

圆柱型光纤螺线圈轨道角动量模式

赵超樱 范钰婷 孟义朝 郭奇志 谭维翰

Orbital angular momentum mode of cylindrical spiral wave-guide

Zhao Chao-Ying Fan Yu-Ting Meng Yi-Chao Guo Qi-Zhi Tan Wei-Han

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 69, 054207 (2020) DOI: 10.7498/aps.69.20190997

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.69.20190997>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

长周期多芯手征光纤轨道角动量的调制

Modulation of orbital angular momentum in long period chirally-coupled-cores fiber

物理学报. 2019, 68(6): 064211 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182036>

利用衍射光栅探测涡旋光束轨道角动量态的研究进展

Progress of detecting orbital angular momentum states of optical vortices through diffraction gratings

物理学报. 2018, 67(3): 034201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171899>

汉克-贝塞尔光束在海洋湍流信道中的螺旋相位谱分析

Analysis of orbital angular momentum spectra of Hankel-Bessel beams in channels with oceanic turbulence

物理学报. 2018, 67(11): 114201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180155>

声子角动量与手性声子

Phonon angular momentum and chiral phonons

物理学报. 2018, 67(7): 076302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172407>

高对比度目标的电磁逆散射超分辨成像

Super-resolution imaging of high-contrast target in electromagnetic inverse scattering

物理学报. 2018, 67(14): 144101 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180266>

圆柱型光纤螺线圈轨道角动量模式*

赵超樱^{1)2)†} 范钰婷¹⁾ 孟义朝³⁾ 郭奇志⁴⁾ 谭维翰⁴⁾

1) (杭州电子科技大学理学院, 杭州 310018)

2) (山西大学光电研究所, 量子光学与光量子器件国家重点实验室, 太原 030006)

3) (上海大学光纤研究所, 上海 201800)

4) (上海大学物理系, 上海 200444)

(2019年6月29日收到; 2019年12月20日收到修改稿)

传统的沿 z 轴光纤传输光线的轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 光束的制备方法共同之处都是从内部结构着想, 光束的主光线基本上不变, 只是波面在变. 但要获得携带高 $m\hbar$ 的光有一定的难度. 针对上述问题, 本文建立以波面不变, 光束主光线变化为基础的理论框架, 利用微分几何理论验证不沿 z 轴圆柱型光纤螺线圈传输的光线可以携带高 $m\hbar$ OAM 的理论设想. 研究发现: 利用流动坐标 (α, β, γ) 计算光线在绕圆柱体的光纤中传输时光纤截面的衍射分布图呈现涡旋特征, 有高阶 OAM 模式. 当 $\theta = \theta_0$ 时, 圆柱形轨道光纤过渡到直线轨道光纤. 计算光线沿直线传输时光纤截面的衍射分布图是 Airy 斑, 即圆孔衍射斑, 无高阶 OAM 模式.

关键词: 光纤螺线圈, 轨道角动量 (OAM), 微分几何

PACS: 42.81.Qb, 42.50.Tx, 02.40.-k

DOI: 10.7498/aps.69.20190997

1 引言

由真空中 Maxwell 方程组可知光是一种含动量和能量的电磁波. 动量又可分为线动量和角动量, 其中角动量又包括由偏振性决定的自旋角动量 (spin angular momentum, SAM) 和由光场空间分布决定的轨道角动量 (orbital angular momentum, OAM) 两类. 早在 1909 年, Poynting^[1] 就已经从理论上预言了光波含有 SAM. 直到 1936 年, Beth^[2] 将线偏振光变换为圆偏振光, 检测波片显示的反冲扭矩, 第一次通过实验证实了光子具有 SAM (携带 $\pm\hbar$). 直到 1992 年, Allen 等^[3] 才首次从实验上观察到了携带不同 OAM 信息的 Laguerre-Gaussian (LG) 模式的光. 它是一种具有螺旋型波前结构的特殊光场, 其螺旋相位取决于

OAM 态拓扑荷 l . 通常 SAM 只能构建出一个二维 Hilbert 空间, 而具有无穷大拓扑荷 l 的 OAM 却可以构建出一个高维 Hilbert 空间. 在量子纠缠态操控、超分辨成像以及高维量子信息编码等领域都有重要的应用前景. 极大地提高光纤^[4,5] 和空间光调制器^[6] 中的量子通信、成像和传感能力. 目前实验上制备 OAM 光束的常用方法有: 螺旋相位板^[7]、q 板^[8]、空间光调制器产生的全息图^[9]、集成的角动量光栅^[10,11] 以及特殊设计的超表面^[12] 等. 螺旋相位板和 q 板只能产生单一 OAM 模式的光. 空间光调制器产生的全息图虽然可以产生 OAM 模式叠加态的光, 但是由于体积大而无法集成在芯片上. 集成的角动量光栅和超表面只能产生少量 OAM 模式叠加态的光. 若想获得较多 OAM 模式叠加态的光, 需要增加 OAM 模式数, 超表面的结构设计必然会变得很复杂. 想要得到携带高 $m\hbar$ 的

* 国家自然科学基金青年科学基金 (批准号: 11504074) 和教育部量子光学重点实验室 (批准号: KF201801) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: zchy49@hdu.edu.cn

OAM 光子, 上述实验方法都存在一定的难度. 2016 年, Niederriter 等^[13]首次通过双模保偏光纤制备出了 OAM 模式. 由于携带 OAM 模式的光束在自由空间中传输易受干扰, 传输距离很短, 最初普遍认为光纤不能传输 OAM 模式. 直到 2012 年, Bozinovic 等^[4]首次演示了涡旋光纤可以传输 OAM 模式. 2018 年, Chen 等^[14]首次演示了光子集成芯片的波导也可以传输 OAM 模式. 2017 年, Zhang 等^[15]探测出了极微弱光场条件下的涡旋光场. 2018 年, Fu 等^[16]准确地测出了 OAM 模式光场的相对相位分布. 2017 年, Zhou 等^[17]首次通过螺旋光子晶体光纤制备出了高阶 OAM 模式. 2019 年, Pan 等^[18]首次把复用的概念和光学 OAM 自由度相结合, 利用复用光学 OAM 的不同模式来大幅度增加连续变量量子通信体系纠缠容量. 同年, Zhou 等^[19]通过硅波导顶部的叠加全息叉光栅耦合平面内波导模式到平面外自由空间 OAM 模式, 设计出了超小型宽带极化硅 OAM 芯片, 其可望在高维量子通信系统中得到进一步的应用. 接着, Wang 等^[20]利用相对论强度的圆偏振光与固体靶相互作用产生高强度的携带 OAM 的表面高次谐波, 并揭示其物理本质是光从 SAM 转化为 OAM. 最近, Fang 等^[21]利用具有“螺旋”特性的 OAM 光束作为光学全息过程中的信息载体, 在实验上实现了超宽带的光学全息过程, 利用 OAM 光进行全息编码方面的应用. 综上所述, LG 光束以及后来的旋转柱面镜, 都是关注于改变波面的相位. 这些做法从方向上来说, 是对的, 但要得到高 $m\hbar$ 的光, 有难度. 这些做法的共同之处都是从内部结构着想. 而光束的主光线基本上是不变的, 只是波面在变. 这就促使我们从另一个角度来思考如何获得携带高 $m\hbar$ 的 OAM 光子, 建立以波面不变, 光束主光线变化为基础的理论框架, 成熟的光纤波导技术允许这样思考问题. 本文介绍了一种利用光纤沿圆柱螺旋波导传播产生高 $m\hbar$ 的 OAM 模的新方法, 应用微分几何的曲线公式解析求解 OAM 模式. 研究结果可以进一步拓展到绕纺垂型轨道光纤传输的光线的轨道角动量的情况.

2 Poynting 矢量和 Laguerre-Gaussian 模式

自由空间沿 z 轴传输的近轴 Gaussian 光束满足如下的 Maxwell 方程:

$$\nabla^2 \mathbf{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2}, \quad (1)$$

令电场矢量 $\mathbf{E} = u(x, y, z)e^{-i(kz - \omega t)} \mathbf{x}$, 将其代入 (1) 式并取近似 $\partial^2 u / \partial z^2 \simeq 0$, 其中 $u(x, y, z)$ 是椭圆 Gaussian 光束的相对场强, 椭圆轴分别在 x 和 y 两个方向, \mathbf{x} 是 x 方向的复数线性极化矢量. (1) 式变为

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - 2ik \frac{\partial}{\partial z} \right) u = 0, \quad (2)$$

其中 ω 是角频率, c 是光速, $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$ 是波数, λ 是真空中波长.

在光纤中传输的光束即近轴 Gaussian 光束^[22],

$$u(x, y, z) = e^{-i[p(z) + \frac{k}{2q(z)}(x^2 + y^2)]},$$

$$e^{ip(z)} = \frac{w_0}{w(z)} e^{i\psi(z)}, \quad \frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi w^2(z)}, \quad (3)$$

其中 w_0 是光束的光腰半径, $z_R = kw_0^2/2 = \pi w_0^2/\lambda$ 是 Rayleigh 长度, $w(z) = w_0 \sqrt{1 + z^2/z_R^2}$ 是光斑尺寸参数, $\psi(z) = \arctan[z/z_R]$ 是光束的 Gouy 相位, 仅随 z/z_R 缓慢变化. $R(z) = z[1 + (z/z_R)^2]$ 是 Gaussian 光束波前的曲率半径. $q(z)$ 是复数曲率半径.

光波本质上是电磁波, Allen 等^[23]推导出了光场的线动量密度:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = \varepsilon_0 (\mathbf{E}^* \times \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{B}^*)/2$$

$$= i\omega \varepsilon_0 (u^* \nabla u - u \nabla u^*)/2 + k\omega \varepsilon_0 |u|^2 \mathbf{z}$$

$$+ \phi \sigma \omega \varepsilon_0 \partial |u|^2 / (2\partial r), \quad (4)$$

这里 \mathbf{E} 是光波的电场分量, \mathbf{B} 是光波的磁场分量, $\mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 的分量垂直于光波传输的方向. ε_0 是真空中介电常数, u 为光波的复振幅, u^* 为光波的复共轭, $|u|$ 是光波的复振幅的模. 对于平面波, 线动量与传播方向同向. 对于涡旋光束, 横向线动量分量实际上可以表征角动量的大小. 前两项 Poynting 矢量的方位分量引起含螺旋相位波前的 OAM 空间光束, 每个光子携带一个 $l\hbar$ 的 OAM 模式. 最后一项包含的自旋可以将线偏振光转换成圆偏振光, 这导致与 SAM 关联的 Poynting 矢量多出一项. σ 描述光的偏振度, 每个光子携带一个 $\sigma\hbar$ 的 SAM 模式. 左手圆偏振光 ($\sigma = 1$) 的每个光子携带 \hbar 的 SAM, 右手圆偏振光 ($\sigma = -1$) 的每个光子携带 $-\hbar$ 的 SAM. 对于线偏振 ($\sigma = 0$), (4) 式可写为

$$\mathbf{P} = i\omega \varepsilon_0 (u^* \nabla u - u \nabla u^*)/2 + k\omega \varepsilon_0 |u|^2 \mathbf{z}. \quad (5)$$

以 LG 光束为例, 在 LG 模式下制备出的圆偏振光的角动量密度为

$$\mathbf{M} = \varepsilon_0 [\mathbf{r} \times (\mathbf{E} \times \mathbf{B})] = \mathbf{r} \times \mathbf{P}. \quad (6)$$

当 $w(z)$ 光束的半径和坐标 r 都很小时, 可以采用几何光学亦即光线近似. 此时 LG 模式中的 $r \rightarrow 0$, 否则便是发散的. 这样便有

$$\mathbf{P} = |u|^2 \mathbf{z}/c, \mathbf{M} = 0. \quad (7)$$

(7) 式表明: 一束沿着 z 方向传输的光线, 线动量密度也沿 z 方向, 而角动量密度 M 为零.

3 理论模型

光波在光纤中传输, 当光轴是 z 轴, 光纤沿着 z 轴传输, 光纤传输的是高斯光束. 电场矢量不随波矢量的变化而变化. 在极坐标系中, r 是极径. ϕ 是极角, 则有 $x = r \cos \phi$, $y = r \sin \phi$. 如果光线不是沿着 z 方向传输而是沿一条曲线传输, 情况又会是怎样的呢? 当光轴不是 z 轴, 光纤沿着以 a 为半径的圆柱体螺线圈上绕行, 有 $x_0 = a \cos[\psi(z)k_z z]$, $y_0 = a \sin[\psi(z)k_z z]$, 其中 $k_z = k/\sqrt{2\psi^2(z)+1}$. 螺旋型波前结构的光场的电矢量方向时刻随着波矢方向改变 (图 1(a)), 绕 z 轴形成一个圆锥形 (图 1(b)). 携带空间信息的 OAM 光束会产生一个额外的几何相位 ϕ , 几何相位使极化长轴方向倾斜一个角度.

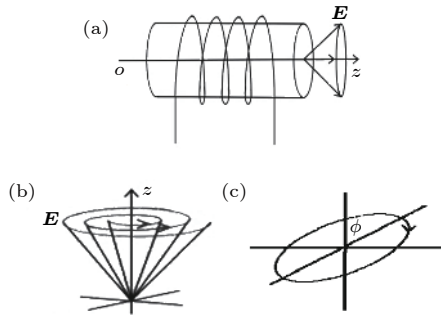


图 1 (a) 光沿圆柱型螺线圈传输; (b) OAM 光场分布图; (c) 几何相位

Fig. 1. (a) Fiber propagation along cylindrical spiral waveguide; (b) OAM light field distribution, (c) berry phase.

将 (3) 式中的变量稍做修正后便是在圆柱面上绕行的光纤中传输光束的解,

$$\begin{aligned} & u(r, \phi, z) \\ &= e^{-i\{p(z) + \frac{k}{2q(z)}[(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2]\}} \\ &= e^{-i\{p(z) + \frac{k}{2q(z)}[(r-a)^2 + 2ar(1 - \cos[\phi - \psi(z)k_z z])]\}} \\ &= e^{-\frac{\lambda}{\pi w^2(z)}\{(r-a)^2 + 4ar \sin^2[\frac{\phi - \psi(z)k_z z}{2}]\}} \\ &\times e^{-i\{p(z) + \frac{k}{2R(z)}[(r-a)^2 + 4ar \sin^2[\frac{\phi - \psi(z)k_z z}{2}]\}}. \quad (8) \end{aligned}$$

设光线的光路可用矢量 $\mathbf{s}(z)$ 表示,

$$\begin{aligned} \mathbf{s}(z) &= \mathbf{i}s_x(z) + \mathbf{j}s_y(z) + \mathbf{k}s_z(z) \\ &= \mathbf{i} \cos[\psi(z)k_z z] + \mathbf{j} \sin[\psi(z)k_z z] + \mathbf{k}k_z z, \quad (9) \end{aligned}$$

其中 $k_z = k/\sqrt{2\psi^2(z)+1}$.

线性动量密度 \mathbf{P} 为

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(z) &= \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial z} s_x(z) + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial z} s_y(z) + \mathbf{k} \frac{\partial}{\partial z} s_z(z) \\ &= \mathbf{i}P_x(z) + \mathbf{j}P_y(z) + \mathbf{k}P_z(z) \\ &= -\mathbf{i}\psi(z)k_z \sin[\psi(z)k_z z] \\ &\quad + \mathbf{j}\psi(z)k_z \cos[\psi(z)k_z z] + \mathbf{k}k_z, \quad (10) \end{aligned}$$

角动量密度 \mathbf{M} 与计算轴的选取有关,

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(z) &= \mathbf{s}(z) \times \mathbf{P}(z) = \mathbf{i}M_x(z) + \mathbf{j}M_y(z) + \mathbf{k}M_z(z) \\ &= \mathbf{i}(k_z \sin[\psi(z)k_z z] - z\psi(z)k_z^2 \cos[\psi(z)k_z z]) \\ &\quad + \mathbf{j}(z\psi(z)k_z^2 \sin[\psi(z)k_z z] \\ &\quad - k_z \cos[\psi(z)k_z z]) + \mathbf{k}\psi(z)k_z. \quad (11) \end{aligned}$$

绕圆柱体转动的光纤传输的线偏振光的螺旋曲线如图 2 所示 [24].

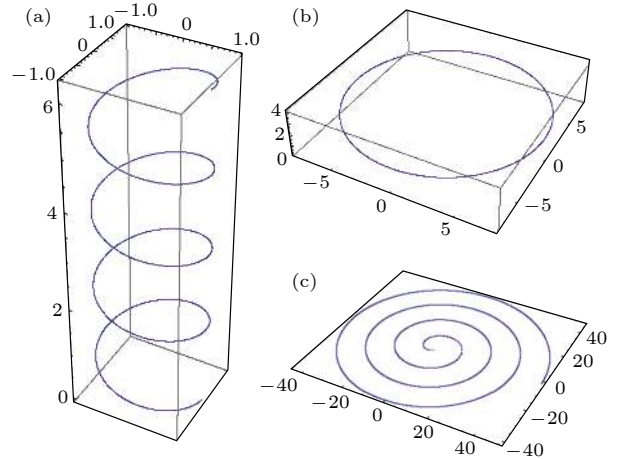


图 2 当 $k = 2$, $\psi(z) = 0.5$ 时, (a) 路径矢量 \mathbf{s} , (b) 线动量密度 \mathbf{P} , (c) 角动量密度 \mathbf{M} 的变化曲线

Fig. 2. (a) Path vector \mathbf{s} ; (b) linear momentum density \mathbf{P} ; (c) angular momentum density \mathbf{M} with $k = 2$, $\psi(z) = 0.5$.

4 绕圆柱体转动的光纤传输的光线产生的 OAM

根据微分几何理论, 线偏振光入射, 偏振方向沿着圆柱轴向. 绕圆柱体螺线方程可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{r} &= \{a \cos \theta, a \sin \theta, b\theta\}, \\ \mathbf{r}' &= \{-a \sin \theta, a \cos \theta, b\}, \quad (12) \end{aligned}$$

其中 a 是短轴, b 是长轴. \mathbf{r}' 是圆柱螺线切线方向的向量, 即曲线的切向量, 且满足 $\mathbf{r}' \neq 0$. 直线 $a = 0$, $\mathbf{r} = \{0, 0, b\theta\}$ 为圆柱体螺线轨道的特例. 引进光学程长 s (微分方程称之为自然参数), 亦即曲线的长度. 将圆柱螺线 \mathbf{r} 化为自然参数 s 表示, 有 $\theta = \tilde{k}s$, $\tilde{k} = 1/\sqrt{a^2 + b^2}$, 所以从 $\theta = 0$ 开始计算圆柱螺线弧长为

$$s = \int_0^\theta \|\mathbf{r}'\| d\theta = \sqrt{a^2 + b^2} \theta, \quad (13)$$

该值由曲线本身决定, 与曲线的坐标表示和参数选择都无关. 绕一圈的曲线长度为 $s = 2\pi\sqrt{a^2 + b^2}$. 令 $\xi = a/\sqrt{a^2 + b^2} = \sin\phi$, $\eta = b/\sqrt{a^2 + b^2} = \cos\phi = \text{const}$, 且满足 $\xi^2 + \eta^2 = 1$. 这里几何相位 ϕ 是一个固定角 (图 1(c)).

采用流动坐标 (α, β, γ) 计算光线沿光纤圆柱形轨道传播时的 OAM 大小. 下面研究曲线 \mathbf{r}' 的弯曲度, 圆柱型轨道光纤的单位切向量场 α 可表示为

$$\alpha = \mathbf{r}' / \|\mathbf{r}'\| = \{-\xi \sin\theta, \xi \cos\theta, \eta\}, \quad (14)$$

注意到 α 始终沿着曲线运动的方向.

与 α 垂直的主法向量场 β ,

$$\beta = (d\alpha/ds) / \|d\alpha/ds\| = \{-\cos\theta, -\sin\theta, 0\}, \quad (15)$$

这里 β 的方向不随 α 改变, 总是垂直于 α .

与 α 和 β 相互垂直的副法向量场 γ ,

$$\gamma = \alpha \times \beta = \{\eta \sin\theta, -\eta \cos\theta, \xi\}, \quad (16)$$

即单位矢量 α, β, γ 构成一个相互垂直的活动坐标系, 也称为 Forenet 标架. 由 (16) 式知 Forenet 标架构成右手系 [24].

$$d\alpha/ds = \kappa(s)\beta,$$

$$d\beta/ds = -\kappa(s)\alpha + \tau(s)\gamma,$$

$$d\gamma/ds = -\tau(s)\beta, \quad (17)$$

其中 $\kappa(s)$, $\tau(s)$ 分别为曲线的曲率与绕度.

将 E_y, H_x, H_z 分别看成 α, β, γ . (17) 式满足 TE 模式理论 [25,26], 其中方程 (2) 相当于 Maxwell 方程组的 $\nabla \times \mathbf{H} = \partial \mathbf{E}/c\partial t$. 而方程 (1) 和 (3) 相当于 Maxwell 方程组的 $\nabla \times \mathbf{E} = -\partial \mathbf{H}/c\partial t$.

对于上述圆柱型曲线来说, 曲率和绕度分别为

$$\kappa(s) = \frac{a}{a^2 + b^2} = \xi \tilde{k}, \quad \tau(s) = \frac{b}{a^2 + b^2} = \eta \tilde{k}. \quad (18)$$

对于直线来说, 曲率变为

$$\kappa(s) = \xi k = 0. \quad (19)$$

将绕圆柱体螺线 (12) 式写为如下形式:

$$\mathbf{r} = r_\alpha \alpha + r_\beta \beta + r_\gamma \gamma = \eta b \theta \alpha - a \beta + \xi b \theta \gamma, \quad (20)$$

其中 $r_\alpha = \mathbf{r} \cdot \alpha = \eta b \theta$, $r_\beta = \mathbf{r} \cdot \beta = -a$, $r_\gamma = \mathbf{r} \cdot \gamma = \xi b \theta$.

曲线的切向量变为

$$\mathbf{r}' = \sqrt{a^2 + b^2} = s \alpha, \quad (21)$$

其中

$$\frac{d}{d\theta}(r_\alpha \alpha) = \eta b(\alpha + \theta \xi \beta),$$

$$\frac{d}{d\theta}(r_\beta \beta) = a(\xi \alpha - \eta \gamma),$$

$$\frac{d}{d\theta}(r_\gamma \gamma) = \xi b(\gamma - \eta \theta \beta).$$

根据 Einstein 方程 $m\mathbf{v} = \hbar \mathbf{k}$ 和 OAM 的定义 $L_\alpha = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$, 则有

$$\begin{aligned} L_\alpha / (\hbar k) &= r_\gamma \gamma \times \frac{d}{d\theta}(r_\gamma \gamma) = \xi b \theta \gamma \times \xi b(\gamma - \eta \theta \beta) \\ &= -\xi b \theta \gamma \times \eta \theta \beta = \xi \eta b \theta^2 \alpha, \end{aligned}$$

即

$$\begin{aligned} L_\alpha / \hbar &= k r_\gamma \gamma \times \frac{d}{d\theta}(r_\gamma \gamma) = \xi \eta b \theta^2 k \alpha \\ &= (\eta \theta)^2 k a \alpha = m \alpha, \quad m = (\eta \theta)^2 k a. \end{aligned} \quad (22)$$

(22) 式中的角动量即绕光纤半径为 ρ 的轨道角动量. 线偏振光的方向为副法线 γ 方向, 角动量方向即切线 α 方向. 关于 OAM 光纤输出的检测, 采用衍射法检测涡旋光相位, 即用显微镜观察光纤端面的相位分布 [27].

现考虑线偏振光沿着光纤从切线方向输出观察它的衍射图. 当然衍射屏与输出端面有一定的距离. 输出点选在 $\theta = \theta_0$ 左边为绕圆柱体的轨道, 输出点选在 $\theta = \theta_0$ 右边为直线轨道. 在 $\theta = \theta_0$ 两侧轨道角动量 L_α / \hbar 是连续的,

$$\begin{aligned} L_\alpha / \hbar &= (\eta \theta)^2 a k \alpha = \int_0^\theta \frac{d}{d\theta} (\eta \theta)^2 a k \alpha d\theta \\ &= \int_0^{\theta_0} \frac{d}{d\theta} (\eta \theta)^2 a k \alpha d\theta = (\eta \theta_0)^2 a k \alpha. \end{aligned} \quad (23)$$

将 (23) 式应用于 θ_0 的两侧, 当 $\theta > \theta_0$ 时, 这段变为直线 $a = 0$, 故沿直线轨道传输的光纤的轨道角动量 L_α / \hbar 即 (22) 式所示.

光纤绕圆柱体传输是指主光线, 光纤直径不变, 光波在光纤内传输, 都是按照 Bessel 光束传输. 但是在直线光纤输出, 所以只须考虑直线光纤 Bessel 光束就可以了. 光纤内的波面输出截面近似

为平面波. 圆柱型轨道光纤过渡到直线轨道光纤后, 直线光纤内光场的解析解可表示为 $J_m(s_n r/\rho)e^{im\theta}$, s_n 为 Bessel 函数的零点, 当 $r = \rho$ 时, 光场为零. 当 $\rho \gg \lambda$ 时, 光场在截面的分布可近似为 $J_m(s_n r/\rho)e^{im\theta} \cong e^{im\theta}$, 由截面点 $(r \cos[\theta], r \sin[\theta])$ 至像面 p 点 $(w \cos[\varphi], w \sin[\varphi])$ 的衍射积分可写为 [28]

$$U(p) = \int_0^\rho \left(\int_0^{2\pi} e^{i\left\{\frac{2\pi r w}{\lambda l} \cos[\theta-\varphi] + im\theta\right\}} r dr d\theta \right) = \int_0^\rho J_m\left(\frac{2\pi r w}{\lambda l}\right) e^{im\varphi} r dr. \quad (24)$$

当 $m = 0$ 时, 便是 Airy 积分

$$U(p) = \int_0^\rho J_0\left(\frac{2\pi r w}{\lambda l}\right) r dr = \frac{J_1(\kappa)}{\kappa}, \quad \kappa = \frac{2\pi \rho w}{\lambda l}, \quad w = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (25)$$

式中 l 表示光纤截面至像面的距离, x, y 分别表示光纤截面至像面的坐标. $\kappa = 1.22\pi$ 对应像面第一个零点, 即 $2\pi\rho w/(\lambda l) = 1.22\pi$, 故第一个暗斑位于 $w/l = 0.61\lambda/\rho$. 当 $\lambda/\rho = 0.1$ 时, 有 $w/l = 0.061$. 图 3、图 4 为 $w/l = 0.061\sqrt{x^2 + y^2}$, $m = 0, 1, 2, 4, 16$ 的衍射图. 图 3 为直线光纤, 光场分布是 Airy 斑, 即圆孔衍射斑.

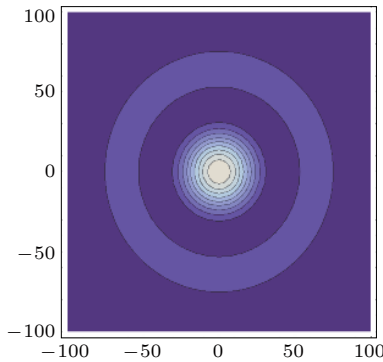


图 3 直线光纤传播, 光场分布是圆孔衍射斑

Fig. 3. There is no higher-order OAM mode in the cross section of the optical fibers propagating in a straight line, and the optical field distribution is a circular aperture diffraction spot.

从图 4 可以看出: 圆柱型传播的光纤截面有高阶 OAM 模式, 光场分布呈现涡旋特征. 当 $m = 2$ 时, 圆环的内环很小, 随着 m 逐渐增大到 4, 圆环的内环逐渐增大, 整个光束的半径也逐渐增大; 当 m 较小时, 输出的光束体现出一定的均匀性与对称性; 当 m 逐渐增加到 16 时, 输出的光束体现出一

定的不均匀性与不对称性. 这区别于一般利用 LG 光束来实现涡旋光的方法, 因为 LG 光束主光线是走直线的. 而我们是利用主光线不走直线而是走曲线得到的 OAM, 最终实现高 m 的涡旋光.

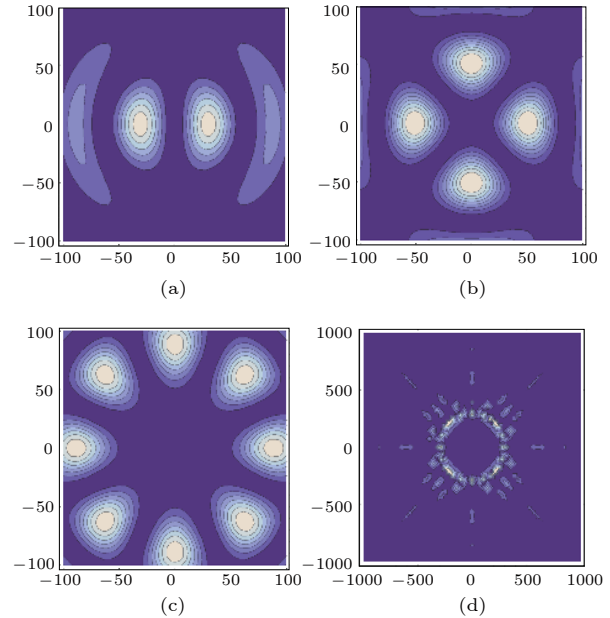


图 4 圆柱形光纤传播有高阶 OAM 模式 (a) $m = 1$; (b) $m = 2$; (c) $m = 4$; (d) $m = 16$

Fig. 4. The optical fiber cross section propagating in cylindrical shape has a high-order OAM mode with: (a) $m = 1$; (b) $m = 2$; (c) $m = 4$; (d) $m = 16$.

5 结论

如果光线不是沿着 z 方向传输而是沿一条曲线传输, 研究光纤在圆柱螺旋波导中的传播. 利用微分几何关系从理论上验证了当光纤在以 a 为半径的圆柱面上绕行时可以获得携带高阶 OAM 模式的涡旋光束的设想. 当 $\theta = \theta_0$ 时, 直线传播的光纤截面无高阶 OAM 模式, 光场分布是 Airy 斑, 即圆孔衍射斑. 当 $\theta > \theta_0$ 时, 圆柱形传播的光纤截面有高阶 OAM 模式, 光场分布呈现涡旋特征. 采用化学气相沉积法和旋转拉丝工艺研制光纤, 并将其绕成抗扰动性强的光纤螺旋环, 用于产生高阶 OAM 模式的光束. 进一步探索 OAM 光束的产生效率和纯度、OAM 光束模斑大小和拓扑荷数以及光纤螺旋环的结构参数与 OAM 模式数之间的关系. 在此基础上, 可以进一步研究光纤芯径、光纤缠绕圈数和螺距、圆柱形传播的光纤截面的光场分布以及光纤高阶非线性色散效应等参数对携带空间信息的高阶 OAM 模式传输特性的影响.

参考文献

- [1] Poynting J H 1909 *Proc. R. Soc. London Ser. A* **82** 560
- [2] Beth R A 1936 *Phys. Rev.* **50** 115
- [3] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, Woerdman J P 1992 *Phys. Rev. A* **45** 8185
- [4] Bozinovic N, Golowich S, Kristensen P, Ramachandran S 2012 *Opt. Lett.* **37** 2451
- [5] Li S H, Mo Q, Hu X, Du C, Wang J 2015 *Opt. Lett.* **40** 4376
- [6] Niederriter R D, Siemens M E, Gopinath J T 2016 *Opt. Lett.* **41** 3213
- [7] Oemrawsingh S S R, van Houwelingen J A W, Eliel E R, Woerdman J P, Versteegen E J K, Kloosterboer J G, 't Hooft G W 2004 *Appl. Opt.* **43** 688
- [8] Marrucci L, Manzo C, Paparo D 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 163905
- [9] Gibson G, Courtical J, Padgett M J, Vasnetsov M, Pas'ko V, Barnett S M, Franke-Arnold S 2004 *Opt. Express* **12** 5448
- [10] Xiao Q S, Klitis C, Li S M, Chen Y Y, Cai X L, Sorel M, Yu S Y 2016 *Opt. Express* **24** 3168
- [11] Cai X L, Wang J W, Strain M J, Morris M J, Zhu J B, Sorel M, O'Brien J L, Thompson M G, Yu S Y 2012 *Science* **338** 363
- [12] Yue F Y, Wen D D, Zhang C M, Gerardot B D, Wang W, Zhang S, Chen X Z 2017 *Adv Mater.* **29** 1603838
- [13] Niederriter R D, Siemens M E, Gopinath J T 2016 *Opt. Lett.* **41** 5736
- [14] Chen Y, Gao J, Jiao Z Q, Sun K, Shen W G, Qiao L F, Tang H, Lin X F, Jin X M 2018 *Phys. Rev. Lett.* **121** 233602
- [15] Zhang W H, Wang J K, Li F S, Chen L X, Karimi E 2017 *Laser Photonics Rev.* **11** 1600163
- [16] Fu C L, Liu S, Wang Y, Bai Z Y, He J, Liao C R, Zhang Y, Zhang F, Yu B, Gao S C, Li Z H, Wang Y P 2018 *Opt. Lett.* **43** 1786
- [17] Zhou H L, Fu D Z, Dong J J, Zhang P, Chen D X, Cai X L, Li F L, Zhang X L 2017 *Light-Sci. Appl.* **6** e16251
- [18] Pan X Z, Yu S, Zhou Y F, Zhang K, Zhang K, Lv S C, Li S J, Wang W, Jing J T 2019 *Phys. Rev. Lett.* **123** 070506
- [19] Zhou N, Zheng S, Cao X P, Zhao Y F, Gao S Q, Zhu Y T, He M B, Cai X L, Wang J 2019 *Sci. Adv.* **5** eaau9593
- [20] Wang J W, Zepf M, Rykovanov S G 2019 *Nat. Commun.* **10** 5554
- [21] Fang X Y, Ren H R, Gu M 2020 *Nat. Photonics* **14** 102
- [22] Yao A M, Padgett M J 2011 *Adv. Opt. Photonics* **3** 161
- [23] Arnold S F, Allen L, Padgett M 2008 *Laser Photonics Rev.* **2** 299
- [24] Mei X M, Huang J Z 2003 *Differential Geometry* (3rd Ed.) (Beijing: Higher Education Press) pp51–53 (in Chinese) [梅向明, 黄敬之 2003 微分几何 (第3版) (北京: 高教出版社) 第51—53页]
- [25] Yariv A 2013 *Quantum Electronics* (3rd Ed.) (New York: Wiley India Press) pp512–515
- [26] Schiff L I 1968 *Quantum Mechanics* (3rd Ed.) (New York: McGraw-Hill Book Company) pp24–25
- [27] Ke X Z, Wang J 2018 *Generation, Transmission, Detection and Application of Vortex Beam* (1st Ed.) (Beijing: Science Press) pp194–196 (in Chinese) [柯熙政, 王姣著 2018 涡旋光束的产生、传输、检测及应用 (第1版) (北京: 科学出版社) 第194—196页]
- [28] Born M, Wolf E 2001 *Principles of Optics* (7th Ed.) (Cambridge: World publishing Corporation) pp640–642

Orbital angular momentum mode of cylindrical spiral wave-guide*

Zhao Chao-Ying^{1)2)†} Fan Yu-Ting¹⁾ Meng Yi-Chao³⁾
Guo Qi-Zhi⁴⁾ Tan Wei-Han⁴⁾

1) (*School of Sciences, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China*)

2) (*State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China*)

3) (*Institute of Fiber Optics, Shanghai University, Shanghai 201800, China*)

4) (*Department of Physics, Shanghai University, Shanghai 200444, China*)

(Received 29 June 2019; revised manuscript received 20 December 2019)

Abstract

The common feature of traditional methods of preparing orbital angular momentum (OAM) light beams propagating along the z axis is that the wave-front phase is changed and the chief ray of beam is basically unchanged. But it is difficult to obtain a high $m\hbar$ OAM. To solve the above problem, we establish a theoretical framework based on the change of the chief ray of beam instead of the change of wave-front phase. The differential geometry theory is used to verify the theoretical assumption that the light transmitted by the cylindrical spiral wave-guide can carry high $m\hbar$ OAM. To measure the OAM optical fiber output, we use the diffraction method to detect the phase of vortex, that is, we can use a microscope to observe the phase distribution of optical fiber end face. We consider the output of linearly polarized light along the tangent direction of the fiber to observe its diffraction pattern. The transmission of optical fiber around the cylinder is the main light. The diameter of optical fiber is constant, and the light wave transmitting into the optical fiber is Bessel beam. For the linear fiber output, we need to consider only the linear fiber Bessel beam. The output cross section of the wave surface in the fiber is approximately that of plane wave. When $\theta > \theta_0$, we use the flow coordinates (α, β, γ) to calculate the diffraction pattern of the cross section of the optical fiber when light travels in the optical fiber around the cylinder, which shows the characteristics of vortex. The optical field distribution carries a high-order OAM mode. When $\theta = \theta_0$, cylindrical orbital optical fibers transit to linear orbital optical fibers. We calculate the diffraction pattern of the cross section of the optical fibers propagating in a straight line. It is an Airy spot, namely a circular aperture diffraction spot. The optical field distribution has no higher-order OAM mode. When the order of the output beam is small, the output shows certain uniformity and symmetry, when the order of the output beam increases gradually, the output beam shows some inhomogeneity and asymmetry.

Keywords: wave-guide fiber, orbital angular momentum, differential geometry

PACS: 42.81.Qb, 42.50.Tx, 02.40.-k

DOI: 10.7498/aps.69.20190997

* Project supported by the Young Scientists Fund of the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 11504074) and the Key Laboratory of Quantum Optics, Ministry of Education, China (Grant No. KF201801).

† Corresponding author. E-mail: zchy49@hdu.edu.cn