

Kerr非线性介质中聚焦像散高斯光束的传输特性

胡婧 王欢 季小玲

Propagation characteristics of focused astigmatic Gaussian beams in Kerr nonlinear media

Hu Jing Wang Huan Ji Xiao-Ling

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 074205 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201661

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201661>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

像散Bessel光束自重建特性的理论和实验研究

Theoretical and experimental study of self-reconstruction property of astigmatic Bessel beam

物理学报. 2018, 67(22): 224201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20181416>

竞争型非线性介质中艾里-高斯光束交互作用的调控

Control on interaction of Airy-Gaussian beams in competing nonlinear medium

物理学报. 2019, 68(9): 094206 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190042>

等离子体中散斑光场的传输特性

Propagation characteristics of speckle field in plasma

物理学报. 2018, 67(8): 085201 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20171795>

湍流等离子体鞘套中高斯光束的传播特性分析

Analysis of propagation characteristics of Gaussian beams in turbulent plasma sheaths

物理学报. 2019, 68(9): 094201 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20182169>

竞争非局域三次五次非线性介质中孤子的传输特性

Propagating properties of spatial solitons in the competing nonlocal cubic-quintic nonlinear media

物理学报. 2017, 66(5): 054208 <https://doi.org/10.7498/aps.66.054208>

大气湍流信道中聚焦涡旋光束轨道角动量串扰特性

Effect of atmospheric turbulence on orbital angular momentum crosstalk of focused vortex beams

物理学报. 2020, 69(14): 144203 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200243>

Kerr 非线性介质中聚焦像散高斯光束的传输特性*

胡婧 王欢 季小玲†

(四川师范大学物理与电子工程学院, 成都 610068)

(2020 年 10 月 9 日收到; 2020 年 11 月 16 日收到修改稿)

当高功率激光通过 Kerr 非线性介质传输时, Kerr 效应会严重影响激光的传输特性. 实际应用中常遇到像散光束. 迄今为止, 像散光束传输特性的研究大都局限于在线性介质中的传输, 而在非线性介质中传输的研究较少, 且还未涉及像散激光束通过含光学系统的 Kerr 非线性介质传输变换的研究. 本文主要研究 Kerr 效应对聚焦光束像散特性和焦移特性的影响, 以及聚焦像散高斯光束的自聚焦焦距和光束焦点调控. 在光束扩展情况下, 推导出了聚焦像散高斯光束在 Kerr 非线性介质中传输的束宽、束腰位置和焦移的解析公式, 研究表明: 在自聚焦介质中, 随着自聚焦作用增强 (如光束功率增强), 光束像散越强, 但焦移越小; 在自散焦介质中, 随着自散焦作用增强 (如光束功率增强), 光束像散越弱, 但焦移越大. 另一方面, 在光束自聚焦情况下, 推导出了自聚焦焦距的解析公式, 研究表明利用光束像散可以调控光束焦点个数.

关键词: Kerr 效应, 像散特性, 焦移特性, 焦点调控

PACS: 42.65.Hw, 42.65.-k, 42.60.Jf, 42.30.Lr

DOI: 10.7498/aps.70.20201661

1 引言

像散光束在实际应用中常会遇到, 例如, 当激光垂直入射非旋转对称光学系统或倾斜入射到光学元件表面时, 光束将会发生像散^[1-3]. 像散会严重影响激光传输特性. 吴逢铁教授课题组研究了像散对轴棱锥衍射特性的影响与修正^[4], 并采用理论和实验方法研究了像散 Bessel 光束自重建特性^[5]. 林强教授课题组推导出部分相干扭曲各向异性高斯谢尔模型光束 (具有复杂像散特性的部分相干光) 传输的张量 ABCD 定律^[6], 并用实验研究了复杂像散椭圆光束的轨道角动量^[7]. 王绍民教授课题组^[8]采用张量 ABCD 定律研究了复杂像散高斯激光束的对称变换问题. Tari 等^[9]提出采用对称透镜校正像散高斯光束的像散和椭圆度. 冯国英教授

课题组^[10]采用理论和实验方法研究了像散椭圆高斯光束的 M^2 因子矩阵. 蔡阳健教授课题组研究了部分相干扭曲各向异性高斯谢尔模型光束在大气湍流中的传输特性^[11]以及在色散和吸收介质中的传输特性^[12]. 张逸新教授课题组^[13]研究了大气湍流中像散对高斯涡旋激光束传输和成像的影响. 然而, 目前的研究大都仅局限于像散光束在线性介质的传输特性^[4-13].

当高功率激光通过 Kerr 非线性介质传输时, Kerr 效应将会严重影响激光传输特性和光束质量^[14-16]. 最近, 我们课题组解析求解了非线性薛定谔方程, 并推导出了部分相干激光在非线性 Kerr 介质中传输的 ABCD 定律^[17]; 研究发现部分相干脉冲光比完全相干脉冲光在避免材料发生光学损伤方面更具优势^[18]; 推导出了部分相干光通过 Kerr 介质中光束系统传输变换公式, 并发现

* 国家自然科学基金 (批准号: 61775152) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: jiXL100@163.com

Kerr 效应可以调控光斑位置和尺寸^[19], 文献 [19] 已被遴选为“Spotlight on Optics”论文。

迄今为止, 像散椭圆光束在非线性介质中传输特性的研究较少. 郭旗教授课题组^[20]研究了椭圆高斯光束在强非局域非线性介质中的传输特性. Goncharenko 等^[21]研究了旋转椭圆高斯光束在梯度折射率非线性介质中的传输. 此外, 在局域 Kerr 非线性介质中, Cornolti 等^[22]的研究表明椭圆高斯光的自陷功率随光束椭圆度的增大而增大, Singh 等^[23]研究了椭圆高斯光的自聚焦和自相位调制动力学问题. 然而, 像散激光束通过含光学系统的 Kerr 介质传输变换的研究还未涉及. 本文研究了 Kerr 非线性介质中聚焦像散高斯光束的传输特性, 主要包括: Kerr 效应对光束像散特性和焦移特性的影响, 以及聚焦像散高斯光束的自聚焦焦距和光束焦点调控。

2 理论模型以及传输公式

激光在 Kerr 介质中的传输特性由 Kerr 效应和衍射效应共同决定. 高斯激光诱导介质折射率变化引起的非线性作用与衍射作用之比 $\eta = (n_2 I_0 k^2 w_1^2) / n_0$ ^[17], 其中光强 $I_0 = 2P / (\pi w_1^2)$, k 为波数, w_1 为入射光束宽, n_0 和 n_2 分别为介质的线性和非线性折射率, $n_2 > 0$ (即 $\eta > 0$) 与 $n_2 < 0$ (即 $\eta < 0$) 分别对应 Kerr 自聚焦介质与 Kerr 自散焦介质. $\eta < 1$ 时激光在传输的过程中逐渐发散, $\eta > 1$ 时激光逐渐会聚. $\eta < 1$ 对应于激光在自散焦介质中传输, 或者在自聚焦介质中传输, 但满足光束功率 $P < P_{cr}$, P_{cr} 为光束自聚焦临界功率; $\eta > 1$ 对应于激光在自聚焦介质中传输, 且满足 $P > P_{cr}$. 本文第 2—第 4 节研究 $\eta < 1$ 情况 (在自聚焦介质中满足 $P < n_0 \pi / (2n_2 k^2)$ 时, 能够保持光束类高斯轮廓分布), 第 5 节讨论 $\eta > 1$ 情况。

高斯光束以束腰入射, 通过 Kerr 介质中像散薄透镜传输 (如图 1 所示). 高斯光束通过像散薄透镜后, 其光场分布为可表示为

$$E_0(x, y, 0) = \sqrt{I_0} \exp \left[- \left(\frac{x^2 + y^2}{w_1^2} \right) \right] \times \exp \left[ik \left(\frac{x^2 + y^2}{2f} \right) \right] \exp [-ikC_6(x^2 - y^2)], \quad (1)$$

其中, f 为透镜焦距, C_6 为像散系数, 波数 $k = 2\pi/\lambda$, λ 为波长. 对于简单像散, x 与 y 方向的光束

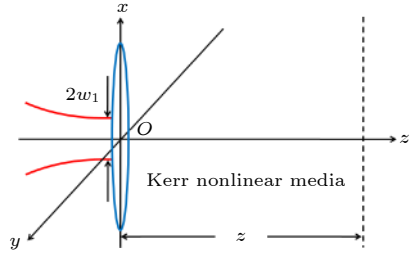


图 1 Kerr 非线性介质中聚焦像散高斯光束传输的示意图
Fig. 1. Schematic diagram of a focused astigmatic Gaussian beam propagating in Kerr nonlinear media.

复参数 q 可表示为^[17]

$$\frac{1}{q_j} = \frac{1}{R_j} - iM^2 \frac{\lambda}{\pi w_j^2}, \quad (j = x, y), \quad (2)$$

其中 R_j 和 w_j 分别为光束曲率半径和束宽, $M^2 = (1 - \eta)^{1/2}$ 为高斯光束在 Kerr 介质中的 M^2 因子^[17]. 需要说明的是, 本文研究的是完全相干光, 文献 [17] 研究的是部分相干光, 本文 (2) 式是文献 [17] 中相应公式在空间相干宽度趋于 ∞ 时的特例。

根据 (2) 式, (1) 式可简化为

$$E_0(x, y, 0) = \sqrt{I_0} \exp \left[- \frac{ik}{2} \left(\frac{x^2}{q_{1x}} + \frac{y^2}{q_{1y}} \right) \right], \quad (3)$$

其中 q_{1j} 为 $z = 0$ 处的光束复参数, $1/R_{1x} = 2C_6 - 1/f$ 和 $1/R_{1y} = -2C_6 - 1/f$ 分别为 x 与 y 方向光束曲率半径。

依据 Kerr 介质中的 ABCD 定律^[17], 像散高斯光传输至 z 处的复参数 q_{2j} 可表示为

$$\frac{1}{q_{2j}} = \frac{1/q_{1j}}{1 + z/q_{1j}}. \quad (4)$$

将 (2) 式代入 (4) 式中, 分离实部与虚部后可得像散高斯光束在 Kerr 介质中传输的曲率半径 R_{2j} 与束宽 w_{2j} 分别为

$$R_{2j} = \frac{(1 - z/f \pm 2C_6 z)^2 + (z/Z)^2}{-(1 - z/f)/f \pm 2C_6(1 - 2z/f) + z(1/Z^2 + 4C_6^2)}, \quad (5)$$

$$w_{2j}^2 = w_1^2 \left[\left(1 - \frac{z}{f} \pm 2C_6 z \right)^2 + \left(\frac{z}{Z} \right)^2 \right], \quad (6)$$

其中 $Z = \pi w_1^2 / M^2 \lambda$ 为光束在 Kerr 非线性介质中的瑞利长度^[17], $j = x$ 时取“+”号, $j = y$ 时取“-”号. (5) 式和 (6) 式表明, 一般情况下, x 与 y 方向的光束曲率半径和束宽均不相等, 光斑呈椭圆形状. 但是, 当 $z = f$ 时, 有 $w_{2y} = w_{2x}$, 即为圆高斯光束. 值得指出的是, 这一结论在线性介质中也是成

立的. 另外, 当 $C_6 = 0$ 时, (5) 式和 (6) 式简化为无像散时的结果.

值得指出的是, 虽然 Kerr 效应和衍射效应均与光束束宽有关, 但 η 参数描述 Kerr 效应与衍射效应作用之比, 并且可得到 $\eta = 2n_2k^2P/(n_0\pi)$ 与束宽无关, 故 $M^2 = (1 \square \eta)^{1/2}$ 也与束宽无关. 另一方面, 我们已证明, 在线性介质中, 像散高斯光束的 $M^2 = 1$ ^[24], 即像散不改变高斯光束的 M^2 因子. 在非线性的 Kerr 介质中, 只要光束保持类高斯轮廓分布, 像散光束在 x 与 y 方向的 M^2 因子的表达式应相同, 因此分别引入 x 和 y 方向的 ABCD 定律来研究 Kerr 非线性介质中聚焦像散高斯光束的传输特性是合理的^[25], 即 (4) 式成立.

令 (5) 式中 $R_{2j} \rightarrow \infty$, 可得到通过透镜后像散高斯光束 (聚焦像散高斯光束) 在 Kerr 介质中的束腰位置为

$$s_{2j} = \frac{1/f \mp 2C_6}{(1/f \mp 2C_6)^2 + (1/Z)^2}, \quad (7)$$

式中, $j = x$ 时取“-”号, $j = y$ 时取“+”号. 由于像散作用, 一般情况下有 $s_{2x} \neq s_{2y}$, 即 x 与 y 方向光束束腰位置不重合. 但是, 当 $C_6 = (1/f^2 + 1/Z^2)^{1/2}/2$ 时, 有 $s_{2x} = s_{2y} = f/2$ (即 x 与 y 方向光束束腰位置重合), 该结论在线性介质中也成立.

除特别说明, 本文数值计算采用参数如下: $f = 0.2$ m, $w_1 = 0.4$ mm. 自聚焦介质中: $n_0 = 2.4$, $n_2 = 2 \times 10^{-13}$ cm²/W (As₂S₃ 玻璃), $\lambda = 1.06$ μ m; 自散焦介质中: $n_0 = 1.56$, $n_2 = -1.5 \times 10^{-13}$ cm²/W (合成含有 3, 4-二烷氧基噻吩的可溶性多恶唑), $\lambda = 0.532$ μ m.

由 (7) 式可知, $s_{2y} > 0$, 且 s_{2y} 随着 C_6 的增大而减小. 其物理原因是: 由于像散作用, y 方向光束相当于被焦距为 $1/(2C_6)$ 的凸透镜会聚. Kerr 介质中 x 方向束腰位置 s_{2x} 随 C_6 的变化如图 2 所示, 由图可知, s_{2x} 随 C_6 的变化关于 $C_6 = 1/(2f)$ 对称, 且存在一个最大值和一个最小值. 令 (7) 式中 $\partial s_{2x}/\partial C_6 = 0$ 可得: 当 $C_{6,\min} = 1/(2f) - 1/(2Z)$ 和 $C_{6,\max} = 1/(2f) + 1/(2Z)$ 时, s_{2x} 分别有最大值和最小值, 即

$$s_{2x,\max} = \frac{Z}{2}, \quad s_{2x,\min} = -\frac{Z}{2}. \quad (8)$$

利用像散系数 C_6 可调节束腰位置, 例如当 $C_6 < 1/(2f)$ 时, 光束会聚, $s_{2x} > 0$; 当 $C_6 > 1/(2f)$

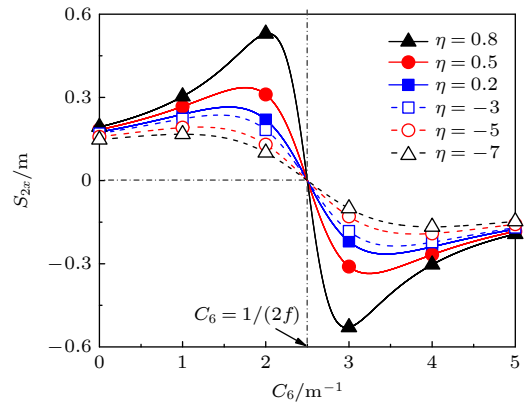


图 2 束腰位置 s_{2x} 随像散系数 C_6 的变化

Fig. 2. Beam waist position s_{2x} versus the astigmatic coefficient C_6 .

时, 光束发散, $s_{2x} < 0$ (即束腰位置位于透镜左方). 此外, 容易得到: $\Delta C_6 = C_{6,\max} - C_{6,\min} = 1/Z$, $\Delta s_{2x} = s_{2x,\max} - s_{2x,\min} = Z$, 它们仅与光束瑞利长度有关. 自聚焦介质中 ($\eta > 0$), η 越大 (自聚焦作用越强), 则 $C_{6,\min}$ 和 $s_{2x,\max}$ 越大, 而 $C_{6,\max}$ 和 $s_{2x,\min}$ 越小, 那么 ΔC_6 越小, Δs_{2x} 越大. 自散焦介质中 ($\eta < 0$), $|\eta|$ 越大 (自散焦作用越强), 则 $C_{6,\min}$ 和 $s_{2x,\max}$ 越小, 而 $C_{6,\max}$ 和 $s_{2x,\min}$ 越大, 那么 ΔC_6 越大, Δs_{2x} 越小. 其物理原因是: 自聚焦作用越强, 则 Z 越大; 自散焦作用越强, 则 Z 越小.

3 Kerr 效应对光束像散特性的影响

本文采用像散参数 $\beta = w_{2y}/w_{2x}$ 表征光束的像散程度. 根据 (6) 式可得 Kerr 介质中光束像散参数 β 为

$$\beta = \left[\frac{Z^2(f - z - 2fC_6z)^2 + (zf)^2}{Z^2(f - z + 2fC_6z)^2 + (zf)^2} \right]^{1/2}. \quad (9)$$

β 越远离数值 1, 光斑呈现椭圆状越明显, 即光束像散越厉害. 由 (9) 式可知, 当 $z = f$ 时, 有 $\beta = 1$, 即在透镜焦平面处光束为圆高斯分布, 该结论与 Kerr 效应及像散系数 C_6 均无关.

Kerr 介质中像散参数 β 随相对传输距离 z/f 的变化如图 3 所示. 由图可知, β 存在一个最小值和一个最大值. 令 (9) 式中 $\partial \beta / \partial z = 0$ 可得: 当 $z_{\min} = \left[1/f + (1/Z^2 + 4C_6^2)^{1/2} \right]^{-1}$ 和 $z_{\max} = \left[1/f - (1/Z^2 + 4C_6^2)^{1/2} \right]^{-1}$ 时, β 分别有最小值和最大值, 即

$$\beta_{\min} = \left[\frac{Z^2 \left(\sqrt{1/Z^2 + 4C_6^2} - 2C_6 \right)^2 + 1}{Z^2 \left(\sqrt{1/Z^2 + 4C_6^2} + 2C_6 \right)^2 + 1} \right]^{1/2}, \quad (10a)$$

$$\beta_{\max} = \left[\frac{Z^2 \left(\sqrt{1/Z^2 + 4C_6^2} + 2C_6 \right)^2 + 1}{Z^2 \left(\sqrt{1/Z^2 + 4C_6^2} - 2C_6 \right)^2 + 1} \right]^{1/2}. \quad (10b)$$

由 (10) 式可知, β_{\min} 与 β_{\max} 仅与瑞利长度和像散系数有关, 而与透镜焦距无关. 并且, 当 $z \rightarrow \infty$ 时, 像散参数 β 将趋于一个稳定值, 根据 (9) 式可得该值为

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \beta = \sqrt{1 + \frac{8C_6}{f \left[(2C_6 - 1/f)^2 + 1/Z^2 \right]}}. \quad (11)$$

图 3(a) 表明, Kerr 介质中, C_6 越大, β 越远离数值 1, 即光束像散越厉害. 图 3(b) 表明, 自聚焦介质中 ($\eta > 0$), η 越大 (自聚焦作用越强), β 的值越远离数值 1, 即光束像散越厉害; 自散焦介质中

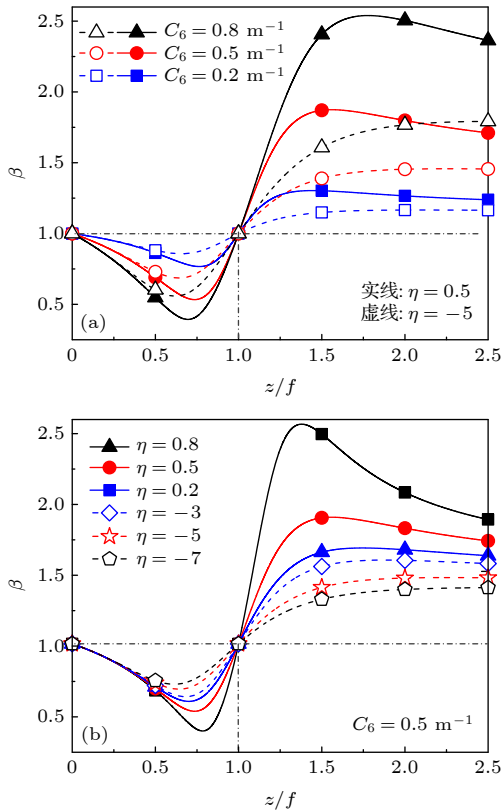


图 3 像散参数 β 随相对传输距离 z/f 的变化 (a) 不同像散系数; (b) 不同 Kerr 效应强度

Fig. 3. Astigmatic parameter β versus the relative propagation distance z/f . (a) Different values of the astigmatic coefficient; (b) different strength of the Kerr effect.

($\eta < 0$), $|\eta|$ 越大 (自散焦作用越强), β 的值越接近数值 1, 即光束像散越弱.

4 焦 移

聚焦像散高斯光束在 Kerr 介质中的场分布表示为

$$E(x, y, z) = \sqrt{I_0} \left[\frac{w_1^2}{w_{2x} w_{2y}} \right]^{1/2} \times \exp \left[-\frac{ik}{2} \left(\frac{x^2}{q_{2x}} + \frac{y^2}{q_{2y}} \right) \right]. \quad (12)$$

根据 (12) 式, 可得光强分布为

$$I(x, y, z) = E(x, y, z) E^*(x, y, z) = \frac{I_0 w_1^2}{w_{2x} w_{2y}} \exp \left[-2 \left(\frac{x^2}{w_{2x}^2} + \frac{y^2}{w_{2y}^2} \right) \right]. \quad (13)$$

令 (13) 式中 $x = y = 0$, 可得 Kerr 介质中光束的轴上光强为

$$I(0, 0, z) = \frac{I_0 w_1^2}{w_{2x} w_{2y}}. \quad (14)$$

轴上光强最大值的位置 $z_{I-\max}$ 由方程 $\partial I(0, 0, z)/\partial z = 0$ 确定. 对 (14) 式求偏导 $I(0, 0, z)$, 即

$$\frac{\partial I(0, 0, z)}{\partial z} = \frac{-I_0 w_1^2 (w_{2y} \partial w_{2x} / \partial z + w_{2x} \partial w_{2y} / \partial z)}{(w_{2y} w_{2x})^2} = 0, \quad (15)$$

可得: 在 $z_{I-\max} = U + V - l/3$ 处有最大光强, 其中 $U = [-u/2 + (u^2/4 + v^3/27)^{1/2}]^{1/3}$, $V = [-u/2 - (u^2/4 + v^3/27)^{1/2}]^{1/3}$, $u = m - l^2/3$, $v = 2(l/3)^3 - ml/3 + n$, $n = -1/(f\xi)$, $m = (3/f^2 + 1/Z^2 - 4C_6^2)/\xi$, $l = 3(4C_6^2 - 1/f^2 - 1/Z^2)/(f\xi)$, $\xi = [(2C_6 + 1/f)^2 + 1/Z^2][(2C_6 - 1/f)^2 + 1/Z^2]$.

像散高斯光的光斑面积可表示为

$$S(z) = \pi w_{2x} w_{2y}. \quad (16)$$

本文中, 把像散高斯光的光斑面积最小位置处定义为束腰位置 $z_{S-\min}$, 即束腰位置 $z_{S-\min}$ 由方程 $\partial S(z)/\partial z = 0$ 确定. 将 (6) 式代入 (16) 式, 并对 $S(z)$ 求偏导:

$$\frac{\partial S(z)}{\partial z} = \pi (w_{2y} \partial w_{2x} / \partial z + w_{2x} \partial w_{2y} / \partial z) = 0. \quad (17)$$

对比 (15) 式与 (17) 式可知: $z_{I-\max} = z_{S-\min}$, 即聚焦像散高斯光束束腰位置与轴上最大光强位

置重合, 该结论与 Kerr 效应无关 (见图 4). 特别地, 当 $C_6 = (1/f^2 + 1/Z^2)^{1/2}/2$ 时, 有 $s_{2x} = s_{2y} = f/2$, 则 $z_{S-\min} = f/2$.

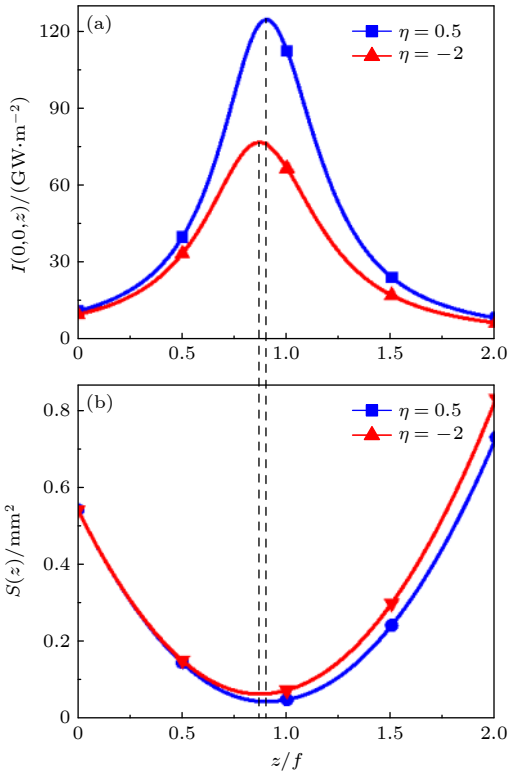


图 4 (a) 轴上光强 $I(0, 0, z)$ 和 (b) 光斑面积 $S(z)$ 随相对传输距离 z/f 的变化, $C_6 = 0.2 \text{ m}^{-1}$
Fig. 4. (a) Axial intensity and (b) the area of beam spot versus the relative propagation distance z/f .

把聚焦像散高斯光束的束腰位置认为是实际焦面, 那么几何焦面与实际焦平面的间距 Δ 定义为焦移, 即

$$\Delta = f - z_{S-\min}. \quad (18)$$

图 5 为 Kerr 介质中聚焦像散高斯光束的焦移 Δ 随像散系数 C_6 的变化. 由图 5 可知, C_6 越大, 则 Δ 越大. 自聚焦介质中, η 越大 (自聚焦作用越强), 则 Δ 越小; 自散焦介质中, $|\eta|$ 越大 (自散焦作用越强), 则 Δ 越大.

5 自聚焦焦距

当高功率激光通过自聚焦介质传输, 且 $P > P_{\text{cr}}$ (即 $\eta > 1$) 时, 激光在传输过程中逐渐会聚, 即发生自聚焦现象. 理想情况下, 当束宽趋于零时, 激光束会聚于一点, 其传输距离称为自聚焦焦距 z_f ^[26–28]. 实际上, 激光在接近焦点时已不再是类高

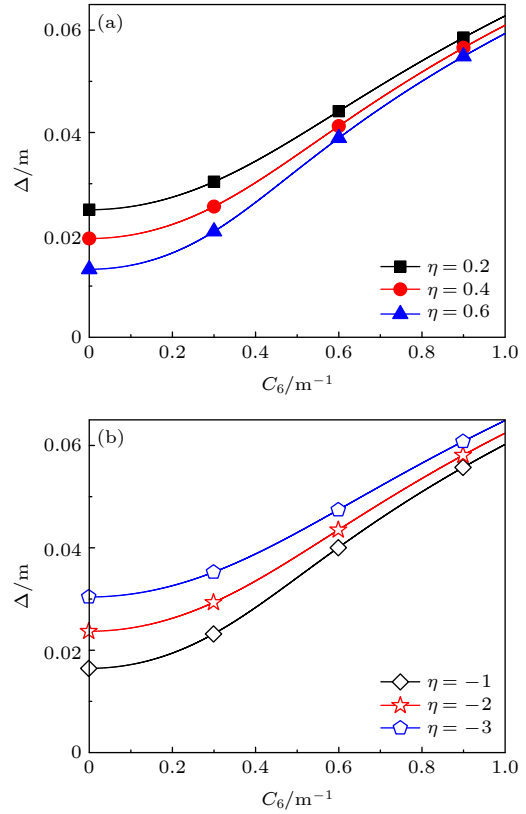


图 5 焦移 Δ 随像散系数 C_6 的变化 (a) 自聚焦介质; (b) 自散焦介质
Fig. 5. Focal shift Δ versus the astigmatic coefficient C_6 : (a) Self-focusing media; (b) self-defocusing media.

斯轮廓分布了, 因此自聚焦焦距 z_f 仅是一种理想情形, 但它仍然具有一定的参考意义, 文献 [26–28] 均采用该法研究了自聚焦焦距.

根据文献 [17] 中的 (4) 式, 可得到聚焦像散高斯光束 ($P > P_{\text{cr}}$) 在自聚焦介质传输时束宽传输方程为

$$w_j^2 = w_{1j}^2 \left[\left(1 + \frac{z}{R_{1j}} \right)^2 + \frac{4z^2(1-\eta)}{k^2 w_{1j}^4} \right], \quad (j = x, y), \quad (19)$$

其中, $w_{1x} = w_{1y} = w_1$, $1/R_{1x} = 2C_6 - 1/f$, $1/R_{1y} = -2C_6 - 1/f$. 令 (19) 式等于零, 可得到聚焦像散高斯光束在自聚焦介质中传输的自聚焦焦距为:

$$\frac{1}{z_{f1}} = \frac{1}{f} + 2C_6 + \frac{2\sqrt{\eta-1}}{k w_1^2}, \quad (20a)$$

$$\frac{1}{z_{f2}} = \frac{1}{f} - 2C_6 - \frac{2\sqrt{\eta-1}}{k w_1^2}. \quad (20b)$$

实际上, 当 $z = z_{f1}$ 时, 有 $w_y = 0$; 当 $z = z_{f2}$ 时, 有 $w_x = 0$.

值得指出的是, 自聚焦焦距需满足 $z_f > 0$. 由

(20a) 式可知: $f > z_{f1} > 0$, 即该焦点始终存在. 令 (20b) 式中 $1/f - 2C'_6 = 2(\eta - 1)^{1/2}/(kw_1^2)$, 可得

$$C'_6 = \frac{1}{2f} - \frac{\sqrt{\eta - 1}}{kw_1^2}. \quad (21)$$

当 $C_6 < C'_6$ 时, $z_{f2} > 0$; 当 $C_6 > C'_6$ 时, $z_{f2} < 0$ (舍去).

图 6 为自聚焦焦距 z_f 随像散系数 C_6 的变化. 由图 6 可知, 当 $C_6 < C'_6$ 时, 光束有两个焦点; 当 $C_6 > C'_6$ 时, 光束仅有一个焦点. 因此, 通过调控像散系数 C_6 可以控制光束焦点的个数.

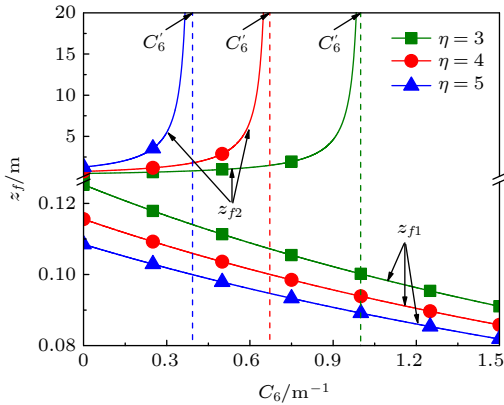


图 6 自聚焦焦距 z_f 随像散系数 C_6 的变化

Fig. 6. Self-focusing focal length z_f versus the astigmatic coefficient C_6 .

6 结 论

本文研究了 Kerr 非线性介质中聚焦像散高斯光束的传输特性. 在光束扩展情况下 ($\eta < 1$), 推导出了聚焦像散高斯光束在 Kerr 非线性介质中传输的束宽、束腰位置和焦移的解析公式, 研究了 Kerr 效应对光束像散特性和焦移特性的影响. 研究表明: 束腰位置 s_{2x} 随像散系数 C_6 的变化关于 $C_6 = 1/(2f)$ 轴对称, 且存在一个最大值和一个最小值, f 为透镜焦距. 自聚焦介质中, η 越大 (自聚焦作用越强), 光束像散越厉害, 但焦移越小; 自散焦介质中, $|\eta|$ 越大 (自散焦作用越强), 光束像散越弱, 但焦移越大. 在光束自聚焦情况下 ($\eta > 1$), 研究了聚焦像散高斯光束的自聚焦焦距, 推导出了自聚焦焦

距的解析公式. 研究表明: 通过调控像散系数 C_6 可以控制光束焦点的个数 (一个或两个焦点). 本文研究结果具有理论和实际应用意义.

参考文献

- [1] Hanna D C 1969 *IEEE J. Quantum Electron.* **5** 483
- [2] Zhao B, Li Z 1998 *Appl. Opt.* **37** 2563
- [3] Thaning A, Jaroszewicz Z, Friberg A T 2003 *Appl. Opt.* **42** 9
- [4] Jiang X G, Wu F T 2008 *Acta Phys. Sin.* **57** 4202 (in Chinese) [江新光, 吴逢铁 2008 物理学报 **57** 4202]
- [5] Yang Y F, Chen J, Wu F T, Hu R, Zhang H Z, Hu H Q 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 224201 (in Chinese) [杨艳飞, 陈婧, 吴逢铁, 胡润, 张惠忠, 胡汉青 2018 物理学报 **67** 224201]
- [6] Lin Q, Cai Y J 2002 *Opt. Lett.* **27** 216
- [7] Dong Y M, Xu Y F, Zhang Z, Lin Q 2006 *Acta Phys. Sin.* **55** 5755 (in Chinese) [董一鸣, 徐云飞, 张璋, 林强 2006 物理学报 **55** 5755]
- [8] Zhao D M, Lin Q, Wang S M 1994 *Opt. Quantum Electron.* **26** 903
- [9] Tari T, Richter P 1992 *Opt. Quantum Electron.* **24** S865
- [10] Liu X L, Feng G Y, Li W, Tang C, Zhou S H 2013 *Acta Phys. Sin.* **62** 194202 (in Chinese) [刘晓丽, 冯国英, 李玮, 唐淳, 周寿桓 2013 物理学报 **62** 194202]
- [11] Cai Y J, He S L 2006 *Appl. Phys. Lett.* **89** 041117
- [12] Cai Y J, Lin Q, Ge D 2002 *J. Opt. Soc. Am. A* **19** 2036
- [13] Zhao G Y, Zhang Y X, Wang J Y, Jia J J 2010 *Acta Phys. Sin.* **59** 1378 (in Chinese) [赵贵燕, 张逸新, 王建宇, 贾建军 2010 物理学报 **59** 1378]
- [14] Soljacic M, Segev M, Coskun T, Christodoulides D N, Vishwanath A 2000 *Phys. Rev. Lett.* **84** 467
- [15] Mitchell M, Chen Z G, Shih M F, Segev M 1996 *Phys. Rev. Lett.* **77** 490
- [16] Sun C, Dylov D V, Fleischer J W 2009 *Opt. Lett.* **34** 3003
- [17] Wang H, Ji X L, Zhang H, Li X Q, Deng Y 2019 *Opt. Lett.* **44** 743
- [18] Wang H, Ji X L, Deng Y, Li X Q, Yu H 2020 *Opt. Lett.* **45** 710
- [19] Hu J, Wang H, Ji X L, Deng Y, Chen L F 2020 *J. Opt. Soc. Am. A* **37** 1282
- [20] Wang X H, Guo Q 2005 *Acta Phys. Sin.* **54** 3183 (in Chinese) [王彤华, 郭旗 2005 物理学报 **54** 3183]
- [21] Goncharenko A M, Logvin Y A, Samson A M, Shapovalov P S 1991 *Opt. Commun.* **81** 225
- [22] Cornolti F, Lucchesi M, Zamboni B 1990 *Opt. Commun.* **75** 129
- [23] Singh T, Saini N S, Kaul S S 2000 *Pramana-J. Phys.* **55** 423
- [24] Ji X L, Lü B D 2000 *High Power Laser and Particle Beams* **4** 12 (in Chinese) [季小玲, 吕百达 2000 强激光与粒子束 **4** 12]
- [25] Guo S F, Tian Q 2010 *Chin. Phys. B* **6** 19
- [26] Porras M A, Alda J, Bernabeu E 1993 *Appl. Opt.* **30** 32
- [27] Yariv A, Yeh P 1978 *Opt. Commun.* **2** 27
- [28] Miller R I, Roberts T G 1987 *Appl. Opt.* **21** 26

Propagation characteristics of focused astigmatic Gaussian beams in Kerr nonlinear media^{*}

Hu Jing Wang Huan Ji Xiao-Ling[†]

(*Department of Physics and Electronic Engineering, Sichuan Normal University, Chengdu 610068, China*)

(Received 9 October 2020; revised manuscript received 16 November 2020)

Abstract

When a powerful laser beam propagates in a Kerr nonlinear medium, the Kerr effect on the beam propagation characteristics is very significant. The astigmatic laser beams are often encountered in practice. Until now, much work has been carried out on the propagation characteristics of astigmatic laser beams in linear media, but a few researches have been reported about the propagation of astigmatic laser beams through nonlinear media. To the best of our knowledge, the propagation or the transformation of astigmatic laser beams through an optical system in a Kerr nonlinear medium has not been investigated. In this paper, the propagation characteristics of focused astigmatic Gaussian beams in a nonlinear Kerr medium are studied. The Kerr effect on the beam astigmatism and the focal shift of focused astigmatic Gaussian beams are investigated in detail, and the self-focusing focal length and focus control of focused astigmatic Gaussian beams in the Kerr nonlinear medium are also studied. For the beam spreading case, the analytical formula for each of the beam width, the beam waist position, and the focal shift of focused astigmatic Gaussian beams in the Kerr nonlinear medium is derived. It is shown that in the self-focusing medium, as the beam power increases (i.e. the self-focusing effect becomes stronger), the beam astigmatism becomes stronger, but the focal shift decreases. However, in a self-defocusing medium, as the beam power increases (i.e. the self-defocusing effect becomes stronger), the beam astigmatism becomes weaker, but the focal shift increases. On the other hand, for the beam self-focusing case, the analytical formula of the self-focusing focal length of focused astigmatic Gaussian beams in the Kerr nonlinear medium is derived. It is found that the number of foci can be controlled by applying beam astigmatism. The results obtained in this paper are of theoretical and practical significance.

Keywords: Kerr effect, astigmatism, focal shift, focus control

PACS: 42.65.Hw, 42.65.-k, 42.60.Jf, 42.30.Lr

DOI: [10.7498/aps.70.20201661](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201661)

^{*} Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant No. 61775152).

[†] Corresponding author. E-mail: jiXL100@163.com