

手征马约拉纳费米子

王靖

Chiral Majorana fermion

Wang Jing

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 117302 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20200534

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

---

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

马约拉纳零模的非阿贝尔统计及其在拓扑量子计算的应用

Non-abelian statistics of Majorana modes and the applications to topological quantum computation

物理学报. 2020, 69(11): 1 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200812>

拓扑超导Majorana束缚态的探索

The exploration of Majorana Bound states in topological superconductors

物理学报. 2020, 69(11): 117102 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190959>

拓扑材料中的超导

Superconductivity in topological materials

物理学报. 2020, 69(2): 020301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191627>

铁基超导涡旋演生马约拉纳零能模

Emergent vortex Majorana zero mode on iron-based superconductors

物理学报. 2020, 69(11): 110301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200717>

声子晶体中的多重拓扑相

Multiple topological phases in phononic crystals

物理学报. 2017, 66(22): 227804 <https://doi.org/10.7498/aps.66.227804>

专题：探索凝聚态中的马约拉纳粒子

## 手征马约拉纳费米子\*

王靖†

(复旦大学物理系, 应用表面物理国家重点实验室, 上海 200433)

(2020年4月11日收到; 2020年5月13日收到修改稿)

手征马约拉纳费米子是具有手性的无质量费米子, 是其本身的反粒子, 只能存在于1+1维(即1维空间+1维时间)或者9+1维. 在凝聚态物理中, 1维手征马约拉纳费米子可看成1/2分数化的狄拉克费米子, 并作为二维拓扑态的边缘元激发. 奇数个手征马约拉纳费米子边缘态的存在也预示着体系中存在满足非阿贝尔量子统计的伊辛任意子. 手征马约拉纳费米子也可进行非阿贝尔编织, 理论上可用来实现容错量子计算, 因此近年来在凝聚态物理研究中引起了广泛的兴趣. 本文从二维拓扑态出发, 介绍手征拓扑超导态和量子反常霍尔态之间的深刻联系, 并由此得出量子反常霍尔平台转变与超导近邻实现手征马约拉纳费米子的方案, 最后以单通道手征马约拉纳费米子为例, 探讨其实现电子态的非阿贝尔量子门.

**关键词:** 手征马约拉纳费米子, 拓扑超导, 量子反常霍尔效应, 非阿贝尔编织

**PACS:** 73.43.-f, 71.10.Pm, 74.90.+n, 03.67.Lx

**DOI:** 10.7498/aps.69.20200534

## 1 引言

凝聚态物理最重要的主题之一就是发现和表征各种不同的物质形态. 在量子世界里, 不同空间排列的原子通过外层价电子的耦合形成各种各样的物质态. 比如金属、绝缘体、磁体或者超导体. 这些量子态可以通过自发对称性破缺的原理来进行分类<sup>[1]</sup>, 例如, 晶体破坏平移对称性; 磁体破坏旋转对称性; 而超导体则破坏规范对称性. 对称破缺的模式给出有序相中非零的序参量, 可通过朗道-金兹堡(Landau-Ginzberg)有效场论来描述<sup>[2]</sup>. 直到1980年, 量子霍尔效应(quantum Hall effect)在强磁场二维电子气中的发现<sup>[3]</sup>导致了一种全新的物质态分类标准: 拓扑序<sup>[4,5]</sup>. 量子霍尔态不破坏任何对称性, 完全由电子态的拓扑结构决定, 而与材料的几何结构无关. 比如量子化的霍尔电导 $\sigma_{xy} = Ce^2/h$ (其中 $h$ 是普朗克常数,  $e$ 是电子电荷,

$C$ 是整数)和无能隙的手征边缘态数目等基本特性不依赖于体系参数的缓变, 基本上不受杂质、无序以及相互作用的影响, 只要不关闭体态的能隙就不会影响边缘态的性质<sup>[4,6]</sup>. 或者说, 要破坏边缘态, 一定要经过一个量子相变, 它与前面所说的所有物质态是拓扑不同的. 量子霍尔效应具有拓扑鲁棒性(topological robust)的本质原因是空间分离(spatial separation), 如图1所示, 两个相向传播的一维电子态分离成局域在二维体系上下边界的边缘态.

量子霍尔态破坏时间反演对称性(time-reversal symmetry). 近年来, 一种新的具有时间反演对称的拓扑态被发现, 称为量子自旋霍尔态, 或拓扑绝缘体(topological insulator)<sup>[7-11]</sup>. 拓扑绝缘体与通常绝缘体一样都存在体能隙将导带和价带隔开, 不同的是在拓扑绝缘体的表面(或者二维拓扑绝缘体体系的边界)存在无能隙的且受时间反演对称性保护的金属态. 二维拓扑绝缘体呈现量子自旋

\* 国家重点研发计划(批准号: 2016YFA0300703, 2019YFA0308404)、国家自然科学基金(批准号: 11774065)和上海市自然科学基金(批准号: 19ZR1471400)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: [wjingphys@fudan.edu.cn](mailto:wjingphys@fudan.edu.cn)

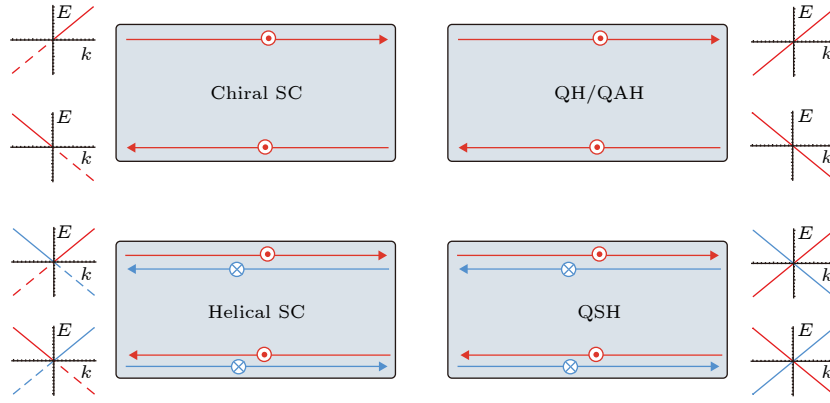


图 1 二维体系中的拓扑态. (上) 手征拓扑超导体与量子霍尔态的对应, 在这两个体系中, 时间反演对称性破缺, 同时存在手征边界态; (下) 螺旋拓扑超导体与量子自旋霍尔态的对应, 这两个体系同时保持时间反演对称性, 且存在螺旋边界态. 从边界态的自由度来看,  $(\text{QSH}) = (\text{QH})^2 = (\text{Helical SC})^2 = (\text{Chiral SC})^4$ , 其中 QSH = 量子自旋霍尔态, QH = 量子霍尔态, Helical SC = 螺旋拓扑超导体, Chiral SC = 手征拓扑超导体, 指数 1, 2, 4 指这几种拓扑物质中边界态自由度之间的关系. 取自文献 [26]

Fig. 1. Topological states in 2D. Top row: Schematic comparison of a 2D chiral superconductor and the QH/QAH state. In both systems, TR symmetry is broken and the edge states carry a definite chirality. Bottom row: Schematic comparison of a 2D TR-invariant TSC and the QSH insulator. Both systems preserve TR symmetry and have a helical pair of edge states, where opposite spin states counterpropagate. The dashed lines show that the edge states of the superconductors are Majorana fermions so that the  $E < 0$  part of the quasiparticle spectra is redundant. In terms of the edge-state degrees of freedom, we have  $(\text{QSH}) = (\text{QH/QAH})^2 = (\text{Helical SC})^2 = (\text{Chiral SC})^4$ . The QAH state can be obtained from the QSH state by magnetic doping, and the chiral TSC state can be obtained from the QAH state by proximity contact with a conventional superconductor. The superscripts 1, 2, 4 denote relation of the number of degree of freedom of edge states in these topological matter. Adapted from Ref. [26], APS.

霍尔效应 (quantum spin Hall)<sup>[7-9]</sup>. 量子自旋霍尔态形成机制是强自旋轨道耦合导致的能带反转<sup>[8]</sup>, 并由  $Z_2$  的拓扑数来描述<sup>[12,13]</sup>. 简单来说, 量子自旋霍尔态可看成是互为时间反演对称的两个量子霍尔态的叠加, 其边界存在具有时间反演对称性的一维螺旋边缘态 (helical edge state), 如图 1 所示. 量子自旋霍尔态的输运完全由螺旋边界态决定, 但是非弹性散射可使得螺旋边界态出现耗散. 量子自旋霍尔态可以推广至三维拓扑绝缘体<sup>[14-16]</sup>, 其表面存在奇数个二维狄拉克锥 (Dirac cone).

在二维量子自旋霍尔态中引进铁磁序, 时间反演对称性遭到破坏, 同时螺旋边界态蜕变成手征边界态, 这个物态称为量子反常霍尔态 (quantum anomalous Hall state). 在这个新的量子态中, 电子在特定的边界只沿着特定的方向运动, 从而阻止了弹性以及非弹性散射, 形成无耗散的电子输运. 量子反常霍尔态是一种拓扑物质态, 并呈现出量子化的反常霍尔效应, 可以看成是无朗道能级和无外磁场的量子霍尔态, 并完全由电子态的拓扑结构决定. 量子反常霍尔态由电子能带的陈数  $C$  (Chern number) 来刻画并呈现出手征边界态<sup>[4,6]</sup>, 基本的实验现象是在四端输运测量中量子化的反常霍尔电导以及为零的纵向电导. 量子自旋霍尔效应可以

看成是互为时间反演对称的两个量子反常霍尔效应的叠加 (如图 1 所示), 因此反过来量子反常霍尔效应可以通过在量子自旋霍尔态中引入时间反演对称性破缺来实现. 早在 1988 年 Haldane<sup>[17]</sup> 就提出了一个玩具模型可以实现量子反常霍尔态, 然而在固体体系中实现 Haldane 模型却非常困难. 直到量子自旋霍尔效应的发现之后<sup>[8,9]</sup>, 量子反常霍尔效应才变为可能<sup>[18-24]</sup>.

在以上绝缘体中的拓扑概念可以直接应用到具有能隙的超导体中. 在时间反演对称破缺  $p_x + ip_y$  配对的手征超导体中<sup>[25]</sup>, 强配对相和弱配对相具有不同的拓扑性质. 在弱配对相中, 体系具有超导能隙且存在无能隙的手征马约拉纳费米子 (chiral Majorana fermion) 边缘态. 手征拓扑超导体 (chiral topological superconductor) 是一种全新的拓扑物质态, 它与量子霍尔态之间有着——对应关系<sup>[26]</sup>: 它们都破坏时间反演对称性, 并且存在无能隙的手征边缘态. 但是, 手征拓扑超导的边缘态仅仅只有量子霍尔边缘态一半的自由度. 手征拓扑超导体可以用拓扑数为整数  $N$  来刻画.

基于手征拓扑超导体与量子霍尔态之间的相似性, 很自然地可以将量子自旋霍尔态推广至螺旋拓扑超导体 (helical topological superconductor).

其中自旋向上的电子形成  $p_x + ip_y$  的配对态, 而自旋向下的电子形成  $p_x - ip_y$  的配对态. 很显然, 螺旋拓扑超导态具有时间反演对称性, 且在超导能隙中存在无能隙的螺旋马约拉纳费米子边缘态 (作为类比, 量子自旋霍尔绝缘体中的螺旋狄拉克边缘态具有两倍的自由度). 与量子自旋霍尔态一样, 螺旋拓扑超导体中的边缘态被时间反演对称所保护, 并由  $Z_2$  的拓扑数来刻画<sup>[26]</sup>. 在此体系中时间反演对称性衍生出超对称<sup>[26]</sup>. 二维螺旋拓扑超导态可推广至三维拓扑超导, 其具有整数的分类<sup>[26–28]</sup>. 以上4种二维拓扑态的示意图见图1. 其中量子自旋霍尔态存在螺旋狄拉克边界态, 其自由度是量子霍尔态中手征狄拉克边缘态的两倍; 而螺旋拓扑超导存在螺旋马约拉纳边界态, 其自由度是手征拓扑超导体中手征马约拉纳边界态的两倍.

## 2 量子反常霍尔态

我们知道, 拓扑绝缘体的形成机制是强自旋轨道耦合导致的能带反转 (band inversion), 因此量子反常霍尔效应的机制是二维极化能带的反转<sup>[19]</sup>. 形成量子反常霍尔态的基本元素包括二维体系、自旋轨道耦合、时间反演对称性破缺和可调的化学势. 磁性拓扑绝缘体薄膜便成为研究量子反常霍尔效应绝佳的平台<sup>[20,22]</sup>. 拓扑绝缘体薄膜是二维强自旋轨道耦合体系, 其低能行为由狄拉克表面态描述, 由于量子限制效应, 上下表面的狄拉克电子相互耦合产生表面态的能隙. 当用狄拉克方程去描述绝缘体薄膜上下表面态的耦合时, 能隙就对应狄拉克方程里的质量. 所以“负能隙”又被称为“负质量”. 能隙的“正”或“负”决定了此拓扑绝缘体薄膜处于拓扑平庸的绝缘态或量子自旋霍尔态. 在拓扑绝缘体薄膜中引入铁磁长程序会使得狄拉克电子产生自旋劈裂. 当自旋劈裂的能量大于表面态能隙的绝对值, 就可以形成极化能带的反转, 体系将处于量子反常霍尔态. 因此在磁性拓扑绝缘体中实现量子反常霍尔态的基本条件是: 铁磁长程序诱导足够强的交换相互作用<sup>[22]</sup>.

如何在拓扑绝缘体薄膜中引入磁有序呢? 这里有三种方法: 一种是通过磁性绝缘体的近邻效应, 使拓扑表面态产生磁性能隙<sup>[13,29]</sup>; 第二种则是掺入磁性杂质, 由于拓扑表面态的 RKKY (Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida) 机制<sup>[30]</sup> 以及

绝缘体电子态 van Vleck 机制<sup>[20]</sup> 的共同作用, 磁性杂质形成了垂直于薄膜表面的长程铁磁序; 第三种是寻找具有磁有序的本征磁性拓扑绝缘体<sup>[31–34]</sup>, 例如  $\text{MnBi}_2\text{Te}_4$ . 上述三种方法得到的磁性拓扑绝缘体薄膜中均观察到了量子反常霍尔效应<sup>[21,23,24]</sup>.

## 3 二维手征拓扑超导态

手征拓扑超导体是一种全新的拓扑物质态. 最为简单的  $N = 1$  手征拓扑超导体可由无自旋费米子的  $p_x + ip_y$  配对实现, 其边界存在单通道手征马约拉纳费米子<sup>[25]</sup>, 是二维体系中最简单的拓扑态. 手征马约拉纳费米子是具有手性的无质量费米子, 是其本身的反粒子, 只能存在于  $1 + 1$  维 (即 1 维空间 + 1 维时间) 或  $9 + 1$  维. 在凝聚态物理中, 一维手征马约拉纳费米子可看成  $1/2$  分数化的狄拉克费米子, 并作为二维拓扑态的边缘元激发. 奇数个手征马约拉纳费米子边缘态的存在也预示着体系中存在伊辛任意子 (Ising anyon), 并满足非阿贝尔量子统计<sup>[35,36]</sup>. 手征马约拉纳费米子也可进行非阿贝尔编织, 理论上可能用来实现容错量子计算<sup>[37,38]</sup>, 因此近年来在凝聚态物理研究中引起了广泛的兴趣. 在凝聚态体系中可能实现手征马约拉纳费米子的体系包括  $\nu = 5/2$  分数量子霍尔态<sup>[35]</sup> 以及自旋液体<sup>[39]</sup>.

手征拓扑超导态和量子反常霍尔态分属于不同的拓扑物质类, 但是它们之间存在深刻的联系<sup>[40]</sup>. 手征拓扑超导态可由 BdG (Bogoliubov-de Gennes) 的狄拉克方程描述, 其具有非平庸的陈数. 如果忽略哈密顿量的基, 那么描述手征拓扑超导态的狄拉克方程则与描述量子反常霍尔态的狄拉克方程完全一样, 唯一的区别就是 BdG 方程只有后者一半的自由度. 另一方面, 从边界态的自由度来看, 陈数为  $N$  的量子反常霍尔态具有  $N$  个狄拉克手征边界态, 具有  $2N$  个实的自由度; 而陈数为  $2N$  的手征拓扑超导态具有  $2N$  个马约拉纳手征边界态, 同样具有  $2N$  个实的自由度. 因此陈数为  $N$  的量子反常霍尔态与陈数为  $2N$  (偶数) 的手征拓扑超导态是拓扑等价的. 更进一步, 如果量子反常霍尔态实现陈数为  $N$  到  $N - 1$  的相变, 对应的手征拓扑超导态则实现了陈数为  $2N$  到  $2N - 2$  的相变. 手征拓扑超导态由整数分类, 不同的陈数表示不同的拓扑相, 除非体系有额外的晶体对称性, 与拓扑相变

关联的陈数变化总是 1. 基于上面的认识, 得到以下结论: 陈数为奇数的手征拓扑超导态总是发生在量子反常霍尔态的平台转变处<sup>[40,41]</sup>. 将狄拉克手征边界态一分为二实现马约拉纳手征边界态, 如图 2(a) 所示.

以磁性拓扑绝缘体中的量子反常霍尔态为例. 在上下表面引入 s-波超导配对, 当超导配对的能隙大于量子反常霍尔态的能隙时, 体系处于陈数为奇数的手征超导态<sup>[41]</sup>. 而超导配对的能隙小于量子反常霍尔态的能隙时, 体系处于陈数为偶数的手征超导态, 其拓扑等价于量子反常霍尔态. 通常来说, 超导近邻效应导致的超导能隙大约为 1 meV, 而量子反常霍尔态的能隙约为 30—40 meV, 所以超导近邻作用下的磁性拓扑绝缘体不能实现陈数为奇数的手征拓扑超导态. 而通过外磁场<sup>[41]</sup> 和外电场<sup>[42]</sup> 可以调节量子反常霍尔态的能隙, 使得陈数为奇数手征拓扑超导态的实现成为可能. 当上下表面的 s-波超导配对势差别最大时, 陈数为奇数手征拓扑超导态最容易实现. 因此我们设计出图 2(b) 中所示的器件<sup>[41]</sup>, 利用陈数为  $C = 1$  的量子反常霍尔绝缘体与超导体近邻实现单通道手征马约拉纳费米子.

#### 4 手征马约拉纳费米子量子比特和器件

有趣的是, 手征马约拉纳费米子可实现电子态

的非阿贝尔量子门操作<sup>[38]</sup>. 以图 2(b) 或图 3(a) 所示的量子反常霍尔绝缘体-手征拓扑超导-量子反常霍尔绝缘体异质结器件为例, 其中量子反常霍尔绝缘体的陈数为  $C = 1$ , 而拓扑超导的陈数为  $N = 1$ . 在拓扑超导体与真空或者量子反常霍尔绝缘体的边界处存在单个手征马约拉纳费米子, 由  $H_M(x) = -i\hbar v_F \gamma(x) \partial_x \gamma(x)$  描述, 其中  $\gamma(x)$  是马约拉纳费米子算符, 并满足  $\gamma(x) = \gamma^\dagger(x)$  以及  $\{\gamma(x), \gamma(x')\} = \delta(x - x')/2$ . 与此对应, 量子反常霍尔绝缘体与真空的边界存在手征狄拉克费米子  $H_F(x) = -i\hbar v_F \psi^\dagger(x) \partial_x \psi(x)$ , 其中  $\psi(x)$  和  $\psi^\dagger(x)$  分别是湮灭和产生算符. 马约拉纳费米子算符可重新定义为  $\gamma_1 = (\psi + \psi^\dagger)/2$ ,  $\gamma_2 = (\psi - \psi^\dagger)/(2i)$ , 因此带电的单个手征狄拉克费米子等价于两个手征马约拉纳费米子  $H_F(x) = -i\hbar v_F [\gamma_1(x) \partial_x \gamma_1(x) + \gamma_2(x) \partial_x \gamma_2(x)]$ . 因此图 3(a) 所示的异质结的边缘由 4 个马约拉纳费米子  $\gamma_i(x) (1 \leq i \leq 4)$  构成, 它们与手征狄拉克费米子的关系为  $\psi_A = \gamma_1 + i\gamma_2$ ,  $\psi_B = \gamma_4 + i\gamma_3$ ,  $\psi_C = \gamma_1 - i\gamma_3$  和  $\psi_D = \gamma_4 + i\gamma_2$ .

将手征狄拉克费米子态  $\psi_A$  的非占据态和占据态分别定义为  $|0_A\rangle$  和  $|1_B\rangle$ . 由于初态  $\psi_A$  和  $\psi_B$  不是体系的本征态, 它们会随时间演化, 经过此器件而分化成马约拉纳费米子, 最后又重新组合形成末态  $\psi_C$  和  $\psi_D$ . 末态和初态之间的关系为

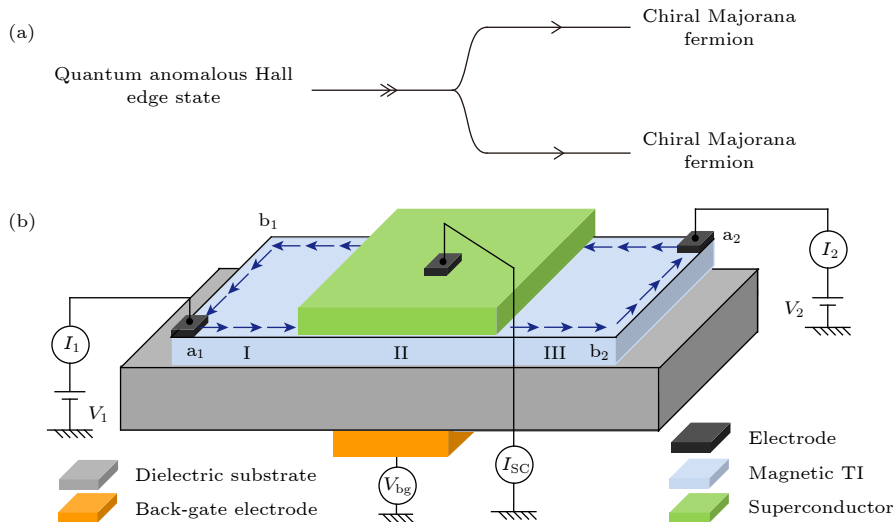


图 2 手征马约拉纳费米子 (a) 基本想法: 将量子反常霍尔的手征狄拉克费米子一分为二得到手征马约拉纳费米子; (b) 实现手征马约拉纳费米子的量子反常霍尔绝缘体-超导体的异质结器件. 取自文献<sup>[41]</sup>

Fig. 2. Chiral Majorana fermion: (a) Basic idea: the quantum anomalous Hall chiral edge state splits into two chiral Majorana fermions; (b) the hybrid quantum anomalous Hall-superconductor device for chiral Majorana fermion. Adapted from Ref. <sup>[41]</sup>, APS.

$$\begin{pmatrix} |0c0d\rangle \\ |0c1d\rangle \\ |1c0d\rangle \\ |1c1d\rangle \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |0_A0_B\rangle \\ |0_A1_B\rangle \\ |1_A0_B\rangle \\ |1_A1_B\rangle \end{pmatrix},$$

由此可以看出, 粒子数的奇宇称态和偶宇称态是解耦的. 比如将量子比特定义在奇宇称态, 就会得到末态与初态的演化关系  $|\psi_f\rangle = \mathbf{ZH}|\psi_i\rangle$ , 其中  $\mathbf{H} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$  是 Hadamard 量子门, 而  $\mathbf{Z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$  是泡利  $Z$  量子门. 换句话说, 上述量子器件实现了  $\mathbf{ZH}$  的量子门操作 (如图 3(a) 所示), 并导致两端电导  $\sigma_{12} = (1 - |\langle\psi_f|\psi_i\rangle|^2)e^2/h = e^2/(2h)$  [41,43]. 但在此器件中,  $\sigma_{12}$  并不能测量手征马约拉纳费米子是否相干, 如果体系退相干, 则初态  $|\psi_i\rangle = |1_A0_B\rangle$  会进化为混合态

$$\rho_f = (|1c0d\rangle\langle 1c0d| + |0c1d\rangle\langle 0c1d|)/2,$$

也会给出相同的

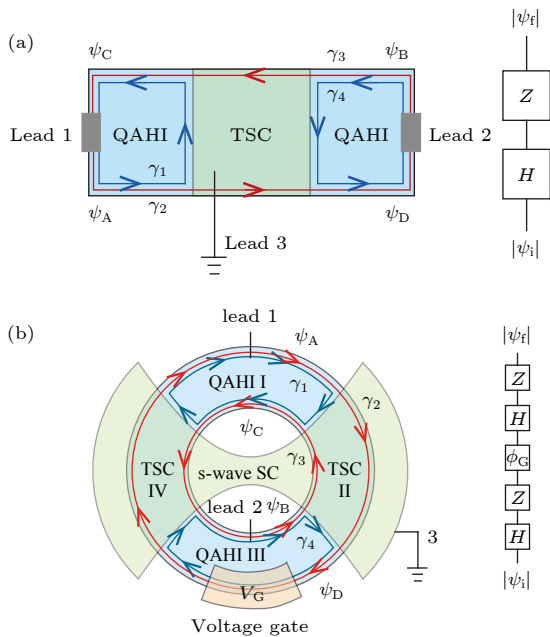


图 3 手征马约拉纳费米子实现电子态的非阿贝尔量子门操作 (a) 量子反常霍尔绝缘体-手征拓扑超导-量子反常霍尔绝缘体的异质结器件实现电子态的非阿贝尔量子门, 其等价于实现单比特  $\mathbf{ZH}$  量子门. 其中  $\mathbf{Z}$  是泡利- $Z$  门,  $\mathbf{H}$  是 Hadamard 门; (b) Corbino 异质结器件测量手征马约拉纳费米子量子相干. 取自文献 [38]

Fig. 3. Braiding of chiral Majorana fermion: (a) The QAH-TSC-QAH device realize the non-Abelian gate which is equivalent to a Hadamard gate  $\mathbf{H}$  followed by a Pauli- $Z$  gate  $\mathbf{Z}$ ; (b) quantum interference in the QAH-TSC-QAH-TSC Corbino junction. Adapted from Ref. [38], PNAS.

$$\sigma_{12} = (1 - \text{Tr}(\rho_f|\psi_i\rangle\langle\psi_i|))e^2/h = e^2/(2h).$$

因此, 此量子器件中虽然可实现电子态的非阿贝尔编织, 但是其电学测量半整数量子化电导却不能证明这一点. 与单通道手征马约拉纳费米子不同, 多通道非相干的手征马约拉纳费米子的量子输运现象非常奇特 [44,45], 可以作为手征马约拉纳费米子在实验上无可争议的证据. 比如三通道手征马约拉纳费米子, 其在量子反常霍尔-超导异质结中电导仅为  $2/3$  量子化电导.

为进一步验证手征马约拉纳费米子的量子相干, 可采用 Corbino 结构的异质结, 如图 3(b) 所示, 其可以看成是两个图 3(a) 的器件由相位门 (即电极) 串联起来. 同样以粒子数的奇宇称态为例, Corbino 器件中末态与初态的演化关系  $|\psi_f\rangle = \mathbf{ZHR}_{\phi_G}\mathbf{ZH}|\psi_i\rangle$ .  $\mathbf{R}_{\phi_G} = \begin{pmatrix} e^{-i\phi_G} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$  是相位门, 可由化学势  $H_G = eV_G\psi_D^\dagger\psi_D$  诱导,  $\phi_G = eV_GL_G/(\hbar v_F)$ , 其中  $L_G$  是边界势能项的作用长度. 有意思的是, 两端电导直接测量了此器件中手征马约拉纳费米子的相干效应  $\sigma_{12} = \frac{1 + \cos\phi_G}{2} \frac{e^2}{h}$ . 作为对比, 如果体系完全退相干, 则末态变为混合态  $\rho_f = (|1_A0_B\rangle\langle 1_A0_B| + |0_A1_B\rangle\langle 0_A1_B|)/2$ , 两端电导为  $\sigma_{12} = [1 - \text{Tr}(\rho_f|\psi_i\rangle\langle\psi_i|)]e^2/h = e^2/(2h)$ . 因此, Corbino 器件中两端电导的振幅直接测量了手征马约拉纳费米子的量子相干度.

最后简要讨论手征马约拉纳主要的退相干机制. 首先是入射电子波包的非单频性. 如果长度为  $l_W$  波包的动量展宽为  $\Delta p \approx 2\pi\hbar/l_W$ , 则能观察到明显的电导震荡的条件为  $\Delta p\Delta L < 2\pi\hbar$ , 其中  $\Delta L$  是图 3(b) 中 4 个马约拉纳费米子  $\gamma_i(x)$  ( $1 \leq i \leq 4$ ) 传播的长度差. 其次, 非弹性散射也会导致退相干. 与手征狄拉克费米子不同, 手征马约拉纳费米子是电中性, 因此电声相互作用被禁戒. 而最低阶的电子相互作用  $\gamma_i\partial_x\gamma_i\partial_x^2\gamma_i\partial_x^3\gamma_i$  在重整化群下意义下为无关耦合 [46], 因此理论上手征马约拉纳费米子的非弹性散射长度远大于手征狄拉克边界态的非弹性散射长度 (例如在量子霍尔效应中 20 mK 下约为 100  $\mu\text{m}$ ).

## 5 展望

目前实验上探寻手征马约拉纳费米子还未有明确的结论. 例如有两个实验组按照图 2(b) 的方

案报道了结果,均使用了磁性掺杂拓扑绝缘体,但实验结果存在分歧<sup>[47,48]</sup>,可能与材料的极度无序相关<sup>[49]</sup>.在 $\nu = 5/2$ 分数量子霍尔态<sup>[50]</sup>以及自旋液体候选者 $\alpha$ - $\text{RuCl}_3$ 中<sup>[51]</sup>均观察到了接近半整数量子化的热霍尔效应 (quantum thermal Hall effect),认为是由拓扑中心荷为半整数的手征马约拉纳费米子导致,但是理论解释也存在争议<sup>[52]</sup>,可能与未达到边界热平衡有关.理论上,具有特定相互作用的七通道手征马约拉纳费米子能分数化实现斐波那契(Fibonacci)任意子<sup>[53]</sup>,可能实现普适量子计算.

寻找和设计实现手征马约拉纳费米子的新物理体系以及新的拓扑现象仍十分重要、有趣和具有挑战性.特别地,实现量子相干将会给出(单通道)手征马约拉纳费米子在实验上无可争议的证据<sup>[38,46,54-56]</sup>.值得一提的是,双通道手征马约拉纳费米子(也称之为手征 Andreev 边缘态)的量子干涉效应最近被输运实验证实<sup>[57,58]</sup>.

## 参考文献

- [1] Anderson P W 1997 *Basic Notions of Condensed Matter Physics* (Boulder: Westview Press) pp57-87
- [2] Landau L D, Lifshitz E M 1980 *Statistical Physics* (Oxford: Pergamon Press) pp1-10
- [3] von Klitzing K, Dorda G, Pepper M 1980 *Phys. Rev. Lett.* **45** 494
- [4] Thouless D J, Kohmoto M, Nightingale M P, den Nijs M 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 405
- [5] Wen X G 1995 *Adv. Phys.* **44** 405
- [6] Laughlin R B 1981 *Phys. Rev. B* **23** 5632
- [7] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 226801
- [8] Bernevig B A, Hughes T L, Zhang S C 2006 *Science* **314** 1757
- [9] König M, Wiedmann S, Brüne C, et al. 2007 *Science* **318** 766
- [10] Hasan M Z, Kane C L 2010 *Rev. Mod. Phys.* **82** 3045
- [11] Qi X L, Zhang S C 2011 *Rev. Mod. Phys.* **83** 1057
- [12] Kane C L, Mele E J 2005 *Phys. Rev. Lett.* **95** 146802
- [13] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195424
- [14] Moore J E, Balents L 2007 *Phys. Rev. B* **75** 121306
- [15] Fu L, Kane C L, Mele E J 2007 *Phys. Rev. Lett.* **98** 106803
- [16] Roy R 2009 *Phys. Rev. B* **79** 195322
- [17] Haldane F D M 1988 *Phys. Rev. Lett.* **61** 2015
- [18] Qi X L, Wu Y S, Zhang S C 2006 *Phys. Rev. B* **74** 085308
- [19] Liu C X, Qi X L, Dai X, Fang Z, Zhang S C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 146802
- [20] Yu R, Zhang W, Zhang H J, et al. 2010 *Science* **329** 61
- [21] Chang C Z, Zhang J, Feng X, et al. 2013 *Science* **340** 167
- [22] Wang J, Lian B, Zhang S C 2015 *Phys. Scr.* **2015** 014003
- [23] Mogi M, Yoshimi R, Tsukazaki A, et al. 2015 *Appl. Phys. Lett.* **107** 182401
- [24] Deng Y, Yu Y, Shi M Z, et al. 2020 *Science* **367** 895
- [25] Read N, Green D 2000 *Phys. Rev. B* **61** 10267
- [26] Qi X L, Hughes T L, Raghu S, Zhang S C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 187001
- [27] Schnyder A P, Ryu S, Furusaki A, Ludwig A W W 2008 *Phys. Rev. B* **78** 195125
- [28] Kitaev A 2009 *AIP Conf. Proc.* **1134** 22
- [29] Wang J, Lian B, Qi X L, Zhang S C 2015 *Phys. Rev. B* **92** 081107
- [30] Liu Q, Liu C X, Xu C, Qi X L, Zhang S C 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 156603
- [31] Zhang D, Shi M, Zhu T, et al. 2019 *Phys. Rev. Lett.* **122** 206401
- [32] Li J, Li Y, Du S, et al. 2019 *Sci. Adv.* **5** eaaw5685
- [33] Gong Y, Guo J, Li J, et al. 2019 *Chin. Phys. Lett.* **36** 076801
- [34] Otrokov M M, Klimovskikh I I, Bentmann H, et al. 2019 *Nature (London)* **576** 416
- [35] Moore G, Read N 1991 *Nucl. Phys. B* **360** 362
- [36] Wen X G 1993 *Phys. Rev. Lett.* **70** 355
- [37] Nayak C, Simon S H, Stern A, Freedman M, Das Sarma S 2008 *Rev. Mod. Phys.* **80** 1083
- [38] Lian B, Sun X Q, Vaezi A, Qi X L, Zhang S C 2018 *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **115** 10938
- [39] Kitaev A 2006 *Ann. Phys.* **321** 2
- [40] Qi X L, Hughes T L, Zhang S C 2010 *Phys. Rev. B* **82** 184516
- [41] Wang J, Zhou Q, Lian B, Zhang S C 2015 *Phys. Rev. B* **92** 064520
- [42] Wang J 2016 *Phys. Rev. B* **94** 214502
- [43] Chung S B, Qi X L, Maciejko J, Zhang S C 2011 *Phys. Rev. B* **83** 100512
- [44] Wang J, Lian B 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 256801
- [45] Lian B, Wang J 2019 *Phys. Rev. B* **99** 041404
- [46] Fu L, Kane C L 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 216403
- [47] He Q L, Pan L, Stern A L, et al. 2017 *Science* **357** 294
- [48] Kayyalha M, Xiao D, Zhang R, et al. 2020 *Science* **367** 64
- [49] Ji W, Wen X G 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 107002
- [50] Banerjee M, Heiblum M, Umansky V, et al. 2018 *Nature (London)* **559** 205
- [51] Kasahara Y, Ohnishi T, Mizukami Y, et al. 2018 *Nature (London)* **559** 227
- [52] Simon S H 2018 *Phys. Rev. B* **97** 121406
- [53] Hu Y, Kane C L 2018 *Phys. Rev. Lett.* **120** 066801
- [54] Akhmerov A R, Nilsson J, Beenakker C W 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 216404
- [55] Stern A, Halperin B I 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 016802
- [56] Bonderson P, Kitaev A, Shtengel K 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 016803
- [57] Lian B, Wang J, Zhang S C 2016 *Phys. Rev. B* **93** 161401
- [58] Zhao L, Arnault E G, Bondarev A, et al. 2020 *Nat. Phys.*

SPECIAL TOPIC—Majorana in condensed matter

**Chiral Majorana fermion\***Wang Jing<sup>†</sup>*(State Key Laboratory of Surface Physics, Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)*

( Received 11 April 2020; revised manuscript received 13 May 2020 )

**Abstract**

The chiral Majorana fermion, is a massless fermionic particle being its own antiparticle, which was predicted to live in (1+1)D (i.e. one-dimensional space plus one-dimensional time) or (9+1)D. In condensed matter physics, one-dimensional (1D) chiral Majorana fermion can be viewed as the 1/2 of the chiral Dirac fermion, which could arise as the quasiparticle edge state of a two-dimensional (2D) topological state of matter. The appearance of an odd number of 1D chiral Majorana fermions on the edge implies that there exist the non-Abelian defects in the bulk. The chiral Majorana fermion edge state can be used to realize the non-Abelian quantum gate operations on electron states. Starting with the topological states in 2D, we illustrate the general and intimate relation between chiral topological superconductor and quantum anomalous Hall insulator, which leads to the theoretical prediction of the chiral Majorana fermion from the quantum anomalous Hall plateau transition in proximity to a conventional s-wave superconductor. We show that the propagation of chiral Majorana fermions leads to the same unitary transformation as that in the braiding of Majorana zero modes, and may be used for the topological quantum computation.

**Keywords:** chiral Majorana fermion, topological superconductor, quantum anomalous Hall, non-abelian braiding

**PACS:** 73.43.-f, 71.10.Pm, 74.90.+n, 03.67.Lx

**DOI:** [10.7498/aps.69.20200534](https://doi.org/10.7498/aps.69.20200534)

---

\* Project supported by the National Key Research and Development Program of China (Grant Nos. 2016YFA0300703, 2019YFA0308404), the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11774065), and the Natural Science Foundation of Shanghai, China (Grant No. 19ZR1471400).

<sup>†</sup> Corresponding author. E-mail: [wjingphys@fudan.edu.cn](mailto:wjingphys@fudan.edu.cn)