

**优化抽运空间分布实现连续变量超纠缠的纠缠增强**

李娟 李佳明 蔡春晓 孙恒信 刘奎 郭江瑞

**Enhancement of continuous-variable hyperentanglement by optimizing pump mode**

Li Juan Li Jia-Ming Cai Chun-Xiao Sun Heng-Xin Liu Kui Gao Jiang-Rui

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 68, 034204 (2019) DOI: 10.7498/aps.68.20181625

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181625>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

**您可能感兴趣的其他文章**

**Articles you may be interested in**

连续变量1.34  $\mu\text{m}$ 量子纠缠态光场的实验制备

Continuous variable quantum entanglement at 1.34  $\mu\text{m}$

物理学报. 2017, 66(24): 244205 <https://doi.org/10.7498/aps.66.244205>

连续变量纠缠态光场在光纤中传输特性的实验研究

Experimental investigation of transmission characteristics of continuous variable entangled state over optical fibers

物理学报. 2018, 67(2): 024203 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171542>

微波连续变量极化纠缠

Continuous variable polarization entanglement in microwave domain

物理学报. 2019, 68(6): 064204 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181911>

两腔级联纠缠增强的理论分析

Theoretical analysis of entanglement enhancement with two cascaded optical cavities

物理学报. 2019, 68(6): 064205 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182079>

基于散粒噪声方差实时监测的连续变量量子密钥分发系统的设计与实现

The design and realization of continuous-variable quantum key distribution system based on real-time shot noise variance monitoring

物理学报. 2017, 66(2): 020301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.020301>

# 优化抽运空间分布实现连续变量超纠缠的纠缠增强\*

李娟 李佳明 蔡春晓 孙恒信 刘奎† 郜江瑞

(山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 极端光学协同创新中心, 太原 030006)

(2018年8月31日收到; 2018年11月4日收到修改稿)

超纠缠近年来受到人们广泛的关注, 其在量子信息和量子通信领域具有非常重要的作用. 在 Liu 等 (2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 170501) 的工作中, 他们利用二类相位匹配的非简并光学参量放大器获得了约 1.00 dB 的同时具有轨道角动量和自旋角动量纠缠的连续变量超纠缠态. 在此基础上, 本文通过进一步分析抽运模式与下转换模式间的纠缠关系, 优化了抽运空间构造. 实验结果表明, 相比 Liu 等利用高斯基模做抽运场, 使用优化的抽运模式时轨道角动量纠缠和自旋角动量纠缠的不可分度分别提高了 96.2% 和 96.3%, 最终将超纠缠态的纠缠度提高到了  $(4.00 \pm 0.02)$  dB, 为连续变量超纠缠态的进一步应用奠定了基础.

**关键词:** 量子光学, 纠缠, 光学参量放大器

**PACS:** 42.50.-p, 03.67.Bg, 42.65.Yj

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181625

## 1 引言

量子纠缠作为量子光学和量子信息领域的一种重要资源, 被广泛应用于量子通信<sup>[1,2]</sup>、量子计量<sup>[3]</sup>和量子计算<sup>[4]</sup>等方面. 近年来, 多个自由度同时纠缠的超纠缠<sup>[5]</sup>引起了研究者的密切关注, 这种多自由度的超纠缠可以用来对信息进行并行传输和处理, 增加光子携带的信息量, 提高量子通信的信道容量以及量子计算的速度, 在多通道量子信息、超密集编码<sup>[6,7]</sup>以及量子计算<sup>[8,9]</sup>等方面具有广泛的应用前景.

超纠缠态光场的研究开始于分离变量领域. 从 2005 年 Barreiro 等<sup>[10]</sup>在实验上第一次获得了超纠缠, 到 2018 年 Wang 等<sup>[11]</sup>制备了 18 bit 超纠缠, 分离变量超纠缠已经获得了许多重大进展. 近年来连续变量超纠缠也受到了广泛关注. 2009 年, Coutinho dos Santos 等<sup>[12]</sup>提出在非简并光学参量放

大器 (non-degenerate optical parametric amplifier, NOPA) 中可以产生同时具有自旋角动量和轨道角动量纠缠的连续变量超纠缠态光场. 2014 年, Liu 等<sup>[13]</sup>利用 NOPA 产生了同时具有自旋和轨道角动量纠缠的连续变量超纠缠态.

然而, 在实验上所产生的连续变量超纠缠的纠缠度较低, 难以使连续变量超纠缠态在量子通信等方面得到真正的应用, 因此如何提高超纠缠态的纠缠度至关重要. 对于连续变量量子纠缠的增强已有很多方案和实验报道, 如通过加减光子、量子催化等非高斯操作的线性放大技术<sup>[14-16]</sup>可以实现连续变量纠缠增强, 但这种方案具有一定的概率性, 无法实现纠缠的确定性增强. 通过级联光学参量振荡过程、四波混频等非线性过程<sup>[17,18]</sup>可以实施纠缠的确定性增强, 但现有的光学参量振荡增强方案只是针对基模纠缠光场, 而对于具有空间结构的超纠缠态光场的纠缠增强还没有相关的研究. 由于超纠缠

\* 国家自然科学基金 (批准号: 11674205)、国家自然科学基金重点项目 (批准号: 91536222)、国家重点研发计划 (批准号: 2016YFA0301404)、山西省高等学校创新人才支持计划和山西省 1331 工程资助的课题.

† 通信作者. E-mail: liukui@sxu.edu.cn

态光场包含空间高阶横模纠缠, 它的纠缠产生和增强与抽运场和下转换场的模式匹配<sup>[19]</sup>有很大的关系. 2006年, Lassen 等<sup>[20]</sup>在理论上分析了抽运场和下转换场间的模式重叠, 给出了产生HG<sub>10</sub>模压缩态的最佳抽运模式. 2017年, Guo 等<sup>[21]</sup>利用二类相位匹配的光学参量振荡器产生HG<sub>10</sub>模纠缠态, 通过优化抽运模式将其不可分度提高了53.5%. 本文通过进一步分析更为复杂的超纠缠态产生过程中抽运场与下转换场间的模式依赖关系, 找出了最佳的抽运模式以及不同抽运场与纠缠的依赖关系, 并进一步在实验上得到了验证, 提高了超纠缠态的纠缠度.

## 2 理论分析

系统的哈密顿量<sup>[12,22]</sup>可表示为

$$\begin{aligned} \hat{H} = & i\hbar\varepsilon_p(\hat{a}_p^\dagger - \hat{a}_p) + i\hbar\chi\Gamma \\ & \times (\hat{a}_p\hat{a}_{i,1}^\dagger\hat{a}_{s,-1}^\dagger - \hat{a}_p^\dagger\hat{a}_{i,1}\hat{a}_{s,-1} \\ & + \hat{a}_p\hat{a}_{i,-1}^\dagger\hat{a}_{s,1}^\dagger - \hat{a}_p^\dagger\hat{a}_{i,-1}\hat{a}_{s,1}). \end{aligned} \quad (1)$$

由系统的哈密顿量可得内腔场朗之万方程为

$$\begin{aligned} \dot{\hat{a}}_p = & \varepsilon_p - \gamma_p\hat{a}_p - \chi\Gamma\hat{a}_{i,1}\hat{a}_{s,-1} - \chi\Gamma\hat{a}_{i,-1}\hat{a}_{s,1}, \\ \dot{\hat{a}}_{i,\pm 1} = & -\gamma'_{i,\pm 1}\hat{a}_{i,\pm 1} + \chi\Gamma\hat{a}_p\hat{a}_{s,\mp 1}^\dagger + \sqrt{2\gamma_{i,\pm 1}}\hat{b}_{i,\pm 1}^{\text{in}} \\ & + \sqrt{2\mu_{i,\pm 1}}\hat{c}_{i,\pm 1}^{\text{in}}, \\ \dot{\hat{a}}_{s,\pm 1} = & -\gamma'_{s,\pm 1}\hat{a}_{s,\pm 1} + \chi\Gamma\hat{a}_p\hat{a}_{i,\mp 1}^\dagger \\ & + \sqrt{2\gamma_{s,\pm 1}}\hat{b}_{s,\pm 1}^{\text{in}} + \sqrt{2\mu_{s,\pm 1}}\hat{c}_{s,\pm 1}^{\text{in}}, \end{aligned} \quad (2)$$

式中 $\hat{a}_p$ 和 $\hat{a}_{j,l}$ 分别表示抽运场和下转换场的湮灭算符( $j = i, s$ 表示闲置场和信号场,  $l = \pm 1$ 表示拉盖尔高斯模的轨道角动量量子数);  $\varepsilon_p$ 表示抽运参数, 正比于注入抽运场的振幅;  $\gamma_p$ 表示抽运场的总损耗率;  $\gamma_{j,l}$ 和 $\mu_{j,l}$ 分别表示下转换场在输出耦合镜的透射损耗和其他额外损耗,  $\gamma'_{j,l} = \gamma_{j,l} + \mu_{j,l}$ 表示总损耗率;  $\hat{b}_{j,l}^{\text{in}}$ 表示输入的信号场和闲置场;  $\hat{c}_{j,l}^{\text{in}}$ 表示真空耦合噪声;  $\chi$ 表示非线性耦合系数; 且假设 $\gamma_p = 1$ ,  $\gamma_{j,l} = \gamma$ ,  $\mu_{j,l} = \mu$ ,  $\gamma'_{j,l} = \gamma'$ ;  $\Gamma$ 表示三个内腔场的耦合系数, 即

$$\Gamma = \int_{-\infty}^{+\infty} \nu^p(\mathbf{r})\mu^{s*}(\mathbf{r})\mu^{i*}(\mathbf{r})d\mathbf{r}, \quad (3)$$

其中 $\nu^p(\mathbf{r})$ ,  $\mu^s(\mathbf{r})$ 和 $\mu^i(\mathbf{r})$ 分别表示抽运场、信号场和闲置场的空间分布.

由于下转换过程必须保证能量和轨道角动量守恒, 一个抽运光子湮灭, 就会有两种可能的通道产生一对下转换光子: 信号光子是LG<sub>0</sub><sup>-1</sup>模(LG<sub>0</sub><sup>1</sup>模),

闲置光子是LG<sub>0</sub><sup>1</sup>模(LG<sub>0</sub><sup>-1</sup>模), 因此, 抽运场的角动量值为零.

当系统处于参量缩小状态时, 输出信号场和闲置场的关联噪声可以表示为

$$V_{\hat{X}_{s,\pm 1} + \hat{X}_{i,\mp 1}} = V_{\hat{P}_{s,\pm 1} - \hat{P}_{i,\mp 1}} = 1 - \eta_{\text{esc}} \frac{4\sigma}{(1 + \sigma)^2 + \Omega^2}, \quad (4)$$

则纠缠不可分判据为

$$V = 2 - \eta_{\text{esc}} \frac{8\sqrt{p_{\text{re}}/p_{\text{th}}}}{(1 + \sqrt{p_{\text{re}}/p_{\text{th}}})^2 + \Omega^2} < 2, \quad (5)$$

其中,  $\eta_{\text{esc}} = \gamma/\gamma'$ 是NOPA的输出耦合效率,  $\Omega = \omega/\gamma'$ 是归一化分析频率,  $\sigma = \sqrt{p_{\text{re}}/p_{\text{th}}}$ 是归一化抽运功率,  $p_{\text{re}}$ 是实际抽运功率,  $p_{\text{th}} = \gamma'^2/(\chi^2\Gamma^2)$ 是阈值抽运功率.

因为下转换场的产生与抽运模式和下转换模式间的模式匹配有密切的关系, 不同的抽运空间分布会导致不同的非线性效率和抽运阈值, 从而影响最终纠缠的输出. 对于角动量值为零的抽运光场, 其横向分布可展开为一系列拉盖尔高斯模, 即 $\nu^p(\mathbf{r}) = \sum_{p=0}^{\infty} c_p \nu_{0p}(\mathbf{r})$ , 其中 $\nu_{0p}(\mathbf{r})$ 表示 $l = 0$ 且 $p$ 为任意整数的拉盖尔高斯光束的横向分布,  $c_p$ 是相应的叠加系数.

当下转换场为LG<sub>0</sub><sup>1</sup>模和LG<sub>0</sub><sup>-1</sup>模时, 空间分布分别表示为 $\mu_1(\mathbf{r})$ 和 $\mu_{-1}(\mathbf{r})$ , 其耦合系数为

$$\Gamma = \sum_{p=0}^{\infty} c_p \int_{-\infty}^{+\infty} \nu_{0p}(\mathbf{r})\mu_1^*(\mathbf{r})\mu_{-1}^*(\mathbf{r})d\mathbf{r} = \sum_{p=0}^{\infty} c_p \Gamma_{0p}, \quad (6)$$

其中 $\Gamma_{0p}$ 表示 $l = 0$ 且 $p$ 为任意整数的拉盖尔高斯光束与下转换场的耦合系数. 表1所列是不同抽运模式下的耦合系数, 可以看出有3种不同的抽运模式可供选择: LG<sub>0</sub><sup>0</sup>模(基模高斯光束)、LG<sub>1</sub><sup>0</sup>模以及LG<sub>0</sub><sup>0</sup>模和LG<sub>1</sub><sup>0</sup>的叠加模式LG<sub>opt</sub> = 1/3LG<sub>0</sub><sup>0</sup> + 2/3LG<sub>1</sub><sup>0</sup>, 叠加模式的耦合系数最大, 为最佳抽运模式.

表1 不同抽运模式下的耦合系数

Table 1. Coupling coefficient with different pump modes.

耦合系数 $\Gamma_{0p}$	抽运模式				
	LG <sub>0</sub> <sup>0</sup>	LG <sub>1</sub> <sup>0</sup>	LG <sub>2</sub> <sup>0</sup>	...	1/3LG <sub>0</sub> <sup>0</sup> + 2/3LG <sub>1</sub> <sup>0</sup>
	1/2	1/√2	0	0	√3/2

图1给出了抽运场分别为LG<sub>0</sub><sup>0</sup>模、LG<sub>1</sub><sup>0</sup>模以及最佳抽运模式LG<sub>opt</sub>三种情况下, 纠缠不可分度随归一化抽运功率的理论变化曲线. 根据耦合系数计

算可得, 用  $LG_0^0$  模抽运产生下转换  $LG_0^0$  模时, 抽运阈值为  $p_{th}^{00 \rightarrow 00} = \gamma^2 / \chi^2$ . 当使用  $LG_0^0$  模抽运产生下转换  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模时, 其阈值  $p_{th}^{00 \rightarrow \pm 1} = 4p_{th}^{00 \rightarrow 00}$ . 因此当抽运功率达到  $p_{th}^{00 \rightarrow 00}$  时,  $LG_0^0$  模会开始振荡而无法获得  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模最大纠缠的输出. 当用  $LG_1^0$  模抽运产生下转换  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模时, 其阈值  $p_{th}^{10 \rightarrow \pm 1} = 2p_{th}^{00 \rightarrow 00}$ , 由于  $LG_1^0$  模不会抽运产生  $LG_0^0$  模, 因此  $LG_0^0$  模不会在腔内振荡, 只要有足够的抽运功率就可获得  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模最大纠缠的输出. 当选择  $LG_{opt}$  抽运时, 阈值为  $p_{th}^{opt \rightarrow \pm 1} = 4p_{th}^{00 \rightarrow 00} / 3$ , 由于  $LG_0^0$  模占总抽运功率的  $1/3$ , 因此最佳抽运模式中  $LG_0^0$  模所占最大功率为  $4p_{th}^{00 \rightarrow 00} / 9$ , 此时不会激发  $LG_0^0$  模的振荡, 且相比  $LG_1^0$  模抽运,  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模最大纠缠的获得所用抽运功率更低. 虽然  $LG_0^0$  模和  $LG_1^0$  模的叠加模式是最理想的抽运模式, 但是其制备比较复杂, 所以实验上使用  $LG_1^0$  抽运模式来获得最佳的纠缠.

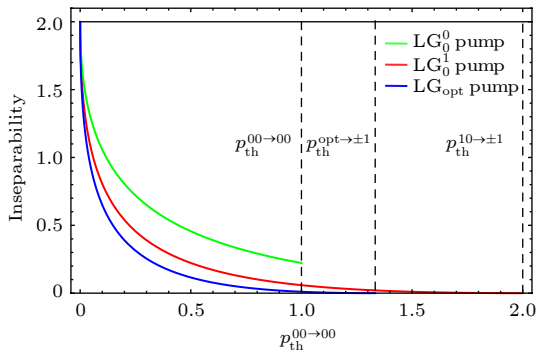


图 1 抽运模式分别为  $LG_0^0$  模 (绿色)、 $LG_1^0$  模 (红色) 以及最佳抽运模式  $LG_{opt}$  模 (蓝色) 三种情况下, 纠缠不可分度随归一化抽运功率  $p_{th}^{00 \rightarrow 00}$  变化的理论曲线 (所取参数为  $\eta_{esc} = 1, \Omega = 0$ )

Fig. 1. Theoretical inseparability against normalized pump power  $p_{th}^{00 \rightarrow 00}$  for three pump modes,  $LG_0^0$  (green solid line),  $LG_1^0$  (red solid line) and the optimal pump mode  $LG_{opt}$  (blue solid line) under ideal conditions. The parameters are  $\eta_{esc} = 1, \Omega = 0$ .

### 3 实验过程

图 2 是产生连续变量超纠缠态的实验装置. 全固态双波长激光器输出 1080 nm 的红外光和 540 nm 的绿光. 其中红外光首先经过一个三镜环形腔, 将光束的空间模式裁剪为  $HG_{01}$  模, 然后经过分束镜分成两束, 其中较弱的一部分  $HG_{01}$  模 (2 mW) 以  $45^\circ$  偏振从 KTP1 晶体的前端面注入 NOPA 中, 作为种子光. 540 nm 的基模高斯光束从三镜环形腔

出来后再经过模式转换器 (mode converter, MC) 输出  $LG_1^0$  模, 和  $LG_0^0$  模分别作为 NOPA 的抽运场. MC 的具体装置如图 2(b) 所示: 一束 540 nm 的基模高斯光束经过特殊设计的四象限相位片 (相邻象限之间相位相差  $\pi$ , 与  $HG_{11}$  模相位分布一致), 使得基模高斯光束的横向分布趋近于  $HG_{11}$  模的横向分布. 输出光再通过滤波腔, 输出光束质量较高的  $HG_{11}$  模. 产生的  $HG_{11}$  模再匹配进入两柱面镜组成的  $\pi/2$  模式转换器<sup>[23]</sup>中 (柱透镜焦距为  $f = 10$  cm, 两柱透镜间隔  $\sqrt{2}f$ ), 从而产生本实验上所需的  $LG_1^0$  模.

与文献[13]不同, 本文中的 NOPA 腔采用半整块腔的结构, 以降低内腔损耗, 提高超纠缠的输出质量. NOPA 腔由一个  $\alpha$  切割的二类 KTP 晶体 (KTP1, 作为参量晶体) 和一个曲率半径为 50 mm 的平凹腔镜组成. KTP1 晶体前端镀有 1080 nm 和 540 nm 双高反膜, 作为 NOPA 的输入镜, 另一面镀双增透膜. 平凹镜对 1080 nm 的红外有 5% 的透射率, 对 540 nm 镀有减反膜, 作为输出镜. 由于像散效应<sup>[24]</sup>的影响, 四个模式  $LG_{i,0}^1, LG_{s,0}^1, LG_{i,0}^{-1}, LG_{s,0}^{-1}$  不能同时在腔内共振. 为了使四个模式能在腔内同时共振, 如图 2(c) 所示, 在 NOPA 腔内放置一个与 KTP1 晶体相同的晶体 (KTP2, 作为补偿晶体), 且两晶体  $z$  轴相正交, 并在两个晶体之间插入一个与晶体  $z$  轴成  $45^\circ$  夹角的 1080 nm 半波片用来对 Gouy 相移进行相位补偿, 实现四个模式同时共振. 通过对两块晶体单独控温, 进一步优化 NOPA 的偏振简并与空间简并.

利用 PZT1 将抽运光和种子光的相对位相锁到参量缩小状态, 此时 NOPA 产生了  $LG_0^1$  模和  $LG_0^{-1}$  模的纠缠, 等同于输出了  $HG_{01}$  模的明亮纠缠态和  $HG_{10}$  模的真空纠缠态<sup>[23,25]</sup>, 利用双色分束器将产生的纠缠光和抽运光分开. 输出的纠缠光束再经过 PBS 分为偏振相互垂直的两部分, 每一部分都包含  $HG_{01}$  模和  $HG_{10}$  模, 再分别进入两对平衡零拍探测装置进行探测.

在探测部分, 把从红外三镜环形腔出来的另一部分  $HG_{01}$  模分为两部分, 其中一束光经过道威棱镜转化为  $HG_{10}$  模, 两束光分别作为  $HG_{01}$  模纠缠和  $HG_{10}$  模纠缠的本底光. 通过 PZT2 锁定纠缠光与本底光的相对位相为 0 或  $\pi/2$  时, 分别测其正交振幅分量或正交位相分量, 然后对这两对平衡零拍进行联合测量, 就可以获得正交振幅之间和正交位相之间的关联噪声谱.

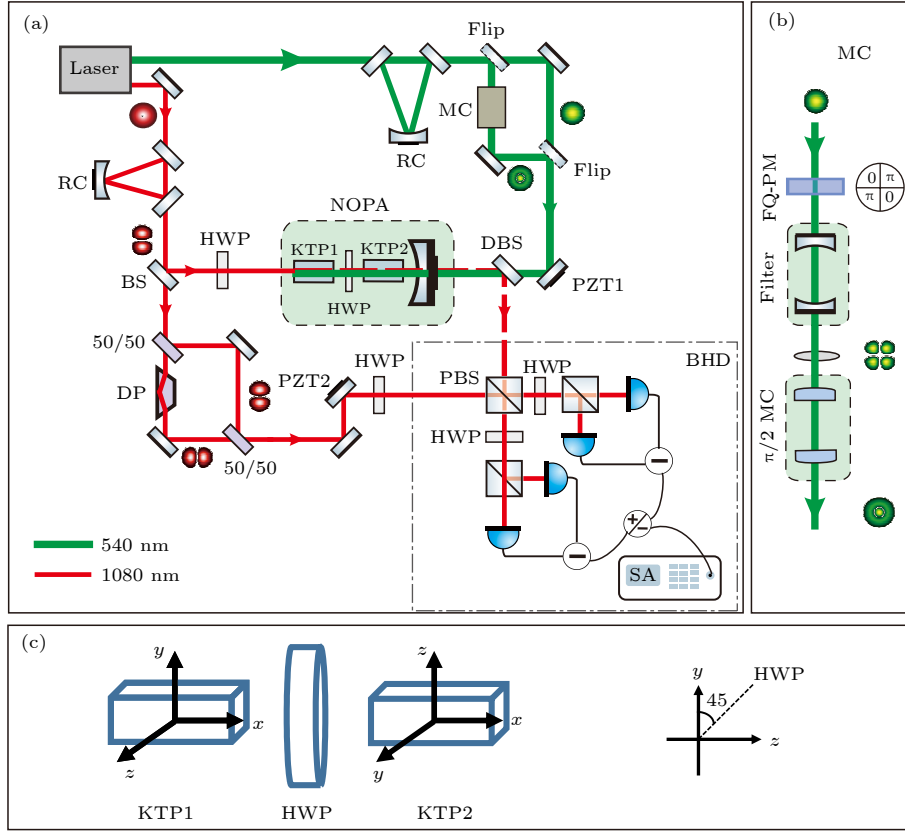


图 2 实验装置图, 其中, RC, 三镜环形腔; DBS, 双色分束器; HWP, 半波片; PBS, 偏振分束器; PZT, 压电陶瓷; DP, 道威棱镜; MC, 模式转换器; FQ-PM, 四象限相位片; KTP,  $\text{KTiOPO}_4$  晶体;  $\pi/2$  MC,  $\pi/2$  模式转换器; SA, 频谱分析仪; BHD, 平衡零拍测量装置

Fig. 2. Experimental setup. RC, three-mirror ring cavity; DBS, dichroic beamsplitter; HWP, half wave plate; PBS, polarizing beamsplitter; PZT, piezoelectric transducer; DP, Dove Prism; MC, mode converter; FQ-PM, four-quadrant phase mask; KTP,  $\text{KTiOPO}_4$  crystal;  $\pi/2$  MC,  $\pi/2$  mode converter; SA, spectrum analyzer; BHD, balanced homodyne detector.

## 4 实验结果

分别使用  $\text{LG}_0^0$  模和  $\text{LG}_1^0$  模作为抽运场, 在 3 MHz 处对纠缠进行测量, 结果如图 3 和图 4 所示. 图中横轴表示扫描时间, 纵轴是归一化到散粒噪声极限 (shot noise limit, SNL) 的噪声功率. 黑线 (2) 为 SNL, 实验上通过挡住纠缠光获得, 红线 (1) 和蓝线 (3) 分别为低于和高于 SNL 的噪声谱. 谱仪的分辨率带宽为 300 kHz, 视频带宽为 390 Hz.

当抽运场用  $\text{LG}_0^0$  模时, 图 3(a1) 给出了  $\text{HG}_{01}$  模的振幅和关联  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle$  为  $(-1.84 \pm 0.02)$  dB, 以及振幅差关联  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} - \hat{X}_{s,H01}) \rangle$  为  $(3.30 \pm 0.02)$  dB; 图 3(a2) 给出了相位差关联  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle$  为  $(-2.12 \pm 0.02)$  dB, 以及相位和关联  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} + \hat{P}_{s,H01}) \rangle$  为  $(3.68 \pm 0.02)$  dB. 改变本底场为  $\text{HG}_{10}$  模时, 测量了  $\text{HG}_{10}$  模的纠缠噪声谱. 其中, 图 3(b1) 给出了振幅和关联  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle$  为  $(-1.93 \pm 0.02)$  dB, 以

及振幅差关联  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} - \hat{X}_{s,H10}) \rangle$  为  $(3.89 \pm 0.02)$  dB; 图 3(b2) 给出了相位差关联  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle$  为  $(-2.57 \pm 0.02)$  dB, 以及相位和关联  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} + \hat{P}_{s,H10}) \rangle$  为  $(4.45 \pm 0.02)$  dB. 根据 Duan 等<sup>[26]</sup>和 Simon<sup>[27]</sup>提出的连续变量不可分判据, 可得

$$\begin{aligned} & \langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle + \langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle \\ &= 1.27 \pm 0.02 < 2, \\ & \langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle + \langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle \\ &= 1.19 \pm 0.02 < 2, \end{aligned} \quad (7)$$

这表明了  $\text{HG}_{01}$  模和  $\text{HG}_{10}$  模的信号场和闲置场之间都是纠缠的.

当抽运场用  $\text{LG}_1^0$  模时, 得到了图 4 的测量结果: 对于  $\text{HG}_{01}$  模, 获得了  $(-3.07 \pm 0.02)$  dB 的振幅和关联以及  $(-3.04 \pm 0.02)$  dB 的相位差关联; 对于  $\text{HG}_{10}$  模, 获得了  $(-3.10 \pm 0.02)$  dB 的振幅和

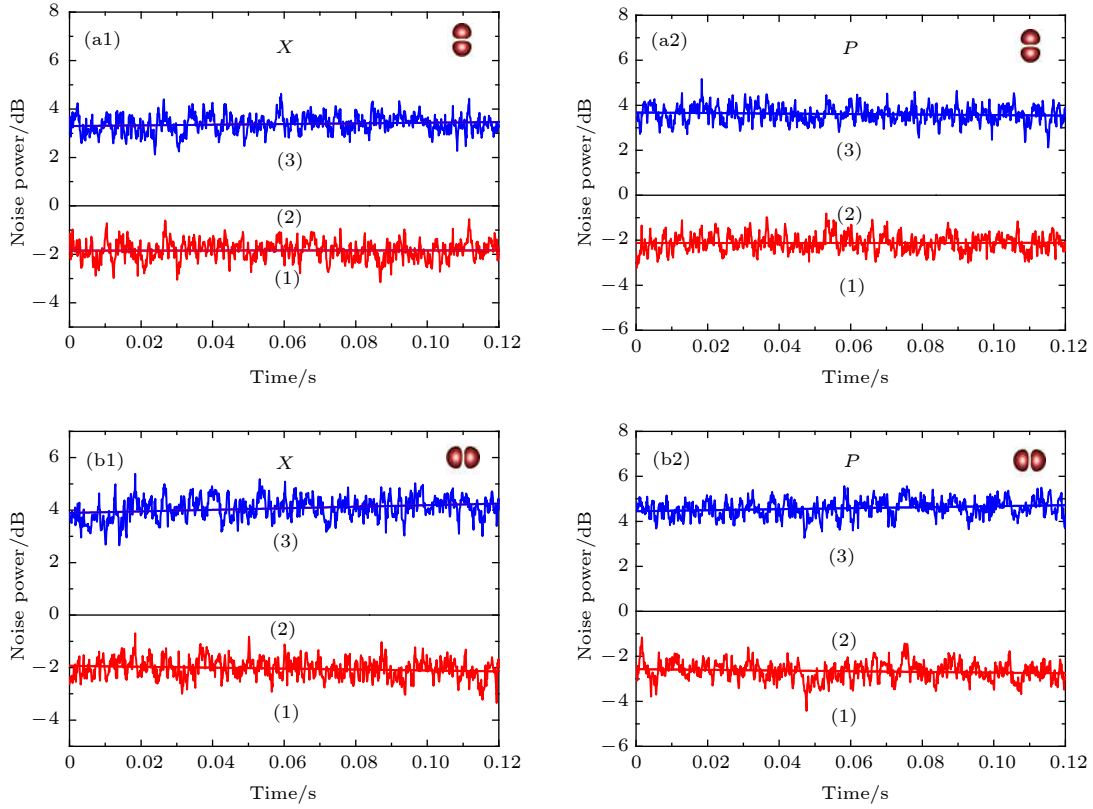


图 3  $LG_0^0$  模做抽运场的纠缠测量结果 (a1)  $HG_{01}$  模的振幅关联噪声谱; (a2)  $HG_{01}$  模的相位关联噪声谱; (b1)  $HG_{10}$  模的振幅关联噪声谱; (b2)  $HG_{10}$  模的相位关联噪声谱; 黑线 (2), SNL; 图 (a1) 和 (b1) 中, 红线 (1),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; 蓝线 (3),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} - \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} - \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; 图 (a2) 和 (b2) 中, 红线 (1),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ ; 蓝线 (3),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} + \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} + \hat{P}_{s,H10}) \rangle$

Fig. 3. Measured quantum correlations using the  $LG_0^0$  mode: (a1) Amplitude correlation noise of  $HG_{01}$  modes; (a2) phase correlation noise of  $HG_{01}$  modes; (b1) amplitude correlation noise of  $HG_{10}$  modes; (b2) phase correlation noise of  $HG_{10}$  modes. (a1) and (b1) Trace1 (red line),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; Trace3 (blue line),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} - \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} - \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ . (a2) and (b2) Trace1 (red line),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ ; Trace3 (blue line),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} + \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} + \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ . Trace2 (black line), SNL.

关联以及  $(-3.20 \pm 0.03)$  dB 的相位差关联, 其连续变量不可分判据为

$$\begin{aligned} & \langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle + \langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle \\ &= 0.99 \pm 0.02 < 2, \\ & \langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle + \langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle \\ &= 0.97 \pm 0.02 < 2. \end{aligned} \quad (8)$$

参考文献[13], NOPA 输出的两个轨道角动量模  $\hat{a}_{+1}$  和  $\hat{a}_{-1}$  之间的纠缠判据为

$$\begin{aligned} V(\hat{a}_{+1}, \hat{a}_{-1}) &= \langle \Delta^2 (\hat{X}_{+1} + \hat{X}_{-1}) \rangle \\ &+ \langle \Delta^2 (\hat{P}_{+1} - \hat{P}_{-1}) \rangle < 2, \end{aligned} \quad (9)$$

其中  $\hat{a}_l = (\hat{X}_l + i\hat{P}_l)/\sqrt{2}$  代表拉盖尔高斯模,  $\hat{X}_l = \sum_j (\hat{X}_{j,H01} \mp \hat{P}_{j,H10})/\sqrt{2}$ ,  $\hat{P}_l = \sum_j (\hat{P}_{j,H01} \pm \hat{X}_{j,H10})/\sqrt{2}$

$\sqrt{2}$  ( $j = i, s; l = \pm 1$ ). 同时, 考虑到腔输出两个偏振即信号场  $\hat{a}_s$  和闲置场  $\hat{a}_i$ , 其纠缠判据为

$$V(\hat{a}_s, \hat{a}_i) = \langle \Delta^2 (\hat{X}_i + \hat{X}_s) \rangle + \langle \Delta^2 (\hat{P}_i - \hat{P}_s) \rangle < 2, \quad (10)$$

其中,  $\hat{X}_j = (\hat{X}_{j,H01} + \hat{X}_{j,H10})/\sqrt{2}$ ,  $\hat{P}_j = (\hat{P}_{j,H01} + \hat{P}_{j,H10})/\sqrt{2}$ . 当同时满足 (9) 和 (10) 式时, 表示 NOPA 的输出场为连续变量超纠缠态.

图 5 为实验上获得的在抽运模式分别为  $LG_0^0$  模式 (蓝线) 和  $LG_1^0$  模式 (红线) 的情况下, 轨道角动量纠缠和自旋角动量纠缠的不可分度. 可知当抽运场用  $LG_0^0$  模时,  $V(\hat{a}_{+1}, \hat{a}_{-1}) = 1.21 \pm 0.02 < 2$ ,  $V(\hat{a}_s, \hat{a}_i) = 1.23 \pm 0.02 < 2$ , 超纠缠态的纠缠度为  $(2.10 \pm 0.02)$  dB; 当抽运场用  $LG_1^0$  模时,  $V(\hat{a}_{+1}, \hat{a}_{-1}) = 0.97 \pm 0.02 < 2$ ,  $V(\hat{a}_s, \hat{a}_i) = 0.98 \pm 0.02 < 2$ , 超

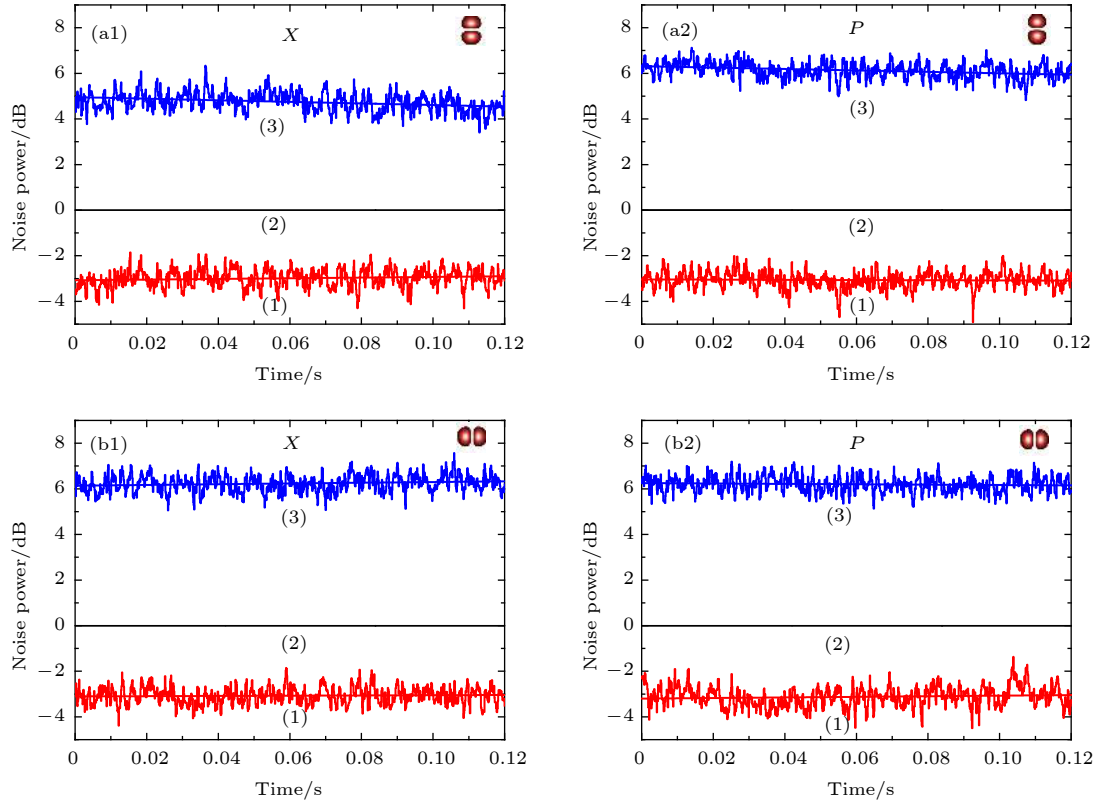


图 4  $LG_1^0$  模做抽运场纠缠测量结果 (a1)  $HG_{01}$  模的振幅关联噪声谱; (a2)  $HG_{01}$  模的相位关联噪声谱; (b1)  $HG_{10}$  模的振幅关联噪声谱; (b2)  $HG_{10}$  模的相位关联噪声谱; 黑线 (2), SNL; 图 (a1) 和 (b1) 中, 红线 (1),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; 蓝线 (3),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} - \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} - \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; 图 (a2) 和 (b2) 中, 红线 (1),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ ; 蓝线 (3),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} + \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} + \hat{P}_{s,H10}) \rangle$

Fig. 4. Measured quantum correlations with  $LG_1^0$  pumping : (a1) Amplitude correlation noise of  $HG_{01}$  modes; (a2) phase correlation noise of  $HG_{01}$  modes; (b1) amplitude correlation noise of  $HG_{10}$  modes; (b2) phase correlation noise of  $HG_{10}$  modes. (a1) and (b1) Trace1 (red line),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} + \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} + \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ ; Trace3 (blue line),  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H01} - \hat{X}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{X}_{i,H10} - \hat{X}_{s,H10}) \rangle$ . (a2) and (b2) Trace1 (red line),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} - \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} - \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ ; Trace3 (blue line),  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H01} + \hat{P}_{s,H01}) \rangle$ ,  $\langle \Delta^2 (\hat{P}_{i,H10} + \hat{P}_{s,H10}) \rangle$ . Trace2 (black line), SNL.

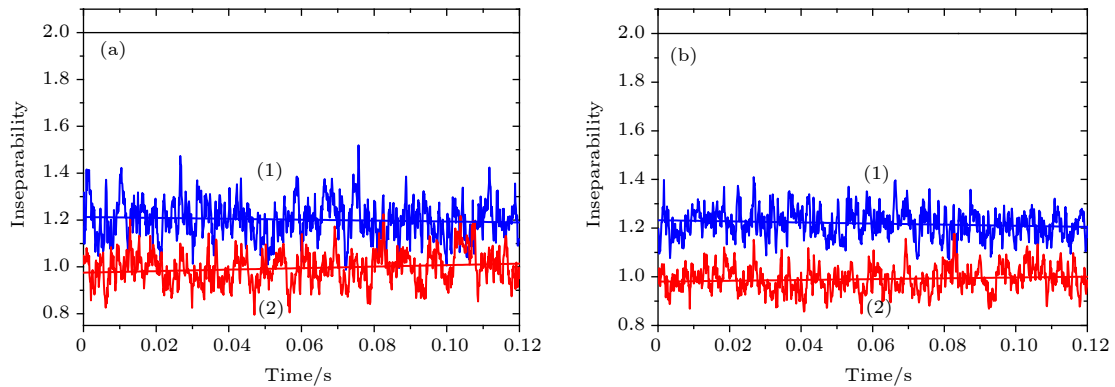


图 5 不同抽运模式下, 轨道角动量纠缠和自旋角动量纠缠的不可分度 (a) 轨道角动量纠缠; (b) 自旋角动量纠缠; 蓝线 (1) 和红线 (2) 分别对应  $LG_0^0$  模和  $LG_1^0$  模做抽运的结果; 不可分度低于 2 表示存在纠缠

Fig. 5. Experimental measurement of inseparability for the orbital angular momentum and spin angular momentum with different pump mode: (a) Orbital angular momentum; (b) spin angular momentum. Blue line (1) and red line (2) respectively represent the results using the  $LG_0^0$  mode and  $LG_1^0$  mode. Values below 2 indicate entanglement.

纠缠态的纠缠度为  $(3.10 \pm 0.02)$  dB, 可以明显看出通过优化抽运空间分布, 提高了超纠缠态的纠缠度.

由于最后测量到的关联噪声会受到各种非理想效率的影响, 总的测量效率是  $\eta_{\text{total}} = \eta_{\text{prop}}\eta_{\text{phot}}\eta_{\text{hd}} = 0.85 \pm 0.02$ , 其中  $\eta_{\text{prop}} = 0.96 \pm 0.02$  是光的传输效率,  $\eta_{\text{phot}} = 0.92 \pm 0.02$  是光电二极管的量子效率,  $\eta_{\text{hd}} = 0.96 \pm 0.02$  是信号场和本底场在平衡零拍探测中的空间重叠效率. 考虑到探测效率, 当抽运场用  $\text{LG}_1^0$  模时,  $V(\hat{a}_{+1}, \hat{a}_{-1}) = 0.79 \pm 0.02$ ,  $V(\hat{a}_s, \hat{a}_i) = 0.80 \pm 0.02$ , 实际 NOPA 腔输出的纠缠度为  $(4.00 \pm 0.02)$  dB. 而文献[13]获得了约 1.00 dB 的超纠缠输出, 其  $V(\hat{a}_{+1}, \hat{a}_{-1}) = 1.55 \pm 0.06$ ,  $V(\hat{a}_s, \hat{a}_i) = 1.57 \pm 0.11$ . 与此相比, 本文中使用  $\text{LG}_1^0$  模做抽运场时轨道角动量纠缠和自旋角动量纠缠的不可分度分别提高了 96.2% 和 96.3%, 纠缠度从约 1.00 dB 提高到了  $(4.00 \pm 0.02)$  dB.

## 5 结 论

连续变量超纠缠态同时具有空间及偏振的纠缠特性, 对于高维量子信息<sup>[28]</sup>及多维度量子测量<sup>[29]</sup>具有重要意义. 本文在 NOPA 内产生了同时具有轨道角动量纠缠和自旋角动量纠缠的连续变量超纠缠态. 通过研究抽运场与下转换场模式之间的匹配问题, 优化抽运空间构造, 最终将超纠缠态的纠缠度提高到了  $(4.00 \pm 0.02)$  dB, 为连续变量超纠缠态进一步在多通道及高维量子信息方案中的应用奠定了基础. 本方法同样也可扩展到分离变量领域, 有望提高超纠缠产生的效率和纯度.

## 参考文献

- [1] Furusawa A, Sørensen J L, Braunstein S L, Fuchs C A, Kimble H J, Polzik E S 1998 *Science* **282** 706
- [2] Jing J T, Zhang J, Yan Y, Zhao F G, Xie C D, Peng K C

- 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 167903
- [3] Giovannetti V, Lloyd S, Maccone L 2004 *Science* **306** 1330
- [4] Alexander R N, Wang P, Sridhar N, Chen M, Pfister O, Menicucci N C 2016 *Phys. Rev. A* **94** 032327
- [5] Kwiat P G 1997 *J. Mod. Opt.* **44** 2173
- [6] Barreiro J T, Wei T, Kwiat P G 2008 *Nat. Phys.* **4** 282
- [7] Schuck C, Huber G, Kurtsiefer C, Weinfurter H 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 190501
- [8] Chen K, Li C M, Zhang Q, Chen Y A, Goebel A, Chen S, Mair A, Pan J W 2007 *Phys. Rev. Lett.* **99** 120503
- [9] Gao W B, Xu P, Yao X C, Gülhne O, Cabello A, Lu C Y, Peng C Z, Chen Z B, Pan J W 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 020501
- [10] Barreiro J T, Langford N K, Peters N A, Kwiat P G 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 260501
- [11] Wang X L, Luo Y H, Huang H L, Chen M C, Su Z E, Liu C, Chen C, Li W, Fang Y Q, Jiang X, Zhang J, Li L, Liu N L, Lu C Y, Pan J W 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 260502
- [12] Coutinho dos Santos B, Dechoum K, Khoury A Z 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 230503
- [13] Liu K, Guo J, Cai C X, Guo S F, Gao J R 2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 170501
- [14] Yang Y, Li F L 2009 *Phys. Rev. A* **80** 022315
- [15] Lee S Y, Ji S W, Kim H J, Nha H 2011 *Phys. Rev. A* **84** 012302
- [16] Hu L Y, Liao Z Y, Zubairy M S 2017 *Phys. Rev. A* **95** 012310
- [17] Yan Z H, Jia X J, Su X L, Duan Z Y, Xie C D, Peng K C 2012 *Phys. Rev. A* **85** 040305
- [18] Xin J, Qi J, Jing J T 2017 *Opt. Lett.* **42** 366
- [19] Liu K, Guo J, Cai C X, Zhang J X, Gao J R 2016 *Opt. Lett.* **41** 5178
- [20] Lassen M, Delaubert V, Harb C C, Lam P K, Treps N, Bachor H 2006 *J. Eur. Opt. Soc.* **1** 06003
- [21] Guo J, Cai C X, Ma L, Liu K, Sun H X, Gao J R 2017 *Opt. Express* **25** 4985
- [22] Navarrete-Benlloch C, Roldán E, de Valcárcel G J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 203601
- [23] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, Woerdman J P 1993 *Opt. Commun.* **96** 123
- [24] Martinelli M, Huguenin J A O, Nussenzweig P, Khoury A Z 2004 *Phys. Rev. A* **70** 013812
- [25] Abramochkin E, Volostnikov V 1991 *Opt. Commun.* **83** 123
- [26] Duan L M, Giedke G, Cirac J I, Zoller P 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2722
- [27] Simon R 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 2726
- [28] Lassen M, Delaubert V, Janousek J, Wagner K, Bachor H, Lam P K, Treps N, Buchhave P, Fabre C, Harb C C 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 083602
- [29] Taylor M A, Janousek J, Daria V, Knittel J, Hage B, Bachor H, Bowen W P 2013 *Nat. Photon.* **7** 229



# Enhancement of continuous-variable hyperentanglement by optimizing pump mode\*

Li Juan   Li Jia-Ming   Cai Chun-Xiao   Sun Heng-Xin   Liu Kui<sup>†</sup>   Gao Jiang-Rui

(State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics,

Collaborative Innovation Center of Extreme Optics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)

( Received 31 August 2018; revised manuscript received 4 November 2018 )

## Abstract

In recent years, more and more researchers have paid attention to the hyperentanglement, because it plays a very important role in the quantum information and quantum communication. Continuous-variable hyperentangled state with orbital angular momentum and spin angular momentum has a promising application in the parallel processing of continuous-variable multi-channel quantum information and multiparameters quantum metrology. Recently Liu et al. (2014 *Phys. Rev. Lett.* **113** 170501) have produced a quantum correlation of about 1.00 dB for the continuous-variable hyperentangled state by a type-II non-degenerate optical parametric amplifier. The generation of continuous-variable hyperentangled state is affected by the mode matching between the pump field and the down-conversion field, since the hyperentanglement contains spatial high-order transverse mode entanglement. In the present paper, we first theoretically analyze the relationship between the pump and the two down-conversion modes and demonstrate the dependence of the inseparability on normalized pump power for the different pump modes. Hence, we find that the optimal pump mode is the superposition of  $LG_0^0$  mode and  $LG_1^0$  mode. However, the optimal pump mode is rather complicated and difficult to experimentally generate, in the alternative scheme the  $LG_1^0$  mode is used as the pump field to obtain the optimal entanglement. In the experiment, the  $LG_1^0$  mode is produced by converting the  $HG_{11}$  mode with a  $\pi/2$  converter, and here the  $HG_{11}$  mode is achieved by tailoring the fundamental mode with a four-quadrant phase mask and a filtering cavity. Then the  $LG_0^0$  mode or  $LG_1^0$  mode is used as the pump field to drive the non-degenerate optical parametric amplifier operating in spatial multimode. When the non-degenerate optical parametric amplifier is operated in the de-amplification, the hyperentanglement with orbital angular momentum and spin angular momentum is produced. The output entangled beams pass through polarization beam splitter and are analyzed by using the balanced homodyne detection systems with the local oscillator operating in the  $HG_{01}$  and  $HG_{10}$ . The noise of the phase quadrature or the amplitude quadrature is obtained, when the relative phase between the local oscillator and the signal beam is locked to  $\pi/2$  or 0. Then the quantum correlations of orbital angular momentum and spin angular momentum can be deduced. The experimental results show that the continuous-variable hyperentanglement of light with a quantum correlation of  $(4.00 \pm 0.02)$  dB is produced. Compared with the results of Liu et al. obtained by using the  $LG_0^0$  mode, the inseparability of orbital angular momentum and spin angular momentum entanglement are enhanced by approximately 96.2% and 96.3%, respectively, through using the  $LG_1^0$  mode. Such a continuous-variable hyperentanglement may have promising applications in high-dimensional quantum information and multi-dimensional quantum measurement, and this approach is potentially extended to a discrete variable domain.

**Keywords:** quantum optics, entanglement, optical parametric amplifier

**PACS:** 42.50.-p, 03.67.Bg, 42.65.Yj

**DOI:** 10.7498/aps.68.20181625

\* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11674205), the Key Program of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 91536222), the National Key Research and Development Program of China (Grant No. 2016YFA0301404), the Program for Outstanding Innovative Team of Higher Learning and the Institution of Shanxi, China, and the Shanxi 1331 Project, China.

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: liukui@sxu.edu.cn