



随机纵场对一维量子Ising模型动力学性质的影响

袁晓娟 王辉 赵邦宇 赵敬芬 明静 耿延雷 张凯煜

Effects of random longitudinal magnetic field on dynamics of one-dimensional quantum Ising model

Yuan Xiao-Juan Wang Hui Zhao Bang-Yu Zhao Jing-Fen Ming Jing Geng Yan-Lei Zhang Kai-Yu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 197501 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20210631

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20210631>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

一维扩展量子罗盘模型的拓扑序和量子相变

Topological orders and quantum phase transitions in a one-dimensional extended quantum compass model

物理学报. 2018, 67(19): 190301 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180855>

横场中具有周期性各向异性的一维XY模型的量子相变

Quantum phase transitions of one-dimensional period-two anisotropic XY models in a transverse field

物理学报. 2017, 66(18): 180302 <https://doi.org/10.7498/aps.66.180302>

二维随机蜂巢网格熔断动力学过程和熔断面标度性质的数值模拟

Numerical simulation of melting dynamic process and surface scale properties of two-dimensional honeycomb lattice

物理学报. 2019, 68(5): 050301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20181774>

一维自旋1键交替XXZ链中的量子纠缠和临界指数

Quantum entanglement and critical exponents in one-dimensional spin-1 bond-alternating XXZ chains

物理学报. 2017, 66(12): 120301 <https://doi.org/10.7498/aps.66.120301>

一种基于社交影响力和平均场理论的信息传播动力学模型

An information diffusion dynamic model based on social influence and mean-field theory

物理学报. 2017, 66(3): 030501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.030501>

利用一维原子链模型研究薄膜瞬态结构变化

Transient structure of thin films based on one-dimensional chain model

物理学报. 2017, 66(18): 186202 <https://doi.org/10.7498/aps.66.186202>

随机纵场对一维量子 Ising 模型 动力学性质的影响*

袁晓娟[†] 王辉 赵邦宇 赵敬芬 明静 耿延雷 张凯煜

(齐鲁师范学院物理与电子工程学院, 济南 250200)

(2021 年 4 月 5 日收到; 2021 年 5 月 13 日收到修改稿)

量子自旋系统的动力学性质是统计物理和凝聚态理论研究的热点问题. 本文利用递推关系方法, 通过计算系统的自旋关联函数及谱密度, 研究了纵场对一维量子 Ising 模型动力学性质的影响. 对于常数纵场的情况, 发现当自旋耦合相互作用较弱时纵场能够引起不同动力学行为之间的交跨效应, 且驱使系统出现了多种振动模式, 但较强的自旋耦合相互作用会掩盖纵场的影响. 对于随机纵场的情况, 分别讨论了双模型随机纵场和高斯型随机纵场的影响, 发现不同随机类型下的动力学结果有很大的差别, 且高度依赖于随机分布中参数的选取, 如双模分布的均值, 高斯分布的均值和偏差等. 尽管常数纵场和随机纵场下的动力学结果不同, 但可以得到一个共同的结论: 当纵场所占比重较大时, 系统的中心峰值行为将得到保持. 且此结论可以推广: 系统哈密顿中非对易项的出现有利于中心峰值行为的保持.

关键词: Ising 模型, 纵场, 自旋关联函数, 谱密度**PACS:** 75.10.Pq, 75.40.Gb, 75.10.Jm, 75.50.Lk**DOI:** 10.7498/aps.70.20210631

1 引言

经典或量子多体系统的动力学性质一直是实验和理论研究的热点. 其中, 在对量子自旋系统动力学性质的研究中, 一维横向 Ising 模型被广泛采用. 尽管 Ising 模型非常简单, 但却显示了非常丰富的物理性质. 研究表明, 该模型可以用来描述准一维有序-无序铁电体 (如 $\text{Cs}(\text{H}_{1-x}\text{D}_x)_2\text{PO}_4$, $\text{PbH}_{1-x}\text{D}_x\text{PO}_4$)^[1-4]、自旋玻璃 (如 $\text{LiHO}_{0.167}\text{Y}_{0.833}\text{F}_4$)^[5]、均聚物^[6]、DNA 序列^[7]、准一维化合物 (如 $\text{BaCo}_2\text{V}_2\text{O}_8$)^[8] 等众多材料的性质. 此外, 该模型还可以捕捉某些中子散射实验 (例如 LiHOF_4 材料) 的重要特征^[9-10].

早期, 人们重点关注纯自旋系统的动力学性

质, 考虑自旋耦合相互作用和外加的横向 (或纵向) 磁场为常数^[11-14]. 后来, 随着对无序系统的关注, 人们开始研究随机外场对自旋动力学的影响. 此时考虑外加的磁场不再为常数而是满足某种概率分布的随机数, 例如满足双模分布^[15-18]、三模分布^[19]、高斯分布^[20,21]、双高斯分布^[22,23]等, 且取得了重要的成就和进展. 近期, 实验上发现当外加磁场既有横场又有纵场时可以得到一些有趣的结果. 例如, 在类 XY 量子铁磁体 Cs_2CoCl_4 中, 非对易场 (noncommuting field) 的出现将诱导有序-无序相变^[24]; 在 Ising-like 光学晶格中, 通过改变纵场可以引起顺磁-反铁磁相变^[25]. 因此横场和纵场共同作用 (混合磁场) 下的自旋系统成为近十几年来理论研究关注的焦点. 研究结果表明混合磁场下系统的量子相变^[26]、基态相图^[27,28]、热力学性质^[29]、

* 国家自然科学基金 (批准号: 11747132)、山东省高等学校科技计划项目 (批准号: J18KB104) 和齐鲁师范学院青年博士支持计划项目 (批准号: 2017L0603, 2017L0604, QBJH19-0006) 资助的课题.

[†] 通信作者. E-mail: yuanxiaojuan@163.com

临界行为^[30,31]、热输运^[32]等与系统只有横场(或纵场)时的结果有很大不同。

但据我们所知,截至目前人们对混合磁场下自旋系统动力学性质的研究相对较少,尤其对纵场下的自旋动力学缺乏系统而深入的研究,其主要原因是动力学相关物理量的计算极具挑战性. 本工作采用一维量子 Ising 模型,考虑外加的磁场既有横场又有纵场. 鉴于以往的工作大多研究横场对自旋动力学性质的影响,这里重点关注纵场的影响. 考虑常数纵场和随机纵场两种情况,给出系统的自旋关联函数和相应的谱密度,得出结论并推广.

2 模型及方法

当外加磁场既有横场又有纵场时^[11,33–35],一维量子 Ising 模型的哈密顿量可以表示为

$$H = -\frac{1}{2}J \sum_i^N \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x - \frac{1}{2} \sum_i^N B_i^x \sigma_i^x - \frac{1}{2} \sum_i^N B_i^z \sigma_i^z, \quad (1)$$

其中, σ_i^α ($\alpha = x, y, z$) 为格点 i 处的自旋算符, J 是自旋耦合相互作用参数, B_i^x 为纵向磁场, B_i^z 为横向磁场. (1) 式中 $1/2$ 是为了计算方便而选取的常数,计算采用周期性边界条件 $\sigma_{i+N}^\alpha = \sigma_i^\alpha$.

研究自旋动力学性质的关键是求解含时自旋关联函数^[36],其定义式为

$$C(t) = \overline{\langle \sigma_j^x(t) \sigma_j^x(0) \rangle}, \quad (2)$$

其中 $\overline{\langle \rangle}$ 表示先求统计平均,然后再对无序求平均. 在实际应用中,自旋关联函数所对应的谱密度可以通过实验直接测量^[37],例如中子散射实验、中子自旋回声实验等. 因此理论求解谱密度也非常关键,具体可对关联函数 $C(t)$ 进行 Fourier 变换

$$\Phi(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} C(t) \quad (3)$$

得到.

众多研究表明递推关系方法 (recursion method) 是求解关联函数 $C(t)$ 及谱密度 $\Phi(\omega)$ 的最有效的方法之一^[38–40]. 该方法由 Lee 首先提出,最初用于求解广义 Langevin 方程,随后被逐渐用于研究自旋系统的动力学. 目前递推关系方法已被广泛应用于研究电子气、谐振子链、多粒子系统、简单流体等众多系统的动力学性质^[41]. 下面将递推关系方法简述如下.

考虑一量子自旋系统,其哈密顿量为 H , 力学量 $\sigma_j^x(t)$ 满足 Liouville 方程

$$\frac{d\sigma_j^x(t)}{dt} = iL\sigma_j^x(t), \quad (4)$$

其中 L 为 Liouville 算符,定义为 $LA = [H, A] \equiv HA - AH$. 按照递推关系方法, $\sigma_j^x(t)$ 可以按一组完备的正交基矢 $\{f_\nu\}$ 展开如下:

$$\sigma_j^x(t) = \sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu(t) f_\nu, \quad (5)$$

其中 $a_\nu(t)$ 是 t 时刻 $\sigma_j^x(t)$ 在基矢 f_ν 上的投影.

选择零阶基矢 $f_0 = \sigma_j^x(0)$, 则 $\{f_\nu\}$ 满足如下递推关系式

$$f_{\nu+1} = iLf_\nu + \Delta_\nu f_{\nu-1}, \nu \geq 0, \quad (6)$$

其中

$$\Delta_\nu = (f_\nu, f_\nu) / (f_{\nu-1}, f_{\nu-1}), \nu \geq 1, \quad (7)$$

称为连分式系数. (f_ν, f_ν) 是 Hilbert 空间中基矢的内积,满足 Kubo 内积的形式

$$(X, Y) = \beta^{-1} \int_0^\beta d\lambda \langle X(\lambda) Y^+ \rangle - \langle X \rangle \langle Y^+ \rangle, \quad (8)$$

其中, $X(\lambda) = e^{\lambda H} X e^{-\lambda H}$, $\langle XY \rangle = \text{Tr}(e^{-\beta H} XY) / \text{Tr} e^{-\beta H}$, $\beta = (k_B T^{-1})$. 如果考虑对无序求平均且在高温极限下 ($T = \infty$) 求解,内积可以简化为

$$(X, Y) = \overline{\langle XY^+ \rangle}. \quad (9)$$

另外,系数 $\{a_\nu(t)\}$ 满足如下递推关系式

$$\Delta_{\nu+1} a_{\nu+1}(t) = -\frac{da_\nu(t)}{dt} + a_{\nu-1}(t), \nu \geq 0. \quad (10)$$

可以证明 $a_0(t)$ 正是所要求解的自旋关联函数 $C(t)$. 将 (10) 式进行 Laplace 变换,得到如下连分式

$$a_0(z) = \frac{1}{z + \frac{\Delta_1}{z + \frac{\Delta_2}{z + \dots}}}, \quad (11)$$

其中 $z = \varepsilon + i\omega$ ($\varepsilon > 0$) 为复数. 由于连分式是无穷阶的,因此必须采用一种合理的截断方法将其截断. 其中高斯截断比较适合我们的模型,截断后由 $a_0(z)$ 的近似解可以得到谱密度

$$\Phi(\omega) = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{1}{2\pi} \text{Re} a_0(z). \quad (12)$$

利用 (6) 式我们精确计算了前 9 个基矢,随着 ν 的增大,基矢越来越复杂. 因此这里仅给出前两个基矢及其相应的内积,如下

$$f_1 = B_j^z \sigma_j^y, \quad (13)$$

$$f_2 = (\Delta_1 - B_j^{z^2}) \sigma_j^x + B_j^z B_j^x \sigma_j^z + J B_j^z (\sigma_{j-1}^x \sigma_j^z + \sigma_{j+1}^x \sigma_j^z), \quad (14)$$

$$(f_1, f_1) = \overline{B_j^{z^2}}, \quad (15)$$

$$(f_2, f_2) = \overline{\Delta_1^2} - 2\overline{\Delta_1 B_j^{z^2}} + \overline{B_j^{z^4}} + 2\overline{J B_j^{z^2}} + \overline{B_j^{z^2} B_j^{x^2}}, \quad (16)$$

利用 (7) 式计算了前 9 个连分式系数 $\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_9$, 进而得到自旋关联函数及相应的谱密度. 需要说明的是, 以上计算是在高温极限下进行的, 所以动力学结果不会受到相变的影响.

3 常数纵场对动力学的影响

首先讨论纵场取值为常数时系统的动力学性质. 为了不失一般性, 令横场 $B_i^x = 1$. 纵场的取值可以小于 1 也可以大于 1, 例如 $B_i^z = 0, 0.5, 1.0, 1.5$ 和 2.0. 当纵场取值为 0 时, 该模型蜕化为二维横向 Ising 模型 [15,20]. 自旋耦合相互作用参数 J 取

值为 0.1, 0.5, 1.0 和 1.5, 既考虑了弱耦合 ($J < 1$) 的情况又考虑了强耦合 ($J \geq 1$) 的情况. 图 1 和图 2 分别给出了系统在不同参数下的自旋关联函数 $C(t)$ 及相应的谱密度 $\Phi(\omega)$.

图 1(a) 和图 2(a) 分别对应 $J = 0.1$ 时的自旋关联函数和谱密度. 此时由于自旋耦合相互作用比较弱, 外加磁场的影响非常明显. 当纵场取值为零时, 此时外场只有横场, 系统的关联函数是一个余弦函数 (图 1(a) 中红色虚线), 相应的谱密度峰值出现在 $\omega = 1$ 处. 显然, 系统的动力学行为表现为自由自旋在横场中的进动, 且进动频率 $\omega \approx B_i^z$, 与已有结果相吻合 [20,35], 证明我们的计算是可行的. 但随着纵场的逐渐增强 (如 $B_i^z = 0.5, 1.0$), 关联函数呈余弦振荡的振幅逐渐变小, 相应的谱密度峰出现右移且峰值逐渐变小, 同时在 $\omega = 0$ 处出现了一个小的峰. 我们把谱密度同时在 $\omega = 0$ 和 $\omega \neq 0$ 处出现峰的行为称为双峰行为. 经与已有结果进行比较, 发现这种动力学行为只出现在横场和纵场共同存在的情况下. 因此随着纵场的增强, 系统的动力学经历了一个由自由自旋在横场中的进动到双峰行为的交跨效应.

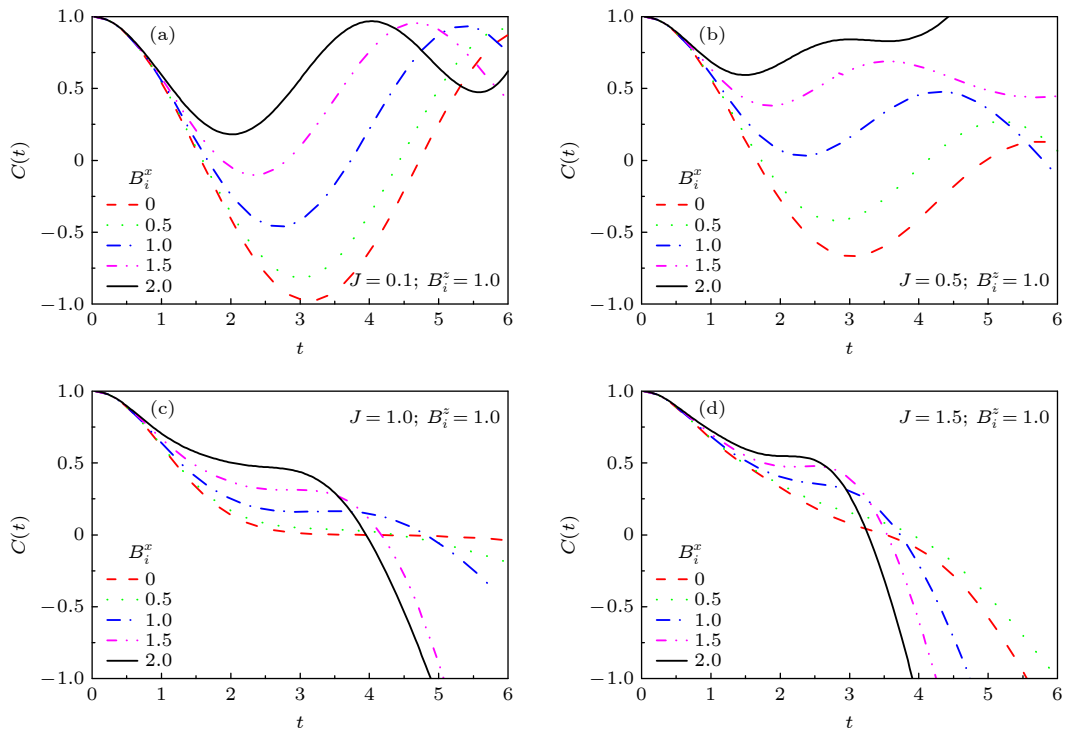


图 1 横场取值 $B_i^x = 1$, 纵场取值 $B_i^z = 0, 0.5, 1.0, 1.5$ 和 2.0, (a)—(d) 分别对应自旋耦合相互作用参数 $J = 0.1, 0.5, 1.0$ 和 1.5 时的自旋关联函数

Fig. 1. Take the transverse magnetic field $B_i^x = 1$ and the longitudinal magnetic field $B_i^z = 0, 0.5, 1.0, 1.5$ and 2.0, respectively. Spin autocorrelation functions $C(t)$ for different values of spin interactions (e.g., $J = 0.1, 0.5, 1.0$ and 1.5) are given in (a)–(d), respectively.

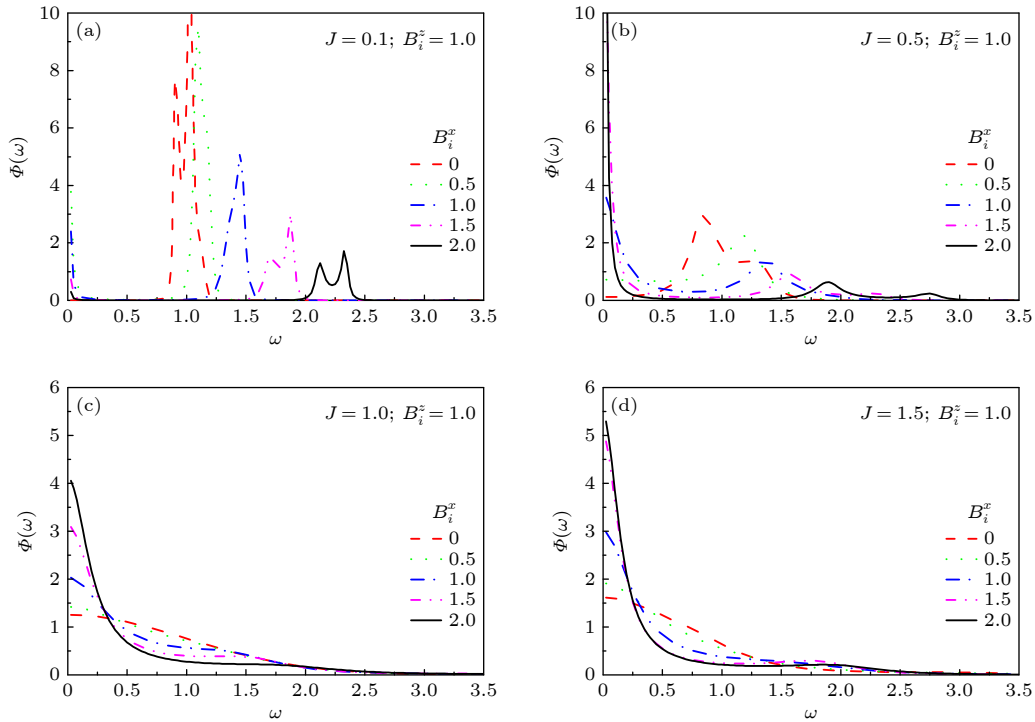


图 2 横场取值 $B_i^z = 1$, 纵场取值 $B_i^x = 0, 0.5, 1.0, 1.5$ 和 2.0 , (a)–(d) 分别对应自旋耦合相互作用参数 $J = 0.1, 0.5, 1.0$ 和 1.5 时的谱密度.

Fig. 2. Take the transverse magnetic field $B_i^z = 1$ and the longitudinal magnetic field $B_i^x = 0, 0.5, 1.0, 1.5$ and 2.0 , respectively. The corresponding spectral density $\Phi(\omega)$ for different values of spin interactions (e.g., $J = 0.1, 0.5, 1.0$ and 1.5) are given in (a)–(d), respectively.

图 1(b) 和图 2(b) 分别为 $J = 0.5$ 时的自旋关联函数和谱密度. 当 $B_i^x = 0$ 时, 自旋关联函数以阻尼振荡的形式衰减, 相应的谱密度峰出现在 $\omega = 0.5 - 1.0$ 处, 此时系统的动力学表现为典型的集体模行为. 但随着纵场的增强 (如 $B_i^x = 1.0, 1.5$), 谱密度由原来的一个峰逐渐扩展为两个峰. 其中 $\omega = 0$ 处的峰值随着纵场的增强而增大, $\omega \neq 0$ 处的峰值则逐渐变小, 且两个峰之间的距离越来越远. 这表明, 纵场的增强会使系统的低频响应 ($\omega = 0$ 处) 更加明显, 而高频响应 ($\omega \neq 0$ 处) 被削弱. 当纵场增大到 2.0 时, 谱密度出现了 3 个峰, 如图 2(b) 黑色实线所示. 这表明较强的纵场能够引起新的振动频率. 因此随着纵场的增大系统的动力学经历了一个由集体模行为到多峰行为的交跨效应. 从以上分析可以看出, 在弱耦合情况下, 纵场对系统动力学性质的影响非常明显, 不但能够引起不同动力学行为之间的交跨效应, 而且驱使系统出现了多种振动模式.

图 1(c) 和图 2(c) 分别为 $J = 1.0$ 时的自旋关联函数和谱密度. 当 $B_i^x = 0$ 时, 关联函数呈高斯衰减, 相应的谱密度峰出现在 $\omega = 0$ 处, 与已有结果

吻合 [20,42]. 当 $B_i^x \neq 0$ 时, 关联函数曲线呈单调递减, 谱密度峰值依然处于 $\omega = 0$ 处, 这是非常典型的中心峰值行为. 需要说明的是, 由于计算中采用了近似处理, 所以短时动力学行为更加准确, 在图 1(c) 中以 $t < 3$ 的结果为准进行分析. 结果显示, 随着纵场的增强, 关联函数衰减得越来越慢, 相应的谱密度峰值越来越大, 且谱线越来越向 $\omega = 0$ 处集中, 这表明纵场的增强可以使中心峰值行为增强. 但纵场的增强没有引起动力学行为之间的交跨现象, 这是因为较强的自旋耦合相互作用在动力学行为中占主导作用, 掩盖了纵场的影响. 同样, 在 $J = 1.5$ 的情况下也得到了类似的结论, 如图 1(d) 和图 2(d) 所示.

以上结果表明, 无论是弱耦合情况还是强耦合情况, 纵场的增强可以使系统动力学行为中的低频响应 (中心峰值行为) 得到更好的保持, 相应地使高频响应 (集体模行为) 减弱. 其物理机制可以从系统哈密顿中的非对易项进行分析. 之前我们的结果显示, 次近邻相互作用 ($\sum K_i \sigma_i^x \sigma_{i+2}^x$) 的出现能够增强系统的中心峰值行为 [43,44], 这与纵场 ($\sum B_i^x \sigma_i^x$) 的影响结果类似. 经进一步分析, 发现当系统哈密顿中出现非对易项时 (与横场项 $\sum B_i^z \times \sigma_i^z$

非对易), 自旋耦合相互作用将被加强, 在与横场竞争中占有优势, 从而系统的中心峰值行为得到保持, 相应地集体模行为被削弱. 因此可以在系统哈密顿中加入非对易项来调节系统的动力学性质, 比如 D-M 相互作用^[45,46]、晶格场作用^[47]、杂质^[48]、链间自旋耦合相互作用或四自旋相互作用^[49]等.

4 双模型随机纵场对动力学的影响

通过上面的结果可以看出, 在弱耦合情况下纵场对系统动力学性质的影响比较明显, 所以这里重点分析弱耦合情况下随机纵场的影响, 比如取自旋耦合相互作用参数 $J = 0.5$. 首先考虑随机纵场满足双模分布的情况, 这是一种典型的离散型分布, 表达式为

$$\rho(B_i^x) = p\delta(B_i^x - B_1) + (1 - p)\delta(B_i^x - B_2),$$

$$0 \leq p \leq 1, \quad (17)$$

其中 B_1 和 B_2 为均值. 该分布的物理含义为, 纵场取值为 B_1 (B_2) 的概率为 p ($1 - p$). 为了不失一般性, 仍令横场 $B_i^z = 1$, 均值 B_1 和 B_2 的取值可以大于 B_i^z 也可以小于 B_i^z . 比如取 $B_1 = 1.3$ 和 $B_2 = 0.7$,

则随着 p 的增加纵场的取值从小于横场的情况变为大于横场的情况. 图 3 给出了两种均值取值情况下的自旋关联函数和相应的谱密度. 图 3(a) 和图 3(b) 为 $B_1 = 1.3$ 和 $B_2 = 0.7$ 时的结果, 图 3(c) 和图 3(d) 为 $B_1 = 1.8$ 和 $B_2 = 0.2$ 时的结果.

从图 3(a) 和图 3(b) 可以看出, 当 $p = 0$ 时, 系统的动力学行为表现为典型的双峰行为, 此时 $\omega = 0$ 和 $\omega \neq 0$ 处的两个峰大小几乎相同, 如图 3(b) 红色虚线所示. 随着 p 的增大, $\omega = 0$ 处的峰逐渐增大, 而 $\omega \neq 0$ 处的峰逐渐变小, 且两个峰之间的距离逐渐变大. 这表明随着纵场所占比重的增大, 系统的低频响应增强, 相应地高频响应减弱, 这与纵场取值为常数时得到的结论一致. 当双模分布的均值取值为 $B_1 = 1.8$ 和 $B_2 = 0.2$ 时, 双模分布的不对称性增强. 图 3(c) 和图 3(d) 显示随着 p 的增大系统的动力学出现了由集体模行为到双峰行为的交跨效应. 这表明双模分布的不对称性越明显 (B_1 和 B_2 的取值差别越大), 越容易引起不同动力学行为之间的交跨现象. 从以上分析可以看出, 对于双模随机纵场, 系统的动力学高度依赖于随机分布的均值, 且不对称的双模分布更容易引起新的振动模式.

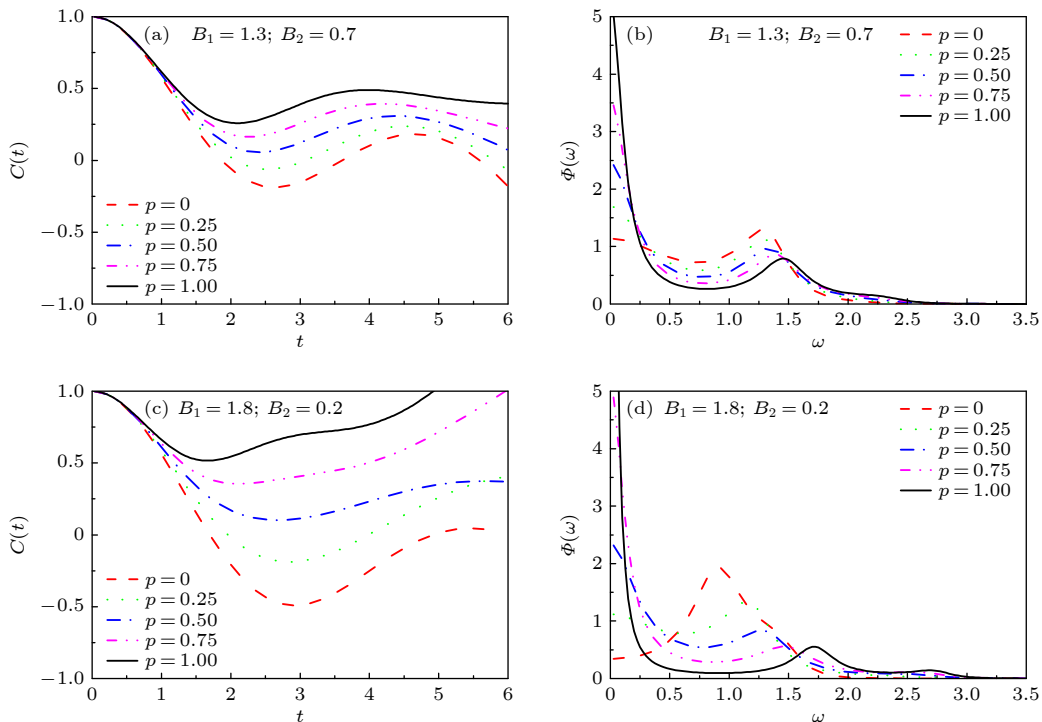


图 3 随机纵场满足双模分布时的自旋关联函数和谱密度 (a), (b) 对应 $B_1 = 1.3$ 和 $B_2 = 0.7$ 时的结果; (c), (d) 为 $B_1 = 1.8$ 和 $B_2 = 0.2$ 时的结果

Fig. 3. Spin autocorrelation functions and the corresponding spectral densities for bimodal-type random longitudinal magnetic field. The results for $B_1 = 1.3$ and $B_2 = 0.7$ are given in (a) and (b), and the results for $B_1 = 1.8$ and $B_2 = 0.2$ are given in (c) and (d), respectively.

5 高斯型随机纵场对动力学的影响

现在讨论随机纵场满足高斯分布的情况, 这是一种典型的连续型分布, 表达式为

$$\rho(B_i^x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(B_i^x - B_x)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (18)$$

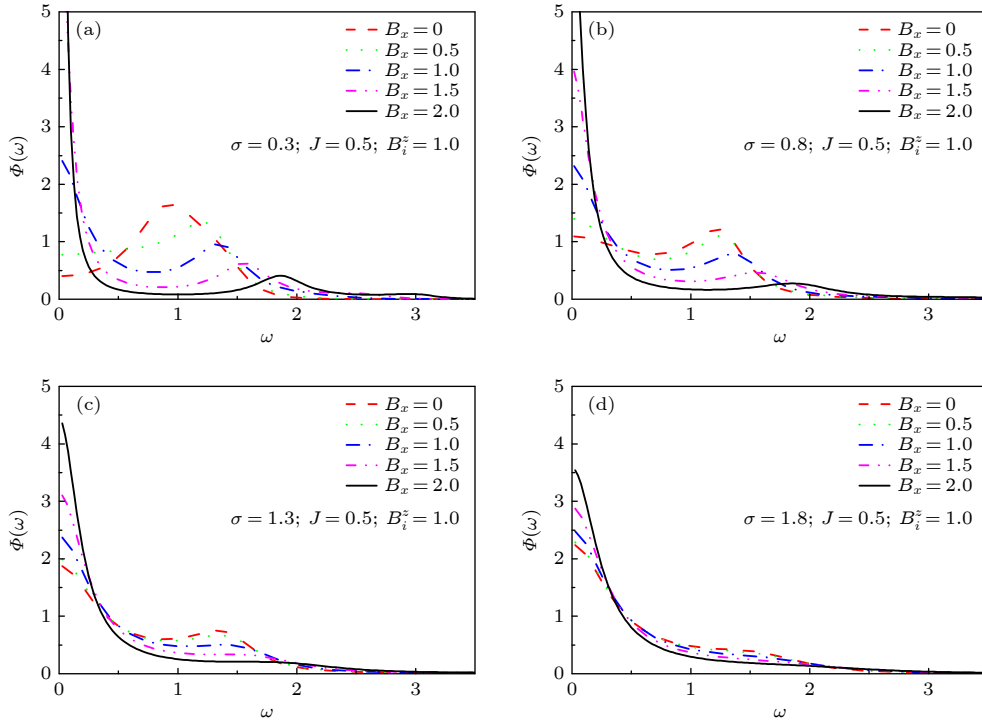


图 4 随机纵场满足高斯分布时的谱密度 (a)–(d) 分别对应 $\sigma = 0.3, 0.8, 1.0, 1.8$ 时的结果.

Fig. 4. Spectral densities for Gaussian-type random longitudinal magnetic field. The results for $\sigma = 0.3, 0.8, 1.0$ and 1.8 are given in (a)–(d), respectively.

图 4(a) 对应 $\sigma = 0.3$ 时的结果. 当均值较小时 ($B_x = 0$) 系统表现为典型的集体模行为, 随着均值的逐渐增大, 谱密度逐渐扩展为两个峰 (如 $B_x = 1.0$ 和 1.5), 因此系统经历了一个由集体模行为到双峰行为的交跨效应. 显然这种效应是由于均值变化所引起. 随着偏差的增大 (如 $\sigma = 0.8$ 和 1.3), 系统的集体模行为消失, 同时双峰行为也随着 B_x 的增大而逐渐演变为中心峰值行为. 这表明, 随机纵场偏差的增大使得系统的中心峰值行为得到保持, 相应地集体模行为被削弱. 继续增大偏差 (如 $\sigma = 1.8$), 系统仅表现为中心峰值行为, 如图 4(d) 所示. 已有结果显示, 当高斯型随机横场的偏差较大时, 系统表现为无序行为^[20]. 这表明随机纵场对

其中, B_x 为均值, σ 为偏差. 横场取值仍为 $B_i^z = 1$, 纵场均值 B_x 的取值可以小于 1 也可以大于 1, 比如取 0, 0.5, 1.0, 1.5 和 2.0. 为了更好地显示动力学行为的演变过程, 偏差的取值从一个较小值 (如 0.3) 变为较大值 (如 1.8). 计算中参数的选取有很多种, 这里仅给出具有典型代表作用的一些结果. 由于关联函数和谱密度呈现的动力学结果一致, 因此这里仅给出谱密度结果, 如图 4 所示.

系统动力学性质的影响与随机横场的影响有很大的差别.

将图 3 和图 4 进行比较, 发现对于不同类型的随机纵场, 其动力学结果有很大的差别, 高斯型随机纵场下的动力学结果更加丰富. 但我们可以得到一个共同的结论, 那就是当纵场所占的比重较大时, 系统的中心峰值行为将得到保持, 这与纵场取值为常数时的结论一致.

6 结 论

本文利用递推关系方法研究了常数纵场和随机纵场对 Ising 模型动力学性质的影响. 研究发现

在常数纵场下, 当自旋耦合相互作用较弱时纵场的影响较明显, 不但能够引起不同动力学行为之间的交跨效应, 而且能够驱使系统出现多种振动模式; 但较强的自旋耦合相互作用会掩盖纵场的影响. 在随机纵场下, 发现不同类型的随机纵场对系统动力学性质的影响有很大的差别, 且高度依赖于随机分布中参数的选取. 对于双模型随机纵场, 发现不对称的双模分布更容易引起新的振动模式. 对于高斯型随机纵场, 发现当高斯分布的偏差较小时, 随着均值的增大系统经历了不同动力学行为之间的交跨效应, 但当偏差较大时, 系统仅表现为中心峰值行为.

尽管常数纵场和随机纵场下的动力学结果有很大差别, 但可以得到一个共同的结论: 当纵场所占比重较大时, 系统的中心峰值行为将得到保持. 经进一步分析发现, 此结论可以推广为: 系统哈密顿中非对易项的出现有利于中心峰值行为的保持. 因此可以在系统哈密顿中加入非对易项来调节系统的动力学性质, 比如次近邻相互作用、D-M 相互作用、杂质、链间自旋耦合相互作用或四自旋相互作用等. 这为将来研究自旋系统的动力学性质提供了新的方向.

参考文献

- [1] Plascak J A, Pires A S T, Sá Barreto F C 1982 *Solid State Commun.* **44** 787
- [2] Plascak J A, Sá Barreto F C, Pires A S T, Goncalves L L 1983 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **16** 49
- [3] Watarai S, Matsubara T 1984 *J Phys. Soc. Jpn.* **53** 3648
- [4] Levitsky R R, Zachek I R, Mits E V, Grigas J, Paprotny W 1986 *Ferroelectrics* **67** 109
- [5] Wu W, Ellman B, Rosenbaum T F, Aepli G, Reich D H 1991 *Phys. Rev. Lett.* **67** 2076
- [6] Chernodub M N, Lundgren M, Niemi A J 2011 *Phys. Rev. E* **83** 011126
- [7] Storm C, Nelson P C 2003 *Phys. Rev. E* **67** 051906
- [8] Faure Q, Takayoshi S, Petit S, Simonet V, Raymond S, Regnault L P, Boehm M, White J S, Månsson M, Rüegg C, Lejay P, Canals B, Lorenz T, Furuya S C, Giamarchi T, Grenier B 2018 *Nature Phys.* **14** 716
- [9] Jia X, Chakravarty S 2006 *Phys. Rev. B* **74** 172414
- [10] Rønnow H M, Parthasarathy R, Jensen J, Aepli G, Rosenbaum T F, McMorro D F 2005 *Science* **308** 389
- [11] Fogedby H C 1978 *J. Phys. C: Solid State Phys.* **11** 2801
- [12] Sen S, Mahanti S D, Cai Z X 1991 *Phys. Rev. B* **43** 10990
- [13] Sen P 1997 *Phys. Rev. B* **55** 11367
- [14] Osenda O, Huang Z, Kais S 2003 *Phys. Rev. A* **67** 062321
- [15] Florencio J, Sá Barreto F C 1999 *Phys. Rev. B* **60** 9555
- [16] Chen S X, Shen Y Y, Kong X M 2010 *Phys. Rev. B* **82** 174404
- [17] Da Conceição C M S, Maia R N P 2017 *Phys. Rev. E* **96** 032121
- [18] von Ohr S, Manssen M, Hartmann A K 2017 *Phys. Rev. E* **96** 013315
- [19] Hadjiagapiou I A 2011 *Physica A* **390** 2229
- [20] Liu Z Q, Kong X M, Chen X S 2006 *Phys. Rev. B* **73** 224412
- [21] Theodorakis P E, Georgiou I, Fytas N G 2013 *Phys. Rev. E* **87** 032119
- [22] Crokidakis N, Nobre F D 2008 *J. Phys.: Condens. Matter* **20** 145211
- [23] Liu Z Q, Jiang S R, Kong X M 2014 *Chin. Phys. B* **23** 087505
- [24] Kenzelmann M, Coldea R, Tennant D A, Visser D, Hofmann M, Smeibidl P, Tyliczynski Z 2002 *Phys. Rev. B* **65** 144432
- [25] Simon J, Bakr W S, Ma R, Tai M E, Preiss P M, Greiner M 2011 *Nature* **472** 307
- [26] Senthil T 1998 *Phys. Rev. B* **57** 8375
- [27] Dmitriev D V, Krivnov V Y 2004 *Phys. Rev. B* **70** 144414
- [28] Neto M A, De Sousa J R 2013 *Physica A* **392** 1
- [29] Corrêa Silva E V, Skea J E F, Rojas O, De Souza S M, Thomaz M T 2008 *Physica A* **387** 5117
- [30] Do Nascimento D A, Neto M A, De Sousa J R, Pacobahyba J T 2012 *J. Magn. Magn. Mater.* **324** 2429
- [31] Do Nascimento D A, Pacobahyba J T, Neto M A, Salmon O D R, Plascak J A 2017 *Physica A* **474** 224
- [32] Zhao Z Y, Liu X G, He Z Z, Wang X M, Fan C, Ke W P, Li Q J, Chen L M, Zhao X, Sun X F 2012 *Phys. Rev. B* **85** 134412
- [33] Kopeć T K, Usadel K D, Büttner G 1989 *Phys. Rev. B* **39** 12418
- [34] Ovchinnikov A A, Dmitriev D V, Krivnov V Y, Cheranovskii V O 2003 *Phys. Rev. B* **68** 214406
- [35] Liu Z Q, Jiang S R, Kong X M, Xu Y L 2017 *Physica A* **473** 536
- [36] Viswanath V S, Müller G 1994 *The Recursion Method — Application to Many-body Dynamics* (Berlin: Springer-Verlag)
- [37] Mezei F, Murani A P 1979 *J. Magn. Magn. Mater.* **14** 211
- [38] Lee M H 1982 *Phys. Rev. Lett.* **49** 1072
- [39] Lee M H 1982 *Phys. Rev. B* **26** 2547
- [40] Lee M H 2000 *Phys. Rev. E* **62** 1769
- [41] Florencio J, De Alcantara Bonfim O F 2020 *Front. Phys.* **8** 557277
- [42] Sur A, Jasnow D, Lowe I J 1975 *Phys. Rev. B* **12** 3845
- [43] Yuan X J, Kong X M, Xu Z B, Liu Z Q 2010 *Physica A* **389** 242
- [44] Yuan X J, Zhao B Y, Chen S X, Kong X M 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1499 (in Chinese) [袁晓娟, 赵邦宇, 陈淑霞, 孔祥木 2010 物理学报 **59** 1499]
- [45] Nunes M E S, De Mello Silva É, Martins P H L, Plascak J A, Florencio J 2018 *Phys. Rev. E* **98** 042124
- [46] Li Y F, Kong X M 2013 *Chin. Phys. B* **22** 037502
- [47] Li Y F, She Y Y, Kong X M 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 107501 (in Chinese) [李银芳, 申银阳, 孔祥木 2012 物理学报 **61** 107501]
- [48] Huang X, Yang Z 2015 *Solid State Commun.* **204** 28
- [49] De Souza W L, De Mello Silva É, Martins P H L 2020 *Phys. Rev. E* **101** 042104

Effects of random longitudinal magnetic field on dynamics of one-dimensional quantum Ising model*

Yuan Xiao-Juan[†] Wang Hui Zhao Bang-Yu Zhao Jing-Fen
Ming Jing Geng Yan-Lei Zhang Kai-Yu

(College of Physics and Electronic Engineering, Qilu Normal University, Jinan 250200, China)

(Received 5 April 2021; revised manuscript received 13 May 2021)

Abstract

The dynamical properties of quantum spin systems are a hot topic of research in statistical and condensed matter physics. In this paper, the dynamics of one-dimensional quantum Ising model with both transverse and longitudinal magnetic field (LMF) is investigated by the recursion method. The time-dependent spin autocorrelation function $C(t) = \langle \sigma_j^x(t) \sigma_j^x(0) \rangle$ and corresponding spectral density $\Phi(\omega)$ are calculated. The Hamiltonian of the model system can be written as

$$H = -\frac{1}{2}J \sum_i^N \sigma_i^x \sigma_{i+1}^x - \frac{1}{2} \sum_i^N B_i^x \sigma_i^x - \frac{1}{2} \sum_i^N B_i^z \sigma_i^z.$$

This work focuses mainly on the effects of LMF (B_i^x) on spin dynamics of the Ising system, and both uniform LMF and random LMF are considered respectively. Without loss of generality, the transverse magnetic field $B_i^z = 1$ is set in the numerical calculation, which fixes the energy scale.

The results show that the uniform LMF can induce crossovers between different dynamical behaviors (e.g. independent spins precessing, collective-mode behavior or central-peak behavior) and drive multiple vibrational modes (multiple-peaked behavior) when spin interaction (J) is weak. However, the effect of uniform LMF is not obvious when spin interaction is strong. For the case of random LMF, the effects of bimodal-type and Gaussian-type random LMF are investigated, respectively. The dynamical results under the two types of random LMFs are quite different and highly dependent on many factors, such as the mean values (B_1 , B_2 and B_x) or the standard deviation (σ) of random distributions. The nonsymmetric bimodal-type random LMF ($B_1 \neq B_2$) may induce new vibrational modes easily. The dynamical behaviors under the Gaussian-type random LMF are more abundant than under the bimodal-type random LMF. When σ is small, the system undergoes two crossovers: from a collective-mode behavior to a double-peaked behavior, and then to a central-peak behavior as the mean value B_x increases. However, when σ is large, the system presents only a central-peak behavior.

For both cases of uniform LMF and random LMF, it is found that the central-peak behavior of the system is maintained when the proportion of LMF is large. This conclusion can be generalized that the emergence of noncommutative terms (noncommutative with the transverse-field term $\sum_i^N B_i^z \sigma_i^z$) in Hamiltonian will enhance the central peak behavior. Therefore, noncommutative terms, such as next-nearest-neighbor spin interactions, Dzyaloshinskii-Moryia interactions, impurities, four-spin interactions, etc., can be added to the system Hamiltonian to modulate the dynamical properties. This provides a new direction for the future study of spin dynamics.

Keywords: Ising model, longitudinal magnetic field, spin autocorrelation function, spectral density

PACS: 75.10.Pq, 75.40.Gb, 75.10.Jm, 75.50.Lk

DOI: 10.7498/aps.70.20210631

* Project supported by the Natural Science Foundation of China (Grant No. 11747132), the Shandong Province Higher Educational Science and Technology Program, China (Grant No. J18KB104), and the Young Doctoral Support Program of Qilu Normal University, China (Grant Nos. 2017L0603, 2017L0604, QBJH19-0006).

[†] Corresponding author. E-mail: yuanxiaojuan@163.com