

**基于压电材料的薄膜声学超材料隔声性能研究**

贺子厚 赵静波 姚宏 蒋娟娜 陈鑫

**Sound insulation performance of thin-film acoustic metamaterials based on piezoelectric materials**

He Zi-Hou Zhao Jing-Bo Yao Hong Jiang Juan-Na Chen Xin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 134302 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190245

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190245>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

**Articles you may be interested in**

声学超材料与超表面研究进展

Research advances in acoustic metamaterials and metasurface

物理学报. 2018, 67(19): 194301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180963>

基于声学超材料的低频可调吸收器

A kind of tunable acoustic metamaterial for low frequency absorption

物理学报. 2019, 68(3): 034301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181908>

三维浅海下弹性结构声辐射预报的有限元-抛物方程法

Acoustic radiation from a cylinder in shallow water by finite element-parabolic equation method

物理学报. 2019, 68(2): 024301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181452>

空间盘绕型声学超材料的亚波长拓扑谷自旋态

Subwavelength topological valley-spin states in the space-coiling acoustic metamaterials

物理学报. 2017, 66(22): 228101 <https://doi.org/10.7498/aps.66.228101>

微穿孔蜂窝波纹复合声学超材料吸声行为

Micro-perforated acoustic metamaterial with honeycomb-corrugation hybrid core for broadband low frequency sound absorption

物理学报. 2018, 67(23): 234303 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181368>

局域共振型声学超材料机理探讨

Mechanism for local resonant acoustic metamaterial

物理学报. 2015, 64(15): 154302 <https://doi.org/10.7498/aps.64.154302>

## 基于压电材料的薄膜声学超材料隔声性能研究\*

贺子厚<sup>1)</sup> 赵静波<sup>2)†</sup> 姚宏<sup>2)</sup> 蒋娟娜<sup>2)</sup> 陈鑫<sup>2)</sup>

1) (空军工程大学研究生院, 西安 710051)

2) (空军工程大学基础部, 西安 710051)

(2019年2月25日收到; 2019年4月2日收到修改稿)

针对低频噪声的隔离问题, 设计了一种基于压电材料的可控薄膜声学超材料, 该材料由压电质量块嵌入弹性薄膜制成. 建立了材料的有限元分析模型, 并且计算了材料的各阶特征频率与 20—1200 Hz 频段的传输损失曲线, 并通过实验验证了有限元计算的真实性. 计算结果表明: 此声学超材料在 20—1200 Hz 频段内隔声性能良好, 存在两个 50 dB 以上的隔声峰与一个可调式的隔声峰. 通过分析简单结构的首阶共振模态并构建其等效模型, 从理论上探究了结构参数对薄膜声学超材料隔声性能的影响, 并通过有限元计算验证了其等效模型的正确性; 综合分析材料的特征频率与传输损失曲线, 进一步讨论了结构的隔声机理, 分析结果表明, 在特征频率处, 薄膜的“拍动”会导致声波在其后的传播过程中干涉相消, 实现声波的衰减; 通过 Fano 共振理论, 探究了各共振点处传输损失曲线特征不同的原因; 压电质量块与外接电路组成 LC 振荡电路, 在电路的共振频率处, 压电材料的振动可以吸收声波的能量从而造成一个隔声峰, 同时可以改变外接电路的参数来调整电路的共振频率, 从而实现了对隔声性能的调控. 最后, 探究了压电质量块偏心量对材料性能的影响, 并通过有限元计算验证了材料隔声性能的可调性. 研究结果为可调式薄膜声学超材料的设计提供了理论参考.

关键词: 压电材料, 薄膜声学超材料, 有限元法

PACS: 43.20.+g, 43.40.+s, 43.60.+d, 63.20.-e

DOI: 10.7498/aps.68.20190245

## 1 引言

随着科技的进步, 各类装备不断向着高速、轻质、重型方面发展, 随之而来的噪声污染也日益严重, 影响到了人们日常生活和装备的性能<sup>[1]</sup>. 尤其对于 1000 Hz 以下的低频噪声, 由于其波长较长, 难以在传播中衰减, 同时由于质量定律<sup>[2]</sup>的限制, 传统的材料难以对其进行有效地隔离.

近年来, 有许多学者对低频噪声的隔离问题进行了研究. 2000 年, Liu 等<sup>[3]</sup>提出了局域共振机制, 基于这一机制的声学超材料可以实现“小尺寸控制大波长”的功能. 张思文和吴九汇<sup>[4]</sup>以及张帅等<sup>[5]</sup>进一步讨论了其低频带隙特性. 同时, 声学超材料

也在其他方面有广泛的应用. 赵甜甜等<sup>[6]</sup>借助声子晶体原理对超声塑料焊接工具的横向振动进行了抑制. 王莎和林书玉<sup>[7]</sup>基于二维声子晶体原理对大尺寸夹心换能器进行了优化设计. 张振方等<sup>[8]</sup>研究了内插扩张室声子晶体管路带隙特性. 杜春阳等<sup>[9]</sup>对 X 形超阻尼局域共振声子晶体梁弯曲振动带隙特性进行了研究.

薄膜型声学超材料由于轻质、性能好等原因, 在低频噪声隔离方面有着广阔的应用前景. 2008 年, Yang 等<sup>[10]</sup>首先提出了“薄膜声学超材料”的概念. 2012 年, Mei 等<sup>[11]</sup>设计的“声学暗材料”, 由于薄膜结构中软硬介质的相互作用所导致的局域共振与声波振动的耦合, 产生了一种“拍动”<sup>[12]</sup>的振动模式, 实现了在一些频率上对声波的完全吸

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11504429) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [chjzb@163.com](mailto:chjzb@163.com)

收. Chen 等<sup>[13]</sup>对薄膜附加质量块结构进行了解析建模. Langfeldt 等<sup>[14]</sup>优化了薄膜声学超材料传输损失的计算方法,大大减少了计算量. 还有许多学者设计了诸多性能良好的薄膜声学超材料<sup>[15–19]</sup>.

但是目前大部分的薄膜声学超材料,结构设计一旦固定,其性能便难以修改,满足不了实际应用的需求. 为了实现材料性能的可调性,压电分流阻尼技术被运用到了声学超材料的结构设计之中. 压电分流阻尼技术是一种起源于 20 世纪的振动控制技术,其原理是通过压电片与外接分流电路互相作用产生阻尼衰减效果<sup>[20]</sup>. Chen 等<sup>[21]</sup>通过在梁上附加压电片,实现了一维梁结构带隙的可调性. Zhang 等<sup>[22]</sup>则在铝板上附加了压电片,并实现了其隔声性能的可调性. 董亚科等<sup>[23]</sup>在外接电路中加入负电容,拓宽了压电局域共振带隙的频带. 廖涛等<sup>[24]</sup>对二维压电声子晶体板带隙可调性进行了研究. 孙炜海等<sup>[25]</sup>对含磁电弹夹层的压电/压磁声子晶体带隙特性进行了研究.

本文设计了一种附加压电质量块的薄膜声学超材料,使用有限元法计算了材料的特征频率与 20—1200 Hz 频段内材料的传输损失曲线,并通过

实验验证了有限元计算的可靠性,发现这种材料在此频段内隔声性能优良,并具有一个可调隔声峰.

## 2 结构设计与计算方法

通过以往的研究<sup>[26]</sup>可知,在声学超材料中加入偏心质量单元,并进行合理的参数设置,可以显著提升材料的性能. 故此,在这里提出一种附加偏心质量块的薄膜声学超材料,如图 1 所示,该材料由压电质量块嵌入紧张弹性膜,并固定在金属外框上构成,压电材料的上下表面接有电极,与外部电路连接. 其中 A 为压电材料,其长为  $b = 8$  mm, 宽为  $a = 5$  mm, 厚度为  $e = 2$  mm; B 为方形膜,其边长为  $c = 20$  mm 厚度为  $f = 0.2$  mm; C 为正方形边框,其外边长为  $d = 25$  mm, 厚度为  $f = 0.2$  mm,  $m = 2$  mm,  $n = 7.5$  mm 分别为压电质量块距离边框上边界与左边界的距离. 压电质量块材料为 PZT-5H, 方形膜材料为硅橡胶, 金属外框材料为钢. 表 1 和表 2 为所涉及到的材料参数,其中压电材料参数来源于文献<sup>[27]</sup>, 其中  $s_{11}^E$  为弹性柔顺系数,  $\epsilon_{33}^T$  为垂直膜面方向的自由介电常数,  $d_{31}$  为压电应变常数.

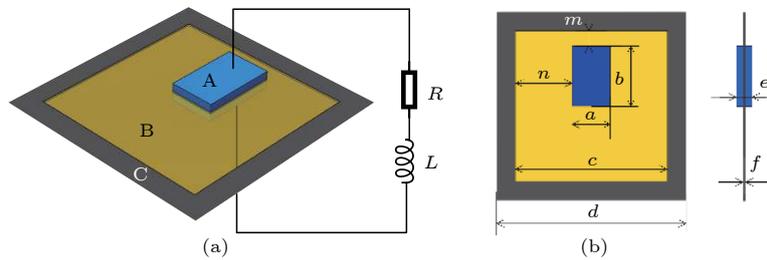


图 1 材料结构 (a) 结构示意图; (b) 结构参数

Fig. 1. Material structure: (a) Structural sketch; (b) structure parameter.

表 1 压电材料参数

Table 1. Piezoelectric material parameters.

$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$s_{11}^E/\text{m}^3\cdot\text{N}^{-1}$	$d_{31}/\text{C}\cdot\text{m}^{-2}$	$\epsilon_{33}^T/\text{F}\cdot\text{m}^{-1}$
7500	$1.65 \times 10^{-11}$	$-2.74 \times 10^{-10}$	$3.01 \times 10^{-8}$

表 2 材料参数

Table 2. Material parameters.

Material	$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	$E/10^{10}$ Pa	Poisson rate
Silastic	1300	$1.175 \times 10^{-5}$	0.469
Steel	7780	21.06	0.3

在材料中,由于金属框厚度较小而且受到的激励垂直于版面,在计算中可将其看作薄板发生横向

振动,振动方程为

$$D_0 \left( \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} \right) + \rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = p(x, y, t), \quad (1)$$

其中,  $w$  为板的横向位移,  $D_0$  为金属板的抗弯刚度,  $\rho$  为板的密度,  $h$  为板厚度;  $p(x, y, t)$  为薄板受到的横向激励,  $x$ ,  $y$  和  $t$  分别为位置坐标和时间.

材料中膜的振动方程为

$$\nabla^2 \eta = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2}, \quad (2)$$

其中  $c = \sqrt{\frac{T}{\sigma}}$ ,  $T$  为薄膜张力,  $\sigma$  为薄膜面密度;

$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  为二维直角坐标拉普拉斯算符.

对于压电材料<sup>[28]</sup>来说, 其压电本构方程, 动力学方程和准静态电荷方程分别为:

$$\begin{cases} T_{1j} = c_{1jk1}^E u_{k,1} + e_{11j} \varphi_{,1}, \\ D_i = e_{1k1} u_{k,1} + \varepsilon_{11}^S \varphi_{,1}, \\ T_{1j,1} = \rho \ddot{u}_i, \\ D_{1,1} = 0, \end{cases} \quad (3)$$

其中  $T_{ij}, u_j, \varphi, D_i$  分别为应力、位移、电势和电位移;  $\rho, c_{ijkl}^E, e_{ijk}, \varepsilon_{ij}^S$  分别为材料密度、弹性常数、压电常数和介电常数, 下标  $i, j, k, l$  别取 1, 2, 3.

得到压电晶体中的振动方程为

$$\bar{c}_{1jk1} u_{k,11} - \rho \ddot{u}_i = 0. \quad (4)$$

本文通过 Comsol 有限元计算软件计算结构的传输损失曲线与特征频率, 将结构四周的边界条件设置为固定, 将压电片上边界设置为悬浮电位, 与电路模块耦合, 将压电片下边界设置为接地. 在有限元计算中, 设置 D 型压电方程作为压电片的本构方程, D 型压电方程为

$$\begin{cases} S_1 = s_{11}^E T_1 + d_{31} E_3 \\ D_3 = d_{31} T_1 + \varepsilon_{33}^T E_3 \end{cases}, \quad (5)$$

其中:  $T_1, S_1$  分别为压电片垂直于膜面方向的应力与应变;  $D_3, E_3$  分别为压电材料上下表面的电场密度与电势.

外界电路结构如图 1(a) 所示, 其中  $R$  为电阻,  $L$  为电感, 二者串联. 在计算结构传输损失曲线时, 构建如图 2 所示腔体结构. 整个腔体长为 400 mm, 材料设置为空气, 空气中的声速为  $p_0 = 343$  m/s, 空气密度为  $c_0 = 1.25$  kg/m<sup>3</sup>. 在腔体结构的左侧边界垂直入射平面波激励, 并在结构的右侧边界上拾取响应, 计算两者的差值得到结构的传输损失 (transmission loss, TL), 其单位为分贝.

$$TL = 10 \log \left( \frac{W_{in}}{W_{out}} \right), \quad (6)$$

其中  $W_{in}$  与  $W_{out}$  分别为入射声能与出射声能, 即为

$$\begin{cases} W_{in} = \int_{S_1} \frac{p_{inc}^2}{2\rho_0 c_0} dS \\ W_{out} = \int_{S_2} \frac{p_{tr}^2}{2\rho_0 c_0} dS \end{cases}, \quad (7)$$

$S_1$  与  $S_2$  分别为图 2 腔体结构的左侧边界与右侧边界.

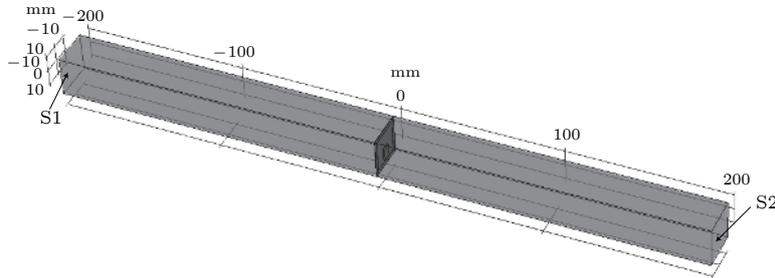


图 2 腔体结构

Fig. 2. Cavity structure.

### 3 结果分析

在设置串联电阻  $R = 0 \Omega$ , 串联电感  $L = 200$  H 的情况下, 使用上节所述方法计算结构的特征频率与传输损失曲线. 表 3 所示为结构前 14 阶特征频率与其模态, 图 3 为 20—1000 Hz 频率范围的传输损失曲线.

通过分析模态图可知, 包含质量块振动的模态都集中于 500 Hz 以下, 500 Hz 以上则展现了丰富的薄膜振动的模态. 材料的传输损失曲线如图 3 实

线所示. 作为对照组, 计算了未嵌入压电质量块材料的传输损失曲线, 如图 3 虚线所示.

材料在 200—1200 Hz 频率范围内具有较为良好的隔声性能. 虽然在嵌入压电质量块后, 传输损失在 100 Hz 附近出现衰减, 但总体上来看, 材料的隔声性能有了较大提升, 并在 458 Hz 处出现压电隔声峰.

结构的共振点都已在图 3 中表示处, 尤其值得注意的是在 216, 1251 Hz 频率处出现非对称的共振峰, 即为传输损失的“突变”. 在第 4 节中, 将结合特征频率与振动模式图, 进一步讨论结构的隔声机理.

表 3 模态图  
Table 3. Modal diagram.

阶数	频率/Hz	模态图	阶数	频率/Hz	模态图
1	111.77		8	689.74	
2	135.84		9	793.01	
3	147.67		10	835.10	
4	185.63		11	842.97	
5	201.65		12	945.92	
6	231.21		13	981.43	
7	458.62		14	1148.40	

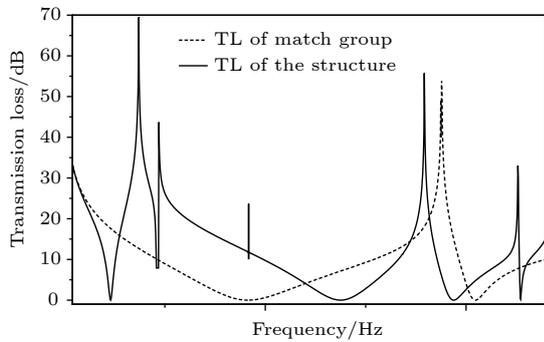


图 3 传输损失曲线

Fig. 3. Transmission loss curve.

观察传输损失曲线可以发现, 一些特征频率处并未出现共振点, 这是由于在计算传输损失曲线时, 仅仅考虑了平面波垂直膜面入射的情况, 而一些模态难以与此方向上的行波发生耦合<sup>[29]</sup>作用, 故此不出现共振点. 此外, 大量的工程实践也证明, 并不是所有的共振模态都可以被激起.

#### 4 实验验证

为了验证有限元计算的可靠性, 这里使用

AWA6290T 型吸声测量系统测试了声学超材料结构的隔声性能, 由于此测量系统的阻抗管呈圆柱形, 故设计圆形结构如图 4 所示.

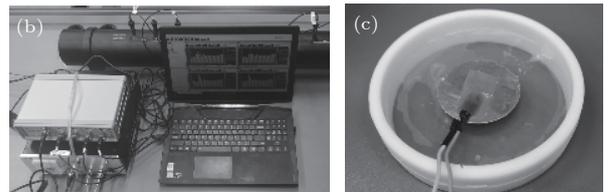
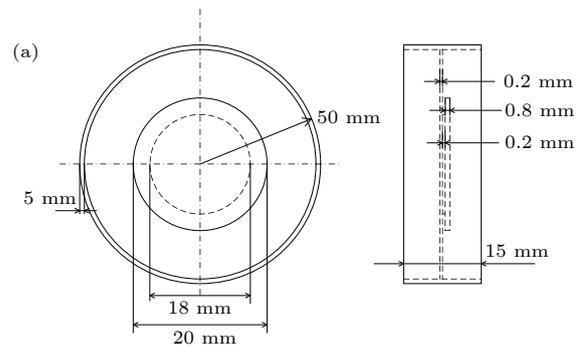


图 4 实验示意图 (a) 样件结构; (b) 实验装置; (c) 样件实物图

Fig. 4. Experimental schematic diagram: (a) Sample structure; (b) experimental facility; (c) physical samples.

图 4 中环形外框材质为类 丙烯腈-丁二烯-苯乙烯 (ABS) 白色 SLA( stereo lithography apparatus) 树脂, 其密度为  $1.13 \text{ g/cm}^3$ , 杨氏模量为  $2600 \text{ MPa}$ , 泊松比为  $0.37$ , 薄膜材质为硅橡胶, 张力为  $1.5 \text{ MPa}$ , 所贴压电材料为镀银电极 PZT-5H 压电陶瓷附加铜质基板. 压电陶瓷与硅橡胶间使用氰基丙烯酸酯粘合剂连接. 压电片外部串联  $0-1 \text{ H}$  可调电感与  $10 \Omega$  电阻. 由于在电路中所需电感值较大, 这里使用 Antoniou's 电路来模拟大电感 (参见图 5). 由于采样精度有限, 通过调节电感可以更方便地监测到压电隔声峰的存在.

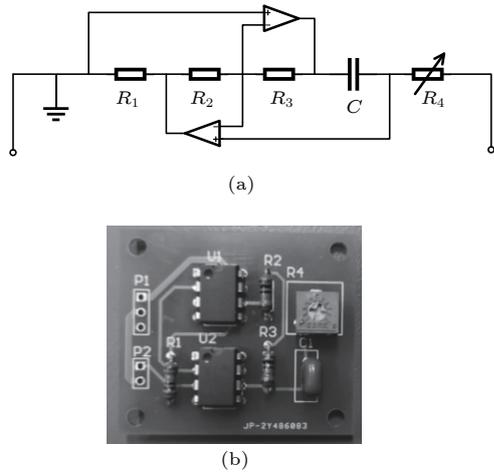


图 5 大电感 (a) 电路图; (b) 实物图  
Fig. 5. Large inductance: (a) Circuit diagram; (b) physical diagram.

分别使用实验方法与有限元计算方法得到结构的传输损失曲线, 如图 6 所示. 实验数据由 500 次采样求均值得到.

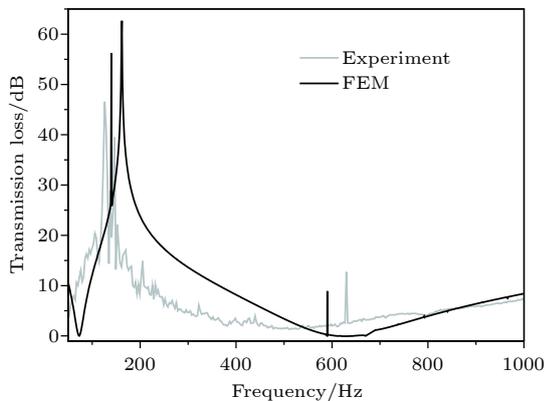


图 6 传输损失曲线  
Fig. 6. Transmission loss curve.

可以看出, 实验虽然存在一些误差, 但两支曲

线基本吻合, 验证了有限计算的真实性. 在实验中, 通过调节电感, 可以在  $630 \text{ Hz}$  检测到尖锐隔声峰, 与有限元计算得到的  $583 \text{ Hz}$  压电隔声峰相印证, 验证了压电隔声峰的真实性.

## 5 隔声机理分析

### 5.1 等效模型

一般来说, 薄膜声学超材料的首阶特征频率对其低频隔声性能有极大的影响, 更高的首阶特征频率, 往往意味着更好的低频隔声性能. 虽然本文所设计的结构性能较好, 但是由于其结构形状较为不规则, 难以进行分析. 为进一步揭示薄膜附质量块结构的隔声机理, 这里对实验中的结构进行了解析建模, 最后构建了“弹簧-振子”等效模型来估算其首阶特征频率. 同理, 由于此简单与前文所设计的结构相似, 有理由相信二者隔声机理相同.

由于首阶特征频率不涉及压电材料. 可以将结构简化为如图 7 所示, 其中小圆部分为薄膜, 材质为硅橡胶, 其余部分为附加质量块, 薄膜张力为  $44 \text{ N/m}$ , 边缘固定. 其结构尺寸如图 7 所示.

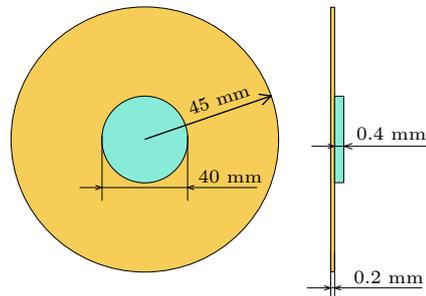


图 7 简化结构示意图  
Fig. 7. Simplified structure sketch.

设一不附加质量块的薄膜, 其振动方程为

$$\nabla^2 \xi = \frac{1}{\varphi^2} \frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2}, \quad (8)$$

其中  $\xi$  为薄膜的纵向位移;  $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  为二维坐标拉普拉斯算符;  $\varphi = \sqrt{\frac{T}{\sigma}}$ , 其中,  $T$  为膜表面张力,  $\sigma$  为膜的面密度.

已知首阶共振模态为圆对称情形, 故可将振动方程的解写为径向距离  $\gamma$  与时间  $t$  的函数:

$$\xi(\gamma, t) = A J_0(\kappa \gamma) e^{i\omega t}, \quad (9)$$

其中  $J_0$  为零阶贝塞尔函数,  $\kappa = \frac{\omega}{\varphi}$ .

设圆膜的半径为  $R$ , 则边界条件为  $\xi_{(r=R)} = 0$ . 代入解中可得,  $J_0(\kappa R) = 0$ .

在 MATLAB 调用 Besselj 函数, 可以画出贝塞尔函数在  $[0, 1]$  区间上的图线, 如图 8 所示.

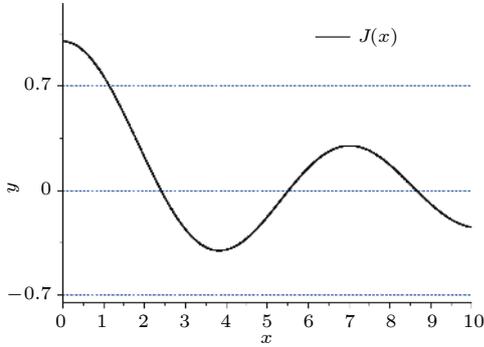


图 8 贝塞尔函数曲线  
Fig. 8. Bessel function curve.

通过最小二乘法搜索得到  $J_0(\mu) = 0$  的解, 精确到三位小数得到  $\mu = 2.405$ . 根据  $\kappa R = \mu$ , 可得首阶特征频率  $f$  为

$$f = \frac{\mu}{2\pi R} \sqrt{\frac{T}{\sigma}}. \quad (10)$$

在圆膜上取微元, 其径向距离为  $(r, r + dr)$ , 其动能为  $dE$ :

$$dE = \frac{1}{2} (2\pi\sigma r dr) \left( \frac{d\xi}{dt} \right)^2. \quad (11)$$

将运动方程代入 (11) 式并取其实部可得此模态下的平均动能为

$$\bar{E} = \frac{1}{4} \pi A^2 J_1^2(\mu) \omega^2 R^2 \sigma, \quad (12)$$

其中  $J_1$  为一阶贝塞尔函数.

若将此薄膜的振动等效为“弹簧—振子”结构, 设振子的位移为薄膜中心的位移. 可以得到振子速度  $v$  的值为

$$v = \left( \frac{\partial \xi}{\partial t} \right)_{(r=0)} = -A\omega \sin(\omega t - \phi). \quad (13)$$

设  $M$  为系统等效质量, 则系统在一个周期内的平均动能为

$$\bar{E}_{\text{sys}} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{1}{2} M v^2 dt = \frac{1}{4} M \omega^2 A^2. \quad (14)$$

令  $\bar{E}_{\text{sys}} = \bar{E}$ , 即可得到

$$M = m J_1^2(\mu), \quad (15)$$

其中  $m$  为薄膜的质量, 从而得到如图 9(a) 所示“弹

簧—振子”系统, 其中  $K$  为等效弹簧的质量. 此系统的特征频率  $f_{\text{sys}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$ , 令  $f_{\text{sys}} = f$ , 可得

$$K = \omega^2 m J_1^2(\mu). \quad (16)$$

现考虑在原膜中心附加质量块的情况, 其等效模型如图 9(b) 所示, 即在原先质量  $M$  之上在附加质量  $M_{\text{add}}$ . 在附加质量块之后, 可知系统的等效弹性模量也会发生变化, 但可以近似地认为  $K_1 = K$ .

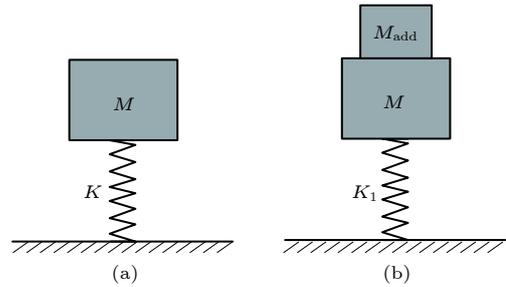


图 9 等效模型示意图  
Fig. 9. Schematic diagram of equivalent model.

故此, 简化结构的首阶特征频率为

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M + M_{\text{add}}}}. \quad (17)$$

分别使用有限元法与等效模型方法, 计算了简化模型的首阶特征频率, 取附加质量块的密度为  $1000\text{--}5000 \text{ kg/m}^3$ , 结果如图 10 所示, 两种方法可以基本吻合, 但是仍存在一定误差, 这是由于简化模型所附加的质量块底面积较大, 对薄膜的等效弹性模量产生了影响.

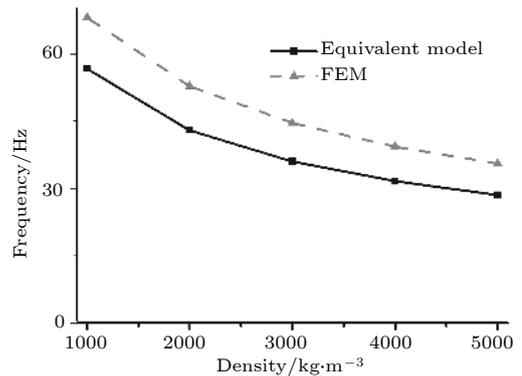


图 10 首阶特征频率  
Fig. 10. First natural frequency.

## 5.2 模态分析

为了进一步研究结构的隔声机理, 这里计算了各隔声峰、隔声谷和传输损失“突变”处的振动模式图.

根据如图 11 所示的消声原理, 首先对隔声峰出现的机理进行分析. 图 12(a)所示为结构在 185 Hz 处隔声峰处的振动模式图, 此处的传输损失高达 69.5 dB. 当材料受到此频率声波激励时, 压电质量块与薄膜反向振动, 呈现出“拍动”模式, 由于二者振幅相等, 相位相反, 使得在远场处, 薄膜振动产生的声波与压电片振动产生的声波干涉相消, 从而使得入射声波得到极大的衰减. 同时材料本身也发生了极大的形变, 将声波的能量局域在材料之中.

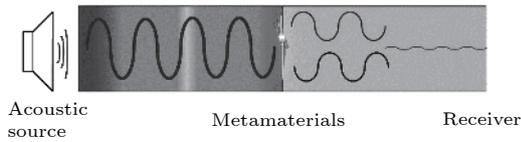


图 11 消声原理图  
Fig. 11. Anechoic schematic diagram.

这一振动模式未体现在共振模式中, 之所以出现这样的现象, 一是由于在计算传输损失时考虑了空气阻尼, 二是由于声波入射的方向垂直与膜面, 致使多个平行于膜面的模式难以展现. 但这种振动模式仍可以看作是多个共振模式的叠加.

位于 485.62 Hz 的压电隔声峰的带宽只有 0.59 Hz, 这一频率下的传输损失为 23.65 dB, 相较于其左右 1 Hz 频率范围内, 此处传输损失上升了 12 dB, 其振动模式图如图 12(b) 所示. 从图中可以看出, 此模式下压电质量块横向压缩形变, 行波的能量被压电片所吸收.

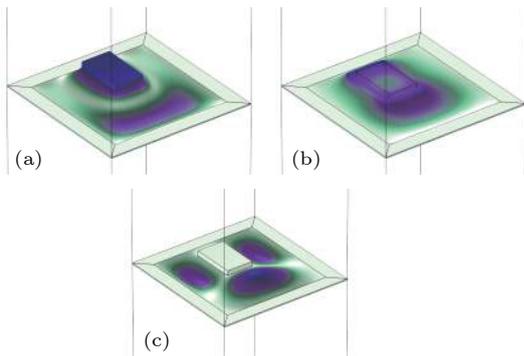


图 12 隔声峰处的振动模式图 (a) 185 Hz; (b) 485.6 Hz; (c) 896 Hz  
Fig. 12. Vibration mode diagram at sound insulation peak: (a) 185 Hz; (b) 485.6 Hz; (c) 969 Hz.

在材料中, 压电片可看作电容 (电容值可通过 Comsol 有限元软件可求得) 连接外接电路中的电

感与电阻, 共同组成了 LC 振荡电路. 由 D 型压电方程可知, 当压电片受到一定频率声波激励时, 其上下表面的电荷密度发生同频率的改变. 当压电片两端电荷密度变化频率接近 LC 振荡电路的共振频率时, 电路就会发生强烈的振荡, 声波的能量被转化为电能并消耗. 这一隔声峰的存在, 是本结构的重要特性.

图 12(c) 为 896 Hz 隔声峰处结构的振动模式图, 对应于第 13 阶特征频率, 此振动模式表现为薄膜分两部分发生“振幅相等, 相位相反”的振动, 形成“拍动”模式, 这一隔声峰形成机理与 185 Hz 隔声峰类似.

图 13(a) 所示为结构在 115 Hz 隔声谷处的振动模式图, 对应于首阶特征频率, 图 13(b) 为对照组在 457 Hz 隔声谷处的振动模式图. 从以往的研究可知, 结构的首阶特征频率会对其低频隔声性能产生极大的影响. 在附加质量块的结构中, 115 Hz 隔声谷处的传输损失几乎下降至 0, 此时材料发生强烈的横向共振, 声波的大部分能量得以透过薄膜. 未附加质量块的薄膜结构出现隔声谷的机理与之类似, 但是由于未附加质量块薄膜的等效质量更小, 根据公式  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K}{M}}$ , 其首阶特征频率会更高, 根据有限元计算可知, 其首阶特征频率为 456 Hz, 因此, 未附加质量块薄膜在低频范围内隔声量衰减得更慢. 但也由于未附加压电材料, 其隔声性能较为平庸.

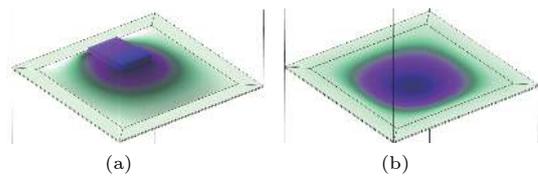


图 13 隔声谷处的振动模式图 (a) 115 Hz; (b) 457Hz  
Fig. 13. Vibration mode diagram at sound insulation peak: (a) 115 Hz; (b) 457Hz.

图 14(a) 所示为 687 Hz 隔声谷处结构的振动模式图, 对应于第 8 阶特征频率, 可以看出, 其与图 13(b) 的振动模式类似, 隔声谷产生机理也类似, 但是由于压电片的存在, 膜的振动面积较小, 使其频率更升高. 图 14(b) 所示为 969 Hz 隔声谷处结构的振动模式图, 可以看出, 其振动模式与 896 Hz 隔声峰处的振动模式及其类似, 表现为压电片长边侧两边与短边一侧的振动, 但是在 896 Hz 隔

声峰处, 此两部分的振幅与膜的振动面积大致相等, 故此在远场处其波动可以相互抵消, 但是在 969 Hz 隔声谷处, 长边两侧振动的振幅与膜的振动面积要远大于其短边侧的振幅, 使其在远场处其波动难以干涉相消, 故此在传输损失曲线上表现为隔声谷. 与之机理类似的还有处于 1129—1136 Hz 频率范围内的突变, 图 14(c) 为 1129 Hz 处的振动模式图, 图 14(d) 为 1136 Hz 处的振动模式图, 在 1129 Hz 处结构表现高达 33 dB 的传输损失, 紧接着在 1136 Hz 急剧下降, 造成这样突变的原因也是由于膜上不同部位振动的细微差别导致, 当不同振动相位相反的两部分的振动面积与振幅大致相等时, 则表现为传输损失上升, 反之, 则表现为传输损失的下降.

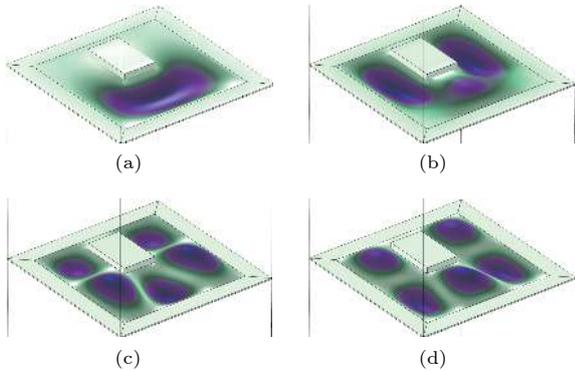


图 14 隔声谷与传输损失突变处的振动模式图 (a) 687 Hz; (b) 969 Hz; (c) 1129 Hz; (d) 1136 Hz  
 Fig. 14. Vibration mode diagram at TL peak and TL sudden change: (a) 687 Hz; (b) 969 Hz; (c) 1129 Hz; (d) 1136 Hz.

在 229—235 Hz 附近也出现了一次突变, 其中 229 Hz 的振动模式图如图 15(a) 所示, 235 Hz 的振动模式如图 15(b) 所示. 从传输损失曲线中可以看出在 229 Hz 时, 结构传输损失迅速衰减, 但在 235 Hz 时急剧升高. 从图中可以看到, 两者的振动模式图极其类似, 都表现为压电片以平行于短边的线为转轴的转动振动, 但是也可以明显看出, 在 235 Hz 时, 结构的转轴更加靠近压电片的中轴线, 这意味着, 在 235 Hz 时, 结构的振动更加接近于“拍动”的模式, 而在 228 Hz 时, 压电片两端的振幅不同, 使得在远场处二者难以相互抵消, 传输损失下降.

### 5.3 Fano 共振对结构隔声性能的影响

综合分析特征频率与传输损失曲线可以发现,

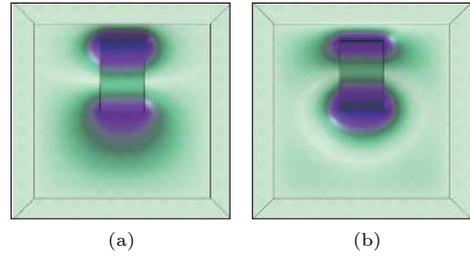


图 15 传输损失突变处的振动模式图 (a) 229 Hz; (b) 235 Hz  
 Fig. 15. Vibration mode diagram at TL sudden change: (a) 229 Hz; (b) 235 Hz.

结构在各特征频率处的传输损失表现出不同的特征, 例如出现“隔声峰”、“隔声谷”, 以及“突变”等. 5.2 节已经从模态分析的角度讨论了其产生机理, 这里从 Fano 共振的角度, 解释在不同特征频率处传输损失曲线表现出不同特征的原因.

根据共振机理不同, 共振可以分为 Lorentz 共振与 Fano 共振. 其中 Lorentz 共振只涉及一种模态, 在频谱中呈现对称的谱线形状, 如前文所述的“隔声峰”、“隔声谷”等一类情况. 当涉及多种模态的耦合, 则会出现 Fano 共振, 即在频谱中表现出非对称的谱线形状, 例如前文所述的“突变”.

Fano resonance(FR) 概念起源于量子物理领域, 于 1961 年被 Ugo Fano 提出 [30], 并得到了 Fano 谐振的公式:

$$I(\omega) = \frac{(q + \varepsilon)^2}{1 + \varepsilon^2}, \quad (18)$$

其中  $I(\omega)$  为频率响应;  $q$  为 Fano 参数 (Fano parameter), 其定义为两种互相干涉模态的强度比值, 影响着 Fano 共振频谱的非对称性;  $\varepsilon$  为归一化的调谐频率. 图 16 所示为 Fano 参数不同时, 特征频率附近的频率响应曲线. 从图中观察可得, 当  $q = 0$  时, 在特征频率附近的频率响应呈现 Lorentz 共振模式, 这时由于  $q = 0$  时, 两种模态有一种的强度为 0, 故此不存在干涉的情况; 当  $q = \pm 1$  时, 此时两种模态的能量最为接近, 频率响应呈现标准的 Fano 共振的非对称特性. 同理, 当  $q$  值逐渐趋向于无穷时, 频率响应又会变为 Lorentz 共振模式.

后来 Fano 共振的概念拓展到光学领域 [31], 广泛应用于光子晶体 [32] 等方面的研究中, 被用于描述两个模态耦合的情况下, 材料对入射波的响应情况. 由于两个模态的相位响应不同, 当二者互相影

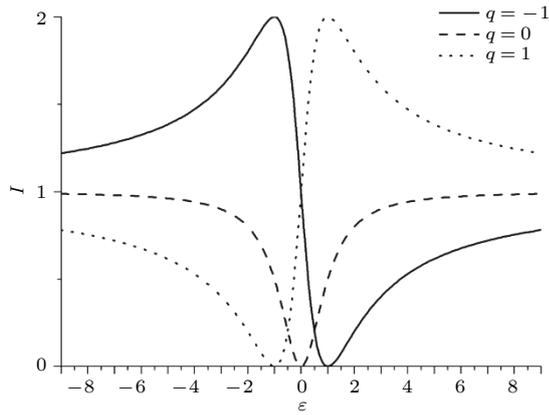


图 16 Fano 共振

Fig. 16. Fano resonance.

响时, 其谱线并不是简单的强度叠加, 当两种模式存在相位差时, 会出现干涉相消的情况, 在谱线中表现为谷值, 或者当两种振动模式的相位响应随入射波频率变化的速率差别较大时, 则会出现类似于上文所述的隔声量“突变”的情况。

在对薄膜声学超材料的研究过程中发现, 当薄膜受到较高频率声波激励时, 薄膜的振动往往被“分割”开来, 例如第 10 阶模态、第 14 阶模态, 薄膜的各个部分表现为相互独立的振动, 这种独立的振动可以看作分立的模态, 在薄膜后的传播过程中, 各分立模态发生干涉作用。

类比于光学领域, 由于各振动模态的 Fano 参数不同, 相位响应也不同, 导致在不同特征频率处展现出不同的共振模式. 例如在各隔声峰与隔声谷处表现为 Lorentz 共振模式, 在 216, 1251 Hz 表现为非对称的 Fano 共振模式, 同时 896 Hz 隔声峰与 969 Hz 隔声谷也可以看作 Fano 参数适中的 Fano 共振。

## 6 结构参数对结构隔声性能的影响

### 6.1 压电片偏心量对材料性能的影响

图 17 所示为压电片偏心量  $m$  不同时, 20—1200 Hz 频段内结构的传输损失曲线. 从图中可知, 压电片的偏心量对结构的低频隔声性能影响较小, 但是对结构的高频隔声性能影响较大, 并且, 无论  $m$  值如何变化, 在 458 Hz 处, 结构的隔声量都会有约 12 dB 的上升。

之所以传输损失曲线出现这样的变化, 是由于低频特征频率对  $m$  值较敏感, 高频特征频率对

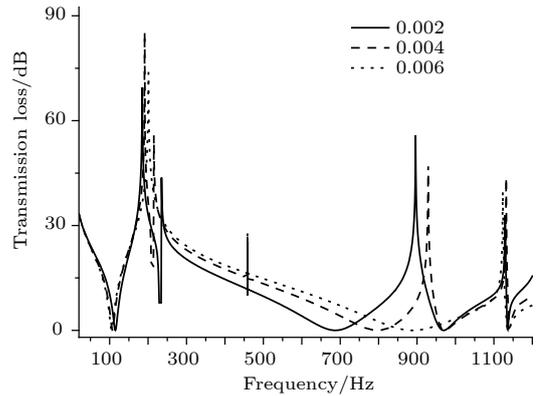


图 17 传输损失曲线  $m = 0.001, 0.004, 0.006 m$

Fig. 17. TL curve  $m = 0.001, 0.004, 0.006 m$ .

$m$  值较为不敏感. 图 18 所示为  $m = 0.001, 0.004, 0.006 m$  时材料的各阶特征频率。

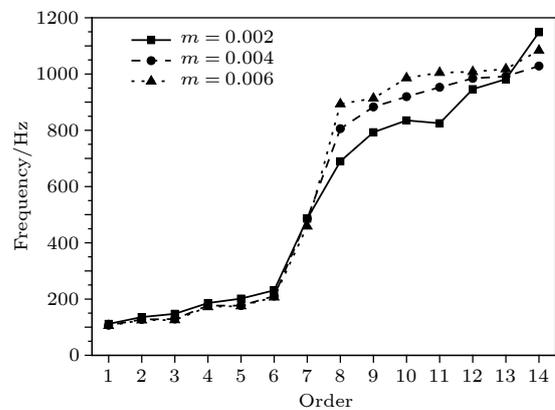


图 18 特征频率

Fig. 18. Eigen frequencies.

如图 17 所示, 压电片的偏心量对 300 Hz 以下的特征频率影响甚小, 这是因为 300 Hz 以下的共振模式表现为“弹簧-振子”模式, 由于膜的面积较大, 压电片的偏心量对“弹簧-振子”系统的等效刚度影响不大. 例如图 19 所示为  $m$  值不同时第五阶特征频率的模态图, 其振动表现为压电片带动周围一部分膜进行振动, 压电片的位置对其影响较小。

但是嵌入压电片的位置对 500 Hz 以上的特征频率影响较大. 从前文的分析可知, 500 Hz 以上的共振模式表现为薄膜的振动, 嵌入薄膜的压电片则会在一定程度上“分割”薄膜, 改变薄膜振动的位置与面积, 从而影响材料的特征频率。

从图 18 中也可以看到,  $m$  值改变对结构的第七阶特征频率影响很小. 这是由于第 7 阶特征频率是由压电片外接的 LC 电路所决定的, 与压电片的位置无关, 使得无论  $m$  值如何变化, 在 458 Hz 附

近总会出现隔声峰.

### 6.2 电路参数对隔声量的影响

对于一般的薄膜声学超材料而言,一旦其结构固定,其性能便也同时固定.但是本材料中加入了压电材料,可以通过改变外接电路的系数来调节材

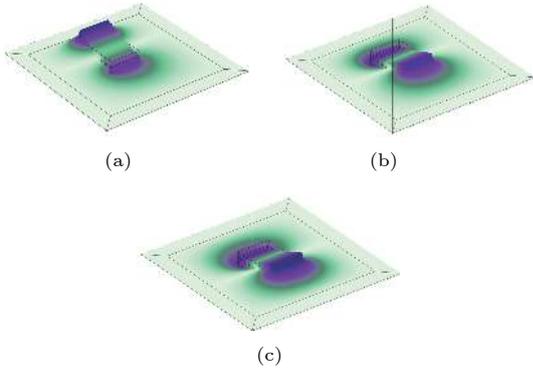


图 19 第五阶共振模态 (a)  $m = 0.002$  m; (b)  $m = 0.004$  m; (c)  $m = 0.006$  m  
Fig. 19. Fifth order vibration: (a)  $m = 0.002$  m; (b)  $m = 0.004$  m; (c)  $m = 0.006$  m.

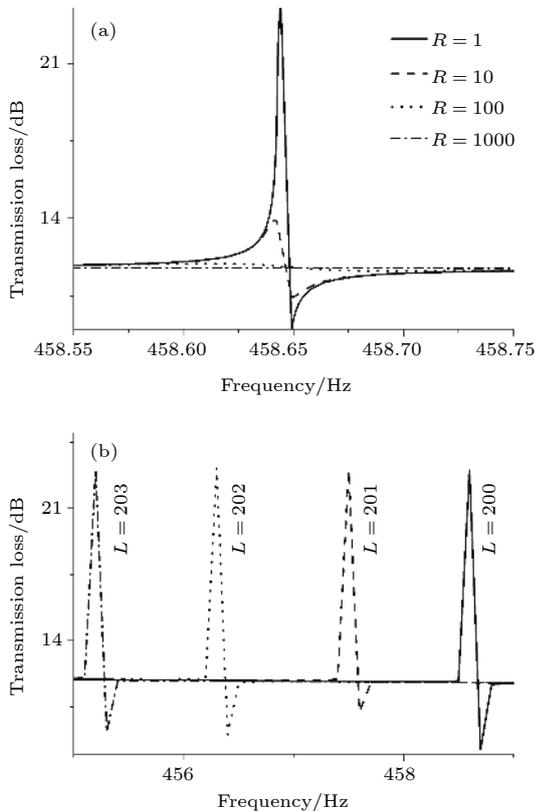


图 20 电路参数不同时隔声量的变化 (a) 不同电阻; (b) 不同电感  
Fig. 20. TL with different circuit parameters: (a) Different resistors; (b) different inductances.

料的性能,使其能够更好地满足需求.图 20(a)和图 20(b)分别为外接电阻为 1, 10, 100, 1000  $\Omega$  时与外接电感为 200, 201, 202, 203 H 时结构的隔声量.

从图 20(a)中可以看出,随着电阻的增大,隔声峰的峰值逐渐减小(此时设定  $L = 200$  H),而隔声峰的位置不发生改变.峰值减小的原因主要是电阻的增大使电磁振荡作用减弱.从图 20(b)中可以看出,随着电感增大(此时  $R = 1 \Omega$ ),隔声峰逐渐向低频移动.这是由于 LC 振荡电路的谐振频率  $f_r$  为

$$f_r = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1}{LC}}, \quad (19)$$

随着电感值的增大,谐振频率  $f_r$  逐渐变小.

## 7 结 论

本文设计了一种基于压电材料的薄膜声学超材料,得到结论如下:

- 1) 使用有限元方法计算了结构的特征频率与 20—1200 Hz 频段的隔声量,发现材料此频率范围内隔声性能良好,存在两个 50 dB 以上的隔声峰和一个可调隔声峰,并在实验中验证了有限元计算的真实性;
- 2) 建立了简化结构首阶共振模态等效模型,并且使用有限元法验证了其合理性;综合分析材料的传输损失曲线与共振模态,讨论了材料的隔声机理,并通过 Fano 共振理论解释了传输损失“突变”出现的机理;
- 3) 探究了压电片偏心量对结构性能的影响,通过调整电路参数,实现了材料性能的可调性.

## 参考文献

[1] Deng J H, Wang K, Chen G P 2008 *Acta Aeronaut. Astronaut. Sin.* **29** 1581 (in Chinese) [邓吉宏,王柯,陈国平 2008 *航空学报* **29** 1581]

[2] Bolton J S, Shiau N M, Kang Y 1996 *JSV* **191** 317

[3] Liu Z, Zhang X X, Chan C T, Sheng P 2000 *Science* **289** 1734

[4] Zhang S W, Wu J H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 134302 (in Chinese) [张思文,吴九汇 2013 *物理学报* **62** 134302]

[5] Zhang S, Guo S X, Yao H, Zhao J B, Jiang J N, He Z H 2018 *Piezoelectr. Acoustoopt.* **40** 754 (in Chinese) [张帅,郭书祥,姚宏,赵静波,蒋娟娜,贺子厚 2018 *压电与声光* **40** 754]

[6] Zhao T T, Lin S Y, Duan W L 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 224207 (in Chinese) [赵甜甜,林书玉,段祎林 2018 *物理学报* **67** 224207]

- [7] Wang S, Lin S Y 2019 *Acta Phys. Sin.* **68** 024303 (in Chinese) [王莎, 林书玉 2019 物理学报 **68** 024303]
- [8] Zhang Z F, Yu D L, Liu J W, Wen J H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 074301 (in Chinese) [张振方, 郁殿龙, 刘江伟, 温激鸿 2018 物理学报 **67** 074301]
- [9] Du C Y, Yu D L, Liu J W, Wen J H 2017 *Acta Phys. Sin.* **66** 140701 (in Chinese) [杜春阳, 郁殿龙, 刘江伟, 温激鸿 2017 物理学报 **66** 140701]
- [10] Mei J, Yang M, Yang Z Y, Chan N H, Shen P 2018 *Phys. Rev. Lett.* **101** 204301
- [11] Mei J, Ma G C, Yang M, Yang Z Y, Wen W J, Shen P 2012 *Nat. Commun.* **3** 756
- [12] Mei J, Ma G C, Yang M 2012 *Physics* **41** 425 (in Chinese) [梅军, 马冠聪, 杨旻 2012 物理 **41** 425]
- [13] Chen Y, Huang G, Zhou X, Hu G, Sun C 2014 *J. Acoust. Soc. Am.* **136** 969
- [14] Langfeldt F, Gleine W, von Estorff O 2015 *JSV* **349** 315
- [15] Zhang J L, Yao H, Du J, Zhao J B, Dong Y K, Qi P S 2016 *J. Synth. Cryst.* **45** 2549 (in Chinese) [张佳龙, 姚宏, 杜军, 赵静波, 董亚科, 祁鹏山 2016 人工晶体学报 **45** 2549]
- [16] Ye C, Su J L 2017 *Noise Vibr. Control* **37** 163 (in Chinese) [叶超, 苏继龙 2017 噪声与振动控制 **37** 163]
- [17] Zhou Y, Wu W G, Wen Y F 2017 *Tech. Acoust.* **36** 297 (in Chinese) [周榕, 吴卫国, 闻轶凡 2017 声学技术 **36** 297]
- [18] Xing T, Li X H, Gai X L, Zhang B, Xie P 2016 *Tech. Acoust.* **35** 2 (in Chinese) [邢拓, 李贤徽, 盖晓玲, 张斌, 谢鹏 2016 声学技术 **35** 2]
- [19] Zhang Y, Wen J 2012 *JASA* **131** 3372
- [20] Preumont A 2011 *Vibration Control of Active Structures* (Berlin: Springer) pp21–59
- [21] Chen S B, Wen J H, Yu D L, Wang G, Wen X 2011 *Chin. Phys. B* **20** 014301
- [22] Zhang H, Wen J, Xiao Y, Wang G, Wen X 2015 *JSV* **343** 104
- [23] Dong Y K, Yao H, Du J, Zhao J B, Jiang J L 2018 *Piezoelectr. Acoustoopt.* **40** 860 (in Chinese) [董亚科, 姚宏, 杜军, 赵静波, 姜久龙 2018 压电与声光 **40** 860]
- [24] Liao T, Sun X W, Song T, Tian J H, Kang T F, Sun W B 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 214208 (in Chinese) [廖涛, 孙小伟, 宋婷, 田俊红, 康太凤, 孙伟彬 2018 物理学报 **67** 214208]
- [25] Sun W H, Zhang C Q, Jü G L, Pan J W 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 194303 (in Chinese) [孙炜海, 张超群, 鞠桂玲, 潘晶雯 2018 物理学报 **67** 194303]
- [26] Yubao S, Leping F, Jihong W, Dianlong Y, Xisen W 2015 *Phys. Lett. A* **379** 1449
- [27] Chen S B 2014 *Ph. D. Dissertation* (Changsha: National University of Defense Technology)(in Chinese) [陈圣兵 2014 博士学位论文(长沙: 国防科技大学)]
- [28] Wang C H, Zhao Z Y 1981 *Acta Acust.* **4** 263 (in Chinese) [汪承灏, 赵哲英 1981 声学学报 **4** 263]
- [29] He Z H, Zhao J B, Yao H, Jiang J N, Zhang S 2019 *Piezoelectr. Acoustoopt.* **41** 40 (in Chinese) [贺子厚, 赵静波, 姚宏, 蒋娟娜, 张帅 2019 压电与声光 **41** 40]
- [30] Fano U 1961 *Phys. Rev.* **124** 1866
- [31] Pan T T, Cao W, Deng C S, Wang M, Xia W, Hao H 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 157301 (in Chinese) [潘庭婷, 曹文, 邓彩松, 王鸣, 夏巍, 郝辉 2018 物理学报 **67** 157301]
- [32] Mikhail F, Mikhail V, Alexander N, Yuri S 2017 *Nat. Photon.* **11** 543

# Sound insulation performance of thin-film acoustic metamaterials based on piezoelectric materials\*

He Zi-Hou<sup>1)</sup> Zhao Jing-Bo<sup>2)†</sup> Yao Hong<sup>2)</sup> Jiang Juan-Na<sup>2)</sup> Chen Xin<sup>2)</sup>

1) (*Graduate School, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*)

2) (*Department of Basic, Air Force Engineering University, Xi'an 710051, China*)

(Received 25 February 2019; revised manuscript received 2 April 2019)

## Abstract

Aiming at the isolation of low-frequency sound, a kind of thin-film acoustic metamaterials designed and obtained by implanting PZT into thin film. The finite element method (FEM) of the structure is built, and 1<sup>st</sup>–14<sup>th</sup> order eigenfrequencies and transmission loss between 20–1200 Hz are calculated. The reliability of finite element calculation is verified experimentally and the existence of adjustable sound insulation peak is monitored in the experiment. The results show that the acoustic metamaterial has good sound insulation performance in a frequency range between 20 and 1200 Hz, and has two sound insulation peaks of more than 50 dB, and there is a sound insulation peak which can be changed by adjusting the parameters of the outer circuit. By analyzing the first resonance mode of simple structure and building its equivalent model, the effect of structural parameter on the sound insulation performance of thin film acoustic metamaterial is investigated theoretically, and the rationality of the equivalent model is verified by the finite element calculation. The sound insulation mechanism of the structure is further illustrated by taking into consideration the eigenfrequencies, transmission loss curve and vibration mode diagrams at various frequencies. It is found that at the resonance frequency, the flapping motion of the film will cause the sound wave in the subsequent propagation to cancel the interference, therefore realizing the attenuation of the sound wave. Based on Fano resonance theory, the reasons for the different characteristics of transmission loss curves at different resonance points are investigated. The PZT and outer circuit can form a LC oscillator. At the resonant frequency of the oscillator, the vibration of the piezoelectric material can absorb the energy of sound wave to cause a sound insulation peak. The resonant frequency of the circuit can be adjusted by changing the parameters of the outer circuit, thereby realizing the adjustability of the sound insulation performance. The influence of eccentricity of piezoelectric mass block on sound insulation performance of material is explored, proving that the sound insulation performance can be further optimized by improving structure. And through the finite element calculation, it is proved that the sound insulation performance of material is adjustable by changing the parameters of the outer circuit. The results provide a theoretical reference for designing the thin film acoustic metamaterials.

**Keywords:** piezoelectric materials, thin film acoustic metamaterials, finite element method

**PACS:** 43.20.+g, 43.40.+s, 43.60.+d, 63.20.-e

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190245

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11504429).

† Corresponding author. E-mail: [chjzjb@163.com](mailto:chjzjb@163.com)