

**基于一种改进的虚拟单元法模拟包含静止/运动边界的流动问题**

魏峰 金亮 柳军 丁峰 郑新萍

**An improved ghost cell method for flow simulation involving static and moving boundary**

Wei Feng Jin Liang Liu Jun Ding Feng Zheng Xin-Ping

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 124703 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190013

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190013>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

**Articles you may be interested in**

一种径向基函数虚拟网格法数值模拟复杂边界流动

Numerical simulation of complex immersed boundary flow by a radial basis function ghost cell method

物理学报. 2017, 66(4): 044704 <https://doi.org/10.7498/aps.66.044704>

一种滑移区气体流动的格子Boltzmann曲边界处理新格式

A new curved boundary treatment in lattice Boltzmann method for micro gas flow in the slip regime

物理学报. 2017, 66(11): 114701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.114701>

基于浸入边界-多松弛时间格子玻尔兹曼通量求解法的流固耦合算法研究

A method combined immersed boundary with multi-relaxation-time lattice Boltzmann flux solver for fluid-structure interaction

物理学报. 2017, 66(22): 224702 <https://doi.org/10.7498/aps.66.224702>

一种基于二维光滑粒子法的流体仿真方法

A fluid simulation method based on two-dimensional smoothed particle hydrodynamics

物理学报. 2016, 65(24): 244701 <https://doi.org/10.7498/aps.65.244701>

一种新型光滑粒子动力学固壁边界施加模型

A new boundary treatment method in smoothed particle hydrodynamics

物理学报. 2015, 64(9): 094701 <https://doi.org/10.7498/aps.64.094701>

# 基于一种改进的虚拟单元法模拟包含 静止/运动边界的流动问题\*

魏峰<sup>1)</sup> 金亮<sup>1)†</sup> 柳军<sup>1)</sup> 丁峰<sup>1)</sup> 郑新萍<sup>2)</sup>

1) (国防科技大学空天科学学院, 长沙 410073)

2) (国防科技大学计算机学院, 长沙 410073)

(2019年1月3日收到; 2019年3月27日收到修改稿)

提出了一种改进的虚拟单元法, 能够用来处理包含静止/运动边界的流动问题. 以固定的笛卡尔网格作为计算网格, 通过有限体积法求解二维非定常可压缩欧拉方程, 空间离散采用了 AUSM (advection upstream splitting method) 系列中的 AUSM+格式, 通过 MUSCL (monotonic upstream-centered scheme for conservation laws) 方法构造二阶精度, 时间离散采用了显式三阶 TVD (total-variation-diminishing) Runge-Kutta 法. 为了简化虚拟单元的赋值方法和处理狭缝问题, 选用了从虚拟单元出发沿  $X$  和  $Y$  轴方向的流场点作为镜像点, 避免了复杂的插值运算, 同时根据虚拟单元与物面点的距离对分别沿  $X$  和  $Y$  轴方向求得的虚拟单元变量值进行加权来求得虚拟单元的最终变量值, 从而消除了扭曲现象. 进一步给出了该虚拟单元法的推广形式, 使其能够处理包含变速运动边界的流动问题. 通过求解 Schardin 问题和激波抬升轻质圆柱问题验证了改进的虚拟单元法及其推广形式在处理包含静止/运动边界流动问题时的准确性.

**关键词:** 虚拟单元法, 静止/运动边界, 笛卡尔网格, 欧拉方程**PACS:** 47.85.Dh, 47.11.Bc, 47.40.Ki**DOI:** 10.7498/aps.68.20190013

## 1 引言

在计算流体力学领域, 笛卡尔网格相比贴体网格有着高效率、高鲁棒性、高灵活性等突出优势, 能够很好地应对复杂的流动问题<sup>[1,2]</sup>. 作为笛卡尔网格技术的关键, 物面处理的方式一直是国内外学者们研究的热点, 近年来, 浸入边界法 (immersed boundary method)<sup>[3]</sup> 越来越受到研究者的重视, 这种方法相比切割单元法 (cut-cell method)<sup>[4]</sup> 不需要对网格进行切割, 极大地减小了计算量, 在模拟包含运动边界的流动问题时有着明显的优势. 常规的浸入边界法包括连续力法和离散力法, 这两种方法在模拟不可压缩流的领域都获得了极大的成

功<sup>[5,6]</sup>, 然而在模拟高雷诺数情况下的可压缩流动时都存在着很大的误差. 为了弥补这一缺陷, Majumdar 等<sup>[7]</sup> 提出了虚拟单元法 (ghost cell method), 即在物体内部构建虚拟流场, 通过对虚拟流场内的虚拟单元进行合理的赋值, 隐式地表达物面边界条件. 一般情况下, 虚拟单元定义为周围至少存在一个流场单元的物体内部单元, 但是对于一些高阶的虚拟单元法, 则需要扩展更多的虚拟单元<sup>[8]</sup>, 对于存在细长结构的几何模型, 虚拟单元还可以定义在流场内部<sup>[9]</sup>. 虚拟单元法以其灵活简单、鲁棒性好等优点得到了众多学者的关注. Tseng 和 Ferziger<sup>[10]</sup> 对浸入边界虚拟单元法在各种边界条件下的应用进行了系统的研究; Dadone 和 Grossman<sup>[11]</sup>, Farooq 等<sup>[12]</sup> 以及 Chi 等<sup>[13]</sup> 都对可压缩流动中的虚拟单

\* 上海航天科技创新基金 (批准号: SAST201419) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: snowblade@sina.com

元法进行了详细研究并发展了各自的虚拟单元法.

对于含有运动边界的复杂流动问题, 早期的物面边界处理方式切割单元法, 容易导致所谓的“细小网格”问题, 严重限制了时间步长. 为了避免这一问题, Mittal 和 Iaccarino<sup>[5]</sup> 将细小的切割单元与周围的流场单元进行融合以消除细小单元, Forrer 和 Berger<sup>[14]</sup> 借鉴了浸入边界法的思想, 将切割单元进行了填充并且设置了一系列的虚拟单元, 两者都成功地求解了含有运动边界的流动问题. Lee 等分析研究了求解运动边界问题时产生的压力振荡, 通过实验发现减小网格尺寸或者增大时间步长都可以减小压力振荡<sup>[15]</sup>, 进而提出了一种能够有效地控制压力振荡的隐式浸入边界虚拟单元法<sup>[16]</sup>. Tan 和 Shu<sup>[8]</sup> 推导了一种复杂的能够处理运动边界问题的高阶虚拟单元法, 通过有限差分的方法分别求解了一维算例和二维算例, 其精度分别达到了四阶和三阶. Peter 和 De<sup>[17]</sup> 在非惯性系下对 GCIBM (ghost-cell immersed boundary method) 方法进行了拓展, 同时能够实现并行求解, 相比在惯性系下求解包含运动边界的流动问题, 避免了压力的数值振荡, 但是也存在着无法模拟多体相对运动的局限性. 在国内, 赵宁等<sup>[18,19]</sup> 在自适应笛卡尔网格的基础上对虚拟单元法进行了大量的研究, 同时也对包含运动边界的情况进行了数值模拟.

在文献<sup>[12]</sup>提出的 SGCM (simplified ghost cell method) 基础上, 本文提出了一种改进的虚拟单元法, 同样使用了流场点作为镜像点, 但是相比之下具有更高的准确性和计算效率. 考虑到物面边界变速运动会引起边界附近的压力、密度和切向速度存在梯度, 给出了改进型虚拟单元法的推广形式, 用于求解包含运动边界的流动问题. 通过求解 Schardin 问题和激波抬升轻质圆柱问题验证了该虚拟单元法及其推广形式在处理包含静止/运动边界的流动问题时的准确性. 本文第 2 节简要介绍了求解过程中使用的控制方程以及空间、时间离散格式, 进而详细介绍了改进的虚拟单元法及其推广; 第 3 节给出了两种经典的流动问题的计算结果和讨论; 第 4 节给出了结论.

## 2 数值方法

### 2.1 控制方程

二维无黏可压缩欧拉方程的有限体积形式如

下<sup>[20]</sup>:

$$U_t + F(U)_x + G(U)_y = 0, \quad (1)$$

其中,

$$U = [\rho, \rho u, \rho v, \rho E]^T, \quad (2)$$

$$F(U) = [\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, u(E + p)]^T, \quad (3)$$

$$G(U) = [\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, v(E + p)]^T, \quad (4)$$

$U$  为守恒变量;  $F(U)$  和  $G(U)$  分别为  $X$  和  $Y$  方向上的通量;  $\rho$  为密度;  $u$  和  $v$  分别为沿  $X$  和  $Y$  方向的速度分量;  $p$  为压强;  $E$  为总能. 考虑到气体的热力学性质, 补充方程<sup>(5)</sup> 封闭上述方程系统,

$$E = \frac{p}{\gamma - 1} + \frac{1}{2}\rho(u^2 + v^2), \quad (5)$$

其中比热比  $\gamma$  取 1.4.

### 2.2 离散

采用 AUSM + (advection upstream splitting method +) 格式计算对流通量<sup>[21]</sup>, 为了提高计算精度, 通过 MUSCL (monotonic upstream-centered scheme for conservation laws) 方法<sup>[22]</sup> 在单元交界处采用二阶精度重构格式对变量进行重构, 同时选用 MINMOD 限制器限制重构时使用的梯度, 防止重构格式出现振荡.

时间离散采用显式三阶 TVD (total-variation-diminishing) Runge-Kutta 格式<sup>[23]</sup>, 具体形式如下:

$$U^{(1)} = U^n + \Delta t R(U^n), \quad (6)$$

$$U^{(2)} = \frac{3}{4}U^n + \frac{1}{4}U^{(1)} + \frac{1}{4}\Delta t R(U^{(1)}), \quad (7)$$

$$U^{(n+1)} = \frac{1}{3}U^n + \frac{2}{3}U^{(2)} + \frac{2}{3}\Delta t R(U^{(2)}), \quad (8)$$

其中  $R(*)$  为残值,  $\Delta t$  为时间步长. 对于非正常问题, 应采用全场统一时间步长, 全场统一时间步长是所有当地时间步长的最小值, 即

$$\Delta t = \min(\Delta t_i), \quad (9)$$

式中  $\Delta t_i$  为当地时间步长.

### 2.3 改进的虚拟单元法

在使用常规的虚拟单元法求解可压缩流动问题时, 通常需要得到虚拟单元关于物面的镜像点, 然后通过插值得到镜像点的变量值, 进而求得虚拟单元的变量值. 一般情况下, 镜像点周围都有着足

够的插值点, 因此能够采用各种插值方法得到比较准确的数值, 但是对于图 1 中出现的情况, 物体底部虚拟单元的镜像点缺乏合适的插值点, 因此需要进行特殊的处理. 一般地, 可以将距离镜像点最近流场点的变量值赋给镜像点, 或者是距离虚拟单元最近流场点的变量值赋给镜像点. 然而, 这种近似的赋值方式会引入一定的误差, 对于误差存在积累效应的非定常问题, 如果一开始就存在较大的误差将严重影响最终结果的准确性.

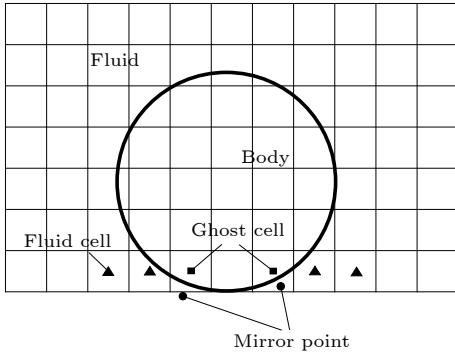


图 1 狭缝问题 (物体底部虚拟单元的镜像点缺乏合适的插值点)  
Fig. 1. Slit problem, which is caused by the lack of interpolation points of the mirror points.

为了不采用这种近似的处理方法, 与 Farooq 等 [12] 在 2013 年提出的 SGCM 相似, 选择了  $X$  或者  $Y$  方向的流场点代替了镜像点, 避免了插值运算, 因此能够很好地处理狭缝问题. 考虑到镜像点与物面点十分接近时, 速度赋值公式存在分母接近 0 的情况而产生非物理解, 在 SGCM 中假设了物面点位于虚拟单元和镜像点中间, 但同时也引入了一定的误差. 如图 2 所示, 使用了精确的物面点位置求得虚拟单元的变量值, 从而能够精确地表达物面边界, 同时为了保证方法的稳定性, 在计算过程设定当镜像点与物面点距离小于 0.2 个网格单元长度时, 就要取镜像点向外延伸后的第二个流场点作为镜像点, 例如, 图 2 中虚拟单元  $B$  的镜像点本来应该是流场点  $N$ , 但是由于  $N$  点与物面点  $M_B$  的距离过近而选择了  $N$  点上方的流场点  $F_B$ . 值得注意的是, 对于这种改进的虚拟单元法, 如果虚拟单元距离在  $X$  方向或者  $Y$  方向上的镜像点过远, 则将只考虑距离虚拟单元最近的镜像点, 例如图中的虚拟单元  $B$  沿  $X$  方向的第一个镜像点为流场点  $F'_A$ , 这两点的距离达到了 3 倍的网格长度, 因此在对虚拟单元  $B$  赋值时只需考虑其沿  $Y$  方向

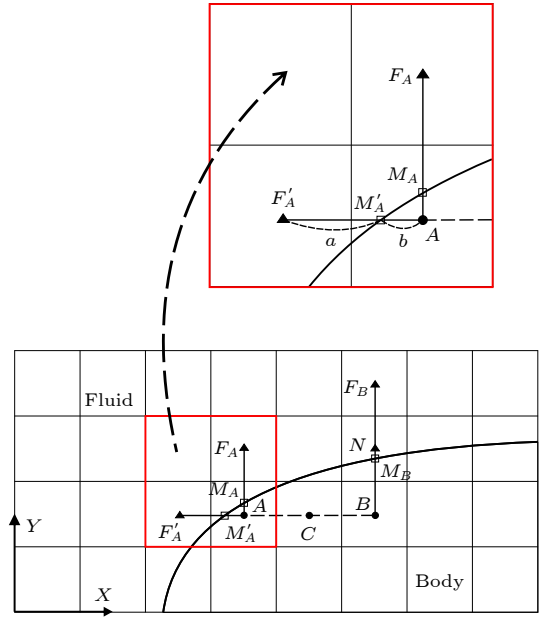


图 2 改进的虚拟单元法示意图

Fig. 2. Demonstration of the improved ghost cell method.

的镜像点即可, 在实际计算时, 当虚拟单元与第一个镜像点之间距离为 1 到 2 个网格长度时需要考虑两个方向的镜像点, 如虚拟单元  $A$  和  $C$ . 对于非曲面物面, 虚拟单元的赋值方法如下所示:

$$Q_A = Q_F, \quad (10)$$

$$u_{n,A} = u_{n, \text{Boundary}} \times (a + b) / a - u_{n,F} \times b / a, \quad (11)$$

其中  $Q$  代表压强  $p$ 、密度  $\rho$  以及沿着物面的切向速度  $u_t$ ;  $u_n$  代表物面法向速度;  $a$  和  $b$  分别代表镜像点到物面点的距离和虚拟单元到镜像点的距离. 对于曲面物面, 在计算除  $u_n$  以外的其他变量时不能忽略曲率半径的影响, 因此在计算这些变量时需要同时对 (10) 式进行修改, 本文采用了与文献 [12] 相同的压力赋值公式. 在 SGCM 中, 镜像点的选择 ( $X$  方向上选择或者  $Y$  方向上选择) 依据物面的法向向量, 因此在镜像点选择更替的区域, 流场变量会可能出现不连续, 如图 3 所示, 在使用 SGCM 方法计算超声速圆柱绕流时, 在  $r/R = 0.7$  附近的压力系数会出现扭曲现象. 为了解决这个问题, Farooq 等 [12] 在镜像点的选择中增加了斜上 (下) 方的流场点, 得到了 MSGCM (modified simplified ghost cell method), 消除了扭曲, 但是使得代码中的判断语句变得非常多. 我们则根据距离加权的方式来光滑变量值, 即同时得到  $X$  方向以及  $Y$  方向的镜像点, 通过 (10) 和 (11) 式分别求出相应的虚拟单元变量值, 最终的虚拟单元变量值根据它们距离物面的长

短进行加权, 这一过程并没有引入过多的判断语句. 在相同的设置参数和网格量下我们求解了文献 [12] 中的超声速圆柱绕流算例, 计算结果如图 3 所示, 可以看出本文发展的改进型虚拟单元法 (ISGCM) 同样能够消除计算过程中出现的扭曲现象, 并且比 SGCM 和 MSGCM 更加精确.

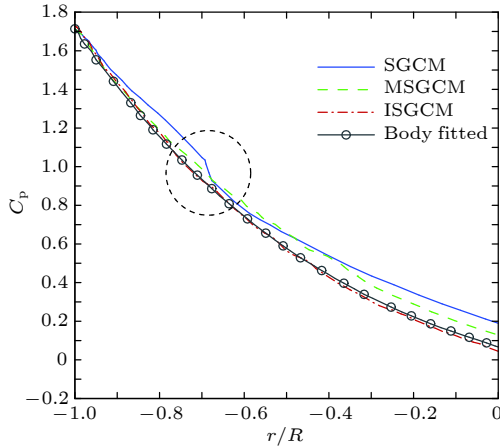


图 3 SGCM 中出现的扭曲现象 (标记区域) 以及采用 ISGCM 求得的圆柱表面压力系数与采用 SGCM、MSGCM、贴体网格得到的结果的对比

Fig. 3. Kink noted in the picture, which is happened when using the SGCM, and the comparison of the pressure coefficients obtained by using SGCM, MSGCM, ISGCM and the body fitted mesh.

### 2.4 推广的改进型虚拟单元法

对于变速度的运动边界问题, 边界附近存在着压力、密度和切向速度的梯度 [12], 因此在计算虚拟单元的变量值时我们额外选取了一层镜像点 (图 4), 增加了  $F_{A,2}$ ,  $F'_{A,2}$  以及  $F_{B,2}$ , 结合对应的第一层镜像点  $F_{A,1}$ ,  $F'_{A,1}$  和  $F_{B,1}$  得到近壁面的变量梯度, 进而求解虚拟单元的变量值. (12) 和 (13) 式给出了这种推广形式的虚拟单元赋值方法:

$$Q_A = Q_{F_1} + |X_{F_1} - X_A| \frac{Q_{F_1} - Q_{F_2}}{h}, \quad (12)$$

$$u_{n,A} = u_{n, \text{Boundary}} \times (a + b) / a - u_{n,F} \times b / a. \quad (13)$$

在对虚拟单元赋值时, 除了上文中提到的特殊情况, 都需要分别得到沿  $X$  和  $Y$  方向求得的虚拟单元变量值, 再根据虚拟单元与物面点之间的距离进行加权. 当物面附近存在激波时, 例如一道激波介于流场点  $F_{A,1}$  和  $F_{A,2}$  之间, 采用 (12) 式得到的压力等变量会出现很大或者很小的数值, 甚至出现负值, 导致计算发散. 因此我们增加了一个激波监

测器  $\alpha$ , 用来检测  $F_{A,1}$  和  $F_{A,2}$  之间是否激波, 其定义如下:

$$\alpha = \frac{P_{F_2}}{P_{F_1}}, \quad (14)$$

其中  $P_{F_1}$  和  $P_{F_2}$  分别为  $F_1$  和  $F_2$  处的压力 (或密度), 设定当  $\alpha > m$  或者  $1/\alpha > m$  时, 则认为流场点  $F_1$  和  $F_2$  之间存在激波, 当计算虚拟单元的变量值时将不考虑流场点  $F_2$ , 因此 (12) 式可以表示为如下形式, 在后续的计算过程中设定  $m$  为 1.5.

$$Q_A = \begin{cases} Q_{F_1} + |X_{F_1} - X_A| \frac{Q_{F_1} - Q_{F_2}}{h}, & \text{if } \alpha > m \text{ or } 1/\alpha > m, \\ Q_{F_1}, & \text{other.} \end{cases} \quad (15)$$

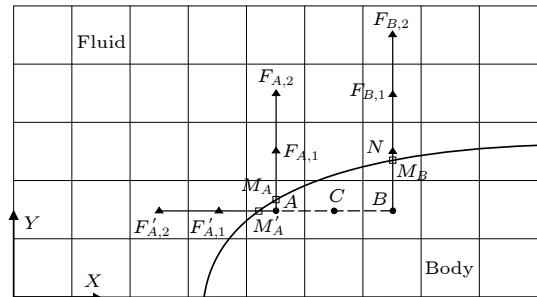


图 4 推广的改进型虚拟单元法示意图  
Fig. 4. The demonstration of the extended ISGCM.

## 3 计算结果与讨论

为了验证本文发展的改进型虚拟单元法, 首先求解了 Schardin 问题, 并与相关文献进行对比, 验证了方法在求解包含静止边界的非定常流动问题时的准确性, 进而求解了存在狭缝问题的激波抬升轻质圆柱问题, 通过和相关文献进行对比, 验证了在包含运动边界情况下方法的准确性以及对狭缝问题的处理效果.

### 3.1 Schardin 问题

Schardin 问题于 1957 年由 Schardin 提出 [24], 此后, 一些学者对该问题进行了实验和数值模拟, 本算例选用了 Chang 等 [25] 提出的研究模型, 模型描述如图 5 所示, 初始时刻 ( $T = 0$ ), 距离左边界 50 mm 处有一道激波, 随着时间的推移, 激波将以  $Ma = 1.34$  向后扫过一个夹角约为  $60^\circ$  的三角楔, 流动过程中将出现马赫杆、三波点、滑移线、膨胀波等复杂的流场结构, 初始时低压区的静压为

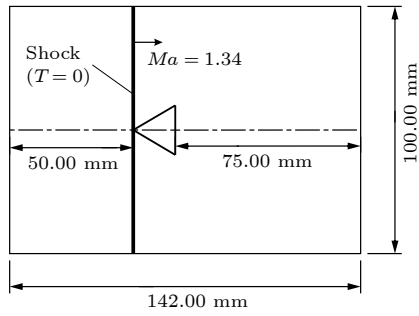


图5 Chang等<sup>[25]</sup>用来研究Schardin问题的物理模型  
Fig. 5. Physical model of the Schardin's problem proposed by Chang et al.<sup>[25]</sup>.

0.05 MPa, 更多的细节可以查看文献<sup>[25]</sup>. 左边界赋值为波后条件, 右边界以及上下边界为超声速出口条件, 物面边界采用本文发展的ISGCM, 计算网格采用了均匀的笛卡尔网格, 分别计算了网格量大小为 $142 \times 100$ ,  $426 \times 300$ 和 $710 \times 500$ 时的流动情况.

图6分别给出了在网格量大小为 $710 \times 500$ 时采用ISGCM所得的密度等值线图(右)、Chang等<sup>[25]</sup>使用数值计算得到的密度等值线图(中)以及通过双脉冲全息干涉法得到的 $T = 28, 53, 102, 130, 172 \mu\text{s}$ 时的实验结果(左), 其中文献<sup>[25]</sup>在

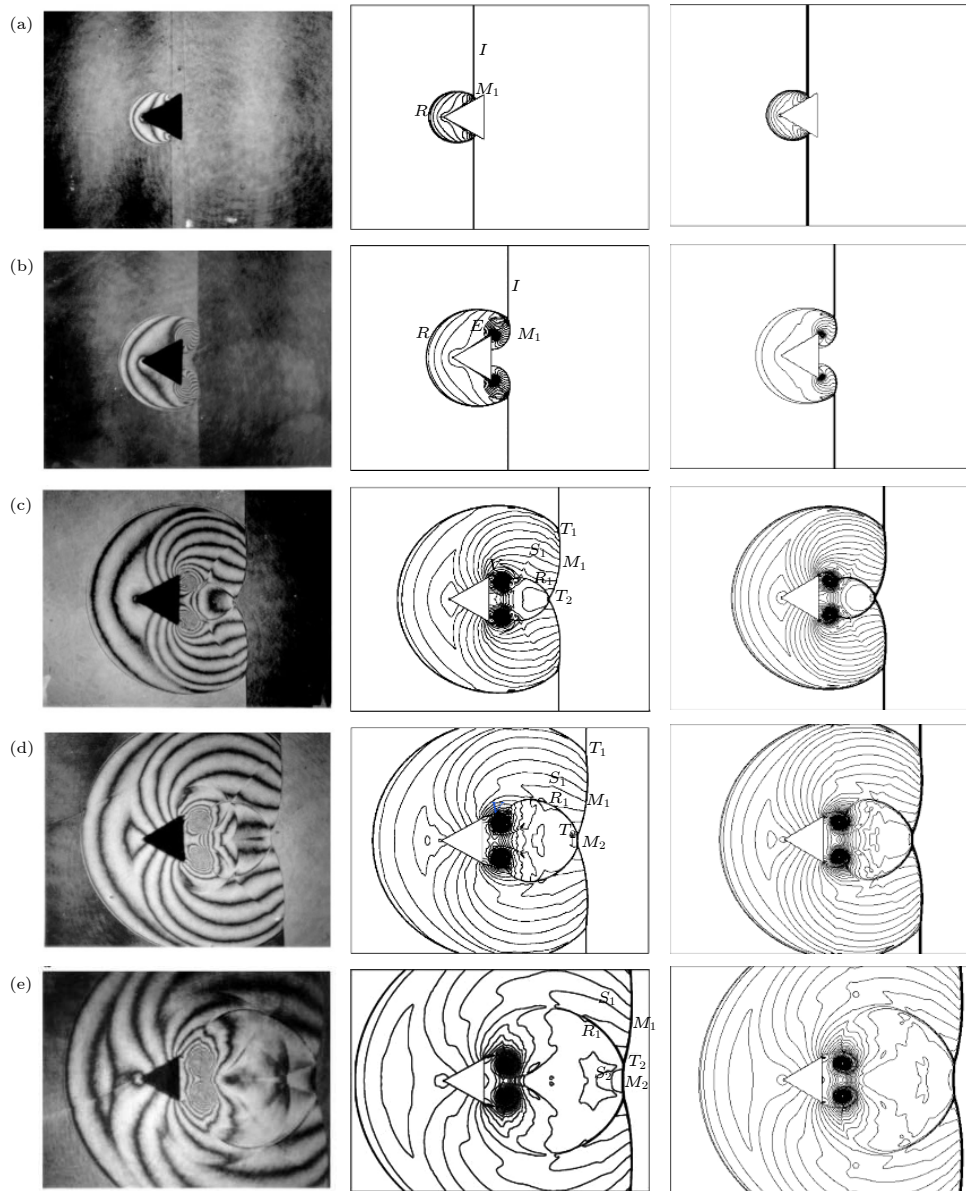


图6 不同时刻下的实验结果(左)、Chang等<sup>[25]</sup>计算所得的密度等值线(中)和采用ISGCM计算所得的密度等值线(右) (a)  $T = 28 \mu\text{s}$ ; (b)  $T = 53 \mu\text{s}$ ; (c)  $T = 102 \mu\text{s}$ ; (d)  $T = 130 \mu\text{s}$ ; (e)  $T = 172 \mu\text{s}$

Fig. 6. Experimental results (left), Chang et al.<sup>[25]</sup> results and the density contour computed by us (right): (a)  $T = 28 \mu\text{s}$ ; (b)  $T = 53 \mu\text{s}$ ; (c)  $T = 102 \mu\text{s}$ ; (d)  $T = 130 \mu\text{s}$ ; (e)  $T = 172 \mu\text{s}$ .

数值计算过程中在自适应的四边形贴体网格上使用 MUSCL 方法得到了二阶精度的计算结果. 图 7(a) 给出了不同网格量下计算所得的沿模型中间对称线上的密度分布与文献 [25] 的数值计算结果以及部分实验数据的对比, 图 7(b) 给出了不同

网格量下计算所得的沿模型中间对称线上的马赫数分布与文献 [25] 的数值计算结果的对比. 可以看出, 计算结果与文献 [25] 的实验以及计算结果基本一致, 表明本文所发展的改进型虚拟单元法能够达到与贴体网格相同的精度.

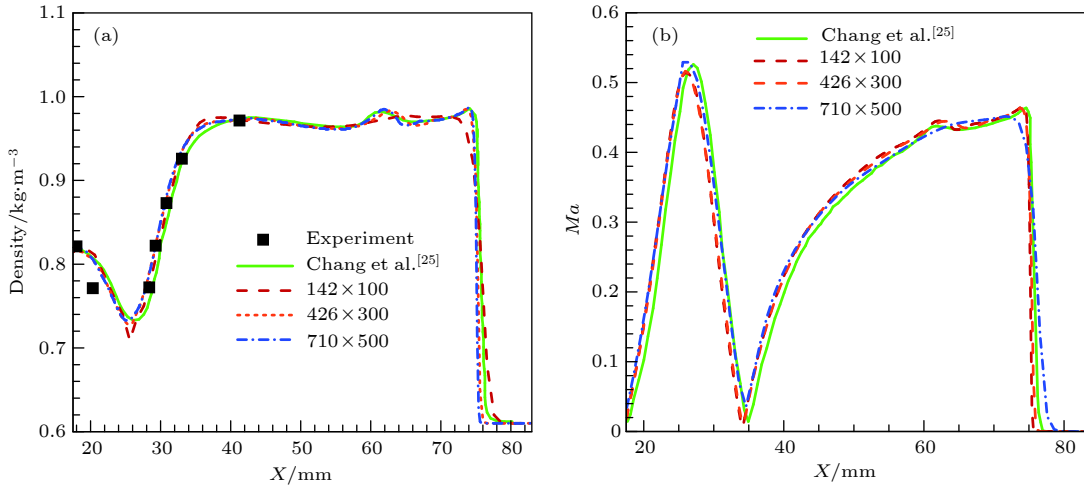


图 7 (a) 计算所得沿模型中间对称面上的密度分布与 Chang 等 [25] 的计算结果以及实验数据的对比; (b) 沿模型中间对称面上的马赫数分布与 Chang 等 [25] 的计算结果的对比

Fig. 7. (a) Comparison of the density distribution along the symmetry plane between the results obtained by this paper and Chang et al. [25] as well as the experiment; (b) the comparison of the Mach number distribution along the symmetry plane between the results obtained by this paper and the results of Chang et al. [25].

### 3.2 激波抬升轻质圆柱

在此算例中, 一道激波从左至右传播, 一个刚性轻质圆柱放置在管道内, 当激波接触圆柱后, 会对圆柱产生作用力并将其抬升, 文献 [8, 14, 26] 都求解了该问题并进行了分析. 本文采用文献 [8] 的计算模型, 模型示意图见图 8, 计算域的大小为  $[0, 1] \times [0, 0.2]$ , 刚性轻质圆柱的半径为 0.05, 密度为 10.77. 初始时刻, 圆柱中心点的位置为 (0.15, 0.05), 一道激波在  $X = 0.08$  处, 并以马赫数  $Ma = 3$  的速度朝着  $X$  的正方向传播. 左边界设置为波后条件, 右边界为超声速出口边界, 上下边界均为固

壁. 初始流场中低压区的静压为 1.0, 密度为 1.4.

上下边界采用了对称反射边界条件, 物面边界采用了 ISGCM 的推广形式. 初始时刻, 圆柱刚好与计算域的下边界接触, 形成狭缝问题, 设定在计算距离下边界很近的虚拟单元变量值时只考虑  $X$  方向的镜像点. 值得注意的是, 这里并没有引入对镜像点的近似赋值, 仍然是对物面边界的精确表达. 表 1 列出了不同网格量下  $T = 0.1641$  和  $0.30085$  时圆柱中心的坐标, 计算结果与文献 [8] 符合得较好. 图 9 和图 10 分别给出了网格量为  $600 \times 120$  时计算所得  $T = 0.1641$  和  $0.30085$  时的压力等值线图 (a) 和网格量为  $640 \times 128$  时文献 [8] 的计算

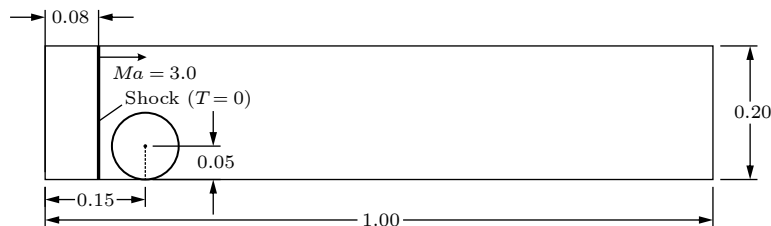


图 8 激波抬升轻质圆柱问题的模型描述

Fig. 8. Physical model of the cylinder lift-off problem.

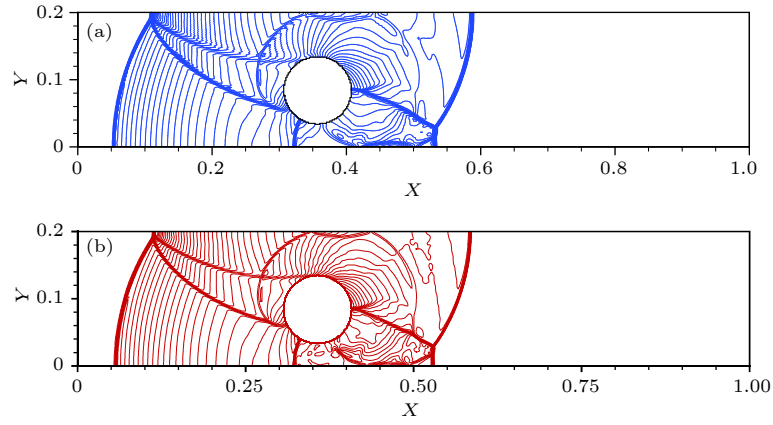


图 9  $T = 0.1641$  时的压力等值线图 (a) 本文所推广的改进型虚拟单元法 (网格量为  $600 \times 120$ ); (b) Tan 等<sup>[8]</sup>使用的高阶虚拟单元法 (网格量为  $640 \times 128$ )

Fig. 9. Pressure contour at  $T = 0.1641$ : (a) Extended ISGCM with the grid size of  $600 \times 120$ ; (b) high-order ghost cell method proposed by Tan et al.<sup>[8]</sup> with the grid size of  $640 \times 128$ .

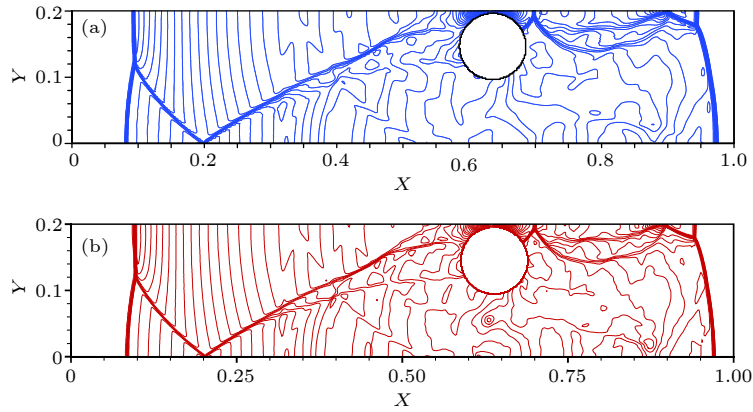


图 10  $T = 0.30085$  时的压力等值线图 (a) 本文所推广的改进型虚拟单元法 (网格量为  $600 \times 120$ ); (b) Tan 等<sup>[8]</sup>使用的高阶虚拟单元法 (网格量为  $640 \times 128$ )

Fig. 10. Pressure contour at  $T = 0.30085$ : (a) Extended ISGCM with the grid size of  $600 \times 120$ ; (b) high-order ghost cell method proposed by Tan et al.<sup>[8]</sup> with the grid size of  $640 \times 128$ .

结果 (b), 其中文献 [8] 在计算过程中使用了复杂的三阶精度虚拟单元法. 可以看出计算结果基本吻合, 表明推广的改进型虚拟单元法能够用于求解包含运动边界的流动问题.

## 4 结 论

本文提出了一种改进的虚拟单元法求解包含静止和运动边界的流动问题. 在该方法中, 虚拟单元的镜像点用沿  $X$  和  $Y$  方向的流场点代替, 虚拟单元的最终值通过其沿  $X$  和  $Y$  方向得到的变量值按照距离长短加权得到. 考虑到物面边界变速运动时不能忽略近壁面处的变量梯度, 我们对该虚拟单元法进行了推广, 增加了一层镜像点, 使其能够处理包含变速运动边界的流动问题, 同时为了避免激波贴体时产生非物理解, 加入了激波监视器, 提高了方法的稳定性. 最后通过求解 Schardin 问题和激波抬升轻质圆柱两个经典算例验证了方法的可

表 1 不同网格量下  $T = 0.1641$  和  $0.30085$  时圆柱中心的坐标

Table 1. Position of the center of the cylinder at  $T = 0.1641$  and  $0.30085$ .

网格量	$T = 0.1641$		$T = 0.30085$	
	$X/10^{-1}$	$Y/10^{-2}$	$X/10^{-1}$	$Y/10^{-1}$
$200 \times 200$	3.6294	7.9990	6.5686	1.3654
$400 \times 400$	3.5885	8.2377	6.3987	1.4292
$600 \times 600$	3.5841	8.3379	6.3873	1.4475
$800 \times 800$	3.5828	8.3469	6.3839	1.4490



靠性和准确性. 本文的结论如下:

1) 与传统的虚拟单元法相比, 本文的方法不需要插值得到镜像点的变量值, 保持了笛卡尔网格的简单性, 减少了计算量, 同时由于镜像点就是流场点, 因而能够很好地处理狭缝问题;

2) 与 SGCM 相比, 本文的方法使用了精确的物面点求解虚拟单元的变量值, 能够准确地表达物面边界条件, 并且不存在扭曲现象, 同时还避免了过多判断语句的引入, 具有更高的准确性和计算效率;

3) 通过求解 Schardin 问题验证了本文的方法可以较好地处理包含静止边界的流动问题, 同时能够达到与贴体网格相同的精度; 通过求解激波抬升轻质圆柱问题, 并与复杂的高阶虚拟单元法进行对比, 验证了本文相对简单的虚拟单元法能够满足处理包含运动边界问题的要求.

感谢上海航天科技创新基金提供的资金支持, 同时衷心感谢审稿人的建设性意见和建议.

## 参考文献

- [1] Zhang N, Liu D, Feng X L 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 218701 (in Chinese) [张妮, 刘丁, 冯雪亮 2018 物理学报 **67** 218701]
- [2] Li Q, Li W M 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 064601 (in Chinese) [李强, 李五明 2016 物理学报 **65** 064601]
- [3] Xin J J, Shi F L, Jin Q 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 044704 (in Chinese) [辛建建, 石伏龙, 金秋 2017 物理学报 **66** 044704]
- [4] Bennett W P, Nikiforakis N, Klein R 2018 *J. Comput. Phys.* **368** 333
- [5] Mittal R, Iaccarino G 2005 *Ann. Rev. Fluid Mech.* **37** 239
- [6] Wu X D, Liu H P, Chen F 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 224702 (in Chinese) [吴晓笛, 刘华坪, 陈浮 2017 物理学报 **66** 224702]
- [7] Majumdar S, Iaccarino G, Durbin P 2001 *Ann. Res. Briefs* **30** 353
- [8] Tan S, Shu C W 2011 *J. Comput. Phys.* **230** 6023
- [9] Nakahashi K 2013 *Eur. J. Mech. B: Fluids* **40** 75
- [10] Tseng Y H, Ferziger J H 2003 *J. Comput. Phys.* **192** 593
- [11] Dadone A, Grossman B 2007 *Comput. Fluids* **36** 1513
- [12] Farooq M A, Müller B, Sköien A A 2013 *Comput. Fluids* **82** 50
- [13] Chi C, Lee B J, Im H G 2017 *Int. J. Numer. Meth. Fluids* **83** 132
- [14] Forrer H, Berger M 1999 *Internat. Ser. Numer. Math.* **129** 315
- [15] Lee J, Kim J, Choi H, Yang K S 2011 *J. Comput. Phys.* **230** 2677
- [16] Lee J, You D 2013 *J. Comput. Phys.* **233** 295
- [17] Peter S, De A K 2016 *Sādhanā* **41** 441
- [18] Hu O, Zhao N, Liu J M, Wang D H 2011 *Acta Aerodyn. Sin.* **29** 491 (in Chinese) [胡偶, 赵宁, 刘剑明, 王东红 2011 空气动力学学报 **29** 491]
- [19] Jin L Y 2012 *M. S. Thesis* (Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics) (in Chinese) [金利云 2012 硕士学位论文 (南京: 南京航空航天大学)]
- [20] Jameson A, Schmidt W, Turkel E 1981 *14th Fluid and Plasma Dynamics Conference* Palo Alto, CA, USA, June 23–25, 1981 p1259
- [21] Liou M S 1995 *12th Computational Fluid Dynamics Conference* San Diego, CA, USA, June 19–22, 1995 p1701
- [22] Leer B V 1974 *J. Comput. Phys.* **14** 361
- [23] Shu C W, Osher S 1988 *J. Comput. Phys.* **77** 439
- [24] Schardin H 1957 *J. Photo. Sci.* **5** 19
- [25] Chang S M, Chang K S 2000 *Shock Waves* **10** 333
- [26] Arienti M, Hung P, Morano E, Shepherd J E 2003 *J. Comput. Phys.* **185** 213

# An improved ghost cell method for flow simulation involving static and moving boundary\*

Wei Feng<sup>1)</sup> Jin Liang<sup>1)†</sup> Liu Jun<sup>1)</sup> Ding Feng<sup>1)</sup> Zheng Xin-Ping<sup>2)</sup>

1) (*College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

2) (*College of Computer, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China*)

( Received 3 January 2019; revised manuscript received 27 March 2019 )

## Abstract

In this paper, an improved ghost cell method is implemented to solve flow problems with static and moving boundary. The two-dimensional unsteady compressible Euler equations are discretized on a fixed Cartesian grid by the finite volume method, and the monotonic upstream-centered scheme for conservation law scheme is adopted to obtain the second-order precision by reconstructing the numerical fluxes computed by the AUSM + (advection upstream splitting method +) scheme. In time discretization, the explicit third-order total-variation-diminishing Runge-Kutta method is considered. To simplify the assignment method for the ghost cells and deal with the slit problem, the cells in the flow field are selected as the mirror points, which avoids complex interpolations. For preventing non-physical solutions when the mirror point is very close to the boundary, the current mirror point will be replaced by another one, which is regarded as the second flow field cell located in the direction away from the boundary. Moreover, properties of a ghost cell along the  $X$  and  $Y$  direction are computed respectively, and then the final property is obtained by using a weighted average method, where the weight is determined by the distance between the ghost cell and corresponding boundary point. In this method, the selection of mirror points does not change abruptly for adjacent ghost cells, and therefore, no kink occurs. Furthermore, considering the gradient of the variable near the boundary, an extended scheme of the improved ghost cell method is achieved, which can deal with the flow problems with moving boundaries. When computing the property of a ghost cell by using the extended scheme, the result may be wrong if the location of a shock is just between two mirror points. In view of the problem above, a shock monitor is implemented to switch to the appropriate approach, that is, when the monitor detects a shock between mirror points, the extended scheme will be replaced by the original ghost cell method. Two typical test cases are investigated to validate the accuracy of the proposed method. The first test case is the Schardin's problem, in which a shock impinges on a finite wedge and is reflected and diffracted. The results at different grid sizes are obtained, and good agreement with experiment results as well as the previous numerical results is achieved, which shows that the improved ghost cell method can offer the same precision as the body-fitted grid method. The second test case is the cylinder lift-off problem involving moving boundaries and the slit problem. Good agreement with the previous results of a high-order complex ghost cell method shows that the improved simple ghost cell method can meet the requirement for dealing with flow problems with moving boundaries.

**Keywords:** ghost cell method, static and moving boundary, Cartesian grid, Euler

**PACS:** 47.85.Dh, 47.11.Bc, 47.40.Ki

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190013

\* Project supported by the Shanghai Aerospace Science and Technology, China (Grant No. SAST201419).

† Corresponding author. E-mail: [snowblade@sina.com](mailto:snowblade@sina.com)