

## 塑料类高分子聚合物材料水中目标声学参数反演

周彦玲 范军 王斌

Inversion for acoustic parameters of plastic polymer target in water

Zhou Yan-Ling Fan Jun Wang Bin

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 214301 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20190991

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190991>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

一种低声速沉积层海底参数声学反演方法

Geoacoustic inversion for acoustic parameters of sediment layer with low sound speed

物理学报. 2019, 68(9): 094301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190183>

共轭聚合物单分子构象和能量转移特性研究

The role of chain conformation in energy transfer properties of single conjugated polymer molecule

物理学报. 2017, 66(24): 248201 <https://doi.org/10.7498/aps.66.248201>

考虑噪声源深度分布的海洋环境噪声模型及地声参数反演

Ocean ambient noise model considering depth distribution of source and geo-acoustic inversion

物理学报. 2017, 66(1): 014306 <https://doi.org/10.7498/aps.66.014306>

单分子光学探针揭示易混聚合物受限纳米区域的动力学

Single-molecule probes revealed dynamics of confined nano-regions in miscible polymer blends

物理学报. 2019, 68(14): 148201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190423>

利用神经网络识别高分子链在表面的吸附相变

Recognition of adsorption phase transition of polymer on surface by neural network

物理学报. 2019, 68(20): 200701 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190643>

# 塑料类高分子聚合物材料水中目标声学参数反演\*

周彦玲 范军<sup>†</sup> 王斌

(上海交通大学, 高新船舶与深海开发装备协同创新中心, 海洋工程国家重点实验室, 上海 200240)

(2019年6月27日收到; 2019年8月26日收到修改稿)

塑料类高分子聚合物材料作为3D打印领域的一类主要材料, 在水下声学模型和结构成型中的应用越来越广泛, 这类新材料的声学参数直接影响着3D打印的水下声学模型和结构的声学性能。基于水中目标声散射的Rayleigh简正级数解及塑料类高分子聚合物材料实心球中亚音速Rayleigh波低频共振机理分析, 获取了亚音速Rayleigh波在低频情况下共振峰频率和幅度分别对材料的波速和衰减系数敏感的特征。在此特征基础上建立了一种以亚音速Rayleigh波反向散射共振峰频率和幅度为代价函数的塑料类高分子聚合物材料声学参数反演方法。最后通过典型塑料类高分子聚合物材料PMMA(甲基丙烯酸甲酯-亚克力)实心球反向声散射特性水池试验, 测量了亚音速Rayleigh波反向散射共振特性, 并反演得到了此类PMMA材料的纵波、剪切波声速及其声衰减系数, 与理论预报结果基本吻合, 为3D打印的塑料类高分子聚合物材料模型声学性能测试和评估提供了一种新方法。

**关键词:** 塑料类高分子聚合物, 声散射, 声学参数, 反演

**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m

**DOI:** 10.7498/aps.68.20190991

## 1 引言

近年来高分子聚合物材料广泛应用于各个领域<sup>[1]</sup>, 其中聚氨酯、橡胶等高分子聚合物材料在水声领域的换能器、吸声/隔声覆盖层方面取得了很好的应用<sup>[2,3]</sup>。由于塑料类高分子聚合物材料具有较大声吸收特性, 限制了其在水声领域应用的频段, 因此在水声领域对其声学特性研究并不多。随着3D打印技术的发展, 对于复杂表面、结构的高精度成型能力使得3D打印逐渐成为声学模型表面和结构高精度成型和加工的重要方式。目前可用于3D打印的材料种类已超过200种, 其中塑料类高分子聚合物, 包括工程塑料ABS(丙烯腈-丁二烯-苯乙烯)、生物塑料PLA(聚乳酸)、PMMA(聚甲基丙烯酸甲酯-亚克力)等是目前最为常见的3D打印材料。基于塑料类高分子聚合物材料

3D打印的声学模型性能预测必须掌握其基本声学参数, 如纵波波速、横波声速、衰减系数等, 但是目前对此类材料研究不够充分, 尚未完全掌握其基本声学参数, 并且3D打印技术正在快速发展中, 打印材料不同生产厂家尚未形成统一标准, 其声学参数存在一定差异。因此通过声学测量获取其基本声学参数成为利用3D打印技术进行声学模型性能预测的关键。

材料声学参数可以通过直接方法和反演方法获取。其中直接测量方法中较为成熟的是水声声管的脉冲管法<sup>[4]</sup>、驻波管和双水听器传递函数方法<sup>[5]</sup>以及振动梁法、动态黏弹谱仪法等。直接测量法需要专门的水声声管或仪器, 样品加工难度大, 存在测量频段有限等不足。声学参数反演是指通过测量声学材料样品的某些声学特性, 如反射系数、散射指向性等, 基于声学物理模型和特定的反演算法, 如遗传算法、神经网络算法等反演得到材料声学参

\* 国家自然科学基金(批准号: 11774229)资助的课题。

† 通信作者。E-mail: [fanjun@sjtu.edu.cn](mailto:fanjun@sjtu.edu.cn)

数的方法, 目前反演方法已经在水声领域的海底声学参数<sup>[6–8]</sup>、海洋声速剖面<sup>[9]</sup>、声学覆盖层等效声学参数<sup>[10–11]</sup>获取方面得到应用。例如指向性反演橡胶材料声学参数<sup>[12]</sup>的方法, 适用于中高频段, 很难保证有无目标时测量信号同步, 并且测量点较多, 需要对同一目标的散射场多次测量反演材料参数, 因而这种方法测量效率较低。

本文提出一种基于塑料类高分子聚合物材料实心球散射中的低频亚音速 Rayleigh 波共振特征的材料声学参数反演方法。第 2 节和第 3 节基于水中目标声散射的 Rayleigh 简正级数解和弹性表面波传播理论, 分析了塑料类高分子聚合物材料实心球中亚音速 Rayleigh 波低频共振机理, 获取了亚音速 Rayleigh 波在低频情况下共振峰频率和幅度分别对材料的波速和衰减系数敏感的特征。第 4 节以塑料类高分子材料实心球反向散射共振峰频率和幅度作为代价函数, 运用循环搜索算法建立了声学参数反演方法, 并进行仿真反演计算, 验证了反演方法的有效性和精度。第 5 节进行了典型塑料类

高分子聚合物材料甲基丙烯酸甲酯-亚克力(PMMA) 实心球反向声散射特性水池试验, 测量了亚音速 Rayleigh 波的反向散射共振特性, 并反演得到此类 PMMA 材料的纵波、剪切波声速及其声衰减系数。

## 2 弹性球声散射

基于经典弹性理论获取实心球散射声场的 Rayleigh 简正级数解, 其反向散射形态函数表示为

$$f(x) = \left| \sum_{n=0}^{\infty} f_n \right| = \left| \frac{2}{ix} \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n (2n+1) \frac{B_n}{D_n} \right|, \quad (1)$$

其中,  $x = ka$ ,  $a$  为弹性球半径,  $n$  为阶次。 $B_n$  和  $D_n$  是  $3 \times 3$  的矩阵, 矩阵元素见文献 [13], 忽略了时间因子  $e^{-i\omega t}$ 。计算了半径为 0.1 m, 材料分别为 PMMA<sup>[14]</sup> 和钢实心球的反向散射形态函数的幅频特性, 所用材料参数见表 1, 不考虑材料吸收。这里,  $\alpha_d$  和  $\alpha_s$  分别为纵波和剪切波归一化衰减系数, 即  $\alpha_d = \text{Im}(\tilde{c}_d)/\text{Re}(\tilde{c}_d)$ ,  $\alpha_s = \text{Im}(\tilde{c}_s)/\text{Re}(\tilde{c}_s)$ 。

表 1 计算所用材料参数

Table 1. Material parameters used in the calculations.

材料	密度/kg·m <sup>-3</sup>	纵波波速/m·s <sup>-1</sup>	剪切波波速/m·s <sup>-1</sup>	纵波衰减系数 $\alpha_d$	剪切波衰减系数 $\alpha_s$
PMMA	1190	2690	1340	0.0034	0.0053
钢	7700	5950	3240		
水	1000	1500			

如图 1 所示, 在低  $ka$  ( $1 < ka < 10$ ) 时, 红色点划线所示的 PMMA 球的反向散射形态函数的共振峰幅值比黑色实线所示的钢球高出 5—6 倍, 并且各个共振峰比较清晰, 随着频率的升高, 其共振峰宽度逐渐变窄。为了分析 PMMA 材料实心球

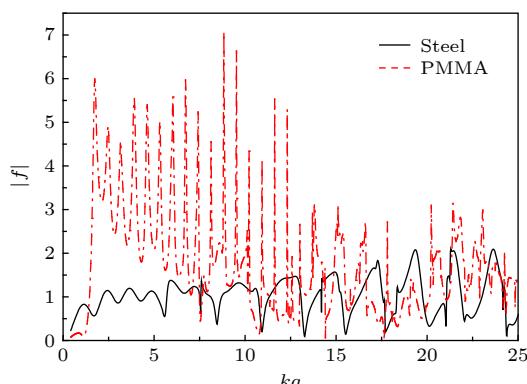


图 1 两种材料实心球形态函数幅频特性曲线

Fig. 1. Form function of the solid spheres for two materials.

远场反向散射形态函数增强的机理, 通过文献 [15] 的方法求解实心球特征方程得到特征值  $x_{nl}$ , 其中  $n$  为阶次,  $l$  为第  $l$  个共振峰, 对应的相速度计算<sup>[16]</sup>为

$$c_{ph}^l/c = x_{nl}/(n + 1/2) \quad n = 0, 1, 2, 3 \dots \quad (2)$$

图 2(a) 中横轴为特征值的实部, 纵轴为虚部。在实轴附近的是 Rayleigh 波, 随着频率增加, 特征值的虚部逐渐趋于零, 不会随着频率增加而衰减; 而 Stoneley 波随着频率升高虚部缓慢单调增大, 即 Stoneley 波随着频率升高衰减增大; 在实轴附近振荡的是回音廊式的弹性波<sup>[17]</sup>, 这是由于表面弯曲而在弹性球中产生的新模式, 该波在弯曲流-固界面固体一侧传播。通过 (2) 式获取 PMMA 球归一化相速度的频散曲线如图 2(b) 所示, PMMA 球中 Stoneley 波相速度随着频率增加而增加, 并最终趋于水中声速, 回音廊式的弹性波相速度随着频率增加而单调减弱, 最后趋于剪切波波速, 而

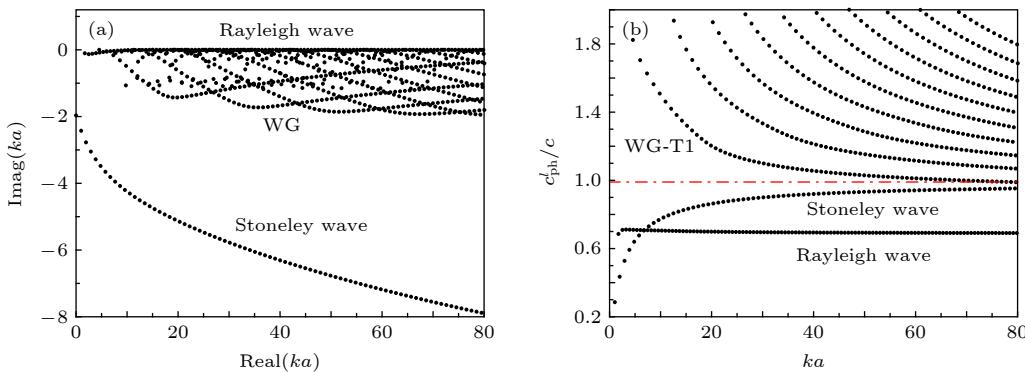


图 2 实心 PMMA 球频散曲线 (a) 特征值实部-虚部; (b) 归一化相速度

Fig. 2. Dispersion curves of the solid PMMA sphere: (a) Real-imaginary of eigenvalue; (b) normalized phase velocity.

PMMA 球中剪切波速度和 Rayleigh 波相速度低于水中声速, Rayleigh 波相速度随着频率的增加逐渐趋于一个常数 0.7, 为亚音速波。亚音速波在传播时再辐射进入水中后, 在流体-固体边界形成非均匀衰减波或称渐消波 (evanescence wave), 研究表明在一定条件下这类波可以耦合遂道效应通过渐消波场, 形成散射场, 这种特性在弯曲电介质波导边界渐消电磁波场是常见的<sup>[18]</sup>。

Hefner 和 Marston<sup>[19]</sup>基于这种声学隧道效应解释了 PMMA 球由于亚音速 Rayleigh 波引起的低频增强现象及其耦合传播虚拟路径。图 3 给出了等效过渡半径  $b_l = ac/c_R$ , 其中  $c$ ,  $c_R$  分别是水中声速和 Rayleigh 波相速度, 半径  $b_l$  的面是虚拟的焦散面, 在焦散面传播切向速度为  $c$ 。入射平面波在  $B_1B_2$  点 (箭头处) 耦合进入虚拟焦散面, 此时临界角为  $\pi/2$ , 并沿  $B_1C_2D_1$  点路径传播,  $D_1D_2$  点处反向散射进入散射声场。在半径  $a$  和半径  $b_l$  之间为渐消波区域, 在  $r > b_l$  区域声线沿半径切线方向正常传播, 并向外以表面波辐射阻尼形式再辐射能量, 即此时的 Rayleigh 波通过耦合隧穿声学隧道再辐射形成反向散射声场。

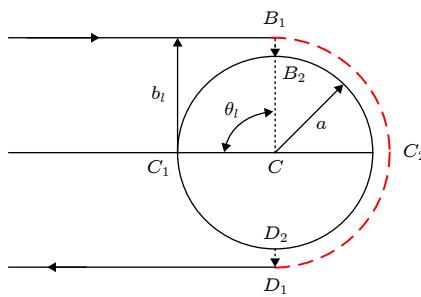


图 3 亚音速 Rayleigh 波传播路径

Fig. 3. Ray diagram for subsonic Rayleigh waves propagating around the sphere.

亚音速 Rayleigh 波与镜反射回波的相位差可表示为

$$\Delta\varphi_{ml} = 2ka \left[ 1 + \left( \frac{\pi}{2} + m\pi \right) \frac{c}{c_R^l} \right] - m\pi - \frac{\pi}{2}, \quad (3)$$

其中  $m$  为 Rayleigh 波环绕传播的次数,  $m = 0, 1, 2, \dots$

第  $m$  次环绕波和第  $m-1$  次环绕波的相位差:

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_{ml} - \Delta\varphi_{(m-1)l} = 2ka \frac{c}{c_R^l} \pi - \pi. \quad (4)$$

弹性波共振条件:

$$\Delta\varphi = 2p\pi \quad p = 1, 2, 3, \dots \quad (5)$$

由 (4) 和 (5) 式得

$$\frac{2}{2p+1} ka = \frac{c_R^l}{c}. \quad (6)$$

如图 4(a) 所示, 黑色点划线表示亚音速 Rayleigh 波归一化相速度频散曲线, 蓝色实线表示不同  $p$  对应的曲线  $2/2p+1ka$ , 红色实心点为两类曲线的交点, 可以用来近似估计实心 PMMA 球形态函数共振峰的位置, 进而分析其共振峰的来源。

图 4(b) 为实心 PMMA 球减去刚性背景项的形态函数的幅频特性曲线, 红色的五角星表示共振峰的位置。对比图 4(a) 中红色交点的横坐标和图 4(b) 中的共振峰位置, 发现二者是一一对应关系, 因此, 可以说低频 PMMA 球远场反向散射形态函数幅值大幅度增强是由亚音速 Rayleigh 波共振引起的, 这也成为识别此种 PMMA 材料的重要特征。再者, 从图 4(a) 可以看出, 低  $ka$  时 Rayleigh 波相速度曲线较陡, 随着频率升高变得较为平缓, 当  $ka > 2$  时可以忽略 Rayleigh 波的频散作用。

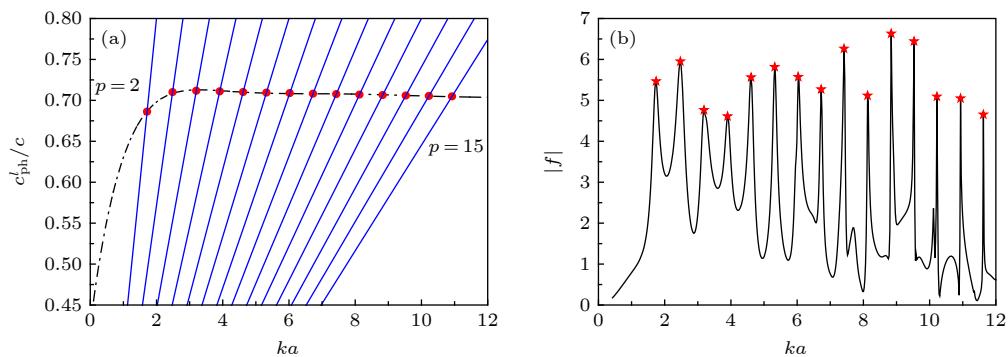
图 4 (a) 亚音速 Rayleigh 波归一化相速度 (黑色点划线) 和曲线  $2ka/(2p + 1)$ (蓝色线); (b) 纯弹性共振

Fig. 4. (a) Normalized dispersion curve of subsonic Rayleigh waves (black dotted line) and curves of  $2ka/(2p + 1)$  (blue line); (b) pure elastic resonance.

### 3 共振特征对声学参数的敏感度分析

目标反向散射共振特征(共振峰频率和幅度)对其声学参数(纵波波速和剪切波波速)的敏感度有所差异。首先分析 PMMA 球反向散射共振峰频率对纵波波速和剪切波波速的敏感度, 定义  $\Delta f = f - f_{\text{ref}}$  为共振峰频率敏感度,  $f_{\text{ref}}$  为参考声速所对应的共振峰频率,  $f$  为不同纵波波速和剪切波波速所对应的共振峰频率,  $\Delta f$  越大越敏感。图 5 给出不同纵波声速和剪切波声速情况下两个典型共振峰频率位置的变化特征, 其中横轴表示共振频率敏感度, 左边纵轴表示纵波声速, 右边纵轴表示剪切波声速。图 5 中蓝色实心菱形是纵波和剪切波参考声速  $c_d = 2690 \text{ m/s}$  和  $c_s = 1340 \text{ m/s}$  所对应的共振频率敏感度, 此时共振频率敏感度为 0; 黑色空心矩形、圆、三角形和五角星对应声速  $c_d = 2650, 2670, 2710, 2730 \text{ m/s}$  和  $c_s = 1340 \text{ m/s}$  时的共振频率敏感度; 红色实心矩形、圆、三角形和

五角星对应声速  $c_s = 1300, 1320, 1360, 1380 \text{ m/s}$  和  $c_d = 2690 \text{ m/s}$  时的共振频率敏感度。可以观察到, 改变纵波波速时  $\Delta f$  基本不变且趋于零, 即纵波声速对共振峰频率影响较小, 而改变剪切波波速时  $\Delta f$  值远大于改变纵波波速时的  $\Delta f$  值, 并且频率越高共振峰频率敏感度越大, 可见 PMMA 球反向散射共振峰频率对剪切波波速更敏感。

对于具有吸收性质的材料, 纵波和剪切波声速为如下所示的复声速:

$$\tilde{c}_d = c_d (1 - \alpha_d i), \quad (7)$$

$$\tilde{c}_s = c_s (1 - \alpha_s i). \quad (8)$$

已有研究表明, 衰减系数影响波的辐射效率, 进而改变形态函数共振峰的幅度<sup>[20]</sup>。定义  $\Delta A = A - A_{\text{ref}}$  为反向散射共振峰幅度的敏感度,  $A_{\text{ref}}$  为参考衰减系数对应的共振峰幅度,  $A$  为不同纵波和剪切波衰减系数所对应的共振峰幅度,  $\Delta A$  越大越敏感。图 6 给出不同纵波和剪切波衰减系数情况下两个典型共振峰幅度位置的变化特征, 其中横轴表示共振峰

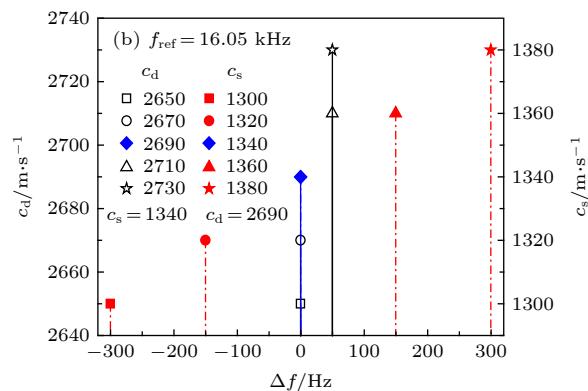
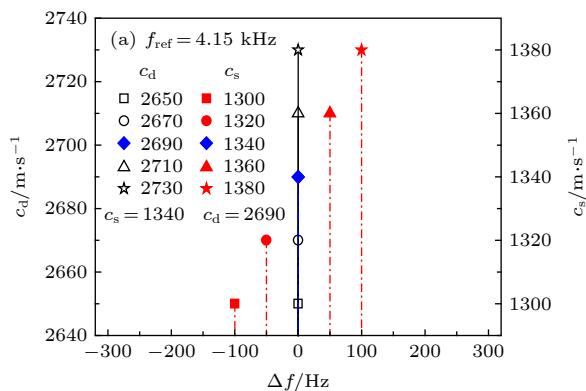
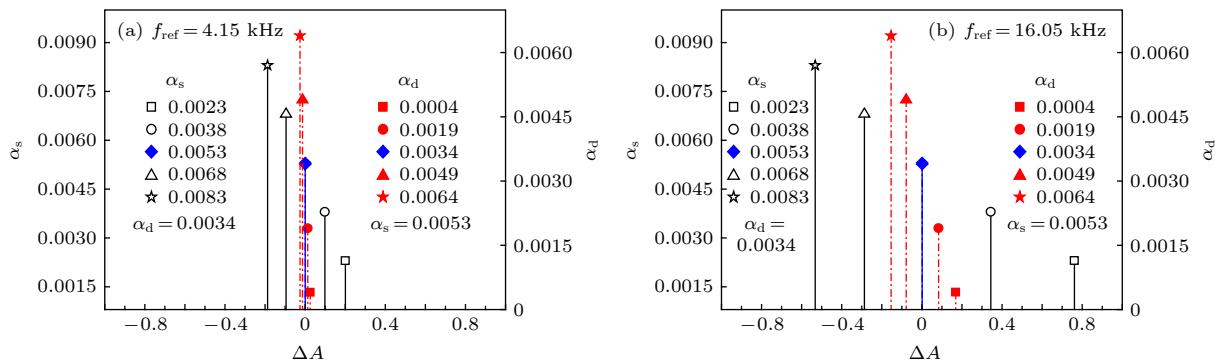
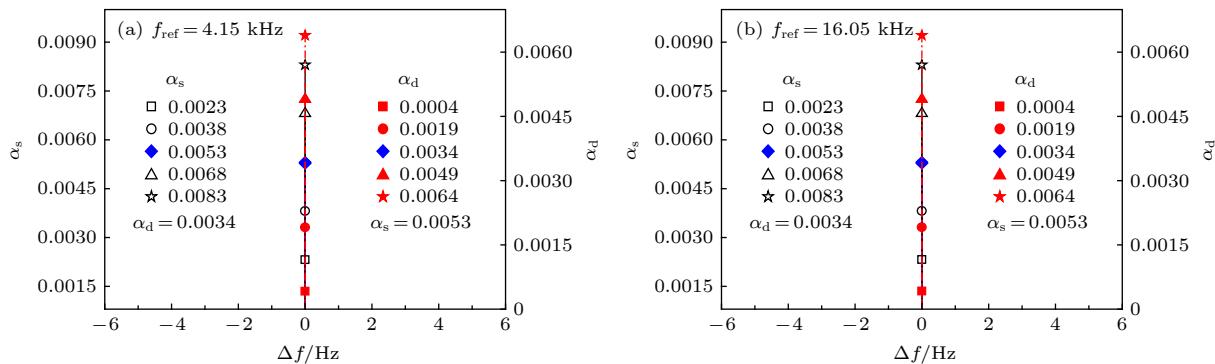
图 5 PMMA 球两个典型共振峰频率敏感度 (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ 

Fig. 5. Sensitivity of resonance-frequency: (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ .

图 6 PMMA 球两个典型共振峰幅度敏感度 (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ Fig. 6. Sensitivity of resonance-amplitude: (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ .图 7 共振频率对衰减系数敏感度 (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ Fig. 7. Sensitivity of resonance frequency to attenuation: (a)  $f_{\text{ref}} = 4.15 \text{ kHz}$ ; (b)  $f_{\text{ref}} = 16.05 \text{ kHz}$ .

幅度敏感度  $\Delta A$ , 左边纵轴表示剪切波衰减系数, 右边纵轴表示纵波衰减系数. 图 6 中蓝色实心菱形是纵波和剪切波参考衰减系数  $\alpha_d = 0.0034$ ,  $\alpha_s = 0.0053$  所对应的共振峰幅度敏感度, 此时共振峰幅度的敏感度为 0; 黑色空心矩形、圆、三角形和五角星对应衰减系数  $\alpha_s = 0.0023, 0.0038, 0.0068, 0.0083$  和  $\alpha_d = 0.0034$  时共振峰幅度的敏感度; 红色实心矩形、圆、三角形和五角星对应衰减系数  $\alpha_d = 0.0004, 0.0019, 0.0049, 0.0064$  和  $\alpha_s = 0.0053$  时共振峰幅度的敏感度. 可以看出, 改变剪切波衰减系数时  $\Delta A$  值远大于改变纵波衰减系数时的  $\Delta A$  值, 即共振峰值对剪切波衰减系数的敏感度大于纵波衰减系数. 尤其在低频时共振峰值对纵波衰减系数变化基本不敏感, 因此利用低频共振峰值反演衰减系数时可以忽略纵波衰减系数.

图 7 为不同衰减系数情况下 PMMA 球反向散射的两个典型共振峰频率敏感度, 可以看出在所研究频段内改变纵波和剪切波衰减系数共振峰频率基本不变.

#### 4 塑料类高分子聚合物材料声学参数反演

塑料类高分子聚合物材料实心球的反向散射在低  $ka$  时存在多个强共振峰, 可依据这些强共振峰频率和幅度反演材料声学参数(纵波、剪切波声速以及衰减系数). 在第 3 部分, 共振特征对声学参数敏感度的分析表明: 反向散射共振峰频率对剪切波声速较敏感, 对衰减系数不敏感; 共振峰幅度对衰减系数较敏感. 因此, 在利用反向散射共振特征反演目标声学参数时, 可以先利用共振峰频率反演声速, 再利用幅值反演衰减系数, 具体反演流程如图 8 所示.

首先反演剪切波和纵波声速. 假设测量获取的共振峰频率为  $f_{mj}$ , 反演时设定纵波和剪切波声速的初值区间分别为  $[c_{d1}, c_{d2}]$  和  $[c_{s1}, c_{s2}]$ , 利用(1)式计算其共振峰频率  $f_{sj}$ , 其中  $j$  是反演频带内共振峰序号. 定义频率代价函数为 SFF 如(9)式所示, 其中  $N$  为反演频带内共振峰最大个数. 在上

述声速区间内对纵波声速和剪切波声速两重循环计算频率代价函数, 取频率代价函数最小时所对应的纵波和剪切波声速为最终反演参数解 $[c_{\text{dopt}} \ c_{\text{sopt}}]$ .

$$SFF = \sqrt{\sum_{j=1}^N (f_{sj}(\mathbf{X}_1) - f_{mj})^2}, \quad (9)$$

此处,  $\mathbf{X}_1 = [c_d \ c_s]$ , 其中  $c_d \in [c_{d1}, c_{d2}]$ ,  $c_s \in [c_{s1}, c_{s2}]$ . 因此, 当搜索的  $\mathbf{X}_1$  值越接近目标球的真实参数, 共振峰频率  $f_{sj}$  就越接近  $f_{mj}$ , 代价函数  $SFF$  的值也就越趋近于零.

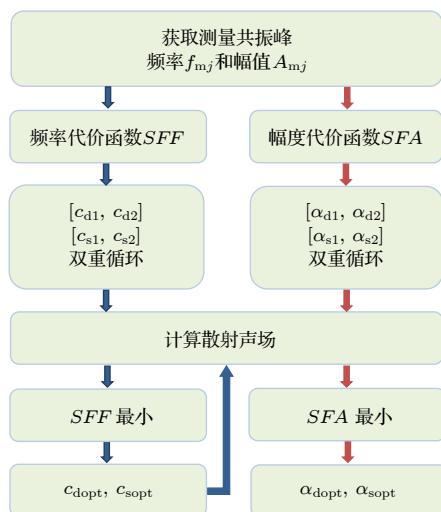
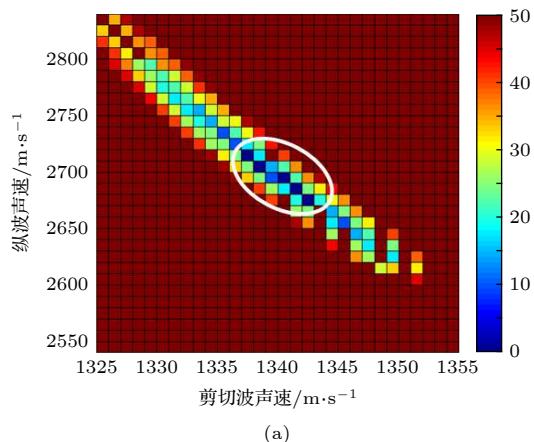


图 8 材料声学参数反演技术流程图

Fig. 8. Flow chart of material parameters inversion.

同时定义幅度代价函数为  $SFA$ :

$$SFA = \sqrt{\sum_{j=1}^N (A_{sj}(\mathbf{X}_2) - A_{mj})^2}. \quad (10)$$

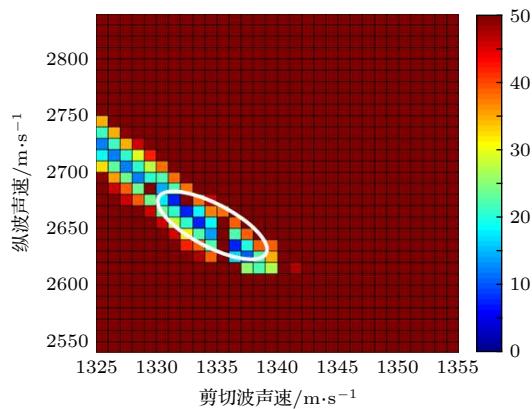


(a)

假设测量获取的共振峰幅度为  $A_{mj}$ , 其中  $\mathbf{X}_2 = [\tilde{c}_d \ \tilde{c}_s]$ ,  $\tilde{c}_d = c_{\text{dopt}}(1 - \alpha_d i)$ ,  $\tilde{c}_s = c_{\text{sopt}}(1 - \alpha_s i)$ ,  $[c_{\text{dopt}} \ c_{\text{sopt}}]$  为反演获得的纵波声速和剪切波声速,  $\alpha_d \in [\alpha_{d1}, \alpha_{d2}]$ ,  $\alpha_s \in [\alpha_{s1}, \alpha_{s2}]$ ,  $A_{sj}$  为由 (1) 式计算得到的共振峰幅度. 在上述声速区间内对纵波衰减系数和剪切波衰减系数双重循环计算幅度代价函数, 取幅度代价函数最小时所对应的纵波衰减系数和剪切波衰减系数为最终反演参数解 $[\alpha_{\text{dopt}} \ \alpha_{\text{sopt}}]$ .

计算得到水下 PMMA 球在  $ka$  ( $1 < ka < 7$ ) 反向散射形态函数时的共振峰频率, 记为 (9) 式中的  $f_{mj}$ , 共振峰幅值记为 (10) 式中的  $A_{mj}$ , 计算中  $c_d = 2690 \text{ m/s}$ ,  $c_s = 1340 \text{ m/s}$ ,  $\alpha_d = 0.0034$ ,  $\alpha_s = 0.0053$  作为声学参数真值. 首先反演其纵波和剪切波声速, 设定纵波和剪切波声速的初值范围分别为  $[2540, 2840]$  和  $[1320, 1360]$ , 由第 3 部分敏感度分析可知剪切波声速敏感度强于纵波声速, 因此设定纵波声速搜索步长为  $10 \text{ m/s}$ , 而剪切波声速搜索步长为  $1 \text{ m/s}$ , 利用双重循环搜索方法得到频率代价函数  $SFF$ . 取频率代价函数最小时所对应的纵波和剪切波声速为反演参数解 $[c_{\text{dopt}} \ c_{\text{sopt}}]$ .

实际测量中, 共振峰提取有一定的误差, 图 9(a) 为  $f_{mj}$  所对应的频率代价函数, 图 9(b) 为  $f_{mj}$  经过频率偏移  $\Delta f = 5\% f_{mj}$  所对应的频率代价函数, 横轴为剪切波声速, 纵轴为纵波声速, 颜色表示频率代价函数值. 图 9(a) 中当频率代价函数最小值  $SFF = 0$  时出现多值问题, 用白色虚线框表示, 集中在参数真值附近, 取  $SFF = 0$  时对应的剪切波和纵波声速的平均值作为反演声速参数解, 即  $c_{\text{dopt}} = 2690 \text{ m/s}$ ,  $c_{\text{sopt}} = 1339.6 \text{ m/s}$ . 这里用相对



(b)

图 9 频率代价函数 (a)  $f_{mj}$ ; (b)  $f_{mj} - \Delta f$

Fig. 9. Cost function of resonance frequency: (a)  $f_{mj}$ ; (b)  $f_{mj} - \Delta f$ .

误差 $\delta$ 来衡量反演参数的精度, 纵波声速和剪切波声速的反演精度为 $\delta_{c_d} = |c_{\text{dopt}} - c_d| / c_d$ 和 $\delta_{c_s} = |c_{\text{sopt}} - c_s| / c_s$ , 相对误差越小, 反演精度越高. 实际测量中共振峰频率获取的误差使得反演时最小频率代价函数值不为0, 因此仿真时将共振峰频率整体分别移动 $\pm \Delta f$ ,  $\pm 2\Delta f$ 和 $\pm 3\Delta f$ , 以获取纵波和剪切波声速的反演误差以及频率代价函数最小值.

图10中黑色实线表示纵波声速的相对误差, 红色划线为剪切波声速相对误差. 图10(a)中横轴表示频率偏移, 纵轴表示相对误差, 当获取共振峰频率没有偏差时, 纵波和剪切波声速的相对误差均为0; 当获取的共振峰频率有一定误差时, 纵波和剪切波声速的相对误差增加, 并且随着频偏增大, 纵波和剪切波声速的相对误差逐渐增大, 即反演精度逐渐降低. 图10(b)中横轴表示不同频率偏移所对应的频率代价函数的最小值SFF, 当SFF较小时纵波和剪切波声速的反演精度相差不大, 随着SFF值增大, 二者声速的反演相对误差逐渐增大, 精度逐渐降低, 且剪切波声速的反演精度远大于纵波声速反演精度, 这与第3部分敏感度分析结果一致.

接下来基于共振峰幅值反演纵波衰减系数和剪切波衰减系数, 计算中将反演的纵波声速 $c_{\text{dopt}} = 2690 \text{ m/s}$ 和剪切波声速 $c_{\text{sopt}} = 1339.6 \text{ m/s}$ 代入, 设定纵波和剪切波衰减系数的初值范围分别为[0.001, 0.006]和[0.002, 0.008], 由第3部分敏感度分析可知剪切波衰减系数敏感度强于纵波衰减系数, 因此设定纵波衰减系数搜索步长为0.0002, 而剪切波衰减系数搜索步长为0.0001, 利用双重循环搜索方法得到幅度代价函数SFA. 取幅度代价函数最小时所对应的纵波和剪切波衰减系数为反演

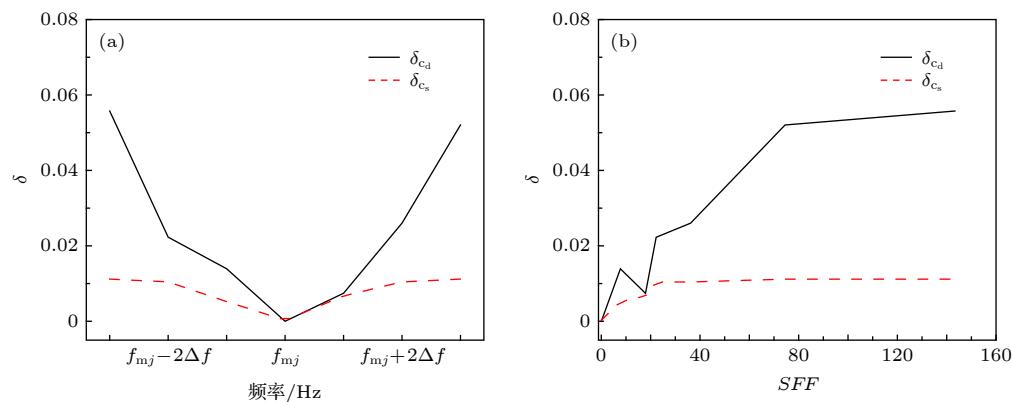


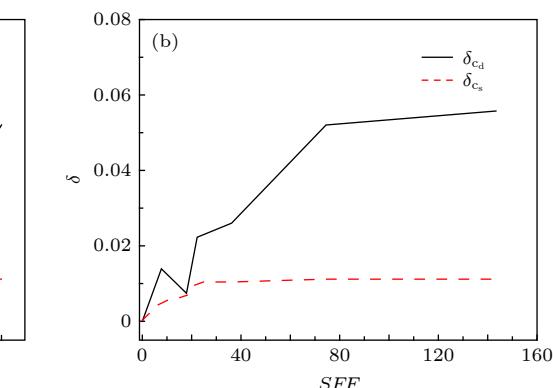
图10 剪切波和纵波声速相对误差

Fig. 10. Relative errors of the transverse wave velocity and the longitudinal wave velocity.

参数解 $[\alpha_{\text{dopt}} \alpha_{\text{sopt}}]$ .

实际测量中, 由于测量误差和信噪比等因素, 共振峰幅度提取也有一定的误差, 图11(a)为幅度 $A_{mj}$ 所对应的代价函数, 图11(b)为 $A_{mj}$ 经过幅度偏移 $\Delta A = 1\%A_{mj}$ 所对应的幅度代价函数, 横轴为剪切波衰减系数, 纵轴为纵波衰减系数, 颜色表示幅度代价函数值. 图11(a)中当幅度代价函数 $SFA = 0$ 时出现多值问题, 用白色虚线框表示, 集中在参数真值附近, 取 $SFA = 0$ 时对应的纵波和剪切波衰减系数的平均值作为反演衰减系数参数解, 即 $\alpha_{\text{dopt}} = 0.0034$ ,  $\alpha_{\text{sopt}} = 0.0053$ . 纵波和剪切波衰减系数的反演精度为 $\delta_{\alpha_d} = |\alpha_{\text{dopt}} - \alpha_d| / \alpha_d$ 和 $\delta_{\alpha_s} = |\alpha_{\text{sopt}} - \alpha_s| / \alpha_s$ , 相对误差越小, 反演精度越高. 实际测量中共振峰幅度获取偏差使得反演时最小幅度代价函数值不为0, 因此仿真时将共振峰幅度整体分别移动 $\pm \Delta A$ ,  $\pm 2\Delta A$ 和 $\pm 3\Delta A$ , 以获取纵波衰减系数和剪切波衰减系数的反演误差以及幅度代价函数最小值(图12).

图12中黑色实线表示纵波衰减系数的相对误差, 红色虚线为剪切波衰减系数相对误差. 图12(a)中横轴表示幅度偏移, 纵轴表示相对误差, 当获取的共振峰幅度没有偏差时, 纵波和剪切波衰减系数的相对误差均为0; 当获取的共振峰幅度有一定误差时, 纵波和剪切波衰减系数的相对误差增加, 并且随着幅度偏移增大, 纵波和剪切波衰减系数的相对误差逐渐增大, 即反演精度逐渐降低. 图12(b)中横轴表示幅度代价函数的最小值SFA, 当SFA较小时纵波和剪切波衰减系数反演精度相差不大, 随着SFA值增大, 二者衰减系数反演相对误差逐渐增大, 精度逐渐降低, 且剪切波衰减系数的反演精度远大于纵波衰减系数反演精度, 这与



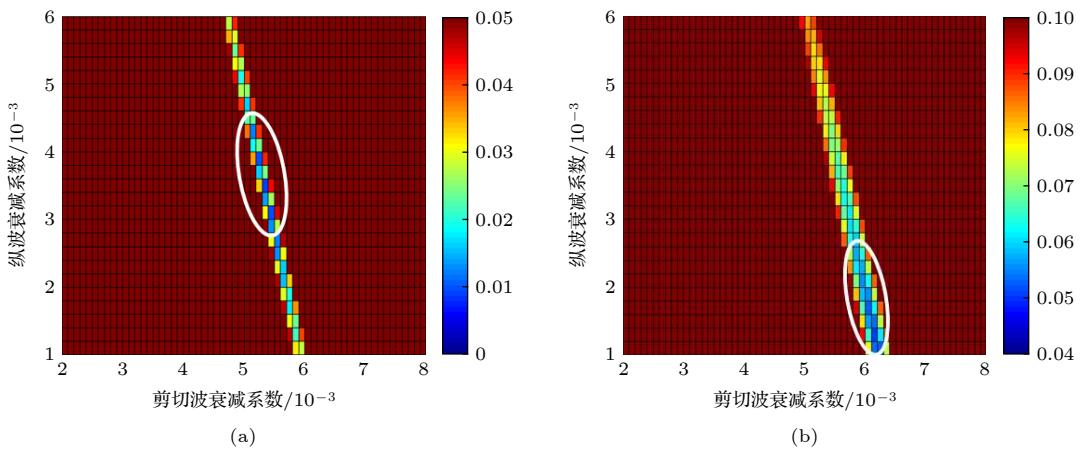
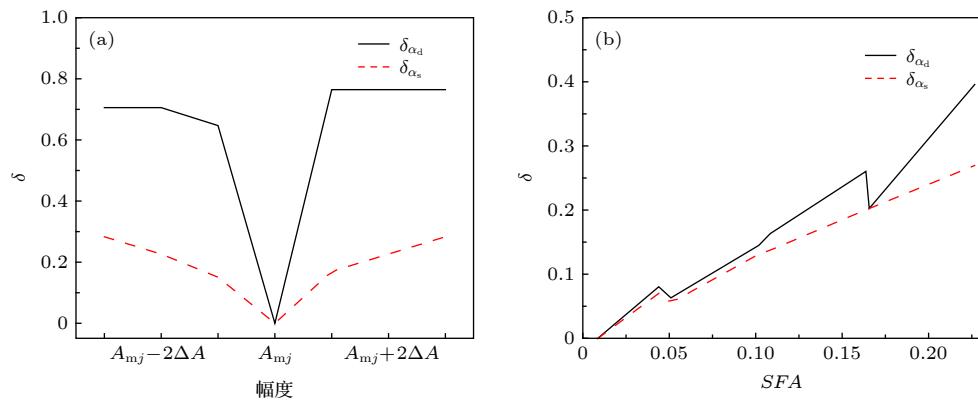
图 11 幅度代价函数 (a)  $A_{mj}$ ; (b)  $A_{mj} - \Delta A$ Fig. 11. Cost function of resonance amplitude: (a)  $A_{mj}$ ; (b)  $A_{mj} - \Delta A$ .

图 12 纵波和剪切波衰减系数相对误差

Fig. 12. Relative errors of the longitudinal wave attenuation coefficient and the transverse wave attenuation coefficient.

第 3 部分敏感度分析结果一致。纵波声速、剪切波声速以及衰减系数反演结果显示，当不存在声场的测量误差时，参数反演结果与参考值基本一致。

## 5 实验

通过 PMMA 实心球反向散射水池实验，反演获得某类型 PMMA 材料相关声学参数。根据测量的散射数据分析每种回波的到达时刻，进而分析回波结构，预测各个参数值的大致范围，根据第 4 部分构建的参数反演方法对实验用模型相关声学参数进行反演。

### 5.1 实验布置

PMMA 实心球反向散射实验是在青岛声学所北站消声水池完成的，水池空间尺寸为  $12\text{ m} \times 10\text{ m} \times 8\text{ m}$ 。实验模型为密度  $1050\text{ kg/m}^3$ ，半径

$0.1\text{ m}$  的 PMMA 实心球。采用中心频率为  $15\text{ kHz}$  的发射换能器，发射信号频率为  $5\text{--}20\text{ kHz}$ ，脉宽为  $0.8\text{ ms}$ ，发射周期为  $500\text{ ms}$ 。发射换能器距离目标  $2.84\text{ m}$ ，水听器为 BK8103，吊放位置距离目标  $1.98\text{ m}$ 。水听器、目标和发射换能器三者处于同一深度，距离水面  $4\text{ m}$ ，具体布放及测量仪器如图 13 所示。为排除市电干扰，测量过程中所有设备全程处于 UPS 直流供电状态。

### 5.2 实验数据分析

图 14 为水听器接收到的时域回波信号，最先到达的是几何镜反射回波，接着是亚音速的 Rayleigh 波，可以观察到亚音速 Rayleigh 波比几何镜反射回波幅值大，与理论仿真结果一致。由于发射换能器对发射脉宽的限制和展宽效应，实验获取的回波时域信号中几种弹性波混叠在一起。

将水听器接收到的目标处的入射声波时域信

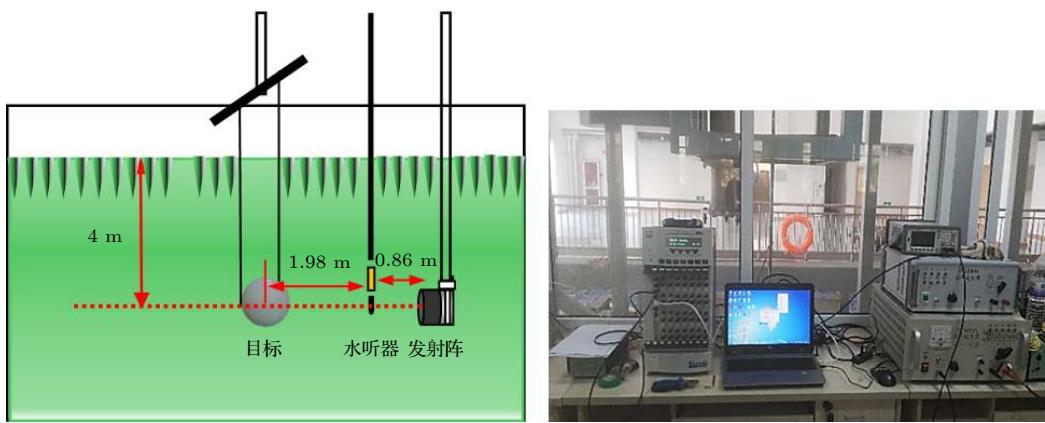


图 13 实验布放及测量仪器

Fig. 13. Arrangement of experimental system.

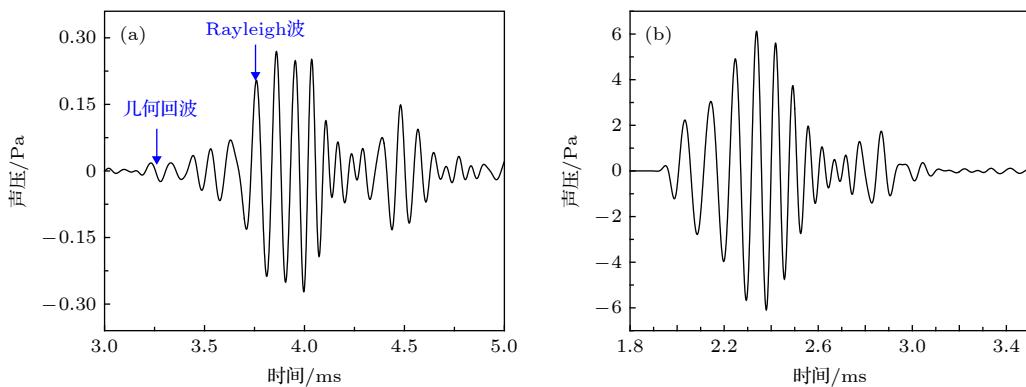


图 14 时域信号 (a)回波; (b)入射波

Fig. 14. Time-domain signal: (a) Echoes; (b) incident pressure.

号  $p_i(t)$  和回波时域信号  $p_s(t)$  分别进行傅里叶变换得到其频谱  $P_i(f)$  和  $P_s(f)$ , 再将回波信号频谱除以入射波信号频谱并对距离进行修正得到其反向散射频域形态函数 (图 15).

从获得的 PMMA 球反向散射形态函数中提取共振峰频率  $f_{mj}$  和幅度  $A_{mj}$ , 如表 2 所列, 采用第 4 部分声学参数反演方法对实验用模型材料的

声学参数进行反演. 首先反演纵波和剪切波声速, 设定纵波和剪切波声速的初值区间分别为 [3500, 7000] 和 [1360, 1430], 利用循环搜索的方法得到频率代价函数  $SFF$ , 如图 16(a) 所示, 当频率代价函数最小时  $SFF = 96$ , 得到最终反演的纵波声速  $c_d = 4383.3 \text{ m/s}$  和剪切波声速  $c_s = 1392 \text{ m/s}$ , 根据图 10(b) 可得纵波和剪切波声速反演的相对误差分别为 5.4% 和 1.1%. 假设所测频段内衰减系数为常数, 即不随频率变化. 将反演的声速代入反演衰减系数, 设定纵波和剪切波衰减系数的初值区间

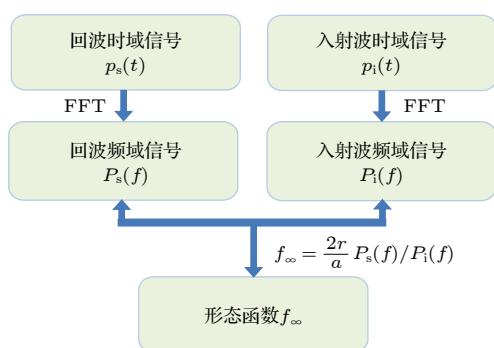


图 15 获取形态函数流程图

Fig. 15. Flow chart of obtaining form function.

表 2 实验获取共振峰频率和幅度

Table 2. Resonance frequency and amplitude obtained in experiment.

共振峰频率 $f_{mj} / \text{kHz}$	共振峰幅度 $A_{mj}$
$f_{m1}$	7.654
$f_{m2}$	9.605
$f_{m3}$	11.48
$f_{m4}$	14.894
$A_{m1}$	3.1556
$A_{m2}$	3.1378
$A_{m3}$	2.6025
$A_{m4}$	2.5969

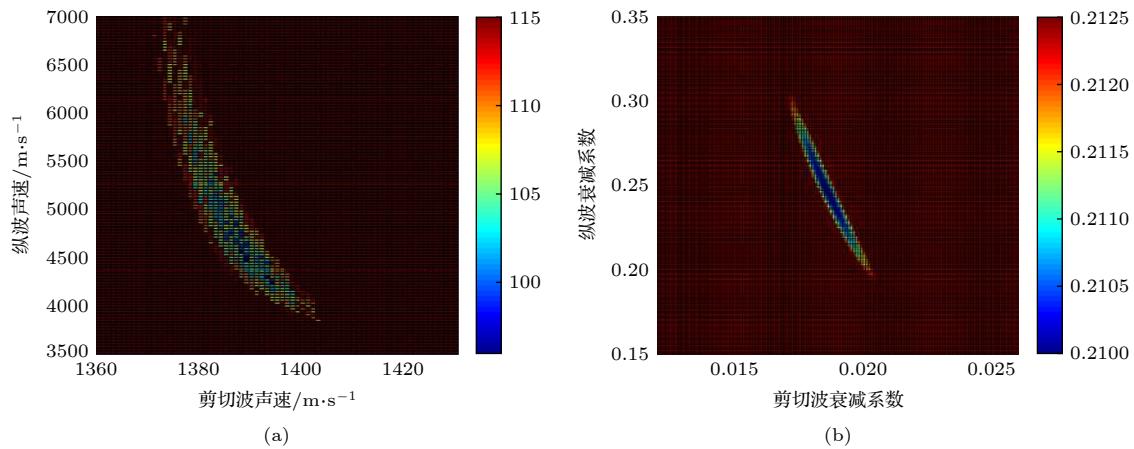


图 16 代价函数 (a) 共振峰频率; (b) 共振峰幅度

Fig. 16. Cost function: (a) Resonance frequency; (b) resonance amplitude.

分别为 [0.15, 0.35] 和 [0.012, 0.026], 再次利用双重循环搜索方法得到幅度代价函数  $SFA$ , 如图 16(b) 所示, 当幅度代价函数最小  $SFA = 0.21$  时, 纵波和剪切波声速衰减系数反演结果为  $\alpha_{c_d} = 0.25$ ,  $\alpha_{c_s} = 0.0186$ , 根据图 12(b) 可得纵波和剪切波衰减系数反演的相对误差分别为 36.5% 和 26%.

将反演得到的纵波声速和剪切波声速及其衰减系数作为利用 Rayleigh 简正级数解计算实心球的材料参数值, 计算其反向散射形态函数随频率变化的曲线, 并与实验获取的结果进行对比 (图 17), 二者整体吻合较好. 从图 17 可以观察到, 主要共振峰位置基本相同, 随频率变化的规律也基本一致, 实验中明确测量得到了 4 个共振峰. 反演参数时假设衰减系数随频率没有变化, 而实际模型材料的衰减系数随着频率升高衰减增大 [21], 导致实验

测得的衰减系数存在一定误差. 再者, 在获取实验模型的形态函数时需要知道声源与目标的距离、水听器与目标的距离, 实验中这些距离都是通过测量和脉冲压缩之后根据声程差计算得到的, 而水下的实际距离会存在一定的偏差. 此外, 实验中要求目标、发射换能器和水听器在一条线上, 而在实际操作中吊放深度有一定的误差. 这些误差对共振峰频率的计算也会产生一定的影响, 从而必然导致反演结果的偏差.

## 6 结 论

本文基于水中目标声散射的 Rayleigh 简正级数解和弹性表面波传播理论, 分析了塑料类高分子聚合物材料实心球中亚音速 Rayleigh 波的低频共振机理, 讨论了目标反向散射共振特征 (共振峰频率和幅度) 对其声学参数 (纵波声速和剪切波声速) 的敏感度. 以 Rayleigh 波低频共振峰频率和幅度作为代价函数, 建立了一种基于循环搜索算法的塑料类高分子聚合物材料声学参数 (纵波、剪切波声速以及衰减系数) 反演方法. 最后进行典型塑料类高分子聚合物材料 PMMA 实心球反向散射特性水池试验, 反演得到了此类 PMMA 材料纵波、剪切波声速及其声衰减系数, 并利用这些材料参数计算实心球反向散射形态函数, 与实验获取的结果进行对比, 发现二者符合较好. 误差分析表明, 测量误差对材料的衰减系数影响较大, 对声速影响较小, 声速的结果更加稳定可靠. 本文所用声学反演方法对材料衰减系数的反演精度不够高, 但也为利用塑料类高分子聚合物材料进行 3D 打印水下声

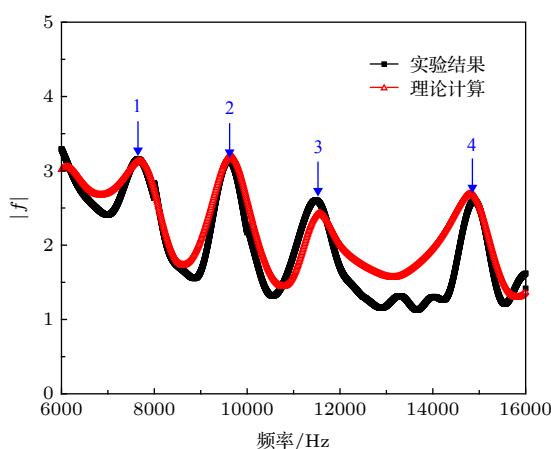


图 17 实验结果和理论计算对比

Fig. 17. Comparison between experimental and theoretical calculation.

学模型和结构性能预报提供了基础参数,今后会继续研究敏感度较低的参数反演问题.

## 参考文献

- [1] Ling S, Wang X F, Wu Y P 2007 *Polymer Materials* (Beijing: China Light Industry Press) pp1–4 (in Chinese) [凌绳, 王秀芬, 吴友平 2007 聚合物材料 (北京: 中国轻工业出版社)第1—4页]
- [2] Wang R J 1983 *The Handbook of Underwater Acoustic Materials* (Beijing: Science Press) pp49–64 (in Chinese) [王荣津 1983 水声材料手册 (北京: 科学出版社) 第49—64页]
- [3] Li Y Q, Zhu X, Sun W H, Yan X 2012 *Ship Science And Technology* **34** 7 (in Chinese) [李永清, 朱锡, 孙卫红, 晏欣 2012 舰船科学技术 **34** 7]
- [4] Dai Y, Yang J H, Hou H, Chen J P, Sun L, Shi J 2017 *Acta Acustica* **42** 476 (in Chinese) [代阳, 杨建华, 侯宏, 陈建平, 孙亮, 石静 2017 声学学报 **42** 476]
- [5] Chen J P, He Y A, Huang A G 2015 *Technical Acoustics* **34** 109 (in Chinese) [陈建平, 何元安, 黄爱根 2015 声学技术 **34** 109]
- [6] Ren Q Y, Piao S C, Ma L, Guo S M, Liao T J 2018 *J. Harbin Eng. Univ.* **39** 236 (in Chinese) [任群言, 朴胜春, 马力, 郭圣明, 廖俊俊 2018 哈尔滨工程大学学报 **39** 236]
- [7] Yang K D, Ma Y L 2009 *Acta Phys. Sin.* **58** 1798 (in Chinese) [杨坤德, 马远良 2009 物理学报 **58** 1798]
- [8] Guo X L, Yang K D, Ma Y L 2015 *Acta Phys. Sin.* **17** 174302 (in Chinese) [郭晓乐, 杨坤德, 马远良 2015 物理学报 **17** 174302]
- [9] Zheng G Y, Huang Y W 2017 *J. Harbin Eng. Univ.* **38** 371 (in Chinese) [郑广赢, 黄益旺 2017 哈尔滨工程大学学报 **38** 371]
- [10] Jin G L, Yin J F, Wen J H, Wen X S 2016 *Acta Phys. Sin.* **65** 014305 (in Chinese) [金国梁, 尹剑飞, 温激鸿, 温熙森 2016 物理学报 **65** 014305]
- [11] Tao M, Zhao Y 2014 *Journal of Vibration and Shock* **33** 85 (in Chinese) [陶猛, 赵阳 2014 振动与冲击 **33** 85]
- [12] Song Y, Yang S E, Huang Y W 2007 *Material Science and Technology* **15** 44 (in Chinese) [宋扬, 杨士莪, 黄益旺 2007 材料科学与工艺 **15** 44]
- [13] Gaunaurd G C, Überall H 1983 *J. Acoust. Soc. Am.* **73** 1
- [14] Hartmann B, Jarzynski J 1972 *J. Appl. Phys.* **43** 4304
- [15] You Y L, Wen X L, Xie C F 1994 *J. Num. Meth. Computer Appl.* **2** 88 (in Chinese) [龙云亮, 文希理, 谢处方 1994 数值计算与计算机应用 **2** 88]
- [16] Dickey J W, Frisk G V, Überall H 1976 *J. Acoust. Soc. Am.* **59** 1339
- [17] Marston P L 1992 *Geometrical and Catastrophe Optics Methods in Scattering* (New York: Academic Press) pp47–50
- [18] Tesei A, Guerrini P, Zampolli M 2008 *J. Acoust. Soc. Am.* **124** 827
- [19] Hefner B T, Marston P L 2000 *J. Acoust. Soc. Am.* **107** 1930
- [20] Tang W L, Fan J, Ma Z C 2018 *Acoustic Scattering of Underwater Targets* (Beijing: Science Press) pp112–116 (in Chinese) [汤渭霖, 范军, 马忠诚 2018 水中目标声散射 (北京: 科学出版社) 第112—116页]
- [21] Mitri F G, Fellah Z E A, Chapelon J Y 2004 *J. Acoust. Soc. Am.* **115** 1411

# Inversion for acoustic parameters of plastic polymer target in water\*

Zhou Yan-Ling    Fan Jun<sup>†</sup>    Wang Bin

(Collaborative Innovation Center for Advanced Ship and Deep-Sea Exploration, State Key Laboratory of Ocean Engineering,  
Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)  
(Received 27 June 2019; revised manuscript received 26 August 2019)

## Abstract

The high-precision molding capability of complex surfaces and structures makes three-dimensional (3D) printing technology more widely used in underwater acoustic models and structural molding. The plastic polymer material, as the main material in the field of 3D printing, possesses the acoustic parameters that are directly related to the acoustic properties of 3D printed underwater acoustic models and structures. Based on the Rayleigh normal series solution for the acoustic scattering of underwater target and the mechanism analysis of the low-frequency resonance which is associated with subsonic Rayleigh waves on the solid plastic polymer spheres, the sensitivity characteristics of the resonance frequency and amplitude to the wave velocity and attenuation coefficient are obtained at low frequencies. It is shown that the transverse wave velocity and the transverse wave attenuation coefficient both have high inversion accuracy at low values of  $ka$ , where  $a$  is the radius of elastic sphere, as they are quite sensitive to the backscattering resonance frequency and amplitude, respectively. In the frequency band of interest, the backscattering resonance frequency is almost independent of attenuation coefficient. Considering the inversion accuracy, the longitudinal wave velocity and transverse wave velocity are inverted by the resonance frequency separately. Based on these characteristics, the cyclic search method is used to establish an acoustic parameter inversion method for plastic polymer materials, in which the frequency and amplitude of backscattering resonance peak are used as cost functions. Finally, the backscattering acoustic scattering experiment on a solid typical plastic polymer PMMA (methyl methacrylate-acrylic) sphere is conducted in the tank. The experimental results about the backscattering target strength varying with the frequency are in good agreement with the simulation results in a frequency range of 5–20 kHz. The simulation parameters such as the longitudinal wave velocity, transverse wave velocity and attenuation coefficient are obtained by the previously established inversion method. Therefore, the acoustic parameter inversion method provides reliable acoustic parameters for 3D printed underwater acoustic model and structure performance prediction for plastic polymer materials.

**Keywords:** plastic polymer, acoustic scattering, acoustic parameters, inversion

**PACS:** 43.20.+g, 43.30.+m

**DOI:** [10.7498/aps.68.20190991](https://doi.org/10.7498/aps.68.20190991)

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11774229).

† Corresponding author. E-mail: [fanjun@sjtu.edu.cn](mailto:fanjun@sjtu.edu.cn)