \times \mathbf{B}}{R_c^2 B} + \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{B}}{B^2}, \quad (15)$$

其中,  $\omega_c$  为回旋频率,  $R_c$  为曲率矢量半径,  $\mathbf{v}_{\parallel}, \mathbf{v}_{\perp}$  分别代表平行和垂直于磁场方向的速度, (15) 式右边第一项表示平行磁场的分量, 第二项是磁场不均匀引起的总漂移, 第三项是电漂移.

在正向电场作用下, 电漂移引起的漂移速度和磁场不均匀引起的总漂移速度方向一致, 导致粒子极向速度增大, 平行于磁场方向的速度减小, 有效地降低了粒子轴向尖端损失. 而在负向电场作用下, 电漂移引起的漂移速度和磁场不均匀引起的总漂移方向相反, 此时径向电场引起的电漂移和磁场梯度及曲率引起的总漂移存在竞争关系. 在负向电场情况下, 当由磁场不均匀引起的漂移起主导作用时, 粒子总漂移速度减小, 平行于磁场方向的速度增加; 但当负向径向电场增大到一定程度时, 电漂移将超过磁场漂移逐渐起主导作用, 粒子总漂移速度将增加.

### 3.2 绝热区粒子模拟

在 CFR 装置中心区域, 由封装的线会切以及两个纺锤形的会切形成了一个磁势阱结构, 芯部区域的磁场趋于零, 该结构产生一个临界磁面, 将整个磁场位形分为绝热区和非绝热区. 在 CFR 装置芯部附近磁场较弱, 磁场梯度和曲率较大, 类似于会切位形, 该区域内磁矩不守恒, 可称为非绝热区; 而其他区域磁矩守恒, 称为绝热区 [16]. 根据紧凑型

先进磁镜系统的磁场位形分布特点容易看出, 绝热区粒子更容易沿轴向尖端损失, 当高能粒子的初始速度与磁场平行时, 粒子约束性最差, 粒子极容易通过磁镜的端口而损失. 选取在绝热区最容易损失的能量为 25 keV 的  $\alpha$  粒子进行模拟. 模拟过程中设定时间步长  $\Delta t = 1 \times 10^{-12}$  s,  $z_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ , 粒

子的极向初始速度  $v_{\theta 0} = 0$ , 在  $r_0/a = 0.2\text{--}0.5$  范围内, 径向每隔 0.05 的长度取一个径向点. 当  $v_{\parallel}/v = 1$ , 即初始速度与磁场方向平行时, 粒子极容易沿着磁力线从端口逃离装置. 在当前粒子初始条件下,  $\alpha$  粒子仅仅运动了 2.354  $\mu$ s 便全部直接损失 (如图 6 所示).

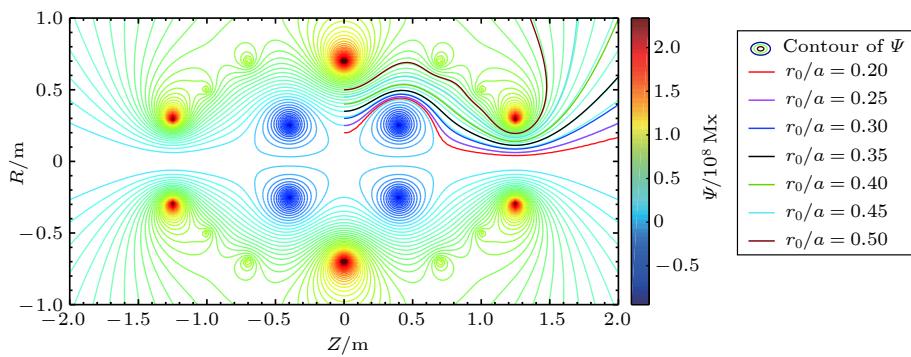


图 6 CFR 中  $\alpha$  粒子损失轨道

Fig. 6. The lost orbits of the  $\alpha$  particles in CFR.

为了研究在绝热区不同径向位置处径向电场对能量为 25 keV 的  $\alpha$  粒子最易损失方向 (平行于 Z 轴方向) 约束性能的影响, 将粒子初始条件设置为  $z_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $v_{\theta 0} = 0$  和  $v_{\parallel}/v = 1$ , 在  $r_0/a = 0.2\text{--}0.5$  范围内, 径向每隔 0.05 的长度取一个径向点, 在同一个径向位置, 通过不断调整正向径向电场的大小研究粒子约束性能的变化. 研究表明, 在没有径向电场存在的情况下, 能量为 25 keV 的  $\alpha$  粒子只能在装置中停留几个微秒 (如图 6). 随着正向径向电场的增强, 粒子在装置内的约束时间不断增长, 当正向电场增大到某一临界值时, 在最容

易损失位置处注入的  $\alpha$  粒子轨道将会长时间停留在装置内部而不是逃离装置, 粒子能够很好地约束在磁镜内  $Z$  处于  $-1.15\text{--}1.15$  之间 (如图 7). 在模拟中, 选定不同的径向初始位置, 分析粒子在不同径向电场作用下的运动轨迹得到了相同的结果. 图 8 中给出了在  $r_0/a = 0.3$  处, 不同径向电场作用下  $\alpha$  粒子的运动轨迹, 由图可见, 当正向电场由 58620 V/m 增大到 58621 V/m 时, 粒子能够被长时间地约束在 CFR 装置内, 说明了正向径向电场的存在可以改善粒子约束性能. 数值计算的结果表明, 不同径向位置处使得粒子能够长时间约束的径

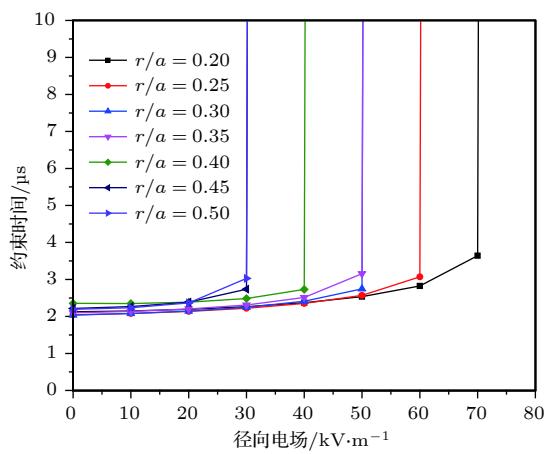


图 7 粒子约束时间随着正向电场强度的变化

Fig. 7. The particle confinement time changes with the intensity of the positive electric field.

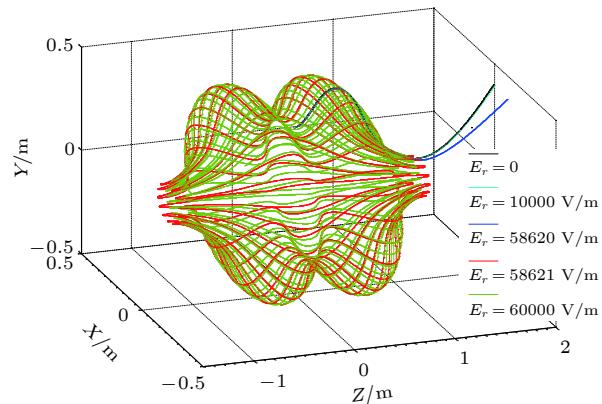


图 8 初始位置  $r_0/a = 0.3$  处  $\alpha$  粒子在不同正向径向电场作用下的运动轨迹

Fig. 8. The orbits of  $\alpha$  particle under the different positive radial electric fields at  $r_0/a = 0.3$ .

向电场临界值与粒子的初始条件有关: 粒子初始位置越靠近轴心位置 ( $r = 0$ ), 正向的径向电场临界值越大。当径向电场大于临界场值, 在绝热区运动的 $\alpha$ 粒子都能被很好地约束在CFR装置内, 区域内粒子损失率将降至最低, 甚至能将所有粒子约束。

同时研究了负向径向电场对能量为25 keV的 $\alpha$ 粒子约束性能的影响, 研究过程中选取粒子的初始状态与正向电场情况下相同。研究表明, 负向径向电场的存在同样可以改善粒子的约束性能。然而, 负向径向电场对粒子约束性能的影响随着电场强度的增加, 在所有位置的约束时间并未表现出都是单调递增的趋势: 在负向电场强度比较小时, 粒子的约束时间随电场强度的增大而减小, 表明此时电场使粒子更容易损失; 而当电场强度增大到一定程度时, 在最容易损失位置注入的 $\alpha$ 粒子却能够很好地约束在CFR装置内(如图9和图10)。

以上分析了在极限情况下, 最容易损失的粒子通过外加径向电场得到了很好的约束。为了更直观地探究径向电场对绝热区无碰撞 $\alpha$ 粒子损失率的影响, 选取初始条件为 $z_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 0$ ,  $v_{\vartheta 0} = 0.2v_t$ , 使粒子连续分布在径向初始位置 $r_0/a = (0.2—0.5)$ 之间, 以不同的入射角( $0—2\pi$ )发射500个 $\alpha$ 粒子, 得到粒子运行500  $\mu$ s后的损失率(如图11所示)。研究结果表明, 对于绝热区运动的高能粒子, 随着正向径向电场增大, 粒子损失率降低。而在负向径向电场作用下, 随着电场强度增大, 粒子损失率先增大后减小。尽管将高能 $\alpha$ 粒子全部约束在CFR装置中需要提供极大的径向电场, 但在电极偏压装置可控的径向电场下已经能够有效地改善粒子损失, 提高粒子约束性。

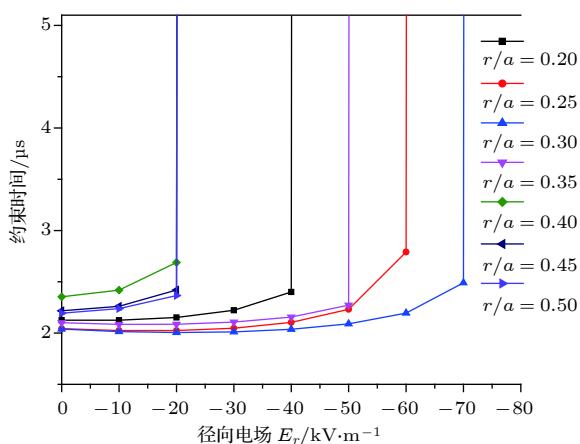


图9 粒子约束时间随着负向径向电场强度的变化

Fig. 9. The variations of particle confinement time with the intensity of the negative radial electric field.

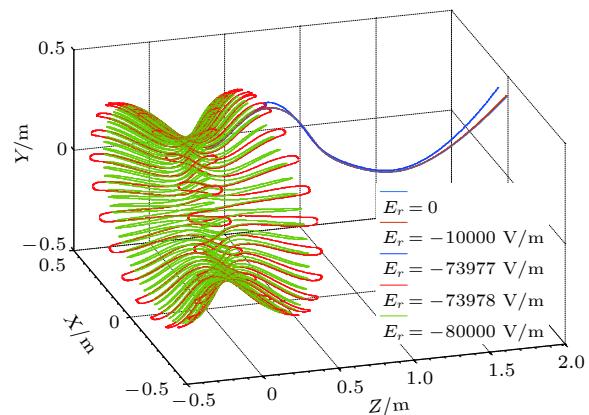


图10 初始位置  $r_0/a = 0.3$  处  $\alpha$  粒子在不同负向径向电场作用下的轨道

Fig. 10. The orbits of  $\alpha$  particle under the different negative radial electric fields at  $r_0/a = 0.3$ .

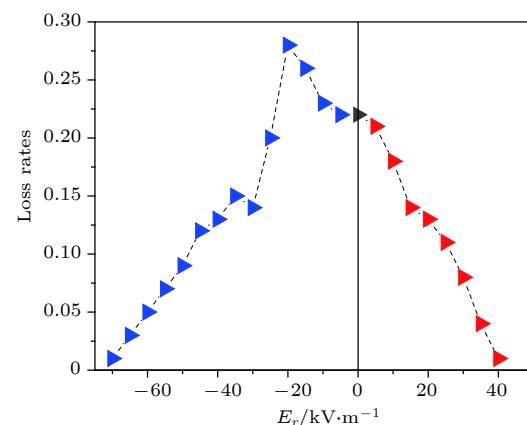


图11 不同径向电场作用下的 $\alpha$ 粒子损失率

Fig. 11. The loss rates of the  $\alpha$  particles with different radial electric fields.

## 4 结 论

径向电场的存在会改变装置内带电粒子平行磁力线方向的速度, 对装置内高能粒子的约束产生影响。本文从牛顿运动方程出发, 运用Boris算法模拟 $\alpha$ 粒子在CFR装置中的运动轨道, 探究了不同径向电场作用下 $\alpha$ 粒子在CFR绝热区约束性能的差异。模拟发现: 在正向径向电场作用下,  $\alpha$ 粒子运动电漂移速度与磁场梯度和曲率引起的漂移存在竞争,  $\alpha$ 粒子运动轨道反弹点沿磁力线向径向电场方向移动。随着电场强度增大,  $\alpha$ 粒子在CFR中约束性变好, 当径向电场强度达到一定临界值时, 即使最容易损失的 $\alpha$ 粒子也能够很好地约束在装置内; 在负向径向电场作用下,  $\alpha$ 粒子漂移速度增大。随着电场强度的不断增大, 初始速度平行于Z轴方向的极容易损失的 $\alpha$ 粒子在CFR中约

束时间先减少,但当电场强度达到某一特定值时,粒子约束时间不断增加,从而很好地约束在CFR装置内部。在CFR装置中,当所施加的电场强度增大到一定临界值时,粒子能够长时间地约束在装置内部,约束时间可以达到与当前托卡马克装置粒子约束时间相当的毫秒量级。由于在CFR装置内的磁场使用的是最优化磁场位形,装置内部的高能粒子可以达到毫秒量级约束时间,然而该类线性装置较托卡马克装置具有约束效率( $\beta$ 值)更高、尺寸更小和造价更低等诸多优点,在未来的磁约束聚变领域具有较好的应用前景。

## 参考文献

- [1] Dolan T J, Brotankova J, Cadwallader L C, Costley A E, Ivanov D P, Manheimer W, Merola M, Moir R W, Neumann M J, Parrish A, Waganer L M 2013 *Magnetic Fusion Technology* (New York: Springer) pp23–68
- [2] Baylor L R, Combs S K, Foust C R, Jernigan T C, Meitner S J, Parks P B, Caughman J B, Fehling D T, Maruyama S, Qualls A L, Rasmussen D A, Thomas C E 2009 *Nucl. Fusion* **49** 085013
- [3] Sun X, Liu M, Xie J L, Yu Y, Lin M N, Zhang Q 2014 *J. Univ. Sci. Technol. China* **44** 374 (in Chinese) [孙玄, 刘明, 谢锦林, 余羿, 林木楠, 张倩 2014 中国科学技术大学学报 **44** 374]
- [4] Bodin H A B, Newton A A 2011 *Nucl. Fusion* **51** 1255
- [5] Steinhauer L C 2011 *Phys. Plasmas* **18** 070501
- [6] Tuszeński M, Smirnov A, Thompson M C, Korepanov S, Akhmetov T, Ivanov A, Voskoboinikov R, Schmitz L, Barnes D, Binderbauer M W, Brown R, Bui D Q, Clary R, Conroy K D, Deng B H, Detrick S A, Douglass J D, Garate E, Glass F J, Gota H, Guo H Y, Gupta D, Gupta S, Kinley J S, Knapp K, Longman A, Hollins M, Li X L, Luo Y, Mendoza R, Mok Y, Necas A, Primavera S, Ruskov E, Schroeder J H, Sevier L, Sibley A, Song Y, Sun X, Trask E, Van Drie A D, Walters J K, Wyman M D, Team T A E 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 255008
- [7] Binderbauer M W, Tajima T, Steinhauer L C, Garate E, Tuszeński M, Schmitz L, Guo H Y, Smirnov A, Gota H, Barnes D, Deng B H, Thompson M C, Trask E, Yang X, Putvinski S, Rostoker N, Andow R, Aefsky S, Bolte N, Bui D Q, Ceccherini F, Clary R, Cheung A H, Conroy K D, Detrick S A, Douglass J D, Feng P, Galeotti L, Giannanco F, Granstedt E, Gupta D, Gupta S, Ivanov A A, Kinley J S, Knapp K, Korepanov S, Hollins M, Magee R, Mendoza R, Mok Y, Necas A, Primavera S, Onofri M, Osin D, Rath N, Roche T, Romero J, Schroeder J H, Sevier L, Sibley A, Song Y, Van Drie A D, Walters J K, Waggoner W, Yushmanov P, Zhai K 2015 *Phys. Plasmas* **22** 056110
- [8] Forsen H K 1988 *J. Fusion Energy* **7** 269
- [9] Park J, Krall N A, Sieck P E, Offermann D T, Skillicorn M, Sanchez A, Davis K, Alderson E, Lapenta G 2015 *Phys. Rev. X* **5** 021024
- [10] Carr M, Khachan J 2010 *Phys. Plasmas* **17** 052510
- [11] Cornish S, Gummersall D, Carr M, Khachan J 2014 *Phys. Plasmas* **21** 092502
- [12] Miley G H, Murali S K 2014 *Inertial Electrostatic Confinement (IEC) Fusion* (New York: Springer) pp1-400
- [13] Hoffman A L, Guo H Y, Miller K E, Milroy R D 2005 *Nucl. Fusion* **45** 176
- [14] McGuire T J 2014 *US Patent* 201414242999
- [15] Lockheed Martin Compact Fusion Reactor Concept, Confinement Model and T4B Experiment (PDF). Lockheed Martin Corporation. 2016. Archived from the original (PDF) on December 25, 2017. Retrieved 25 December 2017([https://en.wikipedia.org/wiki/Lockheed\\_Martin\\_Compact\\_Fusion\\_Reactor](https://en.wikipedia.org/wiki/Lockheed_Martin_Compact_Fusion_Reactor))
- [16] Zhu L M, Liu H F, Wang X Q 2016 *Phys. Scr.* **91** 095604
- [17] Wagner F, Becker G, Behringer K, Campbell D, Eberhagen A, Engelhardt W, Fussmann G, Gehre O, Gernhardt J, Gierke G v, Haas G, Huang M, Karger F, Keilhacker M, Klüber O, Kornherr M, Lackner K, Lisitano G, Lister G G, Mayer H M, Meisel D, Müller E R, Murmann H, Niedermeyer H, Poschenrieder W, Rapp H, Röhr H, Schneider F, Siller G, Speth E, Stäbler A, Steuer K H, Venus G, Vollmer O, Yü Z 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 1408
- [18] Taylor R J, Brown M L, Fried B D, Grote H, Liberati J R, Morales G J, Pribyl P, Darroff D, Ono M 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 2365
- [19] Shaing K C, Crume Jr E C, 1989 *Phys. Rev. Lett.* **63** 2369
- [20] Van Oost G 2006 *Fusion Sci. Technol.* **49** 327
- [21] Groebner R J, Burrell K H, Seraydarian 1990 *Phys. Rev. Lett.* **64** 3015
- [22] Gorman J G 1966 *Phys. Fluids* **9** 2504
- [23] Itoh K, Itoh S I 1996 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **38** 1
- [24] Silva C, Figueiredo H, Cabral J A C, GonÁlves B, Nedzelsky I, Varandas C A F 2004 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **46** 163
- [25] Sun Y, Chen Z P, Zhu T Z, et al. 2014 *Plasma Phys. Controlled Fusion* **56** 015001
- [26] Zhang Q, Shi P Y, Liu M, Lin M N, Sun X 2015 *Fusion Sci. Technol.* **68** 50
- [27] Zhang J, Luo J R, Wang S J 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 1077 (in Chinese) [张杰, 罗家融, 王少杰 2006 物理学报 **55** 1077]
- [28] Xu X L, Zhao X M, Wang Z T, Tang C J 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 185201 (in Chinese) [徐欣亮, 赵小明, 王中天, 唐昌建 2012 物理学报 **61** 185201]
- [29] Mou M L, Liu Y, Wang Z T, Chen S Y, Tang C J 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 165201 (in Chinese) [牟茂琳, 刘宇, 王中天, 陈少永, 唐昌建 2014 物理学报 **63** 165201]
- [30] Zhang L 2009 *Ph. D. Dissertation* (Beijing: Tsinghua University) (in Chinese) [张良 2009 博士学位论文 (北京: 清华大学)]
- [31] Qin H, Zhang S X, Xiao J Y, Liu J, Sun Y J, Tang W M 2013 *Phys. Plasmas* **20** 084503
- [32] Delzanno G L, Camporeale E 2013 *J. Comput. Phys.* **253** 259
- [33] Kuley A, Wang Z X, Lin Z, Wessel F 2013 *Phys. Plasmas* **20** 102515
- [34] Wei X S, Xiao Y, Kuley A, Lin Z 2015 *Phys. Plasmas* **22** 092502
- [35] Winkel M, Speck R, Ruprecht D 2015 *J. Comput. Phys.* **295** 456
- [36] He Y, Sun Y, Liu J, Qin H 2015 *J. Comput. Phys.* **281** 135
- [37] Freidberg J P 2007 *Plasma Physics and Fusion Energy* (Cambridge: Cambridge University Press) pp149–160

# Effects of radial electric field on confinement of high energy particles in advanced fusion mirror reactor\*

Shi Li-Ming<sup>1)</sup> Wu Xue-Ke<sup>1)</sup> Wan Di<sup>1)</sup> Li Hui-Dong<sup>1)†</sup> Fan Qun-Chao<sup>1)‡</sup>  
Wang Zhong-Tian<sup>1)</sup> Feng Hao<sup>1)</sup> Wang Zhan-Hui<sup>1)</sup> Ma Jie<sup>2)</sup>

1) (*Key Laboratory of High Performance Scientific Computation, School of Science, Xihua University, Chengdu 610039, China*)

2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Laser Spectroscopy Laboratory, College of Physics and Electronics Engineering, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

(Received 7 November 2018; revised manuscript received 12 March 2019)

## Abstract

The radial electric field  $E_r$  in a magnetic confined machine, such as the compact fusion reactor (CFR), the field-reserved configuration (FRC), and the tokamak, plays an essential role in affecting the confinement properties of the high energy particles. The parallel velocities of the high energy particles will be accelerated or decelerated by applying a radial electric field, which could change the loss rate of the high energy particles in the magnetic confined machines. Unlike the fourth-order Runge-Kutta method RK4, the recently-developed Boris method can strictly preserve energy conservation of the high energy particles in the case without radial electric field. The orbit of high energy  $\alpha$  particle in compact fusion reactor (CFR) is simulated by solving the equations of motion numerically with the Boris Algorithm. The effect of radial electric field on the orbit of the high energy  $\alpha$  particle is investigated and the confinement of plasma in different radial electric fields in the CFR machine is studied in the present paper. By changing the strength of the radical electric field and the particles' radical locations in the middle plane of the CFR configuration, the confinement property of the high energy  $\alpha$  particle is studied. The numerical results indicate that both the positive radial electric field and negative electric field can significantly affect the confinement of the high energy  $\alpha$  particle. When the radial electric field is increased to a threshold, the high energy  $\alpha$  particle could be confined in the central region of the CFR machine for a long enough time. The threshold of the radial electric field depends on the initial parameters of the confined particle. Systematic investigations of the radical electronic field effect will conduce to greatly improving the performance of the designed CFR machines.

**Keywords:** compact fusion reactor, radial electric field, particle loss, high energy particle

**PACS:** 52.25.Fi, 52.25.Ya

**DOI:** [10.7498/aps.68.20181983](https://doi.org/10.7498/aps.68.20181983)

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11605143), the Sichuan Provincial Foundation for Distinguished Young Leaders of Disciplines in Science and Technology, China (Grant Nos. 2019JDJQ0050, 2019JDJQ0051), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11575055), the Open Program of Key Laboratory of High Performance Scientific Computing of Xihua University, China (Grant Nos. szjj2017-011, szjj2017-012), and the State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, China (Grant No. KF201811).

† Corresponding author. E-mail: [huidongli@mail.xhu.edu.cn](mailto:huidongli@mail.xhu.edu.cn)

‡ Corresponding author. E-mail: [fanqunchao@mail.xhu.edu.cn](mailto:fanqunchao@mail.xhu.edu.cn)