

**不同磁场构型下Richtmyer–Meshkov不稳定性的数值研究及动态模态分解**

董国丹 郭则庆 秦建华 张焕好 姜孝海 陈志华 沙莎

**Numerical investigations of Richtmyer–Meshkov instability in different magnetic field configurations and the corresponding dynamic mode decomposition**

Dong Guo-Dan Guo Ze-Qing Qin Jian-Hua Zhang Huan-Hao Jiang Xiao-Hai Chen Zhi-Hua Sha Sha

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 165201 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190410

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190410>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

**Articles you may be interested in**

爆轰驱动Cu界面的Richtmyer–Meshkov扰动增长稳定性

Stability analysis of interfacial Richtmyer–Meshkov flow of explosion–driven copper interface

物理学报. 2017, 66(20): 204701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.204701>

爆轰加载下弹塑性固体Richtmyer–Meshkov流动的扰动增长规律

A growth study of the Richtmyer–Meshkov flow in the elastoplastic solids under explosive loading

物理学报. 2017, 66(7): 074701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.074701>

黏性各向异性磁流体Kelvin–Helmholtz不稳定性: 二维数值研究

Kelvin–Helmholtz instability in anisotropic viscous magnetized fluid

物理学报. 2019, 68(3): 035201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181747>

黏性流体中超细长弹性杆的动力学不稳定性

Dynamic instability of super–long elastic rod in viscous fluid

物理学报. 2017, 66(9): 094501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.094501>

磁控条件下激波冲击三角形气柱过程的数值研究

Numerical investigations of interactions between shock waves and triangular cylinders in magnetic field

物理学报. 2018, 67(20): 204701 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181127>

声场中空化气泡的耦合振动及形状不稳定性的研究

Coupled oscillation and shape instability of bubbles in acoustic field

物理学报. 2018, 67(3): 034301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171573>

# 不同磁场构型下 Richtmyer-Meshkov 不稳定性的数值研究及动态模态分解\*

董国丹<sup>1)</sup> 郭则庆<sup>1)</sup> 秦建华<sup>1)</sup> 张焕好<sup>1)†</sup> 姜孝海<sup>2)</sup> 陈志华<sup>1)</sup> 沙莎<sup>3)</sup>

1) (南京理工大学, 瞬态物理国家重点实验室, 南京 210094)

2) (City College of New York, The City University of New York, New York 10031, USA)

3) (北京电子工程总体研究所, 北京 100854)

(2019年3月22日收到; 2019年5月22日收到修改稿)

基于磁流体动力学, 本文通过数值模拟对不同磁场构型下轻质气柱界面 Richtmyer-Meshkov 不稳定性的演化过程进行了研究. 结果显示: 磁场对波系演化影响甚微, 但能抑制界面不稳定性发展, 且横向磁场抑制效果更好. 无磁场时, 界面形成涡串, SF<sub>6</sub> 射流穿过下游界面; 有磁场时, 界面光滑无涡串. 其中, 横向磁场下界面更光滑, SF<sub>6</sub> 射流不再穿过界面. 此外, 由于 Richtmyer-Meshkov 不稳定性的作用, 磁力线在气柱界面发生扭曲, 且上游界面处磁力线扭曲程度更大, 产生强洛伦兹力, 使涡量分层明显; 下游界面处, 纵向磁场产生的洛伦兹力较横向磁场更小, 涡层之间相互干扰. 最后, 本文将动态模态分解用于界面不稳定性研究, 发现: 磁场作用下界面仍存在小涡, 且纵向磁场下扰动更多. 第一模态的稳定涡结构能反映主要流场信息, 第二到第四模态下的小涡频率依次增加, 且无磁场、纵向和横向磁场的同一模态下, 小涡频率依次减小. 因而磁场能抑制小涡频率, 且横向磁场抑制效果更好.

**关键词:** Richtmyer-Meshkov 不稳定性, 磁流体动力学, 动态模态分解, 轻质气柱

**PACS:** 52.57.Fg, 52.30.Cv, 02.70.Hm, 47.40.Nm

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190410

## 1 引言

激波经过流体分界面, 诱导界面微弱扰动从线性发展为非线性的现象被称为 Richtmyer-Meshkov (R-M) 不稳定性<sup>[1,2]</sup>. 界面两侧在 R-M 不稳定性的作用下产生剪切速度差, 诱导 Kelvin-Helmholtz (K-H) 不稳定性出现. 在超燃冲压发动、惯性约束核聚变、天体物理、航空航天等领域, R-M 和 K-H 不稳定性作用于流体分界面, 诱导界面卷起失稳并最终湍流转捩. 其中, 在超燃冲压发动机中, R-M 不稳定性促进燃料充分燃烧; 而在惯性约束核聚变中, 外壳燃料形成的等离子体会受到 R-M 和 K-H

不稳定性的作用, 进而阻碍聚变反应的产生<sup>[3]</sup>. 且这些领域中流体会被电离, 受到磁场的影响. 基于此, 本文对磁流体动力学 (magnetohydrodynamic, MHD) 中 R-M 不稳定性的发展进行研究.

人们已经对无磁场情况下界面 R-M 不稳定性进行了大量的实验研究、理论分析和数值模拟. Haas 和 Sturtevant<sup>[4]</sup> 用塑料薄膜形成气泡, 采用阴影摄像技术对气泡变形进行过程捕捉, 发现入射激波经过轻质 (重质) 气泡后发散 (聚焦). 但因实验技术的限制, 他们的实验不能得到较好的定量分析结果, 且塑料薄膜形成的气泡会对实验结果有影响. Layes 等<sup>[5,6]</sup> 采用多重曝光阴影技术, 对不同激波强度下不同介质 (He, N<sub>2</sub>, Kr) 球形气柱变形过

\* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 11702005) 和中央高校基本科研业务费专项资金资助 (批准号: 30919011260).

† 通信作者. E-mail: zhanghuanhao@njust.edu.cn

程进行了研究,并定量分析了界面运动,结果表明气柱界面运动速度在发展后期基本保持不变.同样因实验技术所限,他们的实验结果并不能清晰地反映复杂波系演化过程. Picone 和 Boris<sup>[7]</sup> 利用数值算法对激波冲击气柱导致其变形的过程进行了更加完整细致的研究. 近年来, Zhai 等<sup>[8]</sup> 和 Luo 等<sup>[9]</sup> 采用肥皂泡膜技术直接形成气泡,排除了塑料薄膜对实验结果的影响. 结合高速摄像技术,他们对激波与各种形状(三角形、四边形、菱形)气柱相互作用的复杂过程进行了大量的实验研究,分析了波系演化过程及相界面失稳机理,并对界面运动和波系发展进行了定量分析. 沙莎等<sup>[10, 11]</sup> 对 R22 气柱和三维 SF<sub>6</sub> 气泡进行的数值研究表明,复杂波系在气柱内部聚焦并诱导射流. Ding 等<sup>[12]</sup> 成功设计了二维气柱界面不稳定性研究实验,对二维轻质气柱界面失稳机理、波系演化过程进行了定性和定量研究,发现二维和三维界面不稳定发展的区别较大.

此外, R-M 不稳定性多存在于高能物理和天体物理中. 流体在这些领域中多以等离子体状态存在,易受磁场的影响. 通过数值算法求解理想 MHD 方程组, Samtaney<sup>[13]</sup> 和 Wheatley 等<sup>[14]</sup> 研究了斜平面连续间断面 (oblique planar contact discontinuity) R-M 不稳定性. 在他们的研究中,平面激波自轻质流体进入重质流体,磁场方向垂直于波阵面,即纵向磁场构型. 研究表明,通过干扰激波在接触间断面 (contact discontinuity) 上的折射过程,在磁场的作用下,折射激波出现分支,产生慢磁声波和中强度磁声波 (slow and intermedia magnetosonic shocks),因此涡量沿着 Afvén 波分布,而不再沉积于界面,最终磁场抑制了界面不稳定性的发展. 同时, Wheatley 等<sup>[15]</sup> 基于理想不可压 MHD,对纵向磁场构型下,正弦扰动界面增长进行了理论推导. 他们发现在线性发展阶段,界面扰动不受磁场影响,但是在界面扰动发展后期,磁场抑制界面不稳定性发展. 同样通过理论推导, Cao 等<sup>[16]</sup> 的研究表明,剪切效应加速界面失稳,磁效应抑制 R-M 不稳定性的发展,其中洛伦兹力是磁效应抑制 R-M 不稳定的主要机理. 但 Wheatley 等<sup>[15]</sup> 和 Cao 等<sup>[16]</sup> 的单模扰动界面形状过于简单,在工程 and 实际研究中气柱界面更复杂,且多形成封闭气柱. 董国丹等<sup>[17]</sup> 对纵向磁场作用下封闭三角形气柱 R-M 不稳定性进行了研究,发现在纵向磁场作用下,界面不稳定小涡序列消失,不稳定性得

到抑制. 此研究虽然考虑了封闭气柱,但三角形气柱界面与入射激波作用过程中入射激波角不变,波系演化过程相对简单. 而入射激波冲击封闭圆形气柱的过程中入射激波角不断变化,流场信息更加复杂且更具代表性. 再者,为优化磁控效果,不同磁场构型下气柱界面不稳定性的机理研究十分必要. Sano 等<sup>[18, 19]</sup> 发现 R-M 不稳定性会放大磁场,且放大后的磁场能抑制 R-M 不稳定性的发展.

动态模态分解 (dynamic mode decomposition, DMD) 技术能从复杂的流体现象分解出具有代表性的时空特征拟序结构 (coherent structure),因而在对复杂流体现象分析、预测、控制等方面具有十分重要的作用<sup>[20]</sup>. Schmid 等<sup>[21, 22]</sup> 详细介绍了 DMD 算法,证明其在多维数据处理方面有巨大的应用前景,并首次将 DMD 用于方腔流和射流的研究. 此外, DMD 还可用于分析非线性系统<sup>[23]</sup>. Rowley 等<sup>[24]</sup> 证明了 DMD 与 Koopman 算子关系密切,并基于 DMD 对三维非线性复杂射流现象进行了研究. 近年来 DMD 技术不断发展,并被用于对复杂流体现象的分析. 本文将 DMD 用于界面不稳定性的研究.

实验中要生成稳定的轻质气柱相对困难,且国内外关于磁场作用下 R-M 不稳定性的实验研究仍未成功,因此,通过数值模拟研究磁场对界面不稳定性的作用具有重要的意义. 此外,数值模拟求解 MHD 方程组时,分裂格式算法不能保证每一步计算中磁场的散度都为零,因此需要更高阶的通量重构算法和非分裂多维积分算子<sup>[17]</sup>. 本文采用分段抛物线法 (piecewise parabolic method) 对守恒量进行三阶重构,以得到具有二阶精度的 Godunov 通量<sup>[25]</sup>. 另外,为了保证磁场散度为零,采用 CTU+CT (corner transport upwind + constrain transport) 算子进行多维积分<sup>[26-28]</sup>. 本文基于理想 MHD,结合 DMD 技术对无磁场、横向和纵向磁场构型下,激波冲击封闭轻质圆形气柱 (97%N<sub>2</sub>+3% SF<sub>6</sub>) 的过程进行研究,分析讨论磁场构型对界面不稳定性的作用,为实验研究和实际应用提供参考.

## 2 数值计算方法和模型

不考虑欧姆耗散、热传导、霍尔效应及双极扩散效应,即基于理想 MHD 方程组,本文对磁场作

用下轻质圆形气柱的界面不稳定性发展进行研究. 守恒形式的理想 MHD 方程组如下:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \rho \mathbf{v} \mathbf{v} - \frac{\mathbf{B} \mathbf{B}}{\mu_0} \right) + \nabla \left( P + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{2\mu_0} \right) = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot \left( \left( E + P + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{2\mu_0} \right) \mathbf{v} - \frac{\mathbf{B} (\mathbf{B} \times \mathbf{v})}{\mu_0} \right) = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}), \quad (4)$$

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{P}}{(\gamma - 1)} + \frac{\rho (\mathbf{v} \cdot \mathbf{v})}{2} + \frac{\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}}{2}, \quad (5)$$

其中  $\rho$  为密度,  $\mathbf{v}$  为速度,  $\mathbf{B}$  为磁感应强度,  $P$  为压强,  $E$  为总能,  $\gamma$  为比热比,  $\mu_0$  为磁导率.

计算模型如图 1 所示, 计算域为 200 mm × 80 mm, 上下及右边界均为固壁. 初始时刻, 平面入射激波 IS 自左边界向右运动, 撞击轻质气柱 (97%N<sub>2</sub>+3% SF<sub>6</sub>). 磁场强度均为 0.01 T,  $B_1$  为纵向磁场构型, 即磁场方向沿着  $x$  轴;  $B_2$  为横向磁场构型, 即沿着  $y$  轴. 气柱直径初始  $D_0 = 35$  mm, 其中心距左边界 30 mm, 外流场充满 SF<sub>6</sub> 气体, 来流马赫数  $Ma = 1.29$ , 气柱内外温度  $T_0 = 293.15$  K, 气柱内外压强  $P = 1$  atm (1 atm = 101325 Pa), 在求解理想 MHD 方程组时, 各气体的磁导率均取真空磁导率  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$  N · A<sup>-2</sup>. 其他气体参数如表 1 所示.

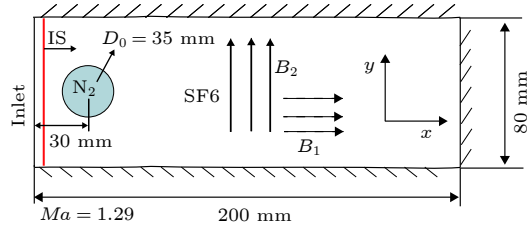


图 1 计算模型图  
Fig. 1. Computational model.

表 1 气体参数表  
Table 1. Gas parameters.

气体	密度 $\rho / (\text{kg} \cdot \text{m}^{-3})$	比热比 $\gamma$	当地音速 $a / (\text{m} \cdot \text{s}^{-1})$	相对分子质量 $/ (\text{g} \cdot \text{mol}^{-1})$
SF <sub>6</sub>	6.06	1.09	134.89	146.00
97%N <sub>2</sub> +3% SF <sub>6</sub>	1.31	1.36	324.71	31.54

### 3 结果与讨论

#### 3.1 网格无关性和算例验证

图 2(a)–(c) 为不同网格数下密度纹影图, 图 2(d) 为不同网格数下沿图中蓝色虚线的密度比. 由图 2 可知, 随着网格数的增加, 本文数值结果能清晰地反映复杂波系和界面次级涡, 且计算结果逐渐收敛. 因此本文选取 2000 × 800 的网格数进行计算.

图 3 为激波与轻质气柱相互作用过程中实验<sup>[12]</sup> (上) 与本文数值 (下) 结果的对比. 由图 3 可见, 本文算法能准确地反映波系的演化过程、界面和不稳定涡序列的发展. 且界面发展后期, 马赫杆处的滑

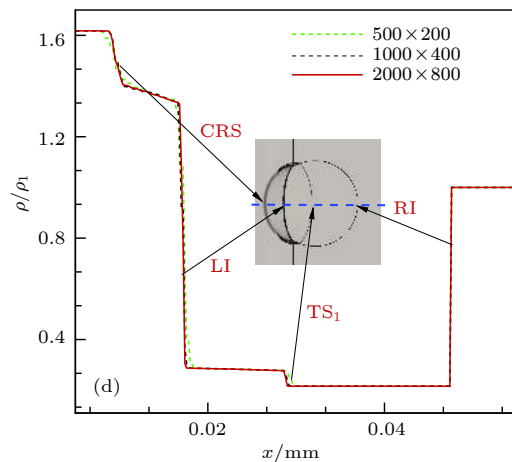
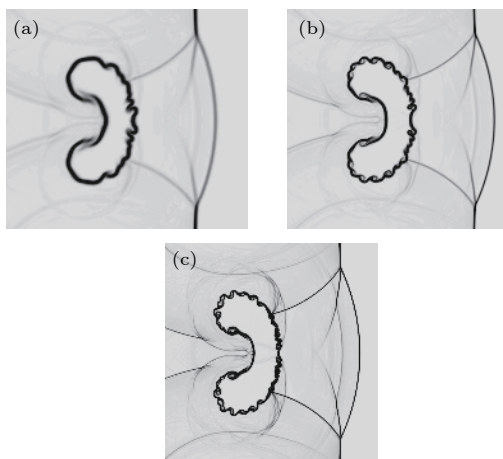


图 2 网格无关性验证 (a) 500 × 200; (b) 1000 × 400; (c) 2000 × 800; (d) 密度界面网格收敛性验证.  $\rho/\rho_1$  为沿气柱对称轴密度比, 其中  $\rho$  是流体密度,  $\rho_1$  是 SF<sub>6</sub> 气体密度; CRS: 弧形反射激波; LI: 气柱左边界; TS<sub>1</sub>: 透射激波; RI: 气柱右边界

Fig. 2. Grid convergence validation: (a) 500 × 200; (b) 1000 × 400; (c) 2000 × 800; (d) convergence of density profile.  $\rho/\rho_1$  is the ratio of fluid density to SF<sub>6</sub> density. CRS: curved reflected shock; LI: cylinder's left interface; TS<sub>1</sub>: transmitted shock; RI: cylinder's right interface.



移线 SL(同图 4(e)) 仍清晰可见.

### 3.2 无磁场时激波与气柱的相互作用

图 4 是无磁场时, 激波与轻质气柱 (97%N<sub>2</sub>+3% SF<sub>6</sub>) 相互作用过程的密度纹影图. 入射激波 IS 经过轻质界面, 在气柱内产生向下游传播的透射激波 TS<sub>1</sub> 经过轻质界面, 在气柱内产生向下游传播的透

射激波 TS<sub>1</sub>, 在气柱外产生向上游传播的膨胀波 RRW 和弧形反射激波 CRS, 形成第一个透射-反射激波结构 (TS<sub>1</sub> - CRS); 同时由于轻质气柱声阻抗小, TS<sub>1</sub> 向气柱外折射出自由前导激波 FPS, 如图 4(a) 所示. 紧接着 IS 与 FPS 发生马赫反射, 形成马赫杆 MS 和三波点 TP, 且发展后期马赫杆处

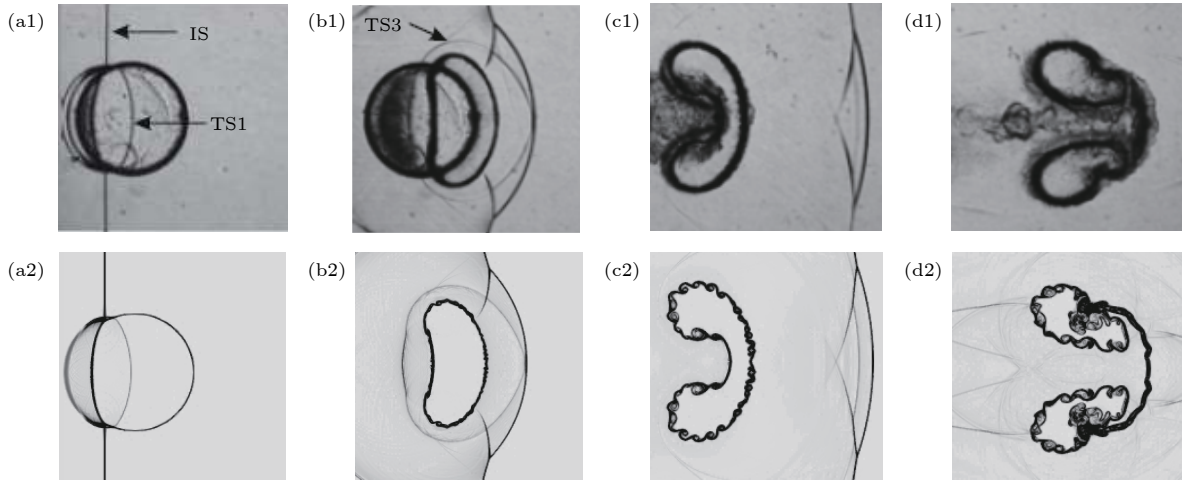


图 3 激波与 N<sub>2</sub> 气柱相互作用过程实验<sup>[12]</sup>(上)与本文数值(下)密度纹影图的对比 (IS: 入射激波; TS<sub>1</sub>: 透射激波; TS<sub>3</sub>: 三次透射激波) (a1)  $t = 120 \mu\text{s}$ ; (a2)  $t = 120 \mu\text{s}$ ; (b1)  $t = 280 \mu\text{s}$ ; (b2)  $t = 280 \mu\text{s}$ ; (c1)  $t = 580 \mu\text{s}$ ; (c2)  $t = 580 \mu\text{s}$ ; (d1)  $t = 1100 \mu\text{s}$ ; (d2)  $t = 1100 \mu\text{s}$

Fig. 3. The comparison of experimental and numerical density schlieren images during the interaction between the incident shock wave and the N<sub>2</sub> cylinder (IS: incident shock; TS<sub>1</sub>: transmitted shock; TS<sub>3</sub>: third transmitted shock): (a1)  $t = 120 \mu\text{s}$ ; (a2)  $t = 120 \mu\text{s}$ ; (b1)  $t = 280 \mu\text{s}$ ; (b2)  $t = 280 \mu\text{s}$ ; (c1)  $t = 580 \mu\text{s}$ ; (c2)  $t = 580 \mu\text{s}$ ; (d1)  $t = 1100 \mu\text{s}$ ; (d2)  $t = 1100 \mu\text{s}$ .

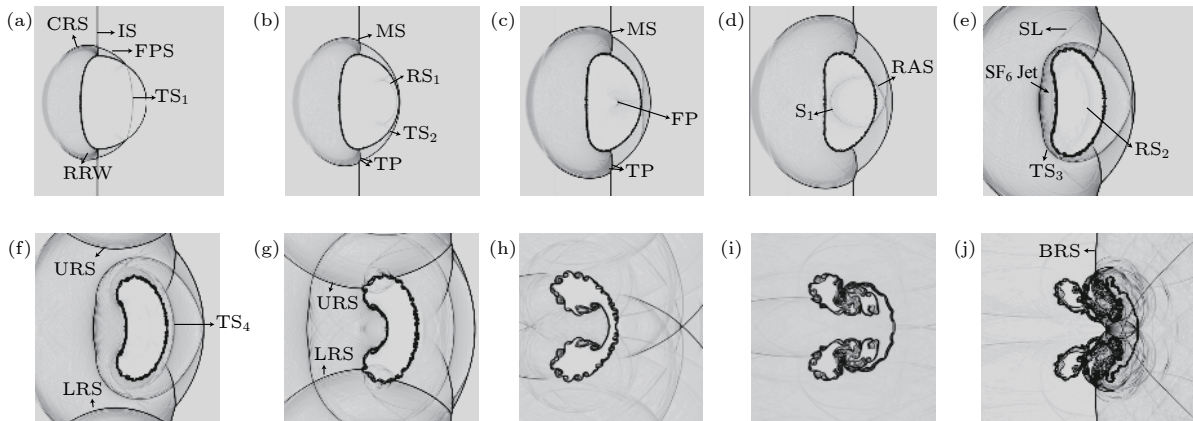


图 4 无磁场时激波与 N<sub>2</sub> 气柱作用过程中的密度纹影图 (IS: 入射激波; TS<sub>1</sub>: 透射激波; CRS: 弧形反射激波; RRW: 反射稀疏波; FPS: 自由前导激波; TS<sub>2</sub>: 二次透射激波; RS<sub>1</sub>: 反射激波; MS: 马赫杆; TP: 三波点; FP: 聚焦点; S<sub>1</sub>: 激波 1; RAS: 折射激波; TS<sub>3</sub>: 三次透射激波; RS<sub>2</sub>: 二次反射激波; TS<sub>4</sub>: 四次透射激波; URS: 上壁面反射激波; LRS: 下壁面反射激波; BRS: 尾壁反射激波; SL: 滑移线) (a)  $t = 160 \mu\text{s}$ ; (b)  $t = 180 \mu\text{s}$ ; (c)  $t = 210 \mu\text{s}$ ; (d)  $t = 240 \mu\text{s}$ ; (e)  $t = 290 \mu\text{s}$ ; (f)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (g)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (h)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (i)  $t = 1200 \mu\text{s}$ ; (j)  $t = 1650 \mu\text{s}$

Fig. 4. The density schlieren image sequences during the interaction between the incident shock and N<sub>2</sub> cylinder in the absence of magnetic fields (IS: incident shock; TS<sub>1</sub>: transmitted shock; CRS: curved reflected shock; RRW: reflected rarefaction shock; FPS: free precursor shock; TS<sub>2</sub>: second transmitted shock; RS<sub>1</sub>: reflected shock; MS: Mach stem; TP: triple point; FP: focus point; S<sub>1</sub>: shock 1; RAS: refracted shock; TS<sub>3</sub>: third transmitted shock; RS<sub>2</sub>: second reflected shock; TS<sub>4</sub>: fourth transmitted shock; URS: upper wall reflected shock; LRS: lower wall reflected shock; BRS: back wall reflected shock; SL: slip line): (a)  $t = 160 \mu\text{s}$ ; (b)  $t = 180 \mu\text{s}$ ; (c)  $t = 210 \mu\text{s}$ ; (d)  $t = 240 \mu\text{s}$ ; (e)  $t = 290 \mu\text{s}$ ; (f)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (g)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (h)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (i)  $t = 1200 \mu\text{s}$ ; (j)  $t = 1650 \mu\text{s}$ .

的滑移线 SL(图 4(e)) 仍可见. 当  $TS_1$  运动到下游界面时, 其向气柱内外分别传播出二次透射激波  $TS_2$  和反射激波  $RS_1$ , 形成第二个透射-反射激波结构 ( $TS_2$ - $RS_1$ ), 此时  $TS_2$  与 FPS 合并 (图 4(b)). 随着  $RS_1$  向上游传播, 其于  $t = 210 \mu\text{s}$  在 FP 点聚焦 (图 4(c)), 聚焦点压力随后迅速向外膨胀, 产生激波  $S_1$ ,  $S_1$  向下游界面折射出激波 RAS, 此时界面在复杂波系的作用下开始出现微弱扰动. 当  $S_1$  运动到上游界面 (图 4(e)) 时, 第三个透射-反射激波结构 ( $TS_3$ - $RS_2$ ) 形成,  $SF_6$  射流 ( $SF_6$  Jet) 开始出现, 界面扰动增加.

$t = 330 \mu\text{s}$  时 (图 4(f)),  $RS_2$  穿过下游界面产生 4 次透射激波  $TS_4$ , 同时来自上下壁面的反射激波 URS、LRS 向气柱中心运动, 界面扰动剧烈并逐渐开始卷起失稳, 如图 4(f) 所示. URS 和 LRS 于  $t = 430 \mu\text{s}$  再次冲击气柱, 加速界面失稳,  $SF_6$  射流两侧开始卷起. 随后气柱界面不断卷起形成一系列小涡不稳定序列,  $SF_6$  射流两侧形成两对主涡, 如图 4(i) 所示.  $t = 1200 \mu\text{s}$  时,  $SF_6$  射流穿过下游界面, 其两侧的两对主涡不断发展加速气柱内外气体混合, 气柱发展成为双耳形. 在来自尾壁的反射激波 BRS 冲击气柱, 大量不稳定涡串出现, 气柱湍流混合剧烈, 如图 4(j) 所示.

### 3.3 磁场作用下激波与气柱的相互作用

图 5 为纵向 (上) 和横向磁场 (下) 构型下, 激波与气柱相互作用过程中的密度纹影图. 由图 5 可

知, 激波与界面相互作用时复杂波系的演化过程与无磁场时 (图 4) 一样, 即多次透射-反射结构、马赫反射、壁面反射等复杂波系结构仍出现, 且出现时间一致. 这表明磁场对 R-M 不稳定性发展过程中复杂波系的演化没有太大的影响. 此外在两种磁场作用下, 界面不稳定小涡序列均明显减少,  $SF_6$  射流上下两侧的涡对消失, 气柱界面变得光滑. 但在纵向磁场构型下, 下游界面中心处从  $290 \mu\text{s}$  开始出现少许扰动 (图 4(a1)), 该扰动不断增长并在  $430 \mu\text{s}$  形成明显的扰动序列 (图 4(a4)). 且后期气柱内部因  $SF_6$  射流仍能穿过下游界面而出现少许扰动, 发展后期界面仍呈双耳形. 横向磁场构型下,  $SF_6$  射流不能穿过下游界面, 界面十分光滑, 小涡序列完全消失, 后期气柱不再呈双耳形. 由以上分析可知, 两种磁场构型均能抑制界面不稳定性的发展, 且横向磁场抑制效果更好.

### 3.4 磁场对界面涡量及特征尺寸的作用

流场在激波扰动下产生速度, 图 6(a1)、(a2) 中红色实线表示流线, 蓝色实线表示磁力线. 沿同一水平线段 A, 洛伦兹力  $x$  和  $y$  方向分量  $F_x$  和  $F_y$  的具体数值如图 6(d1)、(d2) 所示. 纵向磁场构型下 (图 6 第一行), 磁力线与流线夹角小; 而横向磁场构型下 (图 6 第二行), 磁感线与流线几乎垂直. 在 R-M 不稳定性的作用下, 两种磁场构型的磁力线在气柱界面均发生扭曲, 且上游界面处磁场线扭曲程度更大 (图 6(a1)、(a2)). 磁力线扭曲程度较

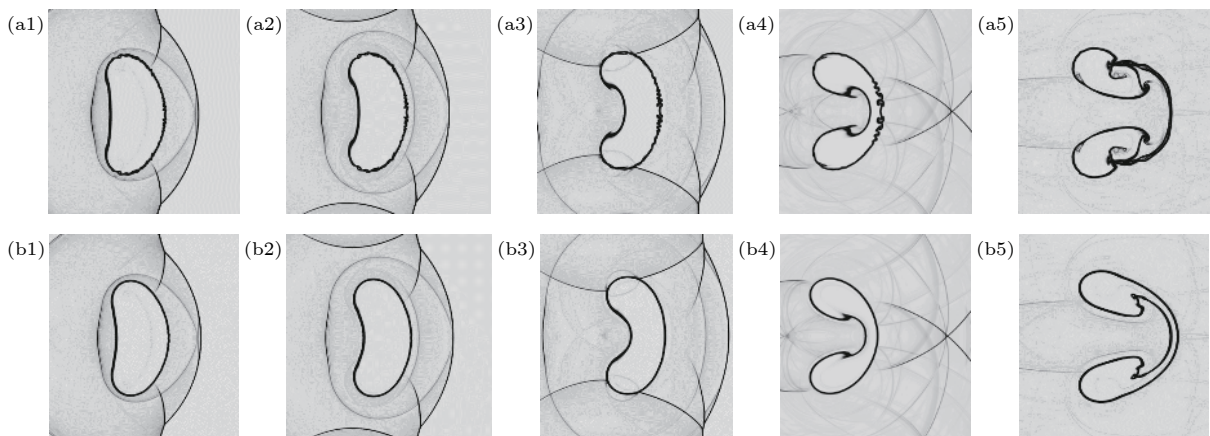


图 5 纵向  $B1$ (上) 和横向  $B2$ (下) 磁场构型下, 激波与  $N_2$  气柱相互作用过程的密度纹影图 (a1) $t = 290 \mu\text{s}$ ; (b1)  $t = 290 \mu\text{s}$ ; (a2)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (b2)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (a3)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (b3)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (a4)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (b4)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (a5)  $t = 1200 \mu\text{s}$ ; (b5)  $t = 1200 \mu\text{s}$

Fig. 5. The density schlieren image sequences during the interaction between the incident shock and  $N_2$  cylinder in the presence of the longitudinal  $B1$  (upper) and transverse  $B2$  (lower) magnetic fields: (a1) $t = 290 \mu\text{s}$ ; (b1)  $t = 290 \mu\text{s}$ ; (a2)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (b2)  $t = 330 \mu\text{s}$ ; (a3)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (b3)  $t = 430 \mu\text{s}$ ; (a4)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (b4)  $t = 700 \mu\text{s}$ ; (a5)  $t = 1200 \mu\text{s}$ ; (b5)  $t = 1200 \mu\text{s}$ .

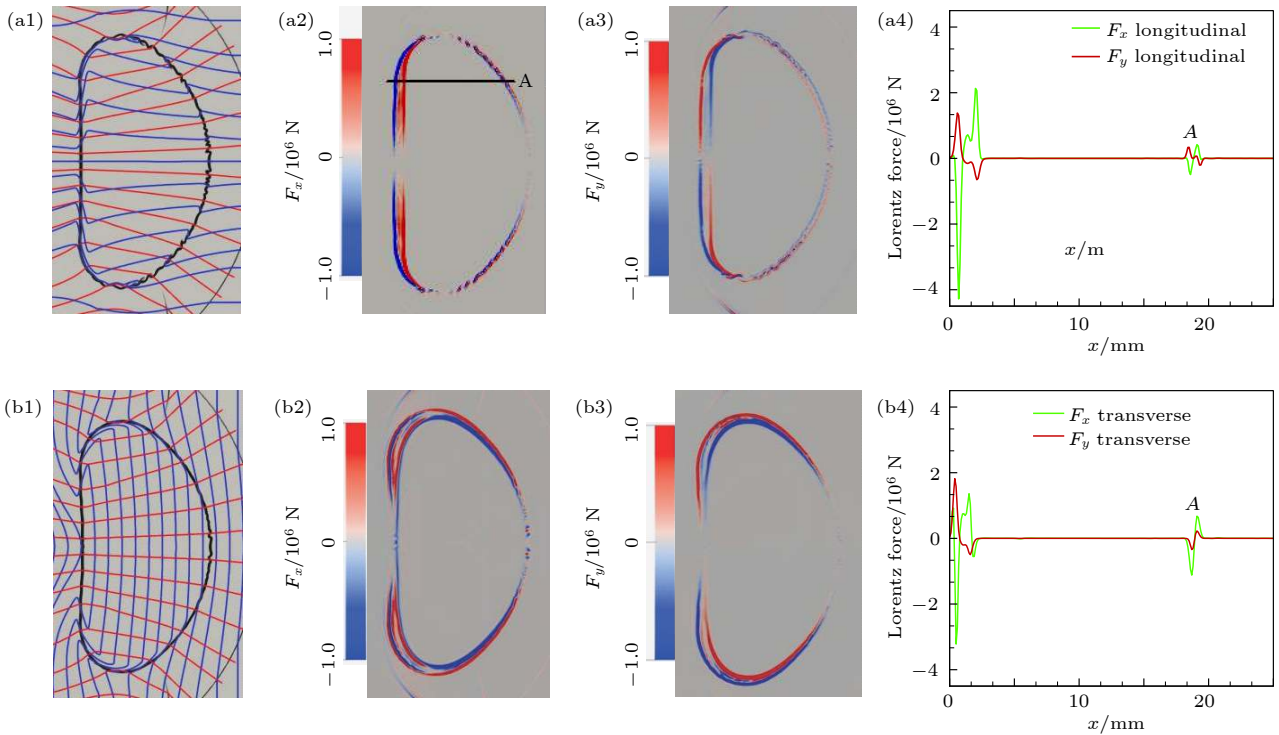


图 6  $t = 200 \mu\text{s}$  时, 纵向和横向磁场构型的结果 (a1) 纵向磁场的磁力线 (蓝色) 与流线 (红色) 图, 其中背景为密度纹影图; (b1) 横向磁场的磁力线 (蓝色) 与流线 (红色) 图, 其中背景为密度纹影图; (a2) 纵向磁场  $x$  方向的洛伦兹力  $F_x$  分布云图; (b2) 横向磁场  $x$  方向的洛伦兹力  $F_x$  分布云图; (a3) 纵向磁场  $y$  方向洛伦兹力  $F_y$  分布云图; (b3) 横向磁场  $y$  方向洛伦兹力  $F_y$  分布云图; (a4) 纵向磁场沿线段  $A$  (图 (a2) 中黑色线段所示)  $x$  和  $y$  方向洛伦兹力定量图; (b4) 横向磁场沿线段  $A$  (图 (a2) 中黑色线段所示)  $x$  和  $y$  方向洛伦兹力定量图. 其中线段  $A$  两端点分别为  $(0, 0.01)$ ,  $(0.025, 0.01)$

Fig. 6. Results from longitudinal and transverse magnetic fields at  $t = 200 \mu\text{s}$ : (a1) longitudinal magnetic field lines (blue) and streamlines (red), the background are density schlieren images; (b1) transverse magnetic field lines (blue) and streamlines (red), the background are density schlieren images; (a2) Lorentz forces distribution of longitudinal magnetic field in  $x$  direction,  $F_x$ ; (b2) Lorentz forces distribution of transverse magnetic field in  $x$  direction,  $F_x$ ; (a3) Lorentz forces distribution of longitudinal magnetic field in  $y$  direction,  $F_y$ ; (b3) Lorentz forces distribution of transverse magnetic field in  $y$  direction,  $F_y$ ; (a4) the specific Lorentz forces distribution of longitudinal magnetic field along a horizontal line  $A$ , indicated by the black solid line in Fig. 6 (a2), and the two end points are  $(0, 0.01)$ ,  $(0.025, 0.01)$ ; (b4) the specific Lorentz forces distribution of transverse magnetic field along a horizontal line  $A$ , indicated by the black solid line in Fig. 6 (a2), and the two end points are  $(0, 0.01)$ ,  $(0.025, 0.01)$ .

大的上游界面能产生更强的洛伦兹力. 此外, 纵向磁场作用下, 下游界面内 (外)  $F_x$  和  $F_y$  反对称分布, 即界面内 (外)  $F_x$  为负 (正),  $F_y$  为正 (负); 而横向磁场作用下, 下游界面内 (外)  $F_x$  和  $F_y$  对称分布, 即界面内 (外) 为  $F_x$  为负 (正),  $F_y$  也为负 (正). 其中, 下游界面处, 横向磁场产生的洛伦兹力各个分量均大于纵向磁场.

结合流场涡量分布云图 (图 7) 可知, 两种磁场构型下, 上游界面磁力线因 R-M 不稳定的作用而发生严重扭曲, 从而产生较强的洛伦兹力, 在该洛伦兹力作用下, 涡量沿界面两侧分布, 且涡层相距甚远, 涡旋方向与无磁场时一致. 下游界面处, 磁力线扭曲程度小, 其中纵向磁场因洛伦兹力更小, 涡层距离较近, 涡层之间会相互干扰, 使得下游界

面在磁场作用下仍存在扰动; 但横向磁场构型下, 初始磁场方向与流线垂直, 相对于纵向磁场, 能产生较大的洛伦兹力, 涡量分层较纵向磁场更为明显, 因此横向磁场对下游界面不稳定性的控制效果更好.

图 8 为无量纲后气柱特征尺度随时间的变化图. 以气柱受扰动前的直径  $D_0 = 35 \text{ mm}$  无量纲化气柱长度和高度, 分别用  $L/D$  和  $H/D$  表示, 其中  $L$  为气柱界面特征长度,  $H$  为气柱界面高度; 无量纲时间  $\tau = tW_S/D_0$ , 其中  $W_S$  是入射激波的速度;  $B_0 = 0 \text{ T}$ ,  $B_1 = 0.01 \text{ T}$  和  $B_2 = 0.01 \text{ T}$  分别为无磁场、纵向磁场以及横向磁场构型. 如图 8(a) 所示, 无论有无磁场, 在激波冲击下,  $L$  迅速减小, 后期随着界面非线性扰动不断发展,  $L$  增加, 且三种



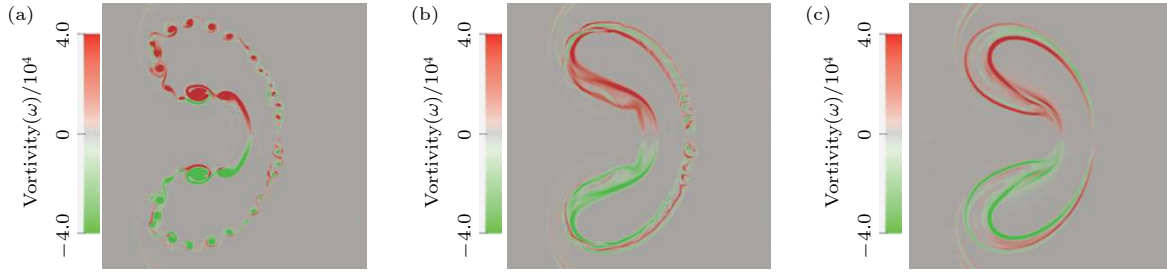


图 7  $t = 600 \mu\text{s}$  时界面涡量分布图 (a) 无磁场,  $B = 0 \text{ T}$ ; (b) 纵向磁场,  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ ; (c) 横向磁场,  $B_2 = 0.01 \text{ T}$

Fig. 7. The vorticity distribution in the vicinity of the density interface at  $t = 600 \mu\text{s}$ : (a) in the absence of magnetic fields,  $B = 0 \text{ T}$ ; (b) in the presence of longitudinal magnetic fields,  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ ; (c) in the presence of transverse magnetic fields,  $B_2 = 0.01 \text{ T}$ .

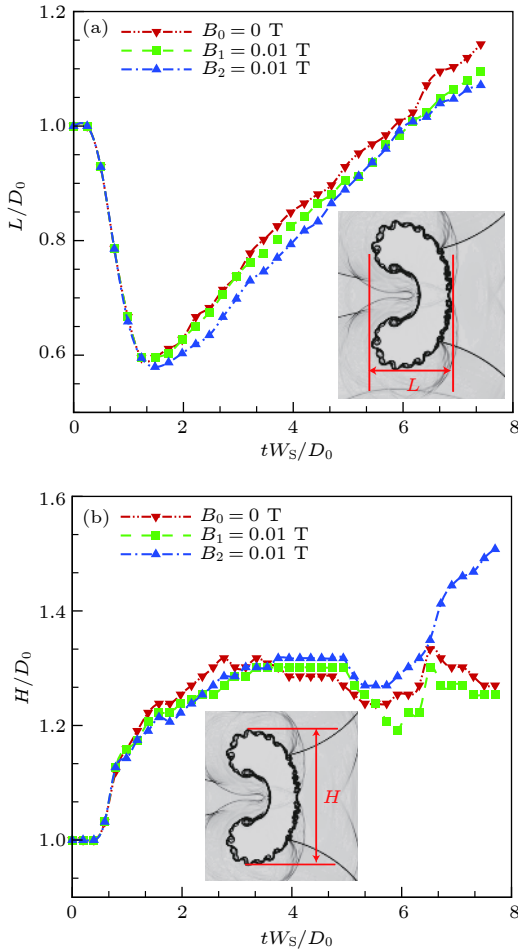


图 8 界面特征尺寸随时间变化图 (a) 长度 ( $L$ ); (b) 高度 ( $H$ ).  $D_0 = 35 \text{ mm}$ ;  $W_s$ : 入射激波速度;  $t$ : 时间

Fig. 8. The evolution of characteristic scales of the bubble: (a)  $L$ , length; (b)  $H$ , height.  $D_0 = 35 \text{ mm}$ ;  $W_s$ , the velocity of the incident shock wave;  $t$ , time.

情况下  $L$  到达最小值的时间一样, 因此磁场对波系演化的干扰比较小. 此外, 两种磁场构型均能控制  $L$  的增长, 且横向磁场构型控制效果更好; 图 8(b) 表明:  $H$  波动增加, 纵向磁场能在一定程度上控制  $H$  的增长, 但横向磁场反而加速了  $H$  的增长, 这与横向磁场能产生较大的洛伦兹力相关.

### 3.5 DMD

DMD 能从复杂的流体现象中提取出具有代表性的时空拟序结构 (coherent structures).  $290 \mu\text{s}$  后复杂波系基本耗散, 我们取  $290\text{--}340 \mu\text{s}$  之间的 50 个涡量图进行 DMD, 拟对后期流场不稳定性进行分析, 具体的 DMD 算法如下:

第一步, 对涡量数据  $x_k \in \mathbb{R}^n$  ( $k = 0, \dots, m = 50$ ) 进行重组 ( $n$  为网格数). 得到涡量分布矩阵  $\mathbf{X}$  及相应的时间转移矩阵 (time-shifted matrix)  $\mathbf{X}'$ :

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_0 & x_1 & \dots & x_{m-1} \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix}, \mathbf{X}' = \begin{bmatrix} | & | & \dots & | \\ x_1 & x_2 & \dots & x_m \\ | & | & \dots & | \end{bmatrix}. \quad (6)$$

第二步, 为减少计算量, 对  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{n \times m}$  做  $r$  ( $r < m$ ) 阶奇异值分解 (singular value decomposition, SVD). 首先对  $\mathbf{X}$  进行 SVD, 分解后的其各个特征值所占比例如图 9 所示, 其中  $B_0 = 0 \text{ T}$ 、 $B_1 = 0.01 \text{ T}$  和  $B_2 = 0.01 \text{ T}$  分别对应无磁场、横向磁场和纵向磁场构型下 SVD 分解后的特征值比例图.

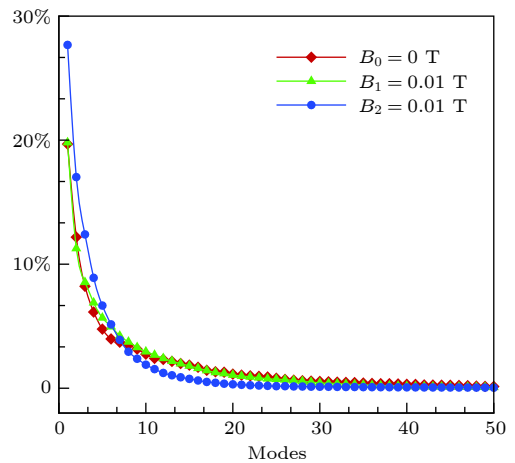


图 9 对  $\mathbf{X}$  SVD 后的特征值图

Fig. 9. The SVD of  $\mathbf{X}$ .



由图 9 可知,  $\mathbf{X}$  的前 21 个特征值对应的特征模态能反映 90% 以上的流场信息, 因此, 本文取  $r = 21$  进行 SVD 分解, 在保证流场信息完整性的同时大大减少第四步的计算量.

$$\mathbf{X} \approx \mathbf{U} \sum \mathbf{V}^*, \quad (7)$$

其中 \* 代表共轭转置. 此时,  $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{n \times r}$ ,  $\sum \in \mathbb{C}^{r \times r}$ ,  $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{m \times r}$ .

第三步, 假设矩阵  $\mathbf{A}$  是连接  $\mathbf{X}$  和  $\mathbf{X}'$  的最适矩阵 ( $\mathbf{X}' = \mathbf{A}\mathbf{X}$ ), 即  $\mathbf{A}$  能将上一时刻的流场数据信息  $\mathbf{X}$  推进至下一时刻  $\mathbf{X}'$ , 可得

$$\mathbf{A} = \mathbf{X}'\mathbf{X}^\dagger = \mathbf{X}'\mathbf{V} \sum^{-1} \mathbf{U}^*, \quad (8)$$

其中  $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{X}^\dagger$  是  $\mathbf{X}$  的 Moore-Penrose 转置.

第四步, 将  $\mathbf{A}$  ( $n$  阶方阵) 投影到  $\mathbf{X}$  的正交基  $\mathbf{U}$  上得到  $\tilde{\mathbf{A}}$  ( $r$  阶方阵). 可见对  $\mathbf{X}$  进行  $r$  阶 SVD 分解能大大减少计算量.

$$\tilde{\mathbf{A}} = \mathbf{U}^* \mathbf{A} \mathbf{U} = \mathbf{U}^* \mathbf{X}' \mathbf{V} \sum^{-1}. \quad (9)$$

第五步,  $\mathbf{A}$  的特征值与  $\tilde{\mathbf{A}}$  的特征值一样 [20,29,30], 且对  $\tilde{\mathbf{A}}$  进行分解时计算量较小, 因此对  $\tilde{\mathbf{A}}$  进行特征值分解:

$$\tilde{\mathbf{A}} \mathbf{W} = \mathbf{W} \Lambda, \quad (10)$$

$\mathbf{W}$  的列向量由特征向量组成;  $\Lambda$  是对角阵, 其对角元是相应的特征值  $\lambda_k$ .

第六步, 重构矩阵  $\mathbf{A}$ . 其中  $\mathbf{A}$  的特征值由  $\Lambda$  给出, 特征向量为 [30]:

$$\Phi = \mathbf{X}' \mathbf{V} \sum^{-1} \mathbf{W}. \quad (11)$$

第七步, 得到  $\mathbf{A}$  的特征值和特征向量后, 可重构涡量图. 令  $\omega_k = \ln(\lambda_k) / \Delta t$ ,  $\Omega = \text{diag}(\omega)$  可得

$$\mathbf{x}(t) \approx \sum_{k=1}^r \phi_k \exp(\omega_k t) b_k = \Phi \exp(\Omega t) \mathbf{b}, \quad (12)$$

$\mathbf{b}$  为初始时刻各个模态对应的振幅. 记初始时刻为  $\mathbf{X}_1$ , 可得  $\mathbf{X}_1 = \Phi \mathbf{b}$ , 则  $\mathbf{b} = \Phi^\dagger \mathbf{X}_1$

由  $\mathbf{A}$  的特征值  $\lambda_k$  和模态, 对有无磁场作用下界面不稳定性展开进一步研究. 设  $\mathbf{Y}_0$  为某一时刻流场信息, 则后续时刻流场信息  $\mathbf{Y}_1, \mathbf{Y}_2, \dots, \mathbf{Y}_N$  为:

$$\begin{aligned} \mathbf{Y}_1 &= \mathbf{A}^1 \mathbf{Y}_0 = \Phi \Lambda \Phi^{-1} \mathbf{Y}_0 \\ \mathbf{Y}_2 &= \mathbf{A}^2 \mathbf{Y}_0 = \Phi \Lambda^2 \Phi^{-1} \mathbf{Y}_0 \\ &\vdots \\ \mathbf{Y}_N &= \mathbf{A}^N \mathbf{Y}_0 = \Phi \Lambda^N \Phi^{-1} \mathbf{Y}_0. \end{aligned} \quad (13)$$

由 (13) 式可知, 后期流场信息与  $\Lambda$  的对角元  $\lambda_k = a+ib$  密切相关, 其中  $a$  反映流场稳定性,  $b$  反映扰动变化频率.  $a > 1$  则该特征值对应模态不稳定,  $a < 1$  则该特征值对应模态稳定; 且  $b$  越大, 扰动频率越大. 以实数为  $x$  轴, 虚数为  $y$  轴, 三种情况下流场特征值  $\lambda_k$  的如图 10 所示, 因  $a$  是实数, 其特征值会沿实轴对称分布 [20,21]. 其中 B0\_Eigenvalues、B1\_Eigenvalues、B2\_Eigenvalues 分别对应无磁场、纵向磁场、横向磁场构型. 单位圆 (绿色实线) 外的特征值反映不稳定模态, 且特征值离圆心越近, 则相应的模态越稳定. 本文三种情况下的 DMD 特征值均在单位圆内, 表明发展期流场均趋于稳定. 且无磁场、纵向及横向磁场三种情况下, 基于 DMD 算法重构的涡量图与原始涡量图一致 (图 11), 可见本文 DMD 算法在有无磁场情况下能准确地还原流场信息. 因此可将 DMD 技术用于界面不稳定性研究.

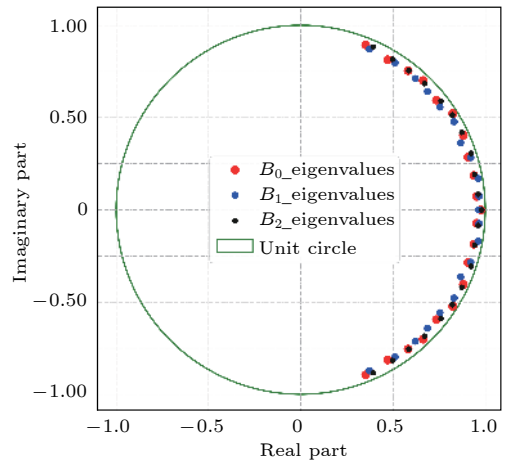


图 10 DMD 的特征值  
Fig. 10. The eigenvalues of DMD.

三种情况下, DMD 的不同特征值对应的模态如图 12 所示. 特征值  $\lambda_1$  对应的模态反映了流场中稳定涡结构, 其包含了主要流场信息;  $\lambda_2 - \lambda_4$  反映了流场中高频小涡序列, 且小涡扰动频率依次增加. 可知, 无磁场、纵向和横向磁场构型下, DMD 均能清晰的将两种不同尺度扰动提取出来; 虽然磁场作用下界面涡量分层, 但分层的涡量中间仍有小

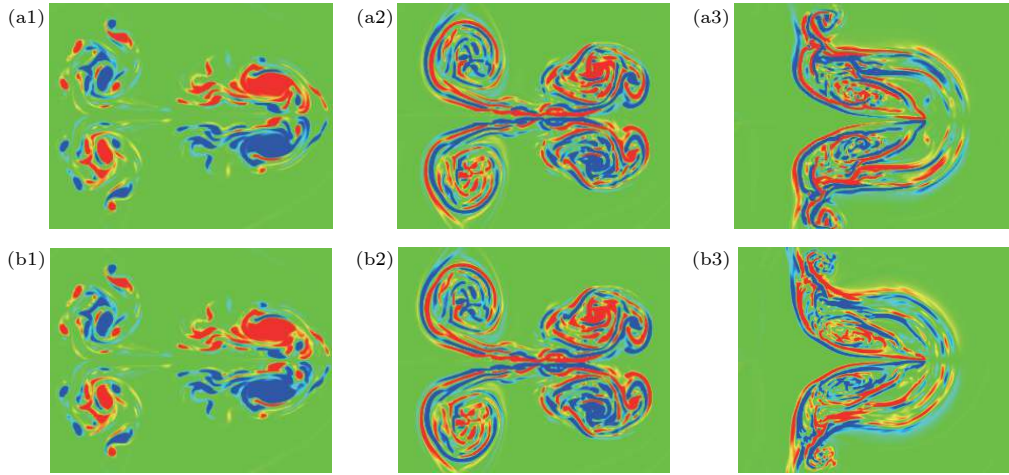


图 11  $t = 290 \mu\text{s}$  时原始涡量和 DMD 重构涡量图 (a1) 无磁场  $B_0 = 0 \text{ T}$ , 原始涡量图; (a2) 纵向磁场  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ , 原始涡量图; (a3) 横向磁场  $B_2 = 0.01 \text{ T}$ , 原始涡量图; (b1) 无磁场  $B_0 = 0.0 \text{ T}$ , DMD 重构涡量图; (b2) 纵向磁场  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ , DMD 重构涡量图; (b3) 横向磁场  $B_2 = 0.01 \text{ T}$ , DMD 重构涡量图

Fig. 11. The distribution of original vorticities and DMD reconstructed vorticities at  $t = 290 \mu\text{s}$ : (a1) Original vorticities,  $B_0 = 0 \text{ T}$ , hydro cases; (a2) original vorticities,  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ , longitudinal magnetic fields; (a3) original vorticities,  $B_2 = 0.01 \text{ T}$ , transverse magnetic fields; (b1) DMD reconstructed vorticities,  $B_0 = 0 \text{ T}$ , hydro cases; (b2) DMD reconstructed vorticities,  $B_1 = 0.01 \text{ T}$ , longitudinal magnetic fields; (b3) DMD reconstructed vorticities,  $B_2 = 0.01 \text{ T}$ , transverse magnetic fields.

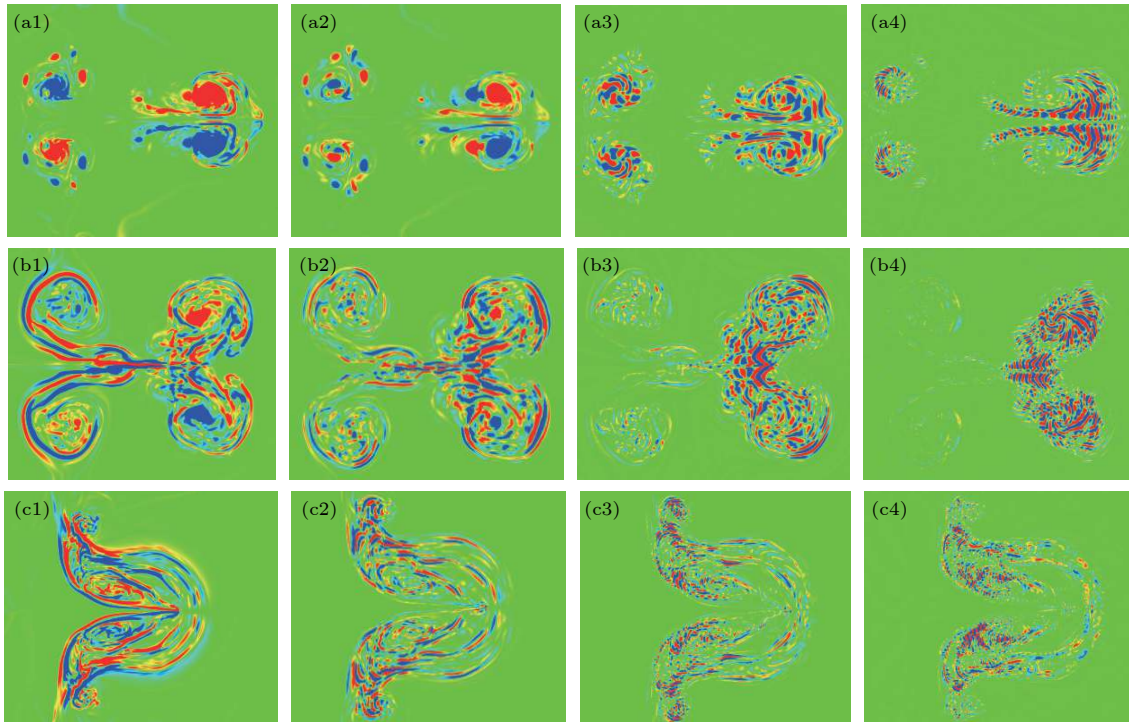


图 12 无磁场、纵向和横向磁场下 DMD 的四个不同特征值对应的模态图 (a1) 无磁场,  $\lambda_1 = (0.9764, 0.0000)$ ; (a2) 无磁场,  $\lambda_2 = (0.9061, 0.2856)$ ; (a3) 无磁场,  $\lambda_3 = (0.8236, 0.5226)$ ; (a4) 无磁场,  $\lambda_4 = (0.3514, 0.8943)$ ; (b1) 纵向磁场,  $\lambda_1 = (0.9816, 0.0000)$ ; (b2) 纵向磁场,  $\lambda_2 = (0.9423, 0.1925)$ ; (b3) 纵向磁场,  $\lambda_3 = (0.8212, 0.5150)$ ; (b4) 纵向磁场,  $\lambda_4 = (0.3929, 0.8828)$ ; (c1) 横向磁场,  $\lambda_1 = (0.9648, 0.0000)$ ; (c2) 横向磁场,  $\lambda_2 = (0.9601, 0.1703)$ ; (c3) 横向磁场,  $\lambda_3 = (0.8314, 0.4774)$ ; (c4) 横向磁场,  $\lambda_4 = (0.3718, 0.8279)$

Fig. 12. DMD modes with respect to four different eigenvalues in hydro, longitudinal and transverse magnetic fields: (a1) In hydro field,  $\lambda_1 = (0.9764, 0.0000)$ ; (a2) in hydro field,  $\lambda_2 = (0.9061, 0.2856)$ ; (a3) in hydro field,  $\lambda_3 = (0.8236, 0.5226)$ ; (a4) in hydro field,  $\lambda_4 = (0.3514, 0.8943)$ ; (b1) in longitudinal magnetic field,  $\lambda_1 = (0.9816, 0.0000)$ ; (b2) in longitudinal magnetic field,  $\lambda_2 = (0.9423, 0.1925)$ ; (b3) in longitudinal magnetic field,  $\lambda_3 = (0.8212, 0.5150)$ ; (b4) in longitudinal magnetic field,  $\lambda_4 = (0.3929, 0.8828)$ ; (c1) in transverse magnetic field,  $\lambda_1 = (0.9648, 0.0000)$ ; (c2) in transverse magnetic field,  $\lambda_2 = (0.9601, 0.1703)$ ; (c3) in transverse magnetic field,  $\lambda_3 = (0.8314, 0.4774)$ ; (c4) in transverse magnetic field,  $\lambda_4 = (0.3718, 0.8279)$ .

涡扰动,其纵向磁场下扰动更多;无磁场时气柱上下游均存在小涡扰动,而纵向磁场作用下小涡扰动集中在下游,横向磁场下的小涡扰动集中在上游.此外,流场发展后期,三种情况下流场均较稳定,第一模态的大涡低频扰动能反映流场主要信息,第二至第四模态的小涡高频扰动在大涡外围不断卷起,且涡扰动频率依次增加,涡强度不断减小.相比于同一模态的无磁场情况,磁场作用下小涡扰动的频率不断减小,横向磁场下扰动频率最小.因此,磁场能抑制小涡扰动,且横向磁场控制效果更好.

## 4 结 论

基于理想 MHD,本文对无磁场、横向和纵向磁场构型下激波与轻质 ( $97\%N_2+3\%SF_6$ ) 圆形气柱界面相互作用过程进行了数值研究,得到以下结论:

纵向和横向磁场对复杂波系的演化过程影响甚微,特征波系演化时间与无磁场时一致,但磁场能抑制界面不稳定性发展,且相同强度下,横向磁场抑制效果更佳.其中,三种情况下入射激波上下段均在气柱外发生非规则反射,中间段穿过气柱形成透射激波,随后该激波在气柱内来回振荡,并多次于气柱界面形成透射-反射激波结构.无磁场时,界面卷起不稳定涡序列, $SF_6$ 射流穿过下游界面.两种磁场下,界面相比于无磁场时光滑,但纵向磁场下界面仍有少许扰动,而横向磁场下,界面十分更光滑, $SF_6$ 射流不再穿过界面.定量分析还表明,两种磁场均能抑制界面变形.

此外,因 R-M 不稳定性的作用,上游界面处,磁力线发生严重扭曲,产生较大的洛伦兹力,使涡量沿界面两侧分层,涡层相距较远;而下游界面处,磁力线扭曲程度较小,洛伦兹力小,涡层距离较近.由于横向磁场的初始磁场方向基本与流场速度垂直,其产生的洛伦兹力较纵向磁场大,下游界面处涡量分层相对清晰.

最后,本文采用 DMD 对界面不稳定性进行了研究,结果显示: DMD 能将不同扰动涡分别提取出来,其中第一模态的大涡反映了流场的基本信息,其余模态的小涡反映了高频扰动序列.无磁场时,气柱上下游均存在小涡扰动,而纵向和横向磁场作用下小涡扰动分别集中在上游和下游.磁场作

用涡层中仍存在小涡扰动,纵向磁场下扰动更多;三种情况下,小涡扰动频率依次减小,这表明磁场能抑制小涡扰动频率,且横向磁场的抑制效果更好.

## 参考文献

- [1] Richtmyer R D 1960 *Commun. Pure Appl. Math.* **13** 297
- [2] Meshkov E E 1969 *Fluid Dyn.* **4** 101
- [3] Brouillette M 2002 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **34** 445
- [4] Haas J F, Sturtevant B 1987 *J. Fluid Mech.* **181** 41
- [5] Layes G, Jourdan G, Houas L 2003 *Phys. Rev. Lett.* **91** 174502
- [6] Layes G, Jourdan G, Houas L 2009 *Phys. Fluids* **21** 074102
- [7] Picone J M, Boris J P 1988 *J. Fluid Mech.* **189** 23
- [8] Zhai Z G, Wang M H, Si T, Luo X S 2014 *J. Fluid Mech.* **757** 800
- [9] Luo X S, Wang M H, Si T, Zhai Z G 2015 *J. Fluid Mech.* **773** 366
- [10] Sha S, Chen Z H, Zhang Q B 2015 *Acta Phys. Sin.* **64** 015201 (in Chinese) [沙莎, 陈志华, 张庆兵 2015 物理学报 **64** 015201]
- [11] Sha S, Chen Z H, Xue D W 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 144701 (in Chinese) [沙莎, 陈志华, 薛大文 2013 物理学报 **62** 144701]
- [12] Ding J C, Si T, Chen M J, Zhai Z G, Lu X Y, Luo X S 2017 *J. Fluid Mech.* **828** 289
- [13] Samtaney R 2003 *Phys. Fluids* **15** L53
- [14] Wheatley V, Pullin D I, Samtaney R 2005 *J. Fluid Mech.* **522** 179
- [15] Wheatley V, Pullin D I, Samtaney R 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 125002
- [16] Cao J T, Wu Z W, Ren H J, Dong L 2008 *Phys. Plasmas* **15** 445
- [17] Dong G D, Zhang H H, Lin Z Y, Qin J H, Chen Z H, Guo Z Q, Sha S 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 204701 (in Chinese) [董国丹, 张焕好, 林震亚, 秦建华, 陈志华, 郭则庆, 沙莎 2018 物理学报 **67** 204701]
- [18] Sano T, Nishihara K, Matsuoka C, Inoue T 2012 *Astrophys. J.* **758** 126
- [19] Sano T, Inoue T, Nishihara K 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 20500
- [20] Schmid P J 2010 *J. Fluid Mech.* **656** 5
- [21] Schmid P J 2011 *Exp. Fluids* **50** 1123
- [22] Schmid P J, Li L, Juniper M P, Pust O 2011 *Theor. Comp. Fluid Dyn.* **25** 249
- [23] Mezić I 2013 *Annu. Rev. Fluid Mech.* **45** 357
- [24] Rowley C W, Mezić I, Bagheri S, Schlatter I, Henningson D S 2009 *J. Fluid Mech.* **641** 115
- [25] Colella P, Woodward P R 1984 *J. Comput. Phys.* **54** 174
- [26] Gardiner T A, Stone J M 2008 *J. Comput. Phys.* **227** 4123
- [27] Londrillo P, Zanna L D 2003 *J. Comput. Phys.* **195** 17
- [28] Lin Z Y, Zhang H H, Chen Z H, Liu Y, Hong Y J 2017 *Int. J. Comput. Fluid D* **31** 21
- [29] Kutz J N, Brunton S L, Brunton B W, Proctor J L 2016 *Dynamic Mode Decomposition: Data-driven Modeling of Complex Systems* (SIAM, Philadelphia, PA) 6–9
- [30] Tu J H, Rowley C W, Luchtenburg D M, Brunton, S L, Kutz J N 2014 *J. Comput. Dynam.* **1** 391



# Numerical investigations of Richtmyer-Meshkov instability in different magnetic field configurations and the corresponding dynamic mode decomposition\*

Dong Guo-Dan<sup>1)</sup> Guo Ze-Qing<sup>1)</sup> Qin Jian-Hua<sup>1)</sup> Zhang Huan-Hao<sup>1)†</sup>  
 Jiang Xiao-Hai<sup>2)</sup> Chen Zhi-Hua<sup>1)</sup> Sha Sha<sup>3)</sup>

1) (National Key Laboratory of Transient Physics, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China)

2) (City College of New York, The City University of New York, New York 10031, USA)

3) (Beijing Institute of Electronic System Engineering, Beijing 100854, China)

( Received 22 March 2019; revised manuscript received 22 May 2019 )

## Abstract

Based on magnetohydrodynamics(MHD), the evolution of the Richtmyer-Meshkov instability in different magnetic field configurations are studied. To ensure the zero magnetic divergence, an unsplit integration algorithm is adopted by combining corner transport upwind and constrained transport (CTU+CT) algorithm. The second order Godunov flux is obtained by using piecewise parabolic method(PPM) to construct conserved variables. The numerical results show that the evolution of complex wave patterns is not affected by magnetic fields, but the interface instability is compressed by magnetic field, especially in the case of transverse magnetic fields. Specifically, whether there exists magnetic field or not, irregular reflections occur outside the cylinder. Meanwhile, the central part of incident shock wave interacts with the density interface and generates the transmitted shock wave. Subsequently, the transmitted shock wave oscillates back and forth inside the cylinder, forming a transmission-reflection structure multiple times. Besides, in the absence of magnetic field, the density interface rolls up with a series of vortex sequences and an SF<sub>6</sub> jet surrounded by vortex pairs appears. Then the SF<sub>6</sub> jet passes through the downstream interface. In a longitudinal magnetic field, although density interface is smooth, a few vortex sequences still exist in the downstream interface and SF<sub>6</sub> jet can still pass through downstream interface. However, in the case of transverse magnetic field, the interface is much smoother than in the other cases and the SF<sub>6</sub> jet cannot pass through the downstream interface. The quantitative study also indicate that the increase of characteristic sizes is suppressed by the magnetic field. In addition, because of the influence of Richtmyer-Meshkov instability, magnetic lines are distorted near density interfaces. More distortions can be observed in the upstream interfaces, resulting in strong Lorentz forces in that area, which leads to the long distance between two vortex sheets distributed along two sides of the interface. In the downstream interfaces Lorentz forces are rather small, but the forces are even smaller in the longitudinal magnetic field, as a result vortex sheets interact with each other in that area. Furthermore, the dynamic mode decomposition(DMD) is primarily used in this paper and the results illustrate that even controlled by magnetic fields, vortex sequences can still exist, especially in the case of longitudinal magnetic field. For all cases, the first DMD modes all illustrate that a stable mode is the dominated feature of fluid field, and the following second to fourth mode show that the strength of vortex sequences decreases while their frequencies increase continually. Besides, for the same modes, the frequency of vortex sequences is reduced by magnetic fields, especially by the transverse magnetic field.

**Keywords:** Richtmyer-Meshkov instability, magnetohydrodynamic, dynamic mode decomposition, light bubble

**PACS:** 52.57.Fg, 52.30.Cv, 02.70.Hm, 47.40.Nm

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190410

\* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11702005) and the Fundamental Research Funds for the Central Universities (Grant No. 30919011260).

† Corresponding author. E-mail: zhanghuanhao@njust.edu.cn