

## 基于引力搜索算法的湍流相位屏生成方法

张冬晓 陈志斌 肖程 秦梦泽 吴浩

### Generation of turbulence phase screen based on gravitational search algorithm

Zhang Dong-Xiao Chen Zhi-Bin Xiao Cheng Qin Meng-Ze Wu Hao

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 134205 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190081

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190081>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

## 您可能感兴趣的其他文章

### Articles you may be interested in

非均匀采样的功率谱反演大气湍流相位屏的快速模拟

Fast simulation of atmospheric turbulence phase screen based on non-uniform sampling

物理学报. 2015, 64(22): 224217 <https://doi.org/10.7498/aps.64.224217>

远海海面大气光学湍流实验测量

Experimental investigation of open sea atmospheric optical turbulence

物理学报. 2016, 65(7): 074206 <https://doi.org/10.7498/aps.65.074206>

近地面大气光学湍流外尺度的实验研究

Experimental investigation of the outer scale in atmospheric optical turbulence near the ground

物理学报. 2015, 64(22): 224216 <https://doi.org/10.7498/aps.64.224216>

近地面大气光学湍流空间相关特性的实验研究

Spatial correlation experimental analysis of atmospheric optical turbulence in the near ground layer

物理学报. 2015, 64(11): 114212 <https://doi.org/10.7498/aps.64.114212>

基于相位匹配的量子行走搜索算法及电路实现

Quantum walk search algorithm based on phase matching and circuit implementation

物理学报. 2015, 64(24): 240301 <https://doi.org/10.7498/aps.64.240301>

常规气象参数估算南极泰山站近地面大气光学湍流强度

Estimating optical turbulence of atmospheric surface layer at Antarctic Taishan station from meteorological data

物理学报. 2017, 66(3): 039201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.039201>

# 基于引力搜索算法的湍流相位屏生成方法\*

张冬晓<sup>1)†</sup> 陈志斌<sup>1)2)</sup> 肖程<sup>1)</sup> 秦梦泽<sup>1)</sup> 吴浩<sup>1)</sup>

1) (陆军工程大学石家庄校区电子与光学工程系, 石家庄 050003)

2) (32181 部队, 石家庄 050003)

(2019 年 1 月 16 日收到; 2019 年 5 月 9 日收到修改稿)

本文提出了一种全新的相位屏生成方法, 结合了经典快速傅里叶变换 (FFT) 模型与稀疏谱模型. 经典的 FFT 模型由于低频成分的严重缺失, 限制了其在高精度相位屏生成方面的应用, 为此, 本文将相位屏的低频部分单独提取出来, 应用稀疏谱模型生成相应的低频补偿屏, 将二者相加后得到最终的精确相位屏. 结果表明, 补偿屏的模拟精度与低频采样点的分布有关, 且存在一种最优分布使得最终的相位屏结构函数与理论结构函数的误差最小. 为兼顾相位屏生成速度, 本文选取了 16 个低频采样点, 采样点位置由两个待定参数确定, 并应用引力搜索算法对参数进行优化得到最终的低频采样点分布. 仿真结果表明, 该方法与传统低频补偿方法相比精度提高了 1—2 个数量级, 且运算速度优于传统方法.

**关键词:** 大气光学, 大气湍流, 湍流相位屏

**PACS:** 42.68.Bz, 42.25.Dd, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190081

## 1 引言

大气湍流的运动导致大气折射率的随机扰动, 当光波在湍流大气中传输时, 其波面会发生畸变, 严重影响了光的传输<sup>[1]</sup>. 大气湍流对光传输的影响主要由复振幅场的随机方程进行描述, 由于解析求解困难, 一般采用数值分析的方法<sup>[2-4]</sup>. 而湍流相位屏的模拟则是数值分析的核心.

目前, 对于相位屏的模拟主要有基于快速傅里叶变换 (FFT) 的蒙特卡罗方法<sup>[5]</sup>、Zernike 多项式法<sup>[6,7]</sup>、协方差法<sup>[8-10]</sup>、分形插值法<sup>[11-13]</sup> 以及一些混合方法<sup>[14,15]</sup>. 这几种相位屏生成方法中, 基于 FFT 的蒙特卡罗方法 (简称 FFT 方法) 由于具有快速计算的优势, 被广泛用于湍流相位屏的模拟, 特别是空间光通信、大气激光传输以及遥感成像系统的仿真研究等要求实时性的场合<sup>[16,17]</sup>.

FFT 方法有一个显著的缺陷, 即对低频成分的过采样, 使得生成的相位屏缺乏低频部分, 这是制约其模拟精度的主要因素<sup>[18]</sup>. 为解决低频不足的问题, Herman 和 Strugala<sup>[18]</sup> 提出了利用次谐波补偿的方法改善 FFT 方法低频不足的问题, 其主要思想是在低频区域利用更小的采样间隔来实现对功率谱更精确的模拟, 从而获得更多的低频信息, 但该方法对低频成分的补偿有限并且会增加大量的计算. 此后, 越来越多的学者对次谐波补偿方法进行了改进, 例如, Lane 等<sup>[19]</sup> 利用多级次谐波网格实现低频补偿, 既提高了模拟精度又减小了计算量; Johansson 和 Gavel<sup>[20]</sup> 将低频区域进行了扩展, 使得低频误差降至 5%; Sedmak<sup>[21]</sup> 提出了一种加权的次谐波方法, 同时补偿了相位屏的高频不足, 将总体误差降低到 1%, 但是计算量增加了大约两倍. 从上述方法的次谐波网格划分可以看出, 它们对低频成分的采样仍是均匀等间隔的, 对于功

\* 国防科技项目基金 (批准号: 2004053) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zhang58452sc@163.com

率谱衰减极快的低频部分显然是不合适的. 2013 年, Charnotskii<sup>[22]</sup> 提出了一种稀疏谱模型, 即通过对低频部分的密集采样和高频部分的稀疏采样来提高相位屏的低频模拟精度, 获得了较好的结果. 2014 年, 蔡冬梅等<sup>[23,24]</sup> 同样提出了利用非均匀采样的方法生成相位屏, 结果表明模拟屏的相位结构函数与理论结构函数符合得很好. 但是上述两种方法由于采用了非均匀采样, 无法直接使用快速傅里叶变换, 计算速度较慢.

为提高运算速度并兼顾非均匀采样方法高精度的特点, 本文提出了一种混合生成方法, 在高频区域沿用经典的 FFT 方法, 而在低频区域采用非等间隔的稀疏采样方法. 在低频区域选取若干采样点, 以模拟屏相位结构函数和理论结构函数的相对误差为目标函数, 采用引力搜索算法对所选采样点的位置进行优化, 从而模拟出高精度相位屏.

## 2 低频补偿屏模型

本文提出的相位屏生成方法在高频区域与经典的 FFT 方法一致, 主要区别在于低频补偿屏的生成. 低频补偿屏由若干采样点代表的频率成分组成, 而低频补偿精度取决于低频采样点的位置和分布, 为保证相位屏生成速度以及优化过程的收敛速度, 在保证低频补偿精度的前提下应尽量减少低频采样点数和位置参数. 通过大量的试验后发现, 当选取 16 个采样点和两个位置参数时能够在保证高精度的同时提高相位屏的生成速度及优化收敛速度.

如图 1 所示, 将低频区域限定在高频网格第一采样点所围成的正方形区域内, 并将区域内 (包括边缘部分) 所包含的原始采样点置零; 接着向低频区域添加 16 个采样点, 从图中可看出, 此时低频区域被原始采样点自然地划分为四个子区域, 分别处于频率坐标的四个象限, 考虑到湍流功率谱的对称性, 四个象限分别包含相同个数的采样点并且各象限的采样点对称分布, 因此只用考虑一个象限的 4 个采样点分布即可.

在各象限外边缘的  $x, y$  方向以及过原点的对角线方向分别设置三个可活动的采样点, 其位置由参数  $f_1$  和  $f_2$  决定 ( $f_1, f_2 \in [0, 1/L]$ ), 注意到  $x$  方向和  $y$  方向的两个点由同一个参数决定. 在各象限的角点处分别设置固定采样点, 其坐标为  $(\pm 1/L, \pm 1/L)$ . 至此, 所有采样点的空间频率坐标已经确

定, 根据稀疏谱模型, 低频补偿屏可表示为

$$\varphi_{\text{Low}}(m, n) = \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 h(j, k) \times \sqrt{\Phi(f_{x_{jk}}, f_{y_{jk}}) \Delta f_{x_{jk}} \Delta f_{y_{jk}}} \times e^{i2\pi\left(\frac{L_x m}{N_x} f_{x_{jk}} + \frac{L_y n}{N_y} f_{y_{jk}}\right)}, \quad (1)$$

其中

$$\Phi(f_{x_{jk}}, f_{y_{jk}}) = 0.023r_0^{-5/3} \left(f_{x_{jk}}^2 + f_{y_{jk}}^2 + f_0^2\right)^{-11/6} \quad (2)$$

为 Von-Karman 谱的功率谱密度,  $f_{x_{jk}}$  和  $f_{y_{jk}}$  为图 1 所示采样点的空间频率坐标,  $\Delta f_{x_{jk}}$  和  $\Delta f_{y_{jk}}$  为各采样点的频率间隔,  $L_x$  和  $L_y$  为相位屏在  $x, y$  方向的尺寸,  $N_x$  和  $N_y$  分别为相位屏在  $x, y$  方向的采样点数,  $m$  和  $n$  为整数,  $f_0 = 1/L_0$  为与湍流外尺度  $L_0$  相关的空间频率,  $h(j, k)$  为零均值、单位方差的复高斯随机矩阵.

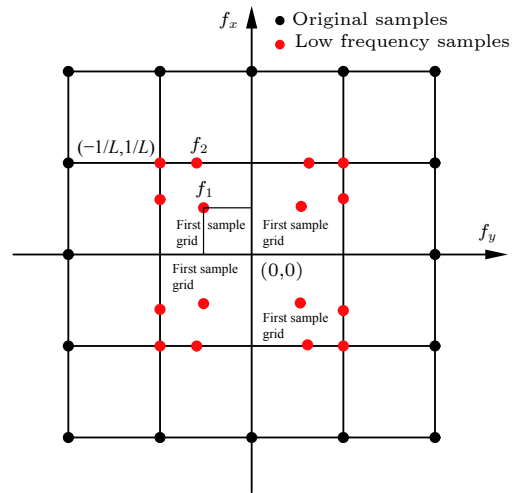


图 1 低频采样点分布

Fig. 1. The distribution of low frequency samples.

至此, 得到了低频补偿屏模型, 最终的相位屏由低频补偿屏和高频相位屏相加得到, 由于高频相位屏生成方法采用经典的 FFT 方法, 所以这里直接给出高频相位屏模型:

$$\varphi_{\text{High}}(m, n) = \sum_{m'=-N_x/2}^{N_x/2-1} \sum_{n'=-N_y/2}^{N_y/2-1} h(m', n') \times \sqrt{\Phi(m' \Delta f_x, n' \Delta f_y) \Delta f_x \Delta f_y} \times e^{i2\pi\left(\frac{m'm}{N_x} + \frac{n'n}{N_y}\right)}, \quad (3)$$

其中  $\Delta f_x = 1/L_x$ ,  $\Delta f_y = 1/L_y$ ,  $\Phi(m'\Delta f_x, n'\Delta f_y)$  如 (2) 式所示. 低频补偿屏由参数  $f_1$  和  $f_2$  共同决定, 不同的参数值产生不同的采样点分布, 进而生成的补偿屏精度也不同, 利用优化算法可对参数进行优化, 使得生成的相位屏结构函数与理论结构函数之间的相对误差达到最小, 此时所生成的相位屏精度最高.

### 3 优化算法及过程

设计优化算法之前, 首先要确定优化的目标函数, 在此选择模拟相位屏结构函数与理论结构函数的相对误差作为目标函数.

模拟相位屏的结构函数一般是通过统计大量的模拟相位屏实现的, 但是这势必引入庞大的计算量. 在这里选择文献 [20] 使用的计算方法, 即通过模拟相位屏的自相关函数计算其结构函数, 模拟相位屏自相关函数由高频屏和低频补偿屏的自相关函数和求得. 高频屏的自相关函数求解可参考文献 [20] 中的 (19) 式, 并注意将第一采样点以内的频谱置零, 记为  $B_{\varphi_{\text{High}}}$ . 低频补偿屏的自相关函数可由下式求得:

$$B_{\varphi_{\text{Low}}}(m, n) = \sum_{j=1}^4 \sum_{k=1}^4 \Phi(f_{x_{jk}}, f_{y_{jk}}) \times e^{i2\pi \left( \frac{L_x m}{N_x} f_{x_{jk}} + \frac{L_y n}{N_y} f_{y_{jk}} \right)} \times \Delta f_{x_{jk}} \Delta f_{y_{jk}}. \quad (4)$$

由此可得模拟相位屏的结构函数为 [21]

$$D_{\varphi}(r) = 2 \cdot (B_{\varphi}(0) - B_{\varphi}(r)), \quad (5)$$

其中  $B_{\varphi}(r) = B_{\varphi_{\text{High}}}(r) + B_{\varphi_{\text{Low}}}(r)$ ,  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$  为相位屏上两点之间的距离, 离散化后  $x = \frac{L_x m}{N_x}$ ,  $y = \frac{L_y n}{N_y}$ . 定义模拟相位屏结构函数和理论结构函数的相对误差为

$$\varepsilon_{\text{re}}(r) = \frac{D_{\varphi}(r) - D_{\text{theory}}(r)}{D_{\text{theory}}(r)}, \quad (6)$$

其中  $D_{\text{theory}}(r)$  为理论结构函数, 由下式求得 [21]:

$$D_{\text{theory}}(r) = 6.16r_0^{-5/3} \left[ \frac{3}{5} \left( \frac{L_0}{2\pi} \right)^{5/3} - \left( \frac{rL_0}{4\pi} \right)^{5/6} \times K_{5/6} \left( \frac{2\pi r}{L_0} \right) / \Gamma(11/6) \right], \quad (7)$$

式中  $r_0$  为 Fried 参数, 表示湍流的强弱;  $K_{5/6}(\cdot)$  为第三类修正分数贝塞尔函数;  $\Gamma(\cdot)$  为 Gamma 函数. 由于相对误差为距离的函数, 以此作为目标函数是不合适的, 因此选择相位屏尺寸范围内的最大相对误差作为优化目标函数:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \max(|\varepsilon_{\text{re}}(r)|) \quad \text{s.t. } r \in [0, L]. \quad (8)$$

考虑到高频成分过采样引入的部分高频误差会对小尺度结构函数产生影响, 且不能被低频屏补偿, 因此须将这部分点去除. 根据文献 [25] 有关高频误差的补偿结果可知, 高频误差影响的这部分点占整个尺度的 5% 左右 [25], 因此剔除这部分点后的最大相对误差为

$$\varepsilon_{\text{max}} = \max(|\varepsilon_{\text{re}}(r)|) \quad \text{s.t. } r \in [0.05L, L]. \quad (9)$$

采用引力搜索算法 (gravitational search algorithm, GSA) 对低频采样点的两个未知参数进行优化, 该算法由 Rashedi 等 [26] 于 2009 年首次提出, 是利用个体间的引力作用寻找质量最大个体的过程, 此时个体质量用于评价个体的优劣, 质量最大个体占据最优位置. 算法主要包括三个部分: 群体初始化、个体质量和引力计算以及个体位置速度更新, 具体步骤可参考文献 [26].

需要说明的是, 原始的引力搜索算法存在求解精度不高和收敛速度慢的问题, 并不适用于实际应用, 为此需要对基本引力搜索算法进行改进, 受微粒群优化算法中记忆功能的启发 [27], 为基本引力搜索算法的速度和位置更新方程添加记忆项, 使得算法能够在最优解附近不产生剧烈的振荡. 此时速度和位置更新方程变为 [28]:

$$v_i^d(t+1) = rv_i^d(t) + a_i^d(t) + c_1 \cdot r_1 \cdot (\text{pbest}_i^d(t) - x_i^d(t)) + c_2 \cdot r_2 \cdot (\text{gbest}^d(t) - x_i^d(t)), \quad (10)$$

$$x_i^d(t+1) = x_i^d(t) + v_i^d(t+1), \quad (11)$$

其中  $v_i^d(t)$ ,  $x_i^d(t)$  为当前迭代中个体  $i$  的速度和位置,  $d$  为样本维度, 在本文中维度为 2;  $t$  为当前迭代数;  $r$ ,  $r_1$ ,  $r_2$  为  $[0, 1]$  之间服从均匀分布的随机变量;  $a_i^d(t)$  为个体加速度;  $\text{pbest}_i^d(t)$ ,  $\text{gbest}^d(t)$  分别为个体  $i$  的历史最优位置和全局历史最优位置;  $c_1$ ,  $c_2$  分别为粒子靠向个体最优位置和全局最优位置的步长, 在此采用陈水利等 [29] 提出的反余弦策略, 使算法前期能够较快地进入局部搜索而后期通过

较大的  $c_2$  使算法保持粒子的多样性. 余弦调整策略如下:

$$c_1 = c_{1s} + (c_{1e} - c_{1s}) \left( 1 - \frac{\arccos\left(\frac{-2t}{t_{\max}} + 1\right)}{\pi} \right),$$

$$c_2 = c_{2e} + (c_{2e} - c_{2s}) \left( 1 - \frac{\arccos\left(\frac{-2t}{t_{\max}} + 1\right)}{\pi} \right), \quad (12)$$

其中  $c_{1s}$ ,  $c_{2s}$  表示  $c_1$  和  $c_2$  的迭代初始值,  $c_{1e}$ ,  $c_{2e}$  表示  $c_1$  和  $c_2$  的迭代终值,  $t_{\max}$  为最大迭代次数.

#### 4 优化结果与讨论

根据上节的分析, 采用 (9) 式作为引力搜索算法的适应度函数, 经过大量试验, 最终确定算法各参数设置为: 样本数  $M = 50$ ; 迭代次数  $T = 100$ ; 引力常数  $G(t) = G_0 e^{-\alpha t/T}$  随迭代次数变化, 其中  $G_0 = 100$ ,  $\alpha = 50$ ;  $c_{1s} = 1$ ,  $c_{2s} = 5$ ;  $c_{1e} = 2$ ,  $c_{2e} = 2$ . 由 (6) 式和 (7) 式可知, 适应度函数中的固定参数有  $r_0$ ,  $L_0$  以及  $r$ , 它们与大气湍流状态以及需要生成的相位屏尺寸以及采样点数有关, 不会随优化过程发生变化. 而 (4) 式中的  $f_{x_{jk}}$ ,  $\Delta f_{x_{jk}}$  和  $f_{y_{jk}}$ ,  $\Delta f_{y_{jk}}$  由第二节所述的参数  $f_1$  和  $f_2$  决定, 两个参数的值即 (11) 式中的二维位置参数  $x_i^d(t)$ , 将随迭代次数逐渐趋于最优值. 因此在进行优化前, 首先根据需要设置固定参数  $r_0$ ,  $L_0$ ,  $L$  与  $N$ , 其中  $L$  为相位屏尺寸,  $N$  为采样点数 (假设相位屏为方形屏), 为与传统的次谐波方法作比较, 采用与文献 [20] 一致的参数:  $r_0 = 0.1 \text{ m}$ ,  $L_0 = 10 \text{ m}$ ,  $L = 2 \text{ m}$ ,  $N = 256$ .

由前文已知  $f_1, f_2 \in [0, 1/L]$ , 对于不同的相位屏尺寸, 两个参数的取值范围是不同的, 为使优化算法适应各种尺寸的相位屏, 对参数作如下处理: 令  $c_1, c_2 \in [0, 100]$  可得  $f_1 = c_1 \cdot \frac{1}{100 \cdot L}$ ,  $f_2 = c_2 \cdot \frac{1}{100 \cdot L}$ . 于是对参数  $f_1$  和  $f_2$  的优化转化为对  $c_1$  和  $c_2$  的优化, 此时  $c_1$  和  $c_2$  的取值范围将固定不变 (为扩大解空间的范围, 将两参数的取值扩大了 100 倍), 因此可适用于不同情况的相位屏生成.

为验证算法的稳定性, 重复进行了 50 次优化, 并统计最优适应值的均值和方差, 其中均值  $\mu = 1.06 \times 10^{-3}$ , 方差  $\sigma^2 = 1.88 \times 10^{-8}$ . 可见采用

本文所提的优化算法能将相位屏的最大相对误差降至 0.1% 左右, 并且算法具有很强的稳定性. 选取其中 3 个具有代表性的优化过程, 并作出其优化曲线, 如图 2 所示.

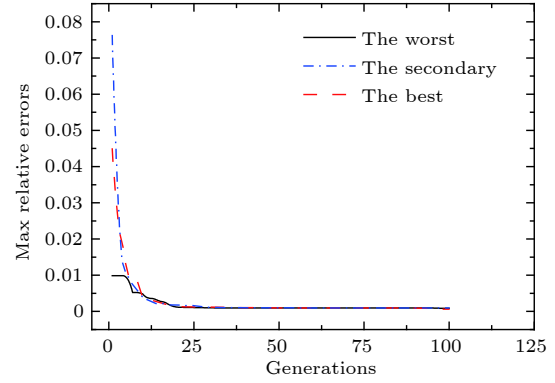


图 2 引力搜索算法优化曲线  
Fig. 2. The optimization curve of GSA.

从图 2 可以看出, 算法前期能够快速进入局部搜索, 到后期在局部搜索空间中逐步逼近最优值, 其中最佳适应值 (最大相对误差) 仅为  $6.34 \times 10^{-4}$ , 此时参数  $c_1$  和  $c_2$  的取值分别为 6.438 和 9.048, 生成的相位屏如图 3 所示.

从图 3 所示的相位屏模拟结果可见, 按照本文

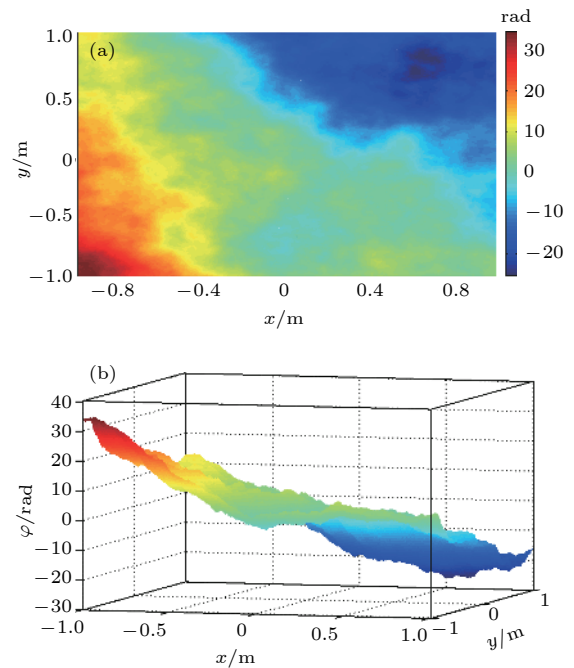


图 3 湍流相位屏模拟结果 (a) 相位屏二维分布; (b) 相位屏三维分布

Fig. 3. A realization of turbulence phase screen: (a) Two dimensional distribution; (b) three dimensional distribution.

方法生成相位屏除了具有丰富的细节外还包含有充足的低频部分, 体现为相位屏的整体倾斜. 为与经典的低频补偿方法作比较, 我们在相同的参数条件下对 Johansson 和 Gavel<sup>[20]</sup> 所提方法和本文方法分别进行了模拟, 各生成 1000 幅相位屏, 计算相位结构函数, 并与 (7) 式所示的理论结构函数相比, 得到了两种方法生成相位屏的结构函数曲线以及相对误差曲线, 如图 4 所示.

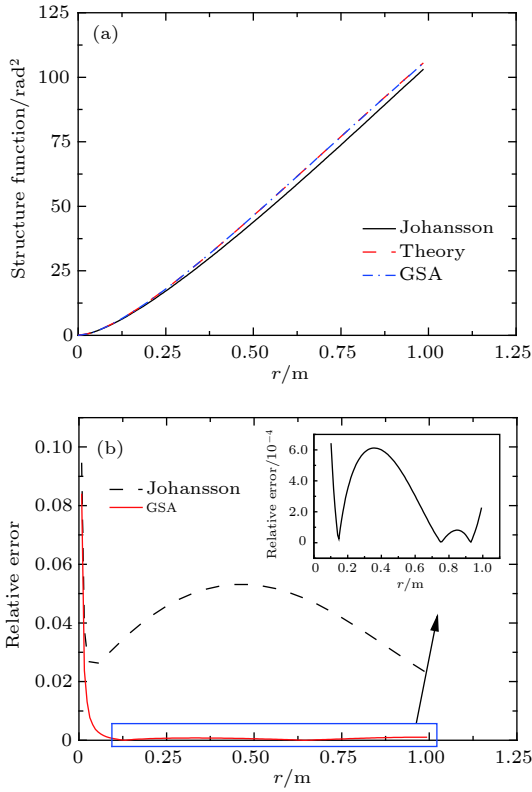


图 4 两种方法的相位屏结构函数对比 (a) 结构函数曲线; (b) 相对误差曲线  
Fig. 4. Expected structure functions generated by Johansson's method and our method, where the theoretical structure function is shown for reference: (a) Phase structure functions (b) relative errors.

从图 4(a) 中可以看出, 利用本文所提方法生成的相位屏其相位结构函数与理论结构函数曲线几乎一致. 从图 4(b) 中可以看出, 在低频部分本文所提方法可将低频区域的最大相对误差降低至 0.063%, 明显优于经典次谐波补偿方法的 5%. 而对于高频部分, 由于本文采用经典的 FFT 方法, 因此对于这部分误差并未做出补偿, 从图中可知高频部分误差与经典次谐波方法是一致的. 对高频误差的补偿, Xiang<sup>[25]</sup> 曾提出一种有效的方法, 能够将高频误差降至 0.1%, 可直接利用该方法对相位屏高频误差进行补偿.

本节开始曾提到, 相位屏生成过程中, 除了两个优化参数外还有三个固定参数  $r_0$ ,  $L_0$  以及  $r$ , 它们与大气湍流状态 ( $r_0$  表示大气湍流强度,  $L_0$  表示湍流外尺度)、相位屏尺寸以及采样点个数相关. 而低频采样点分布是否与三个固定参数相关, 也即是否不同的湍流强度  $r_0$ 、外尺度  $L_0$  以及相位屏尺寸  $L$  和采样点个数  $N$  相关是一个值得探讨的问题, 为此对每个具体参数取 7 个不同的值, 考察低频采样点分布与每个参数之间的相关性时保持其余参数不变, 将各参数值分别代入相位屏生成模型中, 计算各取值下的结构函数最大相对误差, 结果如表 1 所示.

由表 1 可知, 低频采样点的分布与参数  $r_0$  无关, 即当模拟条件仅涉及大气湍流强度改变时, 无需对低频采样点进行调整; 对于不同的采样点数  $N$ , 由于低频采样点分布的不匹配导致误差有增大的趋势, 说明低频采样点分布与采样点数  $N$  有关, 但从表中可知, 除去小采样点数 (32 和 64 点) 下误差有明显变化外, 其他采样点数下误差增加并不明显, 在实际应用中可忽略采样点数的影响. 而误差在小采样点数时的明显变化, 是因为 16 个低频采

表 1 不同参数及参数值下的最大相对误差

Table 1. The maximum relative errors with different parameters.

参数类型	参数值						
	最大相对误差						
$r_0/m$	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	1	1.5
$\epsilon_{max}$	0.00063	0.00063	0.00063	0.00063	0.00063	0.00063	0.00063
$L_0/m$	2	3	4	5	10	20	30
$\epsilon_{max}$	0.07399	0.16607	0.23083	0.25830	0.00063	0.96574	1.49931
$L/m$	2	3	4	5	10	20	30
$\epsilon_{max}$	0.00063	0.23228	0.25830	0.23083	0.07399	0.02327	0.00677
$N$	32	64	128	256	512	1024	2048
$\epsilon_{max}$	0.00249	0.00111	0.00071	0.00063	0.00077	0.00084	0.00084

样点在小采样点数情况下占的比重很大,使得在大采样点数中的少许偏差被放大了;而低频采样点分布与相位屏尺寸和湍流外尺度的关系较为复杂,采用同样的分布模拟不同的尺寸、不同湍流外尺度的相位屏时,其误差明显增大.但是注意到表中  $L_0=2, 4, 5, 10$  时的相对误差与  $L=10, 5, 4, 2$  时的相对误差是一致的,经过分析得到,当两者取得一致的相对误差时,湍流外尺度  $L_0$  与相位屏尺寸  $L$  的比值  $L_0/L$  是相等的,因此可以预见,低频采样点分布与  $L_0/L$  相关,相同的比值采用相同的低频采样点分布.

利用本文提出的优化算法对不同比值下的相位屏进行模拟,并计算其相位结构函数.其中在不同比值下优化得到的参数值  $c_1$  和  $c_2$  如表 2 所示.

表 2 不同  $L_0/L$  下的最优参数

Table 2. The optimization parameters with different  $L_0/L$ .

$L_0/L$	$(c_1, c_2)$
1	(15.73173, 24.90114)
5	(6.43847, 9.04869)
10	(23.73113, 28.39211)
100	(18.76658, 19.86318)
200	(18.16039, 18.81765)
300	(18.04556, 18.37957)
inf	(16.56943, 15.80313)

从表 2 中数据可以看出,对于不同的比值,低频采样点分布是不同的,并且还可看到随着比值的增加,参数值之间差别越来越小.选取其中的 5 项作出其结构函数曲线以及理论结构函数曲线,如图 5 所示.

由图 5 所示曲线可看出,本文所提的优化算法能够适用于不同情况下的相位屏模拟,并且模拟精度很高.此外,相位屏的生成速度也是评价相位屏生成算法的一项重要指标,特别是对于实时性要求高的场合,如自适应光学系统的测试等,更是如此.

对于本文所提方法,当优化参数确定后,相位屏的生成速度由两部分影响,一是二维快速傅里叶变换速度,二是低频补偿屏的离散傅立叶变换速度.对比经典的 FFT 方法,同时也是最快的生成方法来说,本文方法引入的额外时间主要由低频补偿屏的离散傅里叶变换决定,对于本文设置的 16 个采样点来讲,其引入的计算复杂度为  $O(16 \cdot N^2)$ ,

作为对比, Johansson 和 Gavel<sup>[20]</sup> 所提方法至少需要 2 层次谐波甚至当模拟无限外尺度湍流时,需达到 10 层,引入的计算复杂度为  $O(36 \cdot p \cdot N^2)$ ,其中  $p$  为次谐波层数.因此利用本文所提方法生成相位屏的速度至少是次谐波方法的 4.5 倍,可应用于实时性要求高的场合.

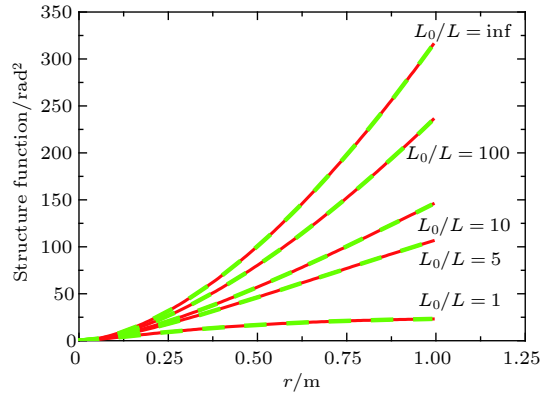


图 5 不同  $L_0/L$  下的相位屏结构函数曲线与理论结构函数曲线

Fig. 5. The expected structure functions vs. theoretical structure functions with different  $L_0/L$ .

## 5 结 论

本文提出了一种全新的相位屏生成方法,借助改进的引力搜索算法,在相位屏的低频采样区寻找最优的采样分布,弥补了经典 FFT 方法低频采样不足的缺点.与 Johansson 和 Gavel<sup>[20]</sup> 所提的次谐波补偿方法相比,本文提出的方法能将相位屏在低频区域的最大相对误差降低至 0.063%.除此之外,本文还对相位屏的各项参数与低频采样点分布之间的关系进行了分析,结果表明低频采样点分布与湍流强度无关,因此在遇到湍流强度变化的情形时,可直接模拟出相应的相位屏而不需要重新进行优化;相位屏的采样点数与低频采样点分布相关性很小,不同采样点数间的误差变化并不明显,因此可利用小采样点进行优化,减小优化时间;低频采样点分布与湍流外尺度和相位屏尺寸之间的比值直接相关,需要根据不同的比值对低频采样点分布进行优化.

对相位屏的生成速度进行了讨论,结果表明,利用本文所提方法生成相位屏的速度至少是次谐波方法的 4.5 倍,可用于实时性要求高的场合.

## 参考文献

- [1] Jin X L 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 692 (in Chinese) [季小玲 2010 物理学报 **59** 692]
- [2] Fleck J A, Morris J R, Feit M D 1976 *Appl. Phys.* **10** 129
- [3] Flatte S M, Wang G Y, Martin J 1993 *J. Opt. Soc. Am. A* **10** 2363
- [4] Flatte S M 2000 *Opt. Express* **10** 777
- [5] McGlamery B L 1976 *Proc. SPIE Int. Soc. Opt. Eng.* **74** 225
- [6] Noll R J 1976 *J. Opt. Soc. Am. A* **66** 207
- [7] Roddier N 1990 *Opt. Eng.* **29** 1174
- [8] Wallace J, Gebhardt F G 1986 *Proc. SPIE* **642** 261
- [9] Roggemann M C, Welsh B M, Montera D, Rhoadamer T A 1995 *Appl. Opt.* **34** 4037
- [10] Harding C M, Johnston R A, Lane R G 1999 *Appl. Opt.* **38** 2161
- [11] Hua Z L, Li H P 2012 *Acta Optica Sinica* **32** 0501001 (in Chinese) [华志励, 李洪平 2012 光学学报 **32** 0501001]
- [12] Formwalt B, Cain S 2006 *Appl. Opt.* **45** 5657
- [13] Sriram V, Kearney D 2007 *Opt. Express* **15** 13709
- [14] Zhang B D, Qin S Q, Wang X S 2010 *Chin. Opt. Lett.* **8** 969
- [15] Xiang J 2012 *Opt. Express* **20** 681
- [16] Wang J X, Bai F Z, Ning Y, Huang L H, Jiang W H 2011 *Acta Phys. Sin.* **60** 209501 (in Chinese) [王建新, 白福忠, 宁禹, 黄林海, 姜文汉 2011 物理学报 **60** 209501]
- [17] Vorontsov A M, Paramonov P V, Valley M T, Vorontsov M A 2008 *Waves Random Complex Medium* **18** 91
- [18] Herman B J, Strugala L A 1990 *Proc. SPIE* **1221** 183
- [19] Lane R G, Glindemann A, Dainty J C 1992 *Waves Random Complex Medium* **2** 209
- [20] Johansson E M, Gavel D T 1994 *Symposium on Astronomical Telescopes and Instrumentation for the 21st Century* Kona, Hawaii, March 13-18 1994 p940391
- [21] Sedmak G 2004 *Appl. Opt.* **43** 4527
- [22] Charnotskii M 2013 *J. Opt. Soc. Am. A* **30** 479
- [23] Cai D M, Wang K, Jia P, Wang D, Liu J X 2014 *Acta Phys. Sin.* **63** 104217 (in Chinese) [蔡冬梅, 王昆, 贾鹏, 王东, 刘建霞 2014 物理学报 **63** 104217]
- [24] Cai D M, Ti P P, Jia P, Wang D, Liu J X 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 224217 (in Chinese) [蔡冬梅, 逆培培, 贾鹏, 王东, 刘建霞 2015 物理学报 **64** 224217]
- [25] Xiang J S 2014 *Opt. Eng.* **53** 016110
- [26] Rashedi E, Nezamabadi-pour H, Saryazdi S 2009 *Information Science* **179** 2232
- [27] Kennedy J, Eberhart R 1995 *Proceedings of IEEE International Conference on Neural Networks* Perth, November 27, 1995 p1942
- [28] Li C L, Dai J, Pan F 2012 *J. Comput. Appl.* **32** 2732 (in Chinese) [李春龙, 戴娟, 潘丰 2012 计算机应用 **32** 2732]
- [29] Chen S L, Cai G R, Guo W Z, Chen G L 2007 *Journal of Yangtze University(Nat. Sci. Ed.) Sci. & Eng. V* **4** 1 (in Chinese) [陈水利, 蔡国榕, 郭文忠, 陈国龙 2007 长江大学学报(自科版)理工卷 **4** 1]



# Generation of turbulence phase screen based on gravitational search algorithm\*

Zhang Dong-Xiao<sup>1)†</sup> Chen Zhi-Bin<sup>1)2)</sup> Xiao Cheng<sup>1)</sup>Qin Meng-Ze<sup>1)</sup> Wu Hao<sup>1)</sup>

1) (*Department of Electronics and Optical Engineering, Shijiazhuang Campus of Army Engineering University, Shijiazhuang 050003, China*)

2) (*32181 Unit of PLA, Shijiazhuang 050003, China*)

( Received 16 January 2019; revised manuscript received 9 May 2019 )

## Abstract

The new techniques in adaptive optics, free space optical(FSO) communication rely on the use of numerical simulations for atmospheric turbulence to evaluate the performance of the system. The simulation of turbulence phase screen is the heart of numerical simulations which produces random wavefront phase perturbations with the correct statistical properties corresponding to models of optical propagation through atmospheric turbulence. The phase-screen simulation techniques can be roughly divided into fast Fourier transform (FFT) method and matrix-based method. Because of a better performance in computation time, the FFT method is generally used for modeling the performance of a real system. But the classical FFT method has a main deficiency of oversample in low frequency region, which leads to the lost of accuracy. To overcome this deficiency, many methods have been proposed for compensating for the oversample of low frequency components, in the last decades. Essentially, these methods achieve a higher accuracy at the expense of computation time. A good compensation method should take into consideration both accuracy and computation time. To achieve higher accuracy and lower computational cost simultaneously, we develop a hybrid method to generate turbulence phase screen, i.e. the classical FFT model is mixed with the sparse spectrum model. We first extract the low frequency region from the frequency grid of FFT model, and resample this region with 16 samples. It is found that the accuracy of phase screen is related to the distribution of these samples, and there must be an optimum distribution that can minimize the relative error between expected structure function and theoretical structure function in the low frequency region. So it permits one to use optimization algorithm to find the optimized distribution of low frequency samples. Here an improved gravity search algorithm is adopted in which the memory of each particle is taken into consideration. The optimization parameters are determined after a lot of tests, and the robustness testing shows that the algorithm is effective. To compare with existing subharmonic method, we choose the same parameters of phase screen as those used in the expanded subharmonic method, generate 1000 phase screens for each method, compute the phase structure function, and we also compare our results with those from the theoretical structure function. The comparison result shows that the curve of phase structure function generated by our method is nearly consistent with the theoretical one, the maximum relative error in low frequency region is about 0.063% which is much better than that from the expanded subharmonic method 5%. Finally in this paper, the computational cost is analyzed, showing that the generation speed for our method is at least 4.5 times as fast as that for the Johansson's method.

**Keywords:** atmospheric optics, atmospheric turbulence, turbulence phase screen

**PACS:** 42.68.Bz, 42.25.Dd, 42.62.-b

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190081

\* Project supported by the National Defense Research Program of Science and Technology, China (Grant No. 2004053).

† Corresponding author. E-mail: zhang58452sc@163.com