

由正负磁单极对相互作用诱导的孤立狄拉克弦

焦婧 罗焕波 李禄

Isolated Dirac string induced by interaction between positive and negative monopoles

Jiao Jing Luo Huan-Bo Li Lu

引用信息 Citation: *Acta Physica Sinica*, 70, 071401 (2021) DOI: 10.7498/aps.70.20201744

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.7498/aps.70.20201744>

当期内容 View table of contents: <http://wulixb.iphy.ac.cn>

您可能感兴趣的其他文章

Articles you may be interested in

环形势阱中自旋-轨道耦合旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态

Ground state of spin-orbit coupled rotating ferromagnetic Bose-Einstein condensate in toroidal trap

物理学报. 2020, 69(14): 140301 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20200372>

87Rb玻色-爱因斯坦凝聚体的快速实验制备

Fast production of 87Rb Bose-Einstein condensates

物理学报. 2017, 66(8): 083701 <https://doi.org/10.7498/aps.66.083701>

旋量玻色-爱因斯坦凝聚体拓扑性质的研究进展

The research progress of topological properties in spinor Bose-Einstein condensates

物理学报. 2020, 69(1): 010303 <https://doi.org/10.7498/aps.69.20191648>

梯度磁场中自旋-轨道耦合旋转两分量玻色-爱因斯坦凝聚体的基态研究

Ground state of spin-orbit coupled rotating two-component Bose-Einstein condensate in gradient magnetic field

物理学报. 2018, 67(11): 110302 <https://doi.org/10.7498/aps.67.20180539>

舰船磁场磁单极子阵列法建模技术

Magnetic monopole array model for modeling ship magnetic signatures

物理学报. 2019, 68(11): 114101 <https://doi.org/10.7498/aps.68.20190201>

具有面内四极磁场的旋转玻色-爱因斯坦凝聚体的基态结构研究

Ground state of a rotating Bose-Einstein condensate with in-plane quadrupole field

物理学报. 2017, 66(13): 130305 <https://doi.org/10.7498/aps.66.130305>

由正负磁单极对相互作用诱导的孤立狄拉克弦*

焦婧 罗焕波 李禄†

(山西大学理论物理研究所, 太原 030006)

(2020年10月21日收到; 2020年12月1日收到修改稿)

基于三维旋量 Gross-Pitaevskii (GP) 方程研究在含时周期性外磁场作用下玻色-爱因斯坦凝聚体的动力学行为. 结果显示, 在含时周期外磁场的作用下, 铁磁态自旋为 1 的玻色-爱因斯坦凝聚体将发生拓扑形变. 当磁场的两个零点进入凝聚体后, 自旋向上态的密度布居图在 z 轴上分别形成向上和向下的凸起. 随着磁场的两个零点在凝聚体内逐渐重合, 向上和向下的凸起被拉长, 最终自旋向上态在 z 轴上呈线状分布, 这与理论分析预测得到的孤立狄拉克弦相对应. 最后, 通过计算凝聚体的超流涡度给出磁单极的表征图. 结果显示, 凝聚体在磁场的两个零点处形成正、负磁单极对, 分别对应着自旋向上态在 z 轴上向上和向下的凸起. 随着磁场的两个零点重合, 正、负磁单极对中的两条狄拉克弦逐渐靠近, 之后大约经 5 ms, 它们完全相连, 最终形成孤立的狄拉克弦.

关键词: 磁单极, 正负磁单极对, 玻色-爱因斯坦凝聚体, 孤立狄拉克弦

PACS: 14.80.Hv, 67.85.Hj, 67.85.De

DOI: 10.7498/aps.70.20201744

1 引言

磁单极问题不仅涉及宇宙早期演化及微观粒子结构等理论, 而且还与物质磁性的来源和电磁现象的对称性相关, 同时还能很好地解释磁荷的量子化^[1-3]. 自 1931 年狄拉克首次提出磁单极理论以来^[4], 研究工作者对磁场进行了大量的实验观察, 但在自然电磁场中仍找不到磁单极^[5-8]. 2008 年 Castelnovo 等^[9] 指出“自旋冰”里可能存在磁单极, 发现自旋冰晶体内粒子的散射结果与假设磁单极存在的计算机模型预测一致. 到目前为止, 大量的研究致力于寻找各种凝聚态系统中的类似实体, 如自旋冰^[10]、液晶^[11] 和 Skyrmion 晶格^[12-14] 等. 由于在足够强的外磁场作用下, 凝聚体中的涡度与磁单极的磁场一致, 所以研究者可以让相应原子的磁场排列成一个大漩涡的形状, 构成“涡旋”的属性, 通过绝热修正外场, 多量子涡旋可以被印刻到凝聚态中^[15-18]. 这样可以在凝聚体的自旋结构上产生

一个点状缺陷, 从而产生一个相当于磁单极磁场的涡度. 也就是说在这样的排列下, 中间的地方就是一个“合成磁单极”.

磁单极是矢量场中的拓扑缺陷, 它既符合量子力学又符合电磁场的规范不变性^[3,5,19-21], 它的单位向量相对于某个唯一的中心点是径向的(即“刺猬”缺陷)^[5,22]. 研究表明, ⁸⁷Rb(铷)在铁磁自旋为 1 的玻色-爱因斯坦凝聚体(BEC)中的特定激发态可以成功模拟一个狄拉克单极子^[23]. 采用多分量波函数进行数值模拟在三维玻色-爱因斯坦凝聚体中可产生单极子^[24]. 另外, 利用三维密度剖面的层析重建可以检测到狄拉克弦, 并利用原位相位衬度成像探测到相应的自旋纹理以提供单极子的明确信号^[25].

在玻色-爱因斯坦凝聚体中, 单个磁单极在理论上已经被大量研究过^[26-30], 并且在实验中也观测到^[23], 但是多个磁单极的产生以及它们之间的相互作用至今鲜有研究. 本文利用周期性磁场的多个零点可以产生多个磁单极的特性, 通过引入含

* 国家自然科学基金(批准号: 61475198, 11705108)资助的课题.

† 通信作者. E-mail: llz@sxu.edu.cn

时周期性磁场, 在玻色-爱因斯坦凝聚体中产生一个正、负磁单极对, 并借助于理论分析及数值计算来研究正、负磁单极对的相互作用, 以及孤立狄拉克弦的形成.

2 理论模型

考虑一团 ^{87}Rb 原子在光学势阱 $V(\mathbf{r})$ 中形成的玻色-爱因斯坦凝聚体, 它在磁场 \mathbf{B} 中的动力学可以用自旋为 1 的三维旋量 Gross-Pitaevskii (GP) 方程来描述 [25,31–33]:

$$i\hbar\partial_t\psi = \left[-\frac{\hbar^2\nabla^2}{2m} + V(\mathbf{r}) + c_0n + (\mu_B g_F \mathbf{B} + c_2 \mathbf{S}) \cdot \mathbf{F} \right] \psi, \quad (1)$$

其中 $\psi(\mathbf{r}, t) = \sqrt{n(\mathbf{r})} \xi(\mathbf{r}, t)$ 是凝聚体的序参量, $\xi(\mathbf{r}, t) = (\xi_1, \xi_0, \xi_{-1})^T$ 是三组分旋量, $n(\mathbf{r})$ 是原子密度, $\mathbf{r} = (x, y, z)$. $c_0 = 4\pi\hbar^2(a_0 + 2a_2)/(3m)$ 和 $c_2 = 4\pi\hbar^2(a_2 - a_0)/(3m)$ 是密度-密度和自旋-自旋耦合常数, 其中对于 ^{87}Rb 原子, $a_0 = 5.387 \text{ nm}$, $a_2 = 5.313 \text{ nm}$, 以及 $m = 1.443 \times 10^{-25} \text{ kg}$. 在这种情况下, $c_2 < 0$ 表明凝聚体的基态处于铁磁态. 选取总粒子数为 $N = 4.4 \times 10^4$. ^{87}Rb 原子的朗道因子 $g_F = -1/2$, μ_B 是波尔磁矩. 光学势阱的形式为 $V(\mathbf{r}) = m\omega^2(x^2 + y^2 + z^2)$, 其中光学势阱频率为 $\omega = 100 \text{ Hz}$. $\mathbf{F} = (F_x, F_y, F_z)^T$ 是自旋为 1 的 Pauli 矩阵矢量. 自旋矢量定义为 $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) = \psi^\dagger \mathbf{F} \psi$, 在铁磁态下它为 单位矢量 $\mathbf{S} \cdot \mathbf{S} = 1$, 可以用来表示粒子的指向.

考虑一个含时周期性外磁场, 其中在 xoy 平面为四极磁场, 在 z 轴方向上为一对激光相互作用产生的等效磁场 $B_{\text{eff}} = a \cos(kz)$ [33] 和随时间变化的均匀偏置场 $B_0(t) = c - vt$ 的叠加, 具体形式如下:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (bx, -by, a \cos(kz) + c - vt), \quad (2)$$

其中 $b = 3.7 \text{ G/cm}$ 是四极磁场梯度的强度系数, $c = 10 \text{ mG}$ 为偏置场在 $t = 0$ 时刻的磁场强度以及 $v = 0.25 \text{ G/s}$ 为偏置磁场的减少速率. 等效磁场中的系数 $a = 3.6 \text{ mG}$ 与激光强度有关而系数 $k = 0.2 \mu\text{m}^{-1}$ 与激光的频率相关. 图 1 给出了不同时刻的磁场在 xoz 平面的分布图. 从中可以看出, 在 $t = 0$ 时, 凝聚体内的磁场全部指向 z 轴; 在 $t = 50 \text{ ms}$ 时, 由于等效磁场的周期性, 凝聚体内将会出现两个零点, 分别位于 $z = 4 \mu\text{m}$ 和 $z = -4 \mu\text{m}$; 在 $t = 55 \text{ ms}$ 时, 两个零点在原点处合并变成一个零点.

由于磁场的变化非常缓慢 (v 足够小), 凝聚体的序参数始终处于线性塞曼算符 $\mathbf{B} \cdot \mathbf{F}$ 的三个本征态中能量最小态上, 即自旋矢量与磁场方向一致的铁磁态上, 所以可以通过自旋的超流涡度来刻画磁场的极性. 凝聚体的超流涡度可以定义为 $\Omega_s = \nabla \times \mathbf{v}_s$, 其中 $\mathbf{v}_s = i\hbar \xi^\dagger \nabla \xi / m$ 为超流速度. 当偏置磁场为 0 时, 磁场在 $kz = \pi/2$ 附近可以近似表示为 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (bx, -by, -akz + a\pi/2)^T = (x', -y', -z')^T$, 其中 $x', -y', -z'$ 为新的坐标. 在新的坐标下, 超流涡度 [23]

$$\Omega_s = -\frac{\hbar}{mr'^2} \hat{r}' + \frac{4\pi\hbar}{m} \delta(x') \delta(y') \Theta(z') \hat{r}', \quad (3)$$

等价于在 z 轴正半轴有一条狄拉克弦的负磁单极,

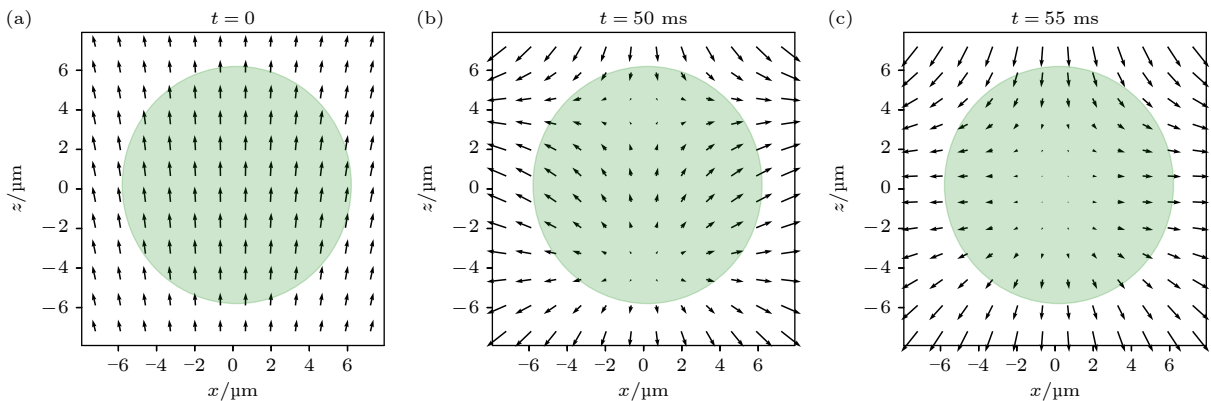


图 1 凝聚体处不同时刻的磁场在 xoz 平面的分布图. 箭头的方向和长度分别表示磁场的方向和大小. 绿色图案为凝聚体所在位置, 凝聚体的半径 R_{TF} 可以通过托马斯-费米近似得到: $R_{\text{TF}} = 5Nc_0/(4m\omega^2) = 6 \mu\text{m}$, 其中各图分别对应时刻 (a) $t = 0$; (b) $t = 50 \text{ ms}$; (c) $t = 55 \text{ ms}$

Fig. 1. Distributions of the magnetic field at xoz plane for different times around the condensation. Direction and length of arrows indicate the direction and size of the magnetic field. The green pattern indicates the condensation, radius of which is determined by Thomas-Fermi approximation, i.e., $R_{\text{TF}} = 5Nc_0/(4m\omega^2) = 6 \mu\text{m}$. (a) $t = 0$; (b) $t = 50 \text{ ms}$; (c) $t = 55 \text{ ms}$.

其中 Θ 是阶跃函数. 类似地, 在 $kz = -\pi/2$ 附近磁场可近似表示为 $\mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = (bx, -by, akz + a\pi/2)^T = (x', -y', z'')^T$, 其中 x', y', z'' 为另一组的坐标. 此时, 超流涡度^[23]

$$\Omega_s = \frac{\hbar}{mr''^2} \hat{r}'' - \frac{4\pi\hbar}{m} \delta(x') \delta(y') \Theta(-z'') \hat{r}'', \quad (4)$$

等价于在 z 轴负半轴有一条狄拉克弦的正磁单极. 由此可以看出, 磁单极是产生在磁场零点附近. 当考虑到含时均匀偏置场 $B_0(t) = c - vt$ 时, 则在 z 轴方向上的磁场可以近似地表为 $\mp akz + a\pi/2 + c - vt$. 于是我们可以看到, 随着时间的演化, 它的两个零点 $\pm(a\pi/2 + c - vt)/(ak)$ 逐渐靠近直到重合, 此时正负磁单极的相互作用可以表示为

$$\begin{aligned} \Omega_s &= -\frac{\hbar}{m} \left(\frac{1}{r'^2} - \frac{1}{r''^2} \right) \hat{r}' \\ &\quad + \frac{4\pi\hbar}{m} \delta(x') \delta(y') [\Theta(z') - \Theta(-z'')] \hat{r}' \\ &= \frac{4\pi\hbar}{m} \delta(x') \delta(y') \hat{z}. \end{aligned} \quad (5)$$

这里利用了零点重合处 $r'=r''$. 从方程(5)可以看出, 正负磁单极相碰后消失, 合成一条孤立的狄拉克弦. 在这样的近似下, 这两个零点重合的时间约为 $t = (a\pi/2 + c)/v \approx 62.6$ ms. 需要指出的是, 这个时间值大于55 ms. 这说明当磁场的零点重合时($t = 55$ ms), 正负磁单极中的狄拉克弦并不能相连形成孤立狄拉克弦, 需要一定的时间重整. 我们预测孤立的狄拉克弦可能在55—62.6 ms之间形成. 为了验证这个结果, 下面我们将通过数值求解GP方程(1)来探究正、负磁单极的产生以及相互作用所形成的孤立狄拉克弦.

3 结果与讨论

3.1 初始凝聚体的制备及其演化

在数值模拟过程中, 首先通过GP方程(1)的虚时演化获取 $t = 0$ 时刻凝聚体的基态, 并将其作为初态. 此时, 由于凝聚体处的磁场都指向 z 轴正方向, 所以为了使能量最低, 凝聚体中粒子的自旋将会与磁场同向, 即自旋矢量为 $\mathbf{S} = (0, 0, 1)^T$, 对应的旋量为 $\boldsymbol{\xi} = (1, 0, 0)^T$. 如图2(a)所示, 此时所有粒子都布居在 ψ_1 态上.

确定初态后, 再使用实时演化来探究凝聚体的动力学行为. 在这个过程中, 由于沿 z 轴方向的偏

置磁场缓慢减少, 凝聚体处的磁场不再全部指向 z 轴正方向, 同时两个磁场零点从正负 z 轴进入凝聚体, 如图1(b)所示. 在这种情况下, 当磁场与自旋不再对齐(能量偏离最低点)时, 粒子将会受到一个回复力驱使粒子自旋与磁场对齐回到能量最低态, 从而保证粒子自旋始终与磁场对齐. 但是在 z 轴上, 当磁场零点经过后, 磁场由指向 z 轴正方向直接翻转指向 z 轴负方向, 而自旋无法直接发生翻转, 只能保持与磁场反向. 如图2(b)给出了 $t = 50$ ms时粒子的布居图, 显示 z 轴上粒子始终布居在 ψ_1 态上, 而粒子自旋与磁场反向表现在 z 轴上向上和向下的凸起. 随着进一步的演化, 磁场的两个零点逐渐重合, 向上和向下的凸起被拉长, 如图2(c)所示. 当 $t > 55$ ms时, 凝聚体处的磁场 z 方向分量全部为负, 即 $B_z < 0$. 此时, 在 ψ_1 态上的粒子逐渐聚集在 z 轴上. 直到 $t = 60$ ms, 在 ψ_1 态上的粒子全部集中在 z 轴上形成线状分布, 而其他粒子都布居在 ψ_0 和 ψ_{-1} 上, 如图2(d)所示.

3.2 正负磁单极对的产生以及相互作用

由于超流涡度对应着磁单极, 这样可以通过凝聚体演化过程中涡度场的变化来探究对应的磁单极的行为. 我们数值计算出不同时刻的涡度, 如图3所示. 注意由于初始时刻 $t = 0$ 所有粒子都布居在 ψ_1 态上, 涡度始终为0, 故在此不做讨论.

在 $t = 50$ ms时, 磁场在 $z = \pm 4$ μm 处的两个零点进入了凝聚体. 此时, 涡度场在 $z = \pm 4$ μm 处具有正负磁单极的结构, 如图3(a)所示. 事实上, 在 $z = 4$ μm 处所有的涡度场线都进入该点, 而 z 方向的场线却是离开该点(对应狄拉克弦). 这说明在该点形成了负磁单极, 与(3)式描述的一致. 在 $z = -4$ μm 处所有的场线都离开该点, 而 $-z$ 方向的场线却是进入该点(对应狄拉克弦), 对应着正磁单极, 与(4)式描述的一致. 磁单极可以用磁荷 Q 来表征:

$$Q = \frac{1}{4\pi r^2} \int_{\Sigma} \widehat{\Omega}_s d\sigma^2, \quad (6)$$

其中 Σ 为包含磁单极但是在狄拉克弦处有缺口的半径为 r 的球面. 通过数值计算, 得出正磁单极处磁荷 $Q = 0.97$ 和负磁单极处磁荷 $Q = -0.97$. 同时, 也能看到明显的正负磁单极的相互作用, 最典型的是在 $z = 0$ 平面形成了一个所有场线都指向 z 方向的平面, 如图3(b)所示.

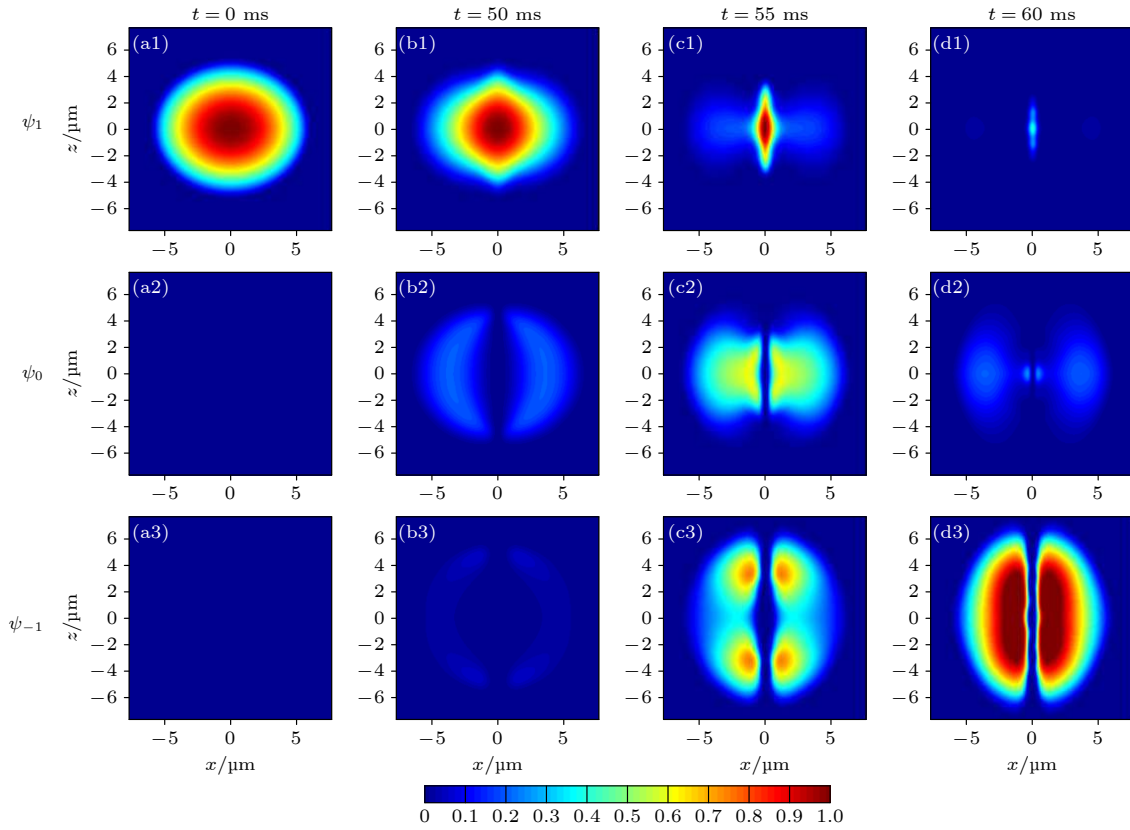


图 2 不同时刻凝聚体各个组分密度在 xoz 平面的分布图, 其中各图分别对应时刻 (a) $t = 0$; (b) $t = 50$ ms; (c) $t = 55$ ms; (d) $t = 60$ ms

Fig. 2. Distributions of density of the condensation at xoz -plane for different times: (a) $t = 0$; (b) $t = 50$ ms; (c) $t = 55$ ms; (d) $t = 60$ ms..

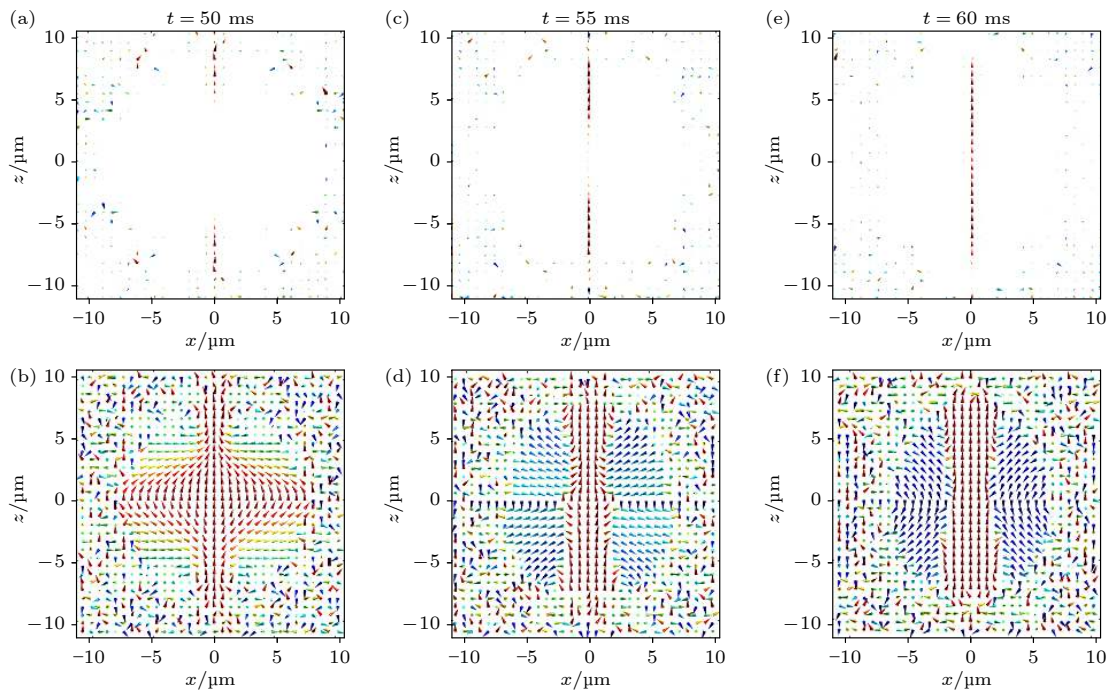


图 3 第一行是不同时刻涡度场在 xoz 平面的分布图. 第二行是归一化的涡旋场, 只保留了涡旋场的方向 (a), (b) $t = 50$ ms; (c), (d) $t = 55$ ms; (e), (f) $t = 60$ ms

Fig. 3. First row is the distributions of vorticity at xoz -plane for different times. Second row is the corresponding normalized field. (a), (b) $t = 50$ ms; (c), (d) $t = 55$ ms; (e), (f) $t = 60$ ms.

在 $t = 55 \text{ ms}$ 时, 从狄拉克弦看 (图 3(c)), 两条狄拉克弦还未相连, 说明两个磁单极还未重合. 在 $z = 0$ 平面形成了一个所有场线都指向 $-z$ 方向的平面, 而狄拉克弦处依旧指向 z 方向, 如图 3(d) 所示. 进一步地, 在 $t = 60 \text{ ms}$ 时, 两条狄拉克弦合二为一, 狄拉克弦处磁场与外界磁场不再连接, 两个磁单极消失, 孤立的狄拉克弦形成, 如图 3(e) 所示. 我们注意到, 图 3(f) 的结果与理论结果 (5) 式存在一定的差别: 除了在 z 轴处的狄拉克弦外, 其他地方还有一个指向 z 轴负方向的磁场. 这是由于 (5) 式是在磁场零点处做了近似后得到的理论结果.

4 结 论

本文基于三维旋量 Gross-Pitaevskii (GP) 方程研究了在含时周期性外磁场作用下玻色-爱因斯坦凝聚体的动力学. 结果显示, 在含时周期外磁场的的作用下, 铁磁态自旋为 1 的玻色-爱因斯坦凝聚体将发生拓扑形变. 当磁场的两个零点进入凝聚体后, 自旋向上态的密度布居图在 z 轴上分别形成向上和向下的凸起. 随着磁场的两个零点在凝聚体内逐渐重合, 向上和向下的凸起被拉长, 最终自旋向上态在 z 轴上呈线状分布, 这与理论分析预测得到的孤立狄拉克弦相对应. 最后, 通过计算凝聚体的超流涡度给出了磁单极的行为. 结果显示, 凝聚体在磁场的两个零点处形成正、负磁单极对, 分别对应着自旋向上态在 z 轴上向上和向下的两个凸起. 随着磁场的两个零点重合, 正、负磁单极对中的两条狄拉克弦逐渐靠近, 之后大约经过 5 ms , 它们完全相连, 最终形成孤立的狄拉克弦. 这一结果为进一步研究孤立狄拉克弦提供了新的思路.

参考文献

[1] Milton K A 2006 *Rep. Prog. Phys.* **69** 1637
 [2] Vilenkin A, Shellard E P S 1994 *Cosmic Strings and Other Topological Defects* (Britain: Cambridge University Press)

pp397–399
 [3] Guth A H 1981 *Phys. Rev. D* **23** 347
 [4] Dirac P A 1931 *Proc. R. Soc. Lond. A* **133** 60
 [5] Konstantin Tiurev 2017 *Quantum Knots and Monopoles* (Finland: School of Science) p19
 [6] Blaha S 1976 *Phys. Rev. Lett.* **36** 874
 [7] Salomaa M M 1987 *Nature* **326** 367
 [8] Volovik G E 2009 *The Universe in a Helium Droplet* (Britain: Oxford University Press) p214
 [9] Castelnovo C, Moessner R, Sondhi S L 2008 *Nature* **451** 42
 [10] Morris D J, Tennant D A, Grigera S A, Klemke B, Castelnovo C, Moessner R, Czternasty C, Meissner M, Rule K C, Hoffmann J U, Kiefer K, Gerischer S, Slobinsky D, Perry R S 2009 *Science* **326** 411
 [11] Chuang I L, Durrer R, Turok N, Yurke B 1991 *Science* **251** 1336
 [12] Milde P, Köhler D, Seidel J, Eng L M, Bauer A, Chacon A, Kindervate J, Mühlbauer S, Pfeleiderer C, Buhrandt S, Schütte C, Rosch A 2013 *Science* **340** 1076
 [13] Choi J, Kang S, Seo S W, Kwon W J, Shin Y 2013 *Phys. Rev. Lett.* **111** 245301
 [14] Choi J, Kwon W J, Shin Y 2012 *Phys. Rev. Lett.* **108** 035301
 [15] Leanhardt A E, Görlitz A, Chikkatur A P, Kieplinski D, Shin Y, Pritchard D E, Ketterle W 2002 *Phys. Rev. Lett.* **89** 190403
 [16] Leanhardt A E, Shin Y, Kieplinski D, Pritchard D E, Ketterle W 2003 *Phys. Rev. Lett.* **90** 140403
 [17] Ogawa S, Möttönen M, Nakahara M, Ohmi T, Shimada H 2002 *Phys. Rev. A* **66** 013617
 [18] Isoshima T, Nakahara M, Ohmi T, Machida K 2000 *Phys. Rev. A* **61** 063610
 [19] Shi K J 1983 *Acta Phys. Sin.* **32** 1426 (in Chinese) [石康杰 1983 *物理学报* **32** 1426]
 [20] Zeng L W, Song R X 2012 *Acta Phys. Sin.* **61** 117302 (in Chinese) [曾伦武, 宋润霞 2012 *物理学报* **61** 117302]
 [21] Hu G Q, Li K 2002 *Acta Phys. Sin.* **51** 1208 (in Chinese) [胡国琦, 李康 2002 *物理学报* **51** 1208]
 [22] Savage C M, Ruostekoski J 2003 *Phys. Rev. A* **68** 043604
 [23] Ray M W, Ruokokoski E, Kandel S, Möttönen M, Hall D S 2014 *Nature* **505** 657
 [24] Martikainen J P, Collin A, Suominen K A 2002 *Phys. Rev. Lett.* **88** 090404
 [25] Pietilä V, Möttönen M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **103** 030401
 [26] Zhong F, Nagaosa N, Takahashi K S, Asamitsu A, Mathieu R, Ogasawara T, Yamada H, Kawasaki M, Tokura Y, Terakura K 2003 *Science* **302** 92
 [27] Pietilä V, Möttönen M 2009 *Phys. Rev. Lett.* **102** 080403
 [28] Stoof H T C, Vliegen E, Khawaja U A 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 120407
 [29] Jaubert L D C, Holdsworth P C W 2009 *Nature Phys.* **5** 258
 [30] Qi X L, Li R D, Zang J D, Zhang S C 2009 *Science* **323** 1184
 [31] Ohmi T, Machida K 1998 *J. Phys. Soc. Jpn.* **67** 1822
 [32] Ho T L 1998 *Phys. Rev. Lett.* **81** 742
 [33] Luo H B, Li L, Liu W M 2019 *Sci. Rep.* **9** 18804

Isolated Dirac string induced by interaction between positive and negative monopoles^{*}

Jiao Jing Luo Huan-Bo Li Lu[†]*(Institute of Theoretical Physics, Shanxi University, Taiyuan 030006, China)*

(Received 21 October 2020; revised manuscript received 1 December 2020)

Abstract

Based on the three-dimensional spinor Gross-Pitaevskii (GP) equation, the dynamic behavior of the Bose-Einstein condensate under the action of a time-dependent periodic external magnetic field is studied. The results show that the Bose-Einstein condensate with spin-1 in a ferromagnetic state will undergo topological deformation under the action of an external magnetic field periodically varying with time. When the two zero points of the magnetic field enter into the condensate, the density pattern of the spin-up state forms small convexities protruding upward and downward on the z -axis, respectively. As the two zero points of the magnetic field gradually coincide in the condensate, the upward and downward protruding convexities are elongated. Finally, the spin-up state in the shape of a line is distributed on the z -axis, which is consistent with the scenario of the isolated Dirac string predicted by theoretical analysis.

As far as we know, magnetic monopole can be divided into positive monopole and negative monopole. The positive magnetic monopole means that all magnetic induction lines are emitted from the center of the circle. And only the Dirac string points to the center of the circle. The negative monopole is that all the magnetic induction lines point from the outside to the center of the circle, and only the Dirac string emits from the center of the circle. Magnetic monopole is a topological defect in vector field, which accords with both quantum mechanics and gauge invariance of electromagnetic field.

Single magnetic monopole has been studied a lot in theory, and its analogues have been observed in experiment. But multiple monopoles and the interaction between them are still rarely studied. In this paper, multiple monopoles are produced based on the fact that the periodic magnetic field has multiple zeros. We use a new periodic magnetic field to generate a positive and negative magnetic monopole. Due to the strong external magnetic field, the vorticity in the condensate is consistent with the magnetic field of the monopole. Finally, by calculating the superfluid vorticity of the condensate, the characteristic diagram of the magnetic monopole is obtained. The results show that the condensate forms a pair of positive and negative magnetic monopoles at the two zero points of the magnetic field, corresponding to the two small convexities protruding upward and downward on the z -axis of the spin-up state, respectively. As the two zero points of the magnetic field coincide, the two Dirac strings in the positive and negative magnetic monopole gradually approach to each other, and after about 5 ms, they are completely connected, finally forming an isolated Dirac string. This result provides a new idea for further studying the isolated Dirac strings.

Keywords: magnetic monopole, positive and negative monopoles, Bose-Einstein condensate, isolated Dirac string

PACS: 14.80.Hv, 67.85.Hj, 67.85.De

DOI: [10.7498/aps.70.20201744](https://doi.org/10.7498/aps.70.20201744)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 61475198, 11705108).

† Corresponding author. E-mail: llz@sxu.edu.cn