



基于径向剪切干涉仪的三维位移测量技术

王佳 刘荣明 王佳超 吴慎将

Measurement of three-dimensional displacements by radial shearing interferometer

Wang Jia Liu Rong-Ming Wang Jia-Chao Wu Shen-Jiang

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 070701 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201451

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201451>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

可移动三维主动减振系统及其在原子干涉重力仪上的应用

A mobile three-dimensional active vibration isolator and its application to cold atom interferometry

物理学报. 2019, 68(18): 183301 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190443>

基于量子增强型光纤马赫-曾德尔干涉仪的低频信号测量

Measurement of low-frequency signal based on quantum-enhanced fiber Mach-Zehnder interferometer

物理学报. 2018, 67(24): 244202 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181335>

基于电子束剪切干涉的PIE成像技术研究

Shearing interferometric electron beam imaging based on ptychographic iterative engine method

物理学报. 2017, 66(13): 134202 <https://doi.org/10.7498/aps.66.134202>

用于透明平板平行度和均匀性测量的单元件干涉仪

A single-element interferometer for measuring parallelism and uniformity of transparent plate

物理学报. 2017, 66(6): 069501 <https://doi.org/10.7498/aps.66.069501>

探测器对量子增强马赫-曾德尔干涉仪相位测量灵敏度的影响

Effect of detection efficiency on phase sensitivity in quantum-enhanced Mach-Zehnder interferometer

物理学报. 2018, 67(23): 234202 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181193>

高灵敏度的量子迈克耳孙干涉仪

High sensitivity quantum Michelson interferometer

物理学报. 2018, 67(13): 134202 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20172563>

基于径向剪切干涉仪的三维位移测量技术*

王佳 刘荣明 王佳超 吴慎将†

(西安工业大学光电工程学院, 西安 710021)

(2020年9月1日收到; 2020年10月19日收到修改稿)

本文提出一种基于双圆光栅径向剪切干涉仪的三维位移测量方法, 其测量原理是径向剪切干涉仪所形成的莫尔条纹不仅由二维平面内位移决定, 轴向位移会在+1和-1级莫尔条纹之间产生一个特定的相移. 首先, 基于标量衍射理论对双圆光栅径向剪切干涉仪的+1和-1级莫尔条纹强度分布进行推导, 建立了三维位移量与莫尔条纹强度分布的精确解析关系; 其次, 在频谱分析的基础上, 利用半圆环滤波器进行空间滤波, 实现+1和-1级莫尔条纹的同时成像; 然后, 提出了从莫尔条纹图中定量提取三维位移的算法, 并通过数值模拟进行验证; 最后, 实验结果验证了该方法测量平面内位移的最大绝对误差为 4.8×10^{-3} mm, 平均误差为 2.0×10^{-4} mm, 轴向位移的最大绝对误差为 0.25 mm, 平均误差为 8.6×10^{-3} mm. 该方法具有装置简单、测量精度高、非接触、瞬时测量等特点, 可实现三维位移的同时测量.

关键词: 三维位移测量, 径向剪切干涉仪, 莫尔条纹, 圆光栅

PACS: 07.60.-j, 06.30.Bp, 07.05.Pj, 07.05.Kf

DOI: 10.7498/aps.70.20201451

1 引言

两个周期性的光栅重叠可以产生莫尔条纹, 这种莫尔现象在表面形貌、位移、应变、振动和折射率等光学测量领域有着广泛的应用^[1-8]. 在位移测量方面, 莫尔条纹技术具有精度高、装置简单、测量范围大等特点, 已广泛应用于二维位移测量^[9-11]. 利用直线光栅的莫尔条纹可以测量二维平面内的偏转角和一维位移^[12]. 随着精密测量要求和光栅制造精度的提高, 利用圆光栅莫尔条纹的二维位移测量得到了较深入的研究和应用^[13-16]. 利用傅里叶变换算法、图像分析算法或基于强度的计算方法可以从莫尔条纹中定量提取出位移信息^[17,18]. 但是, 它们仅适用于二维平面内位移的测量, 不能实现包含轴向位移的三维位移量测量.

基于几何叠加理论的研究表明, 圆光栅的莫尔

条纹对平面内位移以及轴向位移均敏感^[19,20]. 当两个光栅之间存在轴向距离时, 从不同角度观察到的莫尔条纹图案不同. 基于该原理的三维位移测量要求采集不同角度的莫尔条纹图像, 在测量过程中需要移动探测器或使用多个探测器, 探测器位置会引入新误差^[20]. 除此之外, 没有文献报道利用圆光栅莫尔条纹进行三维位移测量.

对两个完全相同的圆光栅进行径向剪切干涉的研究表明, 每个衍射级次的莫尔条纹与光栅圆心间的三维位移有关^[21]. 特别地, +1和-1级莫尔条纹之间存在一个依赖于两个光栅之间轴向距离的相移量. 如果同时对+1和-1级莫尔条纹进行成像, 则可实现三维位移的测量. 然而当平面内位移量都为0时, 具有两个完全相同圆光栅的径向剪切干涉仪不会产生莫尔条纹, 无法实现三维位移的测量. 本文提出利用两个参数不同的圆光栅径向剪切干涉仪的三维位移测量技术, 建立并分析了测量系

* 国家自然科学基金(批准号: 61701385)、装备预先研究领域基金(批准号: 61406190121)和预研重点实验室基金(批准号: 6142602200407)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: bxait@xatu.edu.cn

统, 得到三维位移与莫尔条纹强度的精确解析关系, 并提出了三维位移量提取算法. 数值仿真和实验验证了该方法的可行性和精度.

2 测量原理

双圆光栅径向剪切干涉仪的光路如图 1 所示. G1 和 G2 是两个 Ronchi 同心圆光栅, 其占空比为 1, 周期分别为 a_1 和 a_2 . 两个光栅平面相互平行并垂直于光轴放置. 光栅 G1 的圆心固定在 z 轴上, 光栅 G2 与被测位移物体相连, 被测物体的三维位移量决定了 G2 圆心的空间位置. 两个光栅圆心在 (x, y) 平面内的位移如图 2 所示, 其中 Δ_x 和 Δ_y 分别表示 x 轴和 y 轴位移, 轴向位移由 Δ_z 表示. L1 和 L2 为傅里叶变换透镜, 与空间滤波器 F 组成 4-f 系统, 用于对不同衍射级次的莫尔条纹图像进行滤波和成像.

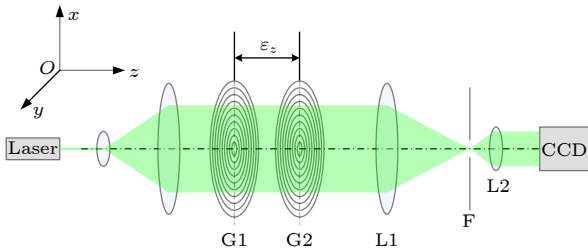


图 1 双圆光栅径向剪切干涉仪光路图

Fig. 1. Schematic diagram of radial shearing interferometer with double circular gratings.

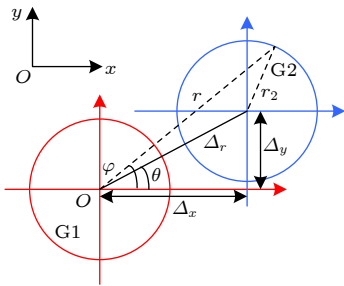


图 2 两个光栅圆心在 (x, y) 平面内的二维位移

Fig. 2. The geometric relation of in-plane displacements for two gratings.

在极坐标系 (r, φ) 中, 圆心在 z 轴上的光栅 G1 的透过率函数 $g_1(r, \varphi)$ 可以表示为

$$g_1(r, \varphi) = \sum_m C_m \exp\left(i \frac{2\pi m r}{a_1}\right), \quad (1)$$

其中 m 表示光栅 G1 的衍射级次, $C_m = \frac{1}{2} \text{sinc}\left(\frac{m\pi}{2}\right)$

为傅里叶展开系数. 准直单色平行光入射到 G1 上, 则 G1 后表面的光场分布为

$$u_1^+(r, \varphi) = g_1(r, \varphi) = \sum_m C_m \exp\left(i \frac{2\pi m r}{a_1}\right). \quad (2)$$

根据标量衍射理论, 入射光经过 G1 后的传播可以由惠更斯-菲涅尔-基尔霍夫积分表示^[22], 传播轴向距离 Δ_z 后光栅 G2 前表面的光场分布为

$$u_2^-(r, \varphi) = M \sum_m C_m \exp\left[-i\pi \left(\frac{m}{a_1}\right)^2 \lambda \Delta_z\right] \times \exp\left(i \frac{2\pi m r}{a_1}\right), \quad (3)$$

其中 M 为一个常数.

由于 G2 的圆心在 x 和 y 方向的位移为 Δ_x 和 Δ_y , 如图 2 所示, 则 G2 上的点 (r_2, φ_2) 在 (r, φ) 坐标系中的位置为

$$r_2^2 = r^2 + \Delta_r^2 - 2r\Delta_r \cos(\varphi - \theta) \\ = [r - \Delta_r \cos(\varphi - \theta)]^2 + \Delta_r^2 \sin^2(\varphi - \theta),$$

由于 $\Delta_r \rightarrow 0$, 因此 $r_2 = r - \Delta_r \cos(\varphi - \theta)$, 则光栅 G2 的透过率函数可以表示为

$$g_2(r, \varphi) = \sum_n C_n \exp\left[i \frac{2\pi n (r - \Delta_r \cos(\varphi - \theta))}{a_2}\right], \quad (4)$$

其中 n 表示光栅 G2 的衍射级次, 傅里叶展开系数 $C_n = (1/2) \text{sinc}(n\pi/2)$, 并且

$$\theta = \tan^{-1} \frac{\Delta_y}{\Delta_x}, \quad \Delta_r^2 = \Delta_x^2 + \Delta_y^2, \quad (5)$$

因此, 光栅 G2 后表面的光场分布为

$$u_2^+(r, \varphi) = M \sum_m \sum_n C_m C_n \exp\left(i \frac{2\pi m r}{a_1}\right) \times \exp\left[-i\pi \left(\frac{m}{a_1}\right)^2 \lambda \Delta_z\right] \times \exp\left[i \frac{2\pi n (r - \Delta_r \cos(\varphi - \theta))}{a_2}\right]. \quad (6)$$

图 3 用几何方法描述了入射光经过两个圆光栅的衍射过程. 由于圆光栅栅线曲率的中心对称特性, 衍射光传播方向也呈中心对称分布. 经过光栅 G1 后, +1 级衍射光发散传播, 而 -1 级衍射光汇聚传播, 因此相同衍射级次的光的传播方向不再相同. 根据角谱理论, 传播方向的相同光具有相同的频谱^[22]. 因此, 同一级频谱中包含了不同衍射级次的光. 经过双圆光栅后, $m+n=+1$ 和 $m+n=-1$ 级

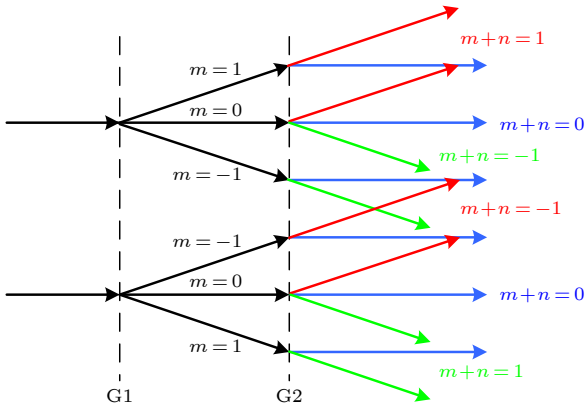


图 3 双圆光栅的衍射过程

Fig. 3. Geometrical schematic of diffraction process by double circular gratings.

衍射光都包含在一级频谱中, 因此不能利用传统的空间滤波方法对+1和-1级衍射光分别进行成像.

很显然, 透射率为中心对称径向周期函数的同心圆光栅的频谱是中心对称分布的. 如图4(a)所示, 经过双圆光栅的衍射光频谱由一系列同心圆组成, 相邻频谱的间隔为 $1/a_1$ ($a_1 \approx a_2$). 此外, 某一个点的 $(m+n)$ 级衍射频谱与其中心对称点的 $-(m+n)$ 级衍射频谱处于相同的位置. 也就是说, 如果将一级频谱沿 $y=0$ 分为上、下两个部分, 则成像面将相应地被划分为 $y>0$ 和 $y<0$ 两个部分. 如果使用图4(b)中的半圆环形空间滤波器使

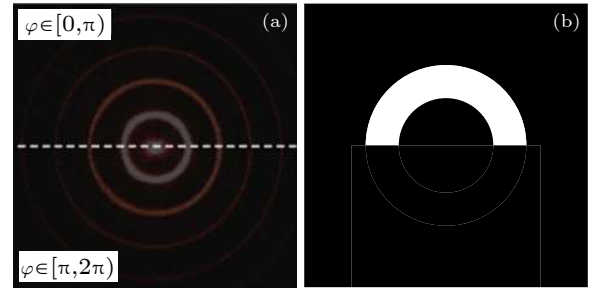


图 4 (a) 双圆光栅的频谱分布; (b) 实验中使用的半圆环形滤波器

Fig. 4. (a) Spectrum distribution of double circular gratings; (b) the semicircular spatial filter used in experiment.

$\varphi \in [0, \pi)$ 部分的一级光谱通过, 则成像面上 $y>0$ 部分为 $m+n=+1$ 级衍射光成像, $y<0$ 部分为 $m+n=-1$ 级衍射光. 相反, 如果使 $\varphi \in [\pi, 2\pi)$ 部分的一级光谱通过, 则成像面上 $y>0$ 部分为 $m+n=-1$ 级衍射光成像, $y<0$ 部分为 $m+n=+1$ 级衍射光成像. 因此, 可以在成像面的上、下两部分分别得到+1和-1级莫尔条纹图像.

+1和-1级莫尔条纹是由 $m+n=+1$ 和 $m+n=-1$ 级衍射光成像的结果. 当 $|m|>1$ 和 $|n|>1$ 时, 傅里叶展开系数非常小, 因此只需要保留其中 $(m=1, n=0)$, $(m=0, n=1)$ 和 $(m=-1, n=0)$, $(m=0, n=-1)$ 这两项. 因此, 成像面光场分布可以表示为

$$u_2^+(r, \varphi)|_{m+n=+1} = MC_0 C_1 \left\{ \exp\left(i\frac{2\pi r}{a_1}\right) \exp\left(-i\frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2}\right) + \exp\left(i\frac{2\pi r}{a_2}\right) \exp\left[-i\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi - \theta)}{a_2}\right] \right\}, \quad (7)$$

$$u_2^+(r, \varphi)|_{m+n=-1} = MC_0 C_1 \left\{ \exp\left(-i\frac{2\pi r}{a_1}\right) \exp\left(-i\frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2}\right) + \exp\left(-i\frac{2\pi r}{a_2}\right) \exp\left[i\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi - \theta)}{a_2}\right] \right\}, \quad (8)$$

莫尔条纹强度分布表示为

$$I(r, \varphi)|_{m+n=+1} = 2M^2 C_1^2 C_0^2 \left\{ 1 + \cos\left[\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi - \theta)}{a_2} + 2\pi r \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) - \frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2}\right] \right\}, \quad (9)$$

$$I(r, \varphi)|_{m+n=-1} = 2M^2 C_1^2 C_0^2 \left\{ 1 + \cos\left[\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi - \theta)}{a_2} + 2\pi r \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2}\right) + \frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2}\right] \right\}, \quad (10)$$

(9)式和(10)式表明: +1和-1级莫尔条纹不仅由平面内位移量 (Δ_r, θ) 决定, 也受到轴向位移 Δ_z 的影响. Δ_z 在+1和-1级莫尔条纹之间引入一个相移 $2\pi\lambda\Delta_z/a_1^2$, 因此会导致莫尔条纹在 $y=0$ 处出现突变.

当探测光源为 He-Ne 激光 (波长为 632.8 nm),

圆光栅 G1 和 G2 的周期分别为 0.10 mm 和 0.11 mm 时, 通过 (9) 式和 (10) 式进行数值模拟得到的莫尔条纹如图 5 所示. 在相同的参数下实验得到的莫尔条纹如图 6 所示. 可以清楚地看出, 数值模拟与实验结果完全吻合, 证明了理论推导的正确性.

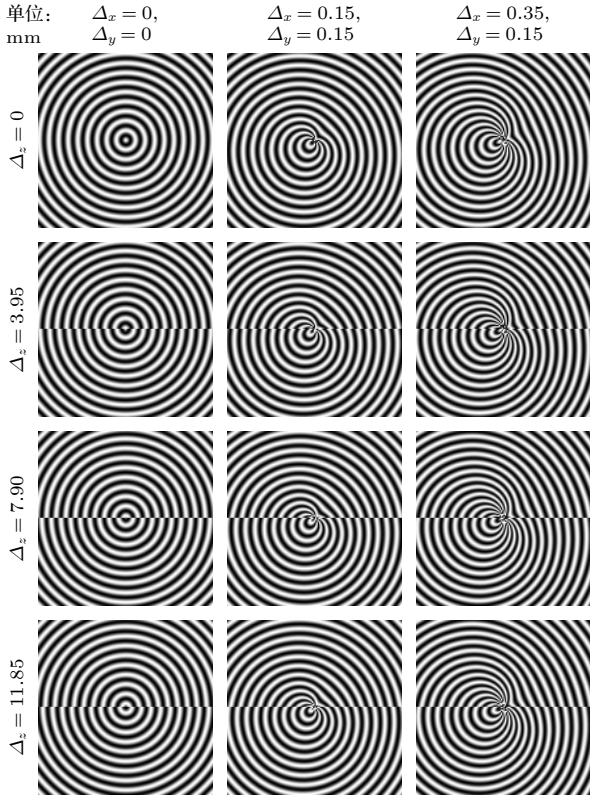


图 5 数值模拟得到的不同位移量的莫尔条纹

Fig. 5. Moiré patterns with different 3D displacements obtained by numerical simulation.

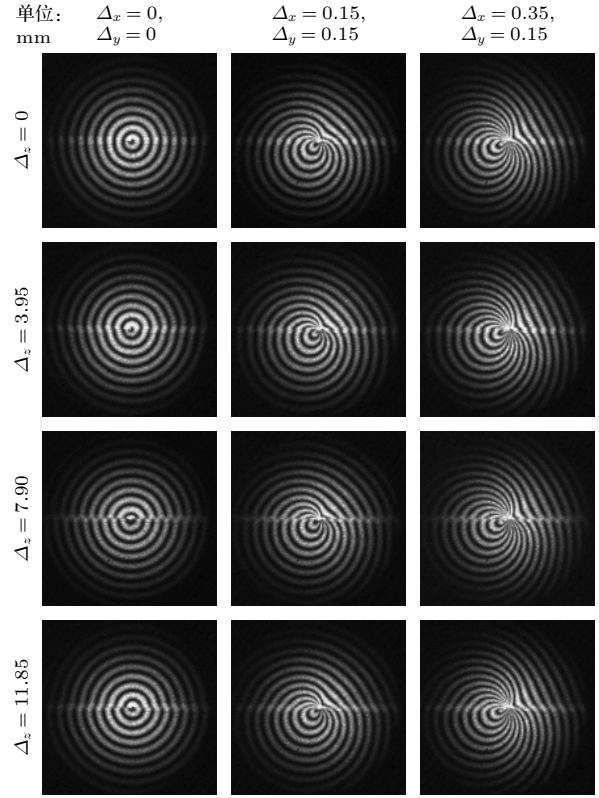


图 6 实验得到的不同位移量的莫尔条纹

Fig. 6. Moiré patterns with different 3D displacements obtained by experiment.

3 位移信息提取

3.1 提取算法

从莫尔条纹图中定量提取三维位移信息的方法包括傅里叶变换算法、图像分析算法或基于强度的计算方法^[17,18,20]. 为了方便处理, 一般以莫尔条纹的中心为原点, 将直角坐标系下的莫尔条纹转换到极坐标系中进行分析.

由 (9) 式和 (10) 式可以得到 +1 或 -1 级莫尔条纹的亮条纹中心坐标位置 (以下称为特征点) 为

$$\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi - \theta)}{a_2} + 2\pi r \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) \mp \frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2} = 2K\pi, \quad (11)$$

其中当 $y > 0$ 时符号为“-”, 当 $y < 0$ 时符号为“+”, K 为未知整数.

在 +1 级或 -1 级莫尔条纹图中同一亮条纹上的特征点 $P_{+1} = \{(r_i, \varphi_i), i = 1, 2, 3, \dots\}$ 或 $P_{-1} = \{(r_i,$

$\varphi_i), i = 1, 2, 3, \dots\}$ 满足关系式:

$$\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi_i - \theta)}{a_2} - \frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi_{i-1} - \theta)}{a_2} + 2\pi r_i \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) - 2\pi r_{i-1} \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) = 0,$$

其中 (r_i, φ_i) 和 (r_{i-1}, φ_{i-1}) 是 +1 级或 -1 级中的两个特征点位置. 利用三个特征点的位置, 可以得到以下线性方程组:

$$\begin{bmatrix} \cos \varphi_i - \cos \varphi_{i-1} & \sin \varphi_i - \sin \varphi_{i-1} \\ \cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i & \sin \varphi_{i+1} - \sin \varphi_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta_x \\ \Delta_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \left(\frac{a_2}{a_1} - 1 \right) (r_{i-1} - r) \\ \left(\frac{a_2}{a_1} - 1 \right) (r_i - r_{i+1}) \end{bmatrix}, \quad (12)$$

因此, 平面内位移 Δ_x 和 Δ_y 可以通过以下公式进行求解:

$$\Delta_x = \frac{(a_2 - a_1) [(r_{i-1} - r_i) (\sin \varphi_{i+1} - \sin \varphi_i) - (r_i - r_{i+1}) (\sin \varphi_i - \sin \varphi_{i-1})]}{a_1 [(\sin \varphi_{i+1} - \sin \varphi_i) (\cos \varphi_i - \cos \varphi_{i-1}) - (\cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i) (\sin \varphi_i - \sin \varphi_{i-1})]}, \quad (13)$$

$$\Delta_y = \frac{(a_2 - a_1) [-(r_{i-1} - r_i) (\cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i) + (r_i - r_{i+1}) (\cos \varphi_i - \cos \varphi_{i-1})]}{a_1 [(\sin \varphi_{i+1} - \sin \varphi_i) (\cos \varphi_i - \cos \varphi_{i-1}) - (\cos \varphi_{i+1} - \cos \varphi_i) (\sin \varphi_i - \sin \varphi_{i-1})]}. \quad (14)$$

由 (11) 式可以得到, 同一条亮条纹中+1 级和-1 级特征点满足关系式:

$$\frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi_i - \theta)}{a_2} + 2\pi r_i \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) - \frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2} = \frac{2\pi\Delta_r \cos(\varphi_j - \theta)}{a_2} + 2\pi r_j \left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{a_2} \right) + \frac{\pi\lambda\Delta_z}{a_1^2},$$

利用+1 级和-1 级同一条亮条纹中的两个特征点位置 (r_i, φ_i) 和 (r_j, φ_j) , 可以求解出轴向位移 Δ_z :

$$\Delta_z = \frac{a_1^2}{a_2\lambda} \left[\Delta_x (\cos \varphi_i - \cos \varphi_j) + \Delta_y (\sin \varphi_i - \sin \varphi_j) + \left(\frac{a_2}{a_1} - 1 \right) (r_i - r_j) \right]. \quad (15)$$

3.2 数值模拟

通过数值模拟实验验证位移提取算法的精度. 在模拟实验中, 探测光的波长为 632.8 nm, 两个圆光栅的周期分别为 0.10 mm 和 0.11 mm. 通过 (9) 式和 (10) 式计算出 $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) = (0.2 \text{ mm}, 0.1 \text{ mm}, 4.5 \text{ mm})$ 的莫尔条纹如图 7(a) 所示.

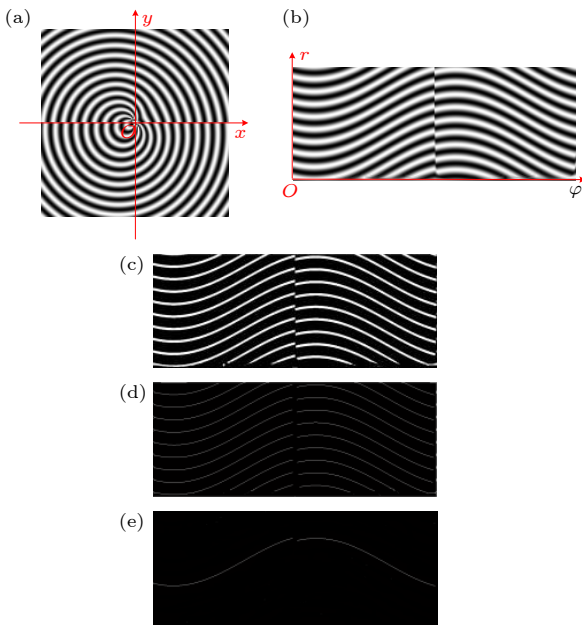


图 7 提取特征点坐标的图像处理过程

Fig. 7. Process of image processing for extracting the coordinates of feature points.

首先, 将直角坐标系中的莫尔条纹转换到极坐标系中, 结果如图 7(b) 所示. 其次, 对图像进行二值化, 并提取出亮条纹的骨架, 结果如图 7(c) 和 (d) 所示. 然后, 保留其中一个亮条纹骨架, 数值为 255 的像素点位置即为亮条纹的特征点位置. 最后, 利用 (13)—(15) 式计算三维位移, 结果为 $(0.2003 \text{ mm}, 0.0999 \text{ mm}, 4.4417 \text{ mm})$, 绝对误差为 0.1521%、0.1404% 和 1.2965%, 证明了该算法

具有较高的精度.

4 实验及分析

实验中光源选用 He-Ne 激光器 (大恒光电 DH-HN250), 探测光波长为 632.8 nm. 圆光栅 G1 和 G2 (苏州聚芯微纳科技有限公司设计加工) 的周期分别为 0.10 mm 和 0.11 mm. 光栅 G1 的圆心固定于光轴上, 光栅 G2 安装在一个分辨率为 0.001 mm 的三维平移台 (大恒光电 GCM-TP) 上进行平移. 4f 系统中傅里叶变换透镜的焦距为 150 mm, 孔径为 38.1 mm (大恒光电 GCL-010607). 用 CCD 相机 (CCD: MER-630-16 GM/C, 镜头: Kowa LM12-JC5MC) 采集莫尔条纹, 由于镜头的放大作用, 每个像素的真实成像大小为 0.05 mm.

首先对轴向位移测量进行实验研究. 保持平面内位移 $\Delta_x = 0 \text{ mm}$ 、 $\Delta_y = 0 \text{ mm}$ 不变, 轴向距离 Δ_z 以间距 1 mm 由 0 mm 增加到 15 mm, 实验获得的莫尔条纹如图 8 所示. 利用上述位移提取算法对莫尔条纹进行处理, 得到轴向位移 Δ_z 变化如图 9(a) 所示, 图 9(b) 显示了轴向位移测量误差.

然后进行三维位移测量实验. 实验中位移 $\Delta_y = 0.15 \text{ mm}$ 和 $\Delta_z = 7.90 \text{ mm}$ 保持不变, Δ_x 以间距 0.05 mm 从 0 mm 增加到 0.35 mm. 实验得到的莫尔条纹如图 10 所示. 三维位移测量结果及测量误差如图 11 所示, 详细数据见表 1.

由 (13)—(15) 式可知, 三维位移测量精度取决于光栅周期、探测光波长和特征点位置精度. 测量误差主要由坐标变换原点和亮条纹特征点的定位误差造成的.

实验结果中, 测量平面内位移的最大绝对误差为 $4.8 \times 10^{-3} \text{ mm}$, 平均误差为 $2.0 \times 10^{-4} \text{ mm}$, 轴向位移的最大绝对误差为 0.25 mm, 平均误差为 $8.6 \times 10^{-3} \text{ mm}$. 在已有的测量方法中, 平面内位移的

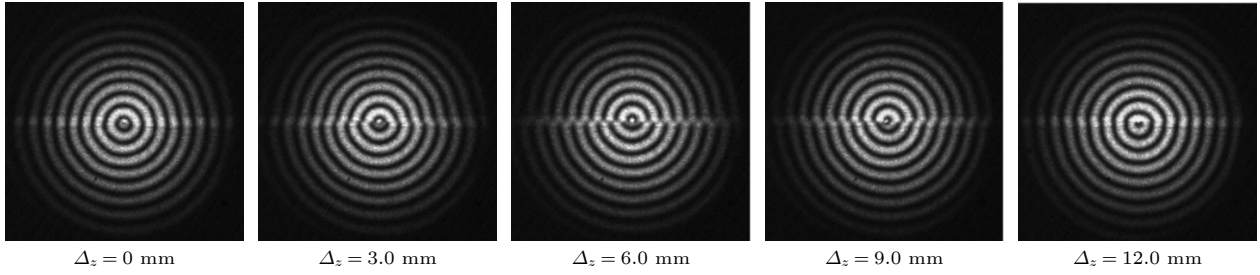


图 8 当 $\Delta_x = 0$ mm、 $\Delta_y = 0$ mm 时实验得到的莫尔条纹图

Fig. 8. Moiré patterns captured by experiment when $\Delta_x = 0$ mm and $\Delta_y = 0$ mm.

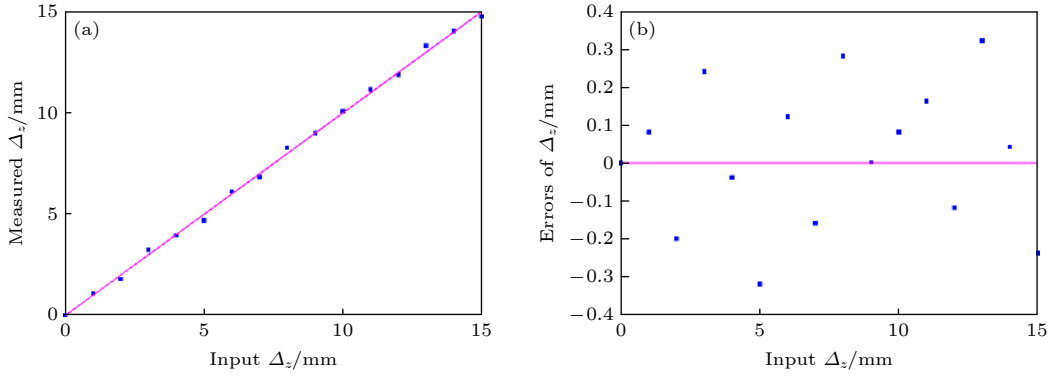


图 9 当 $\Delta_x = 0$ mm、 $\Delta_y = 0$ mm 时轴向位移测量结果

Fig. 9. Measurement results of out-of-plane displacement when $\Delta_x = 0$ mm and $\Delta_y = 0$ mm.

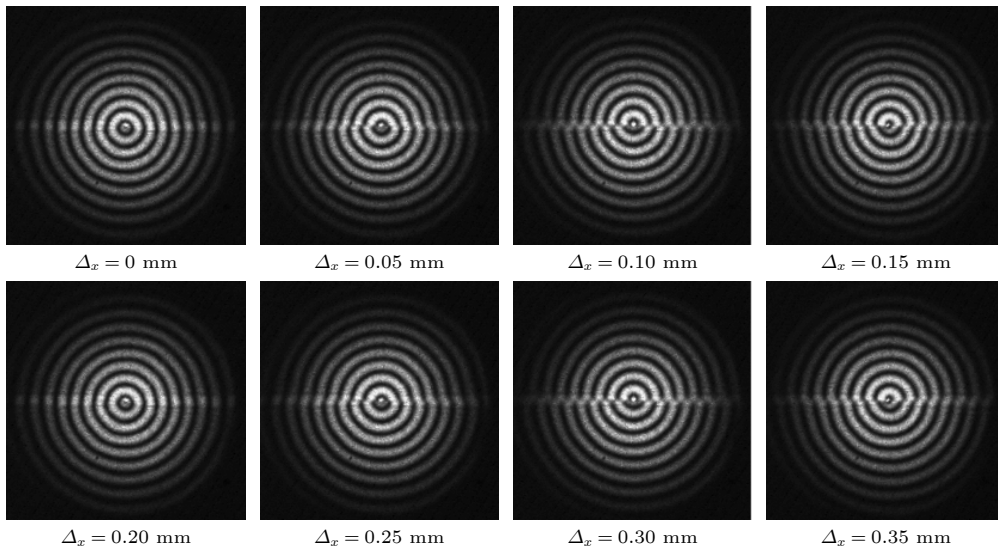


图 10 当 $\Delta_y = 0.15$ mm、 $\Delta_z = 7.90$ mm 时实验得到的莫尔条纹图

Fig. 10. Moiré patterns captured by experiment when $\Delta_y = 0.15$ mm and $\Delta_z = 7.90$ mm.

最大绝对误差为 5.25×10^{-3} mm^[18], 轴向位移的最大绝对误差为 0.22 mm, 平均误差为 0.085 mm^[20], 与该方法具有较高的测量精度。

z 轴测量误差大于 x 轴和 y 轴。这是因为莫尔条纹的变化对 x 轴和 y 轴位移更敏感。如图 6 和图 8

所示, 当 z 轴位移量在 1 个 Talbot 距离 (15.8 mm) 内变化时, 由相移引起的莫尔条纹变化十几个像素。这导致该测量方法对 z 轴位移测量的灵敏度较低, 误差较大。通过选择合适的光栅和提高图像采集设备的分辨率, 可以提高测量精度。

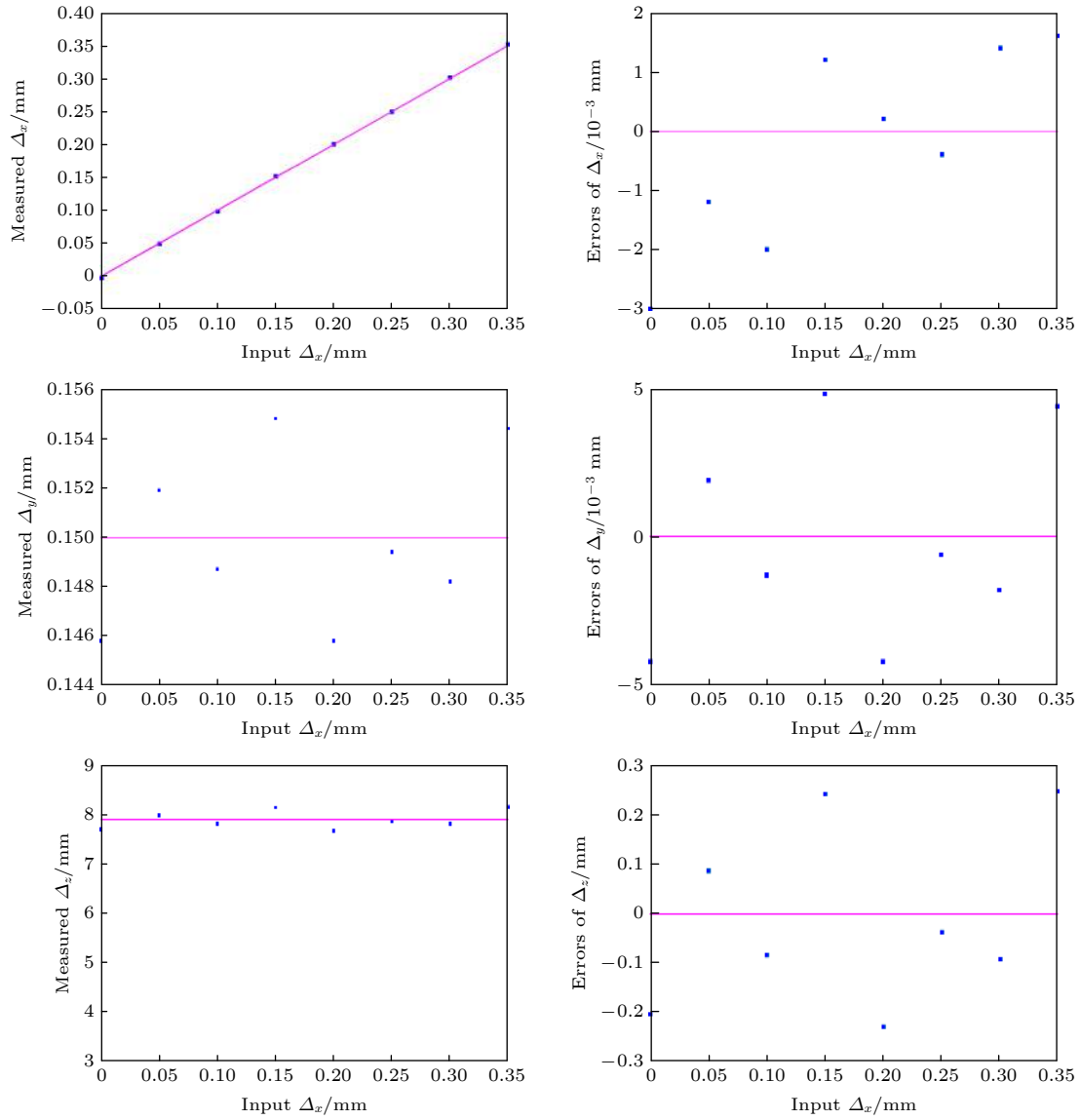


图 11 当 $\Delta_y = 0.15$ mm、 $\Delta_z = 7.90$ mm 时三维位移测量结果

Fig. 11. Measurement results of 3D displacements when $\Delta_y = 0.15$ mm and $\Delta_z = 7.90$ mm.

表 1 实验测量结果及误差

Table 1. Measurement results and errors of experiment.

Input/mm			Measured/mm			Absolute error/mm		
Δ_x	Δ_y	Δ_z	Δ_x	Δ_y	Δ_z	Δ_x	Δ_y	Δ_z
0.00	0.15	7.90	-0.0030	0.1458	7.6978	0.0030	0.0042	0.2022
0.05	0.15	7.90	0.0488	0.1519	7.9868	0.0012	-0.0019	-0.0868
0.10	0.15	7.90	0.0980	0.1487	7.8158	0.0020	0.0013	0.0842
0.15	0.15	7.90	0.1512	0.1548	8.1415	-0.0012	-0.0048	-0.2415
0.20	0.15	7.90	0.2002	0.1458	7.6720	-0.0002	0.0042	0.2280
0.25	0.15	7.90	0.2496	0.1494	7.8628	0.0004	0.0006	0.0372
0.30	0.15	7.90	0.3014	0.1482	7.8078	-0.0014	0.0018	0.0922
0.35	0.15	7.90	0.3516	0.1544	8.1468	-0.0016	-0.0044	-0.2468
Mean error						0.0003	0.0001	0.0086

5 结 论

本文研究了基于双圆光栅径向剪切干涉仪的三维位移测量方法,通过空间滤波技术同时得到+1和-1级莫尔条纹图像,并提出了相应的位移量提取算法.二维平面内位移可分别用+1或-1级莫尔条纹进行测量,轴向位移用+1和-1级莫尔条纹之间的相移来测量.该方法采用同轴成像的径向剪切干涉仪,与需要采集不同视角莫尔条纹的三维位移测量方法相比^[20],可利用单个探测器拍摄到的一幅莫尔条纹图实现三维位移的瞬时测量,并具有相同的测量精度.总而言之,该方法具有装置简单、测量精度高、非接触、瞬时测量等特点,可实现三维位移的同时测量.

参考文献

- [1] Buytaert J A N, Dirckx J J J 2007 *J. Opt. Soc. Am. A* **24** 2003
- [2] Gómez-Pedrero J A, Quiroga J A, Terrón-López M J, Crespo D 2006 *Opt. Lasers Eng.* **44** 1297
- [3] Xiao X, Kang Y, Hou Z, Qiu W, Li X, Li X 2010 *Exp. Mech.* **67** 239
- [4] Morimoto Y, Fujigaki M, Masaya A, Shimo K, Hanada R, Seto H 2011 *SAE Int. J. Mater. Manuf.* **4** 1107
- [5] Ri S, Fujigaki M, Morimoto Y 2010 *Exp. Mech.* **50** 501
- [6] Wang J, Song Y, Li Z H, He A Z 2013 *Opt. Lett.* **38** 1116
- [7] Song Y, Wang J, Jin Y, Guo Z Y, Ji Y J, He A Z, Li Z H 2016 *J. Opt. Soc. Am. A* **33** 2385
- [8] Wang C, Gu Y, Fu S Z, Zhou G L, Wu J, Wang W, Sun YQ, Dong JQ, Sun JR, Wang RR, Ni YL, Wan BG, Huang GL, Zhang GP, Lin ZQ, Wang SJ 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 847 (in Chinese) [王琛, 顾援王琛, 顾援, 傅思祖, 周关林, 吴江, 王伟, 孙玉琴, 董佳钦, 孙今人, 王瑞荣, 倪元龙, 万炳根, 黄关龙, 张国平, 林尊琪, 王世绩 2002 *物理学报* **51** 847]
- [9] Dhanotia J, Prakash S, Rana S, Sasaki O 2011 *Appl. Opt.* **50** 2958
- [10] Spagnolo G S, Ambrosini D, Paoletti D 2002 *J. Opt. A-Pure Appl. Opt.* **3** S376
- [11] Kulkarni R, Gorthi S S, Rastogi P 2014 *J. Mod. Optic* **61** 755
- [12] Yu X, Liu Q G, Liu C, Xie X, Lang Y P 2017 *Nanotech. Precis. Eng.* **15** 217 (in Chinese) [于雪, 刘庆纲, 刘超, 解娟, 郎垚璞 2017 *纳米技术与精密工程* **15** 217]
- [13] Agarwal S, Shakher C 2015 *Opt. Lasers Eng.* **75** 63
- [14] Song J S, Lee Y H, Jo J H, Chang S, Yuk K C 1998 *Opt. Commun.* **154** 100
- [15] Park Y C, Kim S W 1994 *Appl. Opt.* **33** 5171
- [16] Zhu H J, Su X Y 2008 *Journal of Sichuan University (Natural Science Edition)* **45** 301 (in Chinese) [朱海军, 苏显渝 2008 *四川大学学报(自然科学版)* **45** 301]
- [17] Yen K S, Ratnam M M 2012 *Opt. Lasers Eng.* **50** 687
- [18] Yen K S, Ratnam M 2011 *Sensor Rev.* **31** 358
- [19] Lay Y L, Chen W Y 1988 *Opt. Laser Technol.* **30** 539
- [20] Yen K S, Ratnam M M 2012 *Opt. Lasers Eng.* **50** 887
- [21] Wang J, Song Y, Li Z H, Sun N, He A Z 2012 *J. Opt. Soc. Am. A* **29** 1686
- [22] Su X Y, Li J T 1999 *Information Optics* (1st Ed.) (Beijing: Science Press) p38 (in Chinese) [苏显渝, 李继陶 1999 *信息光学* (第1版) (科学出版社) 第38页]

Measurement of three-dimensional displacements by radial shearing interferometer*

Wang Jia Liu Rong-Ming Wang Jia-Chao Wu Shen-Jiang[†]*(School of Optoelectronic Engineering, Xi'an Technological University, Xi'an 710021, China)*

(Received 1 September 2020; revised manuscript received 19 October 2020)

Abstract

Moiré patterns formed by overlapping two circular gratings of slightly different pitches have been extensively used for measuring the two-dimensional (2D) and three-dimensional (3D) displacements. However, in the existing applications, Moiré patterns are analyzed based on geometric superposition, by which the 3D displacements cannot be instantaneously or simultaneously measured with a high accuracy. In this paper, radial shearing interferometry with double circular gratings of slightly different pitches is presented to realize the simultaneous measurement of 3D displacements.

The measurement is based on the principle that Moiré patterns produced by radial shearing interferometry are determined not only by the 2D in-plane displacements, but also by the out-of-plane displacement that brings about a phase shift between Moiré patterns of +1 and -1 diffraction orders. First, the production mechanism of Moiré patterns by radial shearing interferometry is studied based on the scalar diffraction theory and the intensity distribution of Moiré fringes of +1 and -1 orders is derived to establish the exact analytic relations between Moiré patterns and 3D displacements. Second, on the basis of spectrum characteristics of circular grating, a semicircular ring filter is proposed for spatial filtering to realize the simultaneous imaging of Moiré fringes of +1 and -1 orders. Then, the algorithm to quantitatively extract 3D displacements from Moiré patterns is proposed and demonstrated by numerical simulation. In the algorithm, Moiré patterns in the rectangular coordinate system are transformed into the polar coordinate system and skeletons are extracted to determine the feature points of the bright fringes. The in-plane displacements can be solved by feature points of +1 or -1 diffraction order, and the out-of-plane displacement can be computed by the feature points of +1 and -1 diffraction orders in the same bright fringe. Finally, experimental results prove that the maximum absolute error and mean error for in-plane displacements are 4.8×10^{-3} mm and 2.0×10^{-4} mm respectively, and 0.25 mm and 8.6×10^{-3} mm for out-of-plane displacement.

In conclusion, by using the Moiré patterns of +1 and -1 diffraction orders imaged by radial shearing interferometer with double circular gratings of slightly different pitches, the 3D displacement can be simultaneously measured. The method has the advantages of simple device, high measurement accuracy, non-contact and instantaneous measurement, which provides an important guidance for practically measuring the 3D displacements.

Keywords: 3 D displacements measurement, radial shearing interferometer, Moiré fringes, circular gratings

PACS: 07.60.-j, 06.30.Bp, 07.05.Pj, 07.05.Kf

DOI: [10.7498/aps.70.20201451](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201451)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61701385), the Foundation of Equipment Pre-research Area of China (Grant No. 61406190121), and Pre-research Foundation of key laboratory (Grant No. 6142602200407).

[†] Corresponding author. E-mail: bxait@xatu.edu.cn