

大气光学湍流模式研究: C_n^2 廓线模式*

吴晓庆^{1)2)3)†} 杨期科¹⁾²⁾³⁾ 黄宏华¹⁾²⁾³⁾ 青春¹⁾²⁾³⁾
胡晓丹¹⁾²⁾³⁾ 王英俭¹⁾²⁾³⁾

1) (中国科学院合肥物质科学研究院安徽光学精密机械研究所, 中国科学院大气光学重点实验室, 合肥 230031)

2) (先进激光技术安徽省实验室, 合肥 230037)

3) (中国科学技术大学研究生院科学岛分院, 合肥 230026)

(2022 年 10 月 17 日收到; 2023 年 1 月 3 日收到修改稿)

由于大气湍流的存在, 当光束在大气中传播时会发生相位起伏、光强闪烁等一系列湍流效应现象, 严重制约光电系统的性能, 是造成天文观测困难的主要原因. 大气折射率结构常数 C_n^2 廓线是评估大气湍流效应的重要参数. 本文归纳了几种有代表性的 C_n^2 廓线模式, 提出了修正的 CLEAR I 夜晚模式; 分析了高美古、拉萨、大柴旦、茂名、荣成等 5 个实验点探空测量数据, 给出了 5 个实验点算术平均拟合的 C_n^2 廓线公式; 计算了各模式和测量数据在波长为 $0.5 \mu\text{m}$ 时的大气相干长度 r_0 、视宁度 $\varepsilon_{\text{FWHM}}$ 、等晕角 θ_0 、相干时间 τ_0 、等效高度 \bar{h} 和等效风速 \bar{V} 等大气光学参数以及各大气层 C_n^2 递减率和不同大气层湍流贡献百分比. 重点对 H-V(5/7) 模式的存疑、 C_n^2 廓线模式采用的平均方法、低平流层 C_n^2 是否具有统一的递减率等问题进行讨论并给出答案.

关键词: 大气光学湍流, 修正的 CLEAR I 夜晚模式, 5 个实验点 C_n^2 廓线公式, H-V(5/7) 模式的存疑

PACS: 92.60.hk, 42.68.Bz, 47.27.E-, 95.45.+i

DOI: 10.7498/aps.72.20221985

1 引言

现代光电工程的应用场景大都位于大气层内或穿越大气层, 如光通信、天文观测、高能激光技术等^[1]. 由于大气湍流的存在, 当光束在大气中传播时会发生相位起伏、光强闪烁等一系列湍流效应现象, 严重制约光电系统的性能, 是造成天文观测困难的主要原因. 折射率起伏主要由温度起伏引起的湍流称为光学湍流, 量度这种折射率起伏强度的量为折射率结构常数—— C_n^2 . 受测量大气光学湍流需要耗费大量的人力、物力, 很难在某个地区进行长时间、大范围测量, 有些地方甚至无法开展测量等因素限制, 开展大气光学湍流模式研究是行之有效的解决方法. 从某种意义上说, 知道了 C_n^2 的时

空分布, 就可计算出大气光学湍流对光电系统的影响. 为满足光学工程需求, 一些简单实用的 C_n^2 廓线模式^[2] 如 Hufnagel 模式、SLC (submarine laser communication) 模式、AFGL AMOS (air force geophysics laboratory) 模式、CLEAR I (critical laser enhancing atmospheric research I) 模式和冬季兴隆^[3] C_n^2 廓线公式等被提出. 这类模式是在大量观测数据基础上拟合出的经验公式, 基本上代表的是一个统计平均的结果. 另一类 C_n^2 廓线模式^[4–6] 是基于 Tatarski 公式, 利用高空风速、温度、气压等平均气象要素等历史资料估算 C_n^2 .

本文归纳了几种有代表性的 C_n^2 廓线模式, 计算了这些模式在波长为 $0.5 \mu\text{m}$ 时的相干长度 r_0 、等晕角 θ_0 以及不同大气层湍流贡献百分比; 通过第 5 代 ECMWF (European Centre for Medium-

* 国家自然科学基金 (批准号: 91752103, 41576185) 和中国科学院战略性先导科技专项 (A 类) (批准号: CXJJ-19S028) 资助的课题.

† 通信作者. E-mail: xqwu@aiofm.ac.cn

Range Weather Forecasts) 大气再分析全球气候数据 ER5 和美国标准大气, 推算出这些模式的温度结构常数 C_T^2 廓线、以及不同大气层 C_n^2 与 C_T^2 递减率. 研究发现 CLEAR I 夜晚模式计算的相干长度和等晕角与文献 [2] 中 $r_0 = 5.8$ cm, $\theta_0 = 6.7$ μ rad 不符, 并提出了修正的 CLEAR I 夜晚模式. 根据自行研制的湍流气象探空仪在国内多地测量的 C_n^2 廓线数据, 给出依据算术平均进行拟合的 C_n^2 廓线公式, 计算了 r_0 , ϵ_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} 和 \bar{V} 等大气光学参数以及各大气层 C_n^2 递减率. 最后对几个困扰的基础问题进行了讨论.

2 大气光学湍流强度及其积分量

在均匀各向同性湍流的假定下 C_n^2 定义为 [7]

$$C_n^2 = \langle [n(\mathbf{x}) - n(\mathbf{x} + \mathbf{r})]^2 \rangle r^{-2/3}, \quad l_0 \ll r \ll L_0, \quad (1)$$

式中, n 是大气折射率, \mathbf{x} 和 \mathbf{r} 是位置矢量, r 是矢量 \mathbf{r} 的大小, 角括弧表示系综平均. l_0 和 L_0 分别是内尺度和外尺度.

温度结构常数 C_T^2 的表示形式与 C_n^2 相同. 把折射率 n 换成温度 T 即可,

$$C_T^2 = \langle [T(\mathbf{x}) - T(\mathbf{x} + \mathbf{r})]^2 \rangle r^{-2/3}. \quad (2)$$

对于可见光和近红外光波, 折射率起伏主要是由温度起伏引起的. 因此对于高空湍流而言, 在给定的高度 h , $C_n^2(h)$ 可直接由温度结构常数 $C_T^2(h)$ 得到 [2]:

$$C_n^2(h) = \left(79 \times 10^{-6} \frac{P(h)}{T^2(h)} \right)^2 C_T^2(h), \quad (3)$$

式中, $T(h)$ 和 $P(h)$ 分别为给定高度 h (m) 上的气温 (K) 和气压 (hPa). 从湍流强度廓线 $C_n^2(h)$ 可以得到平面波在天顶方向的相干长度 (Fried 参数) r_0 、视宁度 ϵ_{FWHM} 、等晕角 θ_0 、相干时间 τ_0 等大气光学参数:

$$r_0 = \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int C_n^2(h) dh \right]^{-3/5}, \quad (4)$$

$$\epsilon_{\text{FWHM}} = 5.25 \lambda^{-1/5} \left(\int C_n^2(h) dh \right)^{3/5} = 0.98 \frac{\lambda}{r_0}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \theta_0 &= 0.314 \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int C_n^2(h) h^{5/3} dh \right]^{-3/5} \\ &= 0.314 \frac{r_0}{\bar{h}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \tau_0 &= 0.314 \left[0.423 \left(\frac{2\pi}{\lambda} \right)^2 \int C_n^2(h) v^{5/3} dh \right]^{-3/5} \\ &= 0.314 \frac{r_0}{\bar{V}}, \end{aligned} \quad (7)$$

其中 λ 为光波波长, 取 0.5 μ m; h 为高度 (m); \bar{h} , \bar{V} 分别为湍流的等效高度和等效风速,

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \left(\frac{\int C_n^2(h) h^{5/3} dh}{\int C_n^2(h) dh} \right)^{3/5}, \\ \bar{V} &= \left(\frac{\int C_n^2(h) V^{5/3} dh}{\int C_n^2(h) dh} \right)^{3/5}. \end{aligned} \quad (8)$$

3 湍流廓线模式

表 1 列出了几种有代表性的 C_n^2 廓线模式简介. SLC 和 AFGL AMOS 模式的数据来源于夏威夷 Haleakala AMOS 观测站, 代表的是亚热带海洋大气湍流模式. Hufnagel 模式的数据主要来自中纬度地区星光闪烁和气球探空, 以高空风速作为参数, 最新版本模式的适用范围推广到边界层. 最有代表性的是 Hufnagel-Valley 5/7 模式 (H-V(5/7)), 当波长为 0.5 μ m, 由 C_n^2 廓线计算的 r_0 和 θ_0 分别是 5 cm 和 7 μ rad. 它是一种中纬度湍流大气模式. CLEAR I 夜间模式数据取自美国新墨西哥白沙导弹靶场 11 个 C_n^2 探空廓线 [8], 经算术平均分拟合得到, 代表低对流层风速下的下垫面为沙漠的湍流大气模式. SLC 模式由空间分辨率较低的光闪烁方法测量的数据通过几何平均分拟合而成, 代表的是中值湍流廓线. 与同在夏威夷 Haleakala AMOS 观测站由高分辨率探空测量数据, 经算术平均分拟合得到的 AFGL AMOS 模式相比, SLC 白天和夜晚模式除近地面有区别, 1.5 km 以上完全相同. 这似乎不能反映白天和夜晚大气湍流有较大差异的特征. 此外该模式缺少对流层顶附近存在的强湍流层, 而且给出的低对流层内湍流强度又偏大. 因此只针对 AFGL AMOS, H-V(5/7), CLEAR I 模式进行分析.

采用第 5 代 ECMWF 大气再分析全球气候数据 ER5 的 Hawaii_haleakala 站和 New Mexico 站 8 月份平均廓线数据, 计算 AFGL 模式和 CLEAR I

模式的相干时间和等效风速. 采用 Bufton 风速模式, 计算 H-V(5/7) 模式的相干时间和等效风速. Bufton 风速模式^[9]为

$$V(H) = 5 + 30\exp\left\{-\left[\frac{H-9.4}{4.8}\right]^2\right\}. \quad (9)$$

其平均风速积分值 $W^2 = \frac{1}{15} \int_5^{20} V^2(H)dH$ 为 22.9 m/s, 与 H-V(5/7) 模式中 W^2 取值为 21 十分接近. H 为海拔高度, 单位是 km.

大气湍流对整层视宁度的贡献主要来自 3 个方面, 即近地面层湍流 (SL)、边界层湍流 (BL) 和自由大气层湍流 (FA). 选取 0—60 m 为近地面层, 60 m—2 km 为边界层, 2—30 km 为自由大气层. 按下面公式计算近地面层、边界层、自由大气层湍流对整个高度层积分量的贡献 (turbulent energy ratio, TER):

$$TER_{r_{0i}} = \frac{r_{0(i)}^{5/3}}{r_0^{5/3}} \times 100\%, \quad (10)$$

$$TER_{\theta_{0i}} = \frac{\theta_{0(i)}^{5/3}}{\theta_0^{5/3}} \times 100\%, \quad (11)$$

其中, $i = 1, 2, 3$, 分别代表 SL, BL 和 FA 湍流层.

表 2 是模式廓线计算的大气相干长度 r_0 、视宁度 ε_{FWHM} 、等晕角 θ_0 、相干时间 τ_0 、等效高度 \bar{h} 和

等效风速 \bar{V} . 需要指出的是, 对于 $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$, 文献 [2] 给出的各模式积分量值分别为: AFGL 夜间模式 $r_0 = 8.9 \text{ cm}$, $\theta_0 = 12.4 \mu\text{rad}$; H-V (5/7) 模式 $r_0 = 5 \text{ cm}$, $\theta_0 = 7 \mu\text{rad}$; CLEAR I 夜晚模式 $r_0 = 5.8 \text{ cm}$, $\theta_0 = 6.7 \mu\text{rad}$. 除 CLEAR I 夜晚模式外, 表 2 计算的积分量值与文献 [2] 给出的值很接近. 推测不一致的原因是 CLEAR I 夜晚模式表达式有错误.

表 3 和表 4 是模式中各大气层湍流对整层相干长度和等晕角贡献占比. 由于相干长度 r_0 仅是 C_n^2 高度积分, 近地面和边界层 C_n^2 远大于低平流层, 因此整层相干长度 r_0 往往由近地面和边界层湍流大小决定. 而等晕角 θ_0 是 C_n^2 与 $h^{5/3}$ 乘积的高度积分, 不仅与 C_n^2 有关, 还与湍流层高度 h 有关. 因此 θ_0 主要取决于低平流层大气湍流. 通过调整低平流层湍流项系数, 使得 θ_0 接近 $6.7 \mu\text{rad}$. 再调整边界层和近地面层湍流项系数, 使得相干长度 r_0 接近 5.8 cm , 并使三段曲线光滑拼接, 得到修正的 CLEAR I 夜晚模式. 其相干长度 $r_0 = 5.6 \text{ cm}$, 等晕角 $\theta_0 = 6.5 \mu\text{rad}$, 与文献 [2] 吻合. 其近地面层、边界层和自由大气层湍流对整层 r_0 贡献分别为 73.6%, 6.8% 和 19.5%, 对整层 θ_0 贡献分别为 1%, 2% 和 96.9%. 修正的 CLEAR I 夜晚模式表达式见表 5.

表 1 几种有代表性的 C_n^2 廓线模式简介

Table 1. Brief introduction of several typical C_n^2 profile models.

模式名称	模式种类			海拔高度/km	有效高度/km	平均方式	数据来源	代表性
	夜晚	白天	日出					
SLC	有	有	无	3.06	20 (相对高度)	几何平均	光闪烁	亚热带海洋大气湍流
AFGL AMOS	有	有	有	3.06	30 (海拔高度)	算术平均	探空	亚热带海洋大气湍流
H-V(5/7)	含有高空风速的 C_n^2 参数公式			实际海拔高度/km	24 (海拔高度)	算术平均	光闪烁、探空	中纬度大气湍流
CLEAR I	有	无	无	1.24	30 (海拔高度)	算术平均	探空	低对流层风速下沙漠型湍流

表 2 模式廓线计算的 r_0 , ε_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} 和 \bar{V}

Table 2. The r_0 , ε_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} and \bar{V} calculated by C_n^2 models.

	r_0/cm	$\varepsilon_{FWHM}/\mu\text{rad}$	$\theta_0/\mu\text{rad}$	τ_0/ms	\bar{h}/m (AGL)	$\bar{V}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$
AFGL night	8.9	5.52	12.2	5.7	2260.7	4.9
AFGL day	7.3	6.71	4.4	3.5	5191.4	6.5
AFGL sunrise	15.3	3.21	5.3	5.3	9016.9	9.1
H-V (5/7)	5.0	9.84	6.9	1.9	2271.9	8.4
CLEAR I night	11.3	4.33	8.5	14.8	4179.1	2.4
修正CLEAR I	5.6	8.77	6.5	8.2	2684.2	2.1

表 3 模式中各大气层 $r_0(i)$ 对整层 r_0 贡献占比
Table 3. Integrated contribution of coherence length from each atmosphere layer.

AFGL night			AFGL day			AFGL sunrise			H-V (5/7)			CLEAR I night		
SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%
11.0	81.3	7.7	40.3	36.7	22.9	3.3	43.8	52.9	30.4	58.6	10.9	50.4	12.1	37.4

表 4 模式中各大气层等晕角 $\theta_0(i)$ 对整层等晕角 θ_0 贡献占比
Table 4. Integrated contribution of isoplanatic angle from each atmosphere layer.

AFGL night			AFGL day			AFGL sunrise			H-V (5/7)			CLEAR I night		
SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%	SL/%	BL/%	FA/%
0.0	6.5	93.5	0.0	0.4	99.6	0.0	0.7	99.3	0.0	3.3	96.6	0.4	1.7	97.4

表 5 修正的 CLEAR I 夜晚模式表达式
Table 5. Modified CLEAR I night model.

边界层内	$\lg(C_n^2) = a + bh + ch^2$			对流层内	$\lg(C_n^2) = a + bh + ch^2$		
低平流层下	$\lg(C_n^2) = a + bh + ch^2 + d \exp\{-0.5[(h-e)/f]^2\}$						
CLEAR I night模式/km			修正CLEAR I night模式/km				
1.23 < h ≤ 2.13	2.13 < h ≤ 10.34	10.34 < h ≤ 30	1.23 < h ≤ 2.13	2.13 < h ≤ 10.34	10.34 < h ≤ 30		
a = -10.7025	a = -16.2897	a = -17.0577	a = -9.7025	a = -16.0897	a = -16.6577		
b = -4.3507	b = 0.0335	b = -0.0449	b = -4.3507	b = 0.0435	b = -0.0449		
c = 0.8141	c = -0.0134	c = -0.0005	c = 0.6541	c = -0.0134	c = -0.0005		
		d = 0.6181			d = 0.1981		
		e = 15.5617			e = 15.5617		
		f = 3.4666			f = 3.4666		

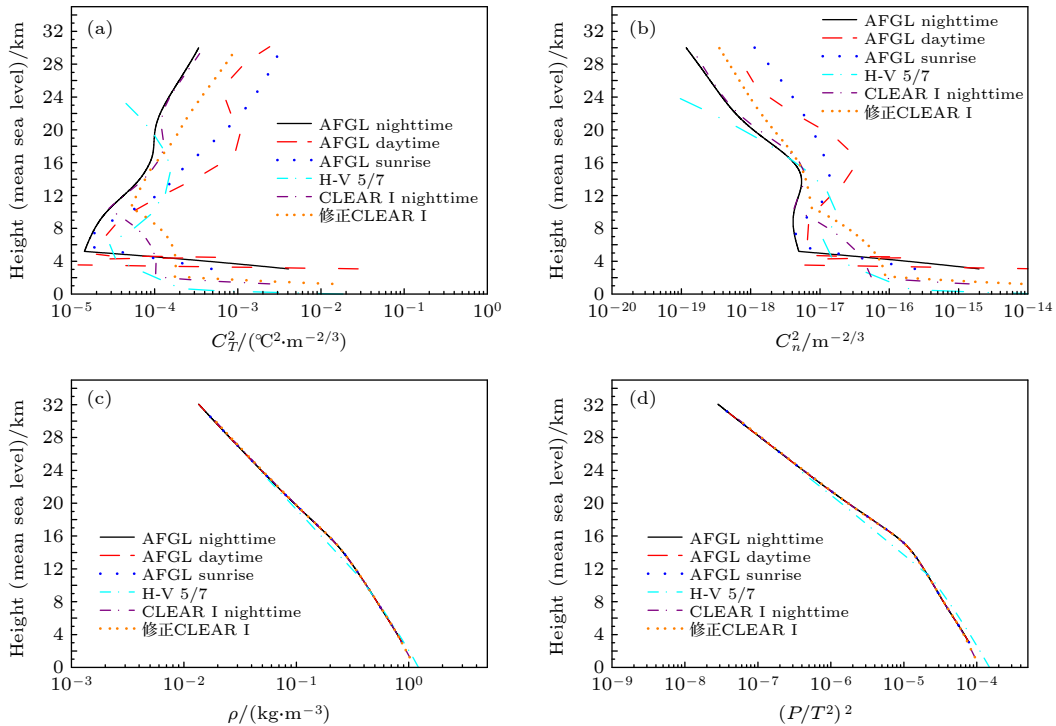


图 1 湍流模式 C_T^2 , C_n^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的廓线
Fig. 1. Profiles of C_T^2 , C_n^2 , ρ and $(P/T^2)^2$ by models.

采用 ER5 的 Hawaii_haleakala 站和 New Mexico 站 8 月份平均廓线数据, 以及 1976 美国标准大

气, 从 (3) 式反算出 AFGL, CLEAR I 和 H-V(5/7) 模式的 C_T^2 廓线. 图 1 所示为几种代表性湍流模式

的 C_T^2 , C_n^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 廓线.

分别取 0—60 m, 60 m—2 km 计算各模式近地面和边界层递减率. 由于各模式的起始海拔高度和适用的最大高度有差异, 在计算低平流层递减率时, 取海拔高度段 25—29 km 计算 AFGL, CLEAR I 模式, 17—23 km 计算 H-V(5/7) 模式在低平流层 C_n^2 与 C_T^2 以及 ρ , $(P/T^2)^2$ 的递减率. 递减率 DR (drop-off rate) 计算公式为^[10]:

$$DR(F) = -[10/(h_2 - h_1)] \lg[F(h_2)/F(h_1)], \quad (12)$$

DR(F) 单位为 dB/km, F 代表 C_n^2 与 C_T^2 以及 ρ , $(P/T^2)^2$ 等物理量, DR(F) 为正值表示递减, 负值表示递增.

表 6 是湍流模式各大气层 C_T^2 , C_n^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的递减率. 从廓线和递减率看, 有几个共同点: 1) 近地面 C_T^2 最强并随高度迅速递减, 并在边界层或低对流层内某高度达到最小值, 然后随高度逐渐增大; 2) 尽管各模式近地面和边界层 C_T^2 递减(增)率差异较大, 但在低平流层 C_T^2 随高度递增, 且递增率相近. 而 H-V(5/7) 模式是例外, 在低平流层 C_T^2 随高度递减; 3) ρ 廓线和 $(P/T^2)^2$ 廓线都以两段近似相同的递减率随高度递减, ρ 的低平流层递减率比边界层的快近一倍, 而 $(P/T^2)^2$ 递减率比边界层的快一倍, ρ^2 的递减率与 $(P/T^2)^2$ 的相当.

10—15 km 高度是转折点; 4) 不同地域的大气对 ρ 和 $(P/T^2)^2$ 廓线递减率影响不大.

4 外场探空实测 C_n^2 廓线结果

在国家自然科学基金及中科院 A 类先导子课题等项目资助下, 采用自行研制的双通道湍流气象探空仪^[11], 在云南天文台丽江高美古观测站、拉萨气象站、青海大柴旦、茂名博贺海洋气象观测站、荣成气象站等地进行 C_n^2 廓线测量. 表 7 是外场探空实验基本信息.

4.1 算术平均拟合的 C_n^2 廓线公式

对实测的 C_n^2 廓线数据进行算术平均, 按 Hufnagel-Valley 公式对 C_n^2 廓线进行拟合, 拟合公式形式为

$$C_n^2(h) = ah^b \exp(-h/c) + d \exp(-h/f) + i \exp(-h/g), \quad (13)$$

其中, a, b, c, d, f, g, i 均为系数; h 是相对高度 (km). (13) 式等号右边第 1 项是对流层上部到平流层湍流, 第 2 项是对流层湍流, 第 3 项是边界层湍流. 表 8 所示为 5 个测量点按算术平均拟合的 C_n^2 廓线公式系数. 用于判定多元线性回归拟合程

表 6 湍流模式各大气层 C_T^2 , C_n^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的递减率
Table 6. Drop-off rate of C_T^2 , C_n^2 , ρ and $(P/T^2)^2$ in each atmosphere layer.

	DR(C_T^2)			DR(C_n^2)			DR(ρ)			DR($(P/T^2)^2$)		
	SL	BL	FA	SL	BL	FA	SL	BL	FA	SL	BL	FA
AFGL night	9.62	11.37	-0.61	10.30	12.05	0.85	0.43	0.44	0.70	0.68	0.69	1.46
AFGL day	67.15	14.84	-0.88	67.83	15.53	0.58	0.43	0.44	0.70	0.68	0.69	1.46
AFGL sunrise	5.01	5.28	-0.54	5.69	5.97	0.92	0.43	0.44	0.70	0.68	0.69	1.46
H-V (5/7)	41.98	10.77	0.76	42.62	11.42	2.16	0.42	0.43	0.69	0.64	0.65	1.40
CLEAR I	17.36	1.72	-0.69	17.93	2.26	0.76	0.39	0.39	0.69	0.57	0.54	1.45
修正 CLEAR I	22.39	3.22	-0.72	22.96	3.76	0.73	0.39	0.39	0.69	0.57	0.54	1.45

表 7 外场探空实验基本信息
Table 7. Basic information of field thermosonde.

地点	经纬度	海拔高度/m	平均最大探测海拔高度/km	早晨有效探空数	夜晚有效探空数	总有效探空数
高美古	26.41°N, 100.01°E	3237	32.45	1	7	8
拉萨	29.39°N, 91.08°E	3660	31.19	4	7	11
大柴旦	37.44°N, 95.20°E	3183	37.00	12	13	25
茂名	21.27°N, 111.18°E	11	35.56	7	4	11
荣成	36.46°N, 122.11°E	80	31.37	7	6	13

表 8 5 个测量点算术平均拟合的 C_n^2 廓线公式系数
Table 8. Coefficient of C_n^2 formula fitted by arithmetic average of five sites.

	a	b	c	d	f	i	g
高美古	1×10^{-40}	33.31	0.393	6.2×10^{-17}	6.45	1.95×10^{-15}	0.0871
拉萨	2.29×10^{-22}	9.10	1.227	6.62×10^{-17}	10.468	2.50×10^{-16}	0.0247
大柴旦	4.45×10^{-18}	3.59	1.81	3.88×10^{-17}	13.24	7.14×10^{-16}	0.0459
茂名	5.65×10^{-20}	5.46	2.31	2.12×10^{-16}	5.02	1.4×10^{-15}	0.305
荣成	3.24×10^{-24}	13.20	0.767	1.58×10^{-16}	7.37	5.68×10^{-15}	0.0073

表 9 实测 C_n^2 廓线的校正后拟合决定系数 ($R_{\text{adj-Square}}$)
Table 9. Adjusted R square of fitting C_n^2 profile.

	高美古	拉萨	大柴旦	茂名	荣成
$C_n^2/m^{-2/3}$	0.773	0.798	0.834	0.704	0.874

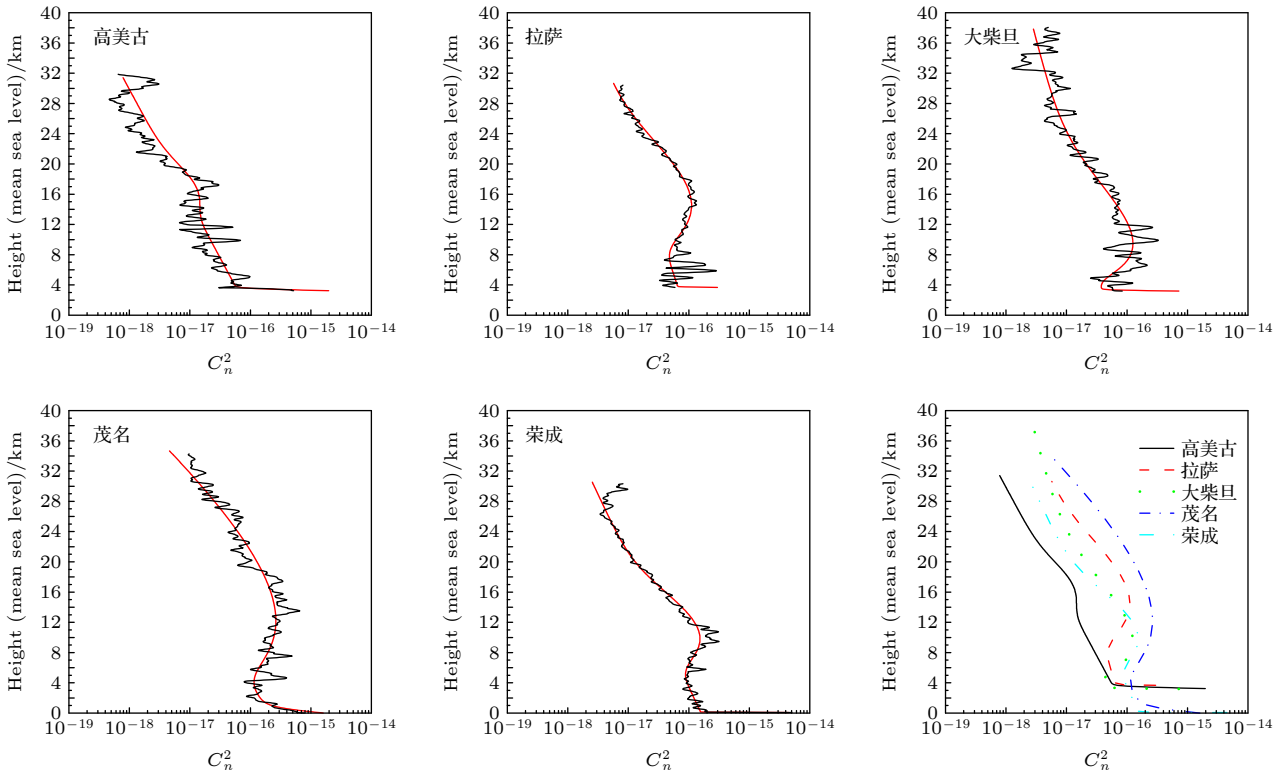


图 2 5 个实验点 C_n^2 实测和拟合廓线的比较
Fig. 2. Comparison of C_n^2 measured and fitting profiles of five sites.

度的校正决定系数 (adjusted R square) 见表 9. 图 2 所示为 5 个实验点 C_n^2 实测和拟合廓线的比较.

4.2 几何平均廓线与算术平均廓线计算的 r_0 , ϵ_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} 和 \bar{V} 的比较

表 10 列出了 5 个实验点算术平均廓线和几何平均廓线计算的 r_0 , ϵ_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} 和 \bar{V} . 可以看出, 5 个实验点算术平均 C_n^2 廓线计算的 r_0 约是几何平均廓线的二分之一, 也就是说, C_n^2 的算术平均廓线比几何平均廓线大约 3 倍.

4.3 5 实验点算术平均廓线 C_T^2 , C_n^2 及 ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的递减率

图 3 所示为 5 个实验点算术平均得到的 C_T^2 , C_n^2 及 ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的廓线. 分别取 0—60 m, 60 m—2 km、海拔高度段 18—26 km, 按 (12) 式计算近地面层、边界层、低平流层 C_n^2 与 C_T^2 以及 ρ , $(P/T^2)^2$ 的递减率. 表 11 列出了 5 个实验点各大气层 C_T^2 , C_n^2 以及 ρ 与 $(P/T^2)^2$ 廓线的递减率.

表 10 5 实验点算术平均和几何平均廓线计算的 r_0 , ε_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} 和 \bar{V}

Table 10. The r_0 , ε_{FWHM} , θ_0 , τ_0 , \bar{h} and \bar{V} calculated by C_n^2 profiles from arithmetic average and geometric average in five sites.

	r_0/cm		$\varepsilon_{FWHM}/\mu\text{rad}$		$\theta_0/\mu\text{rad}$		τ_0/ms		$\bar{h}/\text{km (AGL)}$		$\bar{V}/(\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$	
	算术	几何	算术	几何	算术	几何	算术	几何	算术	几何	算术	几何
高美古	11.0	18.2	4.5	2.7	5.2	10.9	1.6	3.0	6.674	5.268	22.2	19.1
拉萨	6.4	9.8	7.7	5.1	1.7	2.8	1.7	2.7	11.533	11.063	11.9	11.5
大柴旦	6.6	14.9	7.5	3.3	2.0	4.8	0.9	2.2	10.172	9.659	22.2	21.8
茂名	3.1	7.6	15.7	6.5	0.8	2.0	0.6	1.5	12.993	11.775	17.3	15.9
荣成	5.3	9.1	9.2	5.4	1.8	3.5	0.7	1.5	9.454	8.179	23.0	19.7

表 11 5 实验点各大气层 C_T^2 , C_n^2 以及 ρ 与 $(P/T^2)^2$ 廓线的递减率

Table 11. Drop-off rate of C_T^2 , C_n^2 , ρ and $(P/T^2)^2$ in each atmosphere layer of five sites.

算术平均	DR(C_T^2)			DR(C_n^2)			DR(ρ)			DR($(P/T^2)^2$)		
	SL	BL	FA	SL	BL	FA	SL	BL	FA	SL	BL	FA
高美古	5.46	3.01	-0.71	6.23	3.72	0.95	0.41	0.46	0.77	0.61	0.72	1.66
拉萨	9.95	-0.80	-0.61	10.65	-0.18	0.99	0.40	0.41	0.74	0.56	0.59	1.60
大柴旦	21.49	0.03	-0.67	22.87	0.61	0.97	0.41	0.40	0.76	0.64	0.55	1.64
茂名	18.07	2.94	-0.91	19.21	3.80	0.79	0.43	0.47	0.77	0.70	0.85	1.70
荣成	63.52	0.88	-0.48	66.59	1.71	0.99	0.44	0.47	0.71	0.71	0.82	1.47

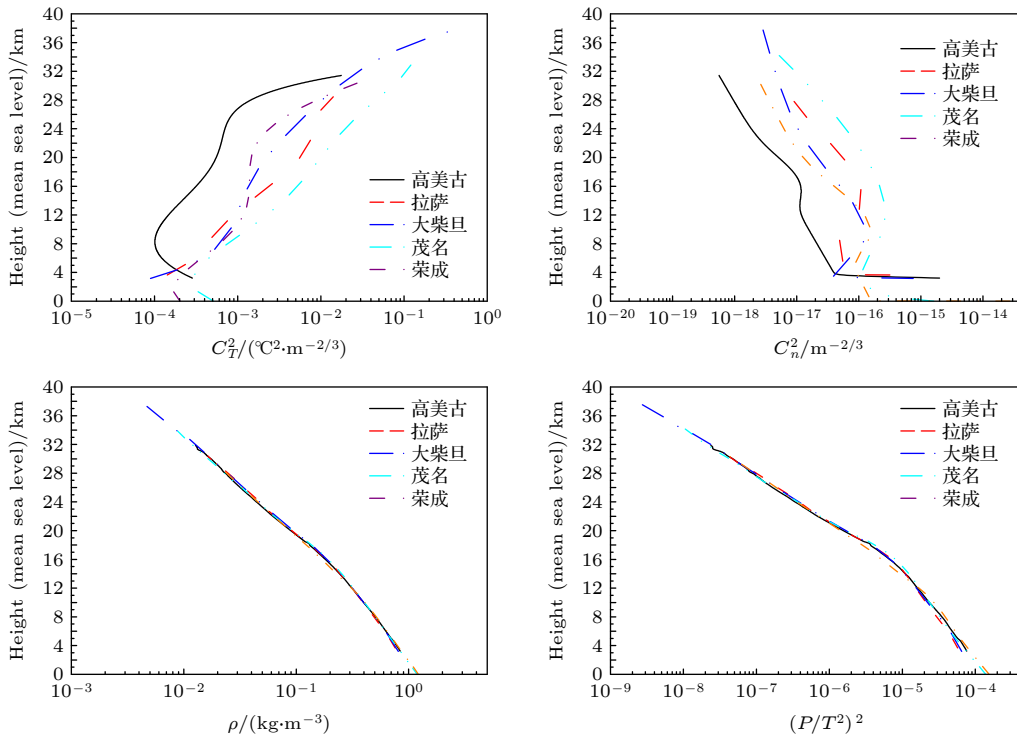


图 3 5 实验点 C_T^2 , C_n^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 的廓线

Fig. 3. Profiles of C_T^2 , C_n^2 , ρ and $(P/T^2)^2$ by measured in five sites.

5 讨论与结论

5.1 H-V(5/7) 模式的一点存疑

H-V(5/7) 模式是应用最广的一种模式. 该模式源自 Hufnagel- Valley 模式:

$$C_n^2 = 8.2 \times 10^{-26} W^2 h^{10} \exp(-h) + 2.7 \times 10^{-16} \times \exp(-h/1.5) + A \exp(-h/0.1), \quad (14)$$

其中 $W^2 = \frac{1}{15} \int_5^{20} V^2(h) dh$, V 是风速 (m/s), h 是海拔高度 (km). 该模式是由 2 个参数, 即高空风

速 V 控制低平流层至对流层 C_n^2 的大小, 参数 A 控制近地面和边界层 C_n^2 的大小. 当 $W = 21$, $A = 1.7 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, (14) 式就成为 H-V(5/7) 模式. Hufnagel-Valley 模式在 10 km 处 C_n^2 存在 1 个峰值, 与中纬度地区受西风急流带的影响, 在对流层顶附近出现的强湍流层的特征相符合. 在高空强风速包括急流条件下计算的等晕角与实测结果符合得相当好 [12], 因此受到广泛应用. 如公式 (13) 是该模式自定义拟合公式常用来对实测数据进行拟合 [13,14], 需要指出的是: Hufnagel 模式是中纬度模式, 与亚热带测量数据如 AFGL AMOS 模式的数据集不符 [15], 与对流层低风速下的白沙导弹基地 C_n^2 测量数据也不相符. H-V(5/7) 模式的最大问题是低平流层 C_n^2 的递减率比其他模式递减要快, C_n^2 在对流层顶以上随高度是唯一的不是递增而是递减, 其真实性值得存疑. 这或许是该模式适用最大高度限制在 24 km 的原因. 即使这样, 在 15—24 km 范围内其 C_n^2 随高度变化也值得存疑.

Hufnagel 模式另一个应用是试图通过整层 r_0 和 θ_0 测量值, 或者测量不同垂直路径上的 r_0 , 来反演 C_n^2 廓线 [16–18]. 这些工作没有考虑自由大气层湍流占整层 r_0 的比重, 反演过程中如果实际自由大气层湍流占整层 r_0 的比重过低, 如 H-V(5/7) 模式那样自由大气层湍流仅占 11%(见表 3), 则反演的自由大气层湍流廓线会存在很大不确定性.

综上所述, 本文对 H-V(5/7) 模式存疑不是对拟合公式 (13) 的否定, 而是怀疑拟合该模式的数据集来自早年的中纬度地区星光闪烁和气球探空数据, 特别怀疑星光闪烁数据的可靠性.

5.2 C_n^2 廓线模式采用几何平均还是算术平均

众所周知, 算术平均数就是 N 个变量的和除以 N , 适用正态分布的数据集平均. 平均值对较大离散值敏感, 向大值偏移. 而几何平均数是 N 个变量值连乘积的 n 次方根, 适合非零非负数的数据集间呈比例关系的数据集的平均. 受离散极值的影响较算术平均数小, 代表的是数据集的中间值. 几何平均数总是小于算术平均数. 现有的 C_n^2 廓线模式是通过若干 C_n^2 测量的廓线进行算术平均或几何平均分段拟合而成, 但大多数是采用算术平均. C_n^2 廓线模式应采用哪种平均比较合理没有定论. C_n^2 是

非零非负, 大小从 10^{-13} — 10^{-19} 约 7 个量级变化, 通常满足对数正态分布. 似乎采用几何平均得到反映数据中值的 C_n^2 廓线模式更适合.

从表 10 可看出, 算术平均 C_n^2 廓线计算的 r_0 约是几何平均廓线的二分之一. 以大柴旦实验为例, 能代表 25 次 C_n^2 廓线积分值 r_0 是哪种平均廓线? 图 4 是大柴旦各单次探空 C_n^2 廓线积分值 r_0 与平均廓线积分值的比对. 纵坐标是探空日期与时间, 几何平均廓线计算的 $r_0 = 14.9 \text{ cm}$, 算术平均廓线计算的 $r_0 = 6.6 \text{ cm}$. 很明显每次探空的 r_0 多数情况更接近算术平均廓线计算的 r_0 .

为什么通常满足对数正态分布的 C_n^2 不适合采用几何平均? 建立湍流廓线模式的主要目的之一, 是定量计算影响光电工程使用地区的大气光学参数. (4)—(7) 式中, 通过离散 C_n^2 以及其与高度 h 、风速 V 乘积对高度的求和, 计算出 r_0 , ϵ_{FWHM} , θ_0 , τ_0 等大气光学参数. 由于分层是高空湍流显著特征, 以 r_0 为例, 较小的 C_n^2 值在求和中所占比重很小, 积分值 r_0 主要是较大的 C_n^2 值贡献. 因此平均值向大值偏移的算术平均廓线得到的 r_0 更符合实验结果. 而反映中位数的几何平均廓线可能遗漏了较大 C_n^2 值对积分值的贡献, 得到的 r_0 与实验结果偏离较多.

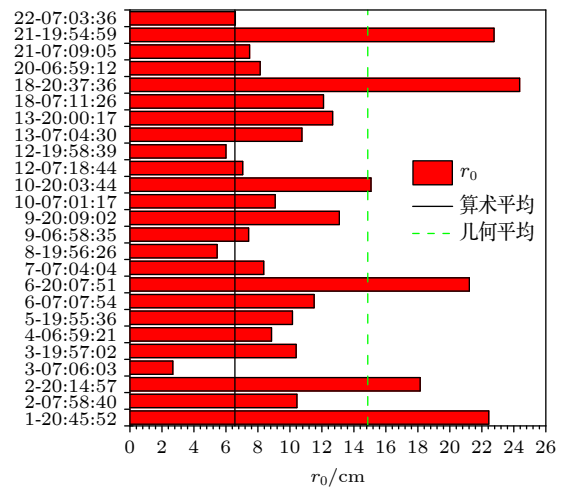


图 4 大柴旦各单次探空 C_n^2 廓线积分值 r_0 与平均廓线积分值的比对

Fig. 4. Comparison between r_0 of each sounding profile and r_0 of fitting profile in Dachaidan.

5.3 低平流层 C_n^2 是否有统一的递减率

低平流层大气一般受中长期中尺度气候变化的影响, 地气间相互作用不再对该层水平气流产生

表 12 模式廓线和实测廓线在低平流层的递减率
Table 12. Drop-off rate of model profile and measured profile in low stratosphere.

Model	AFGL night	AFGL day	AFGL sunrise	H-V(5/7)	CLEAR I	修正CLEAR	高美古	拉萨	大柴旦	茂名	荣成
ASL/km	25—29	25—29	25—29	17—23	25—29	25—29	18—26	18—26	18—26	18—26	18—26
DR(C_n^2)	0.85	0.58	0.92	2.16	0.76	0.73	0.95	0.99	0.97	0.79	0.99
DR(C_T^2)	-0.61	-0.88	-0.54	0.76	-0.69	-0.72	-0.71	-0.61	-0.67	-0.91	-0.48
DR(ρ)	0.70	0.70	0.70	0.69	0.69	0.69	0.77	0.74	0.76	0.77	0.71
DR($(P/T^2)^2$)	1.46	1.46	1.46	1.40	1.45	1.45	1.66	1.60	1.64	1.70	1.47

很大影响. 高山、强对流天气、急流、冷暖空气交汇、重力波等这些扰动源在 Kelvin Helmholtz 不稳定或对流不稳定的条件下发展成湍流. 低平流层 C_n^2 是否有统一的递减率? Balaley^[19] 归纳了气象雷达和气球探空在不同纬度测量的 C_n^2 在低平流层下的递减率, Battles 等^[10] 分析了 15—25 km 低平流层下 C_n^2 递减率和 ρ 递减率随纬度的变化. 发现从高纬 70°N 到低纬 10°N, 气象雷达测量的 C_n^2 比 ρ^2 递减更快. 而探空测量的 C_n^2 递减率, 与 ρ^2 递减率相当, 两者之间的差别在 -14%—17% 之间. 由此推测出低流层 C_T^2 是常数, 随高度不变化.

表 12 列出了模式廓线和实测廓线 C_n^2 , C_T^2 , ρ 与 $(P/T^2)^2$ 在低平流层相对应的海拔高度 (ASL) 范围内的递减率 DR(dB/km).

从表 12 的计算结果可以看出, 无论是几个典型 C_n^2 模式, 还是 5 个 C_n^2 实测廓线, 看不出平流层 C_T^2 是常数这一假定的成立. 与近地面和边界层湍流相比, 模式和测量廓线在低平流层 C_n^2 的递增率在 0.5—0.9 dB/km 起伏, 起伏幅值并不大, C_n^2 的递减率在 0.6—1.1 dB/km 起伏, H-V(5/7) 模式除外. 由于低平流层下 C_n^2 递减率主要由 C_T^2 递增率和 $(P/T^2)^2$ 递减率决定, $(P/T^2)^2$ 与 ρ^2 递减率相当, 在 1.5—1.7 dB/km 起伏, 远大于 C_T^2 的递增率, 尽管存在因地域、气候的差异性, 使得重力波和风切变等因素产生湍流导致的 C_n^2 递增率有起伏, C_n^2 的递减率通常在 1 dB/km 左右起伏.

图 5 是根据文献 [10,19] 气象雷达和探空测量, 以及模式廓线和实测廓线 C_n^2 递减率随纬度的变化. 气象雷达因工作波段是微波, 与微温探空测量的近红外和可见光波段的 C_n^2 并不相同, 不做对比. 在 20°N—40°N, 除 H-V(5/7) 外, C_n^2 的递减率在 1 dB/km 左右起伏, 文献 [10] 探空测量的递减率稍大.

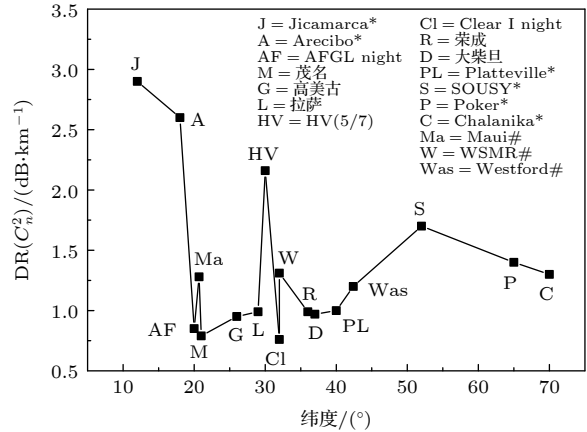


图 5 气象雷达和探空测量的低平流层 C_n^2 递减率随纬度的变化 (*表示用气象雷达测量, #表示微温探空, 数据来自文献 [10, 19])

Fig. 5. Variation of C_n^2 lapse rate of low stratosphere with latitude measured by meteorological rada and thermosonde (*refers to meteorological radar measurement, # refers to thermosonde, data are from Ref. [10, 19]).

5.4 结论

在可见光和近红外波段, 大气折射率随机起伏主要是由于温度起伏引起的湍流, 称为大气光学湍流. 其时间尺度是数毫秒至数分钟, 空间尺度是数毫米至数百米, 用 C_n^2 来量度. 大气光学湍流是制约光电系统性能发挥的关键因素之一. 知道了 C_n^2 时空分布, 就可以计算出大气光学湍流对光电系统的影响. 本文对几种有代表性的 C_n^2 廓线模式从积分量-大气光学参数、各大气层积分量对整层积分量贡献占比、廓线递减率等进行了计算. 首次发现 CLEAR I 夜晚模式的积分量 r_0 , θ_0 与来源文献 [2] 不符, 给出了修正的 CLEAR I 夜晚模式表达式; 分析了高美古、拉萨、大柴旦、茂名、荣成等探空实测数据, 给出了 5 个实验点算术平均拟合的 C_n^2 廓线公式; 首次对广泛使用的 H-V(5/7) 模式在对流层顶以上 C_n^2 的递减率过快提出质疑; 从 C_n^2 对高度的求和计算相干长度这一角度分析, 建立 C_n^2 廓线

模式应采用算术平均; 低平流层 C_n^2 随高度递减主要取决于大气密度 ρ^2 的递减, 从模式和实测数据看不出平流层 C_n^2 是常数这一假定的成立. 模式和实测结果表明低平流层 C_n^2 的递减率在 1 dB/km 左右起伏.

参考文献

- [1] Rao R Z 2022 *Infrared Laser Eng.* **51** 22 (in Chinese) [饶瑞中 2022 *红外与激光工程* **51** 22]
- [2] Beland R 1993 *The Infrared and Electro-Optical Systems Handbook* (Bellingham, WA: SPIE, Optical Engineering Press) pp211–224
- [3] Wu X Q, Zeng Z Y, Ma C S, Weng N Q, Xiao L M 1996 *Chin. J. Quantum Electron.* **13** 385 (in Chinese) [吴晓庆, 曾宗泳, 马成胜, 翁宁泉, 肖黎明 1996 *量子电子学报* **13** 385]
- [4] Coulman C, Vernin J, Coquegniot Y, Caccia J 1988 *Appl. Opt.* **27** 155
- [5] Dewan E M, Good R E, Beland B, Brown J 1993 *A Model for C_n^2 Profiles Using Radiosonde Rata* (Phillips Laboratory, Hansom Air Force Base) PL-TR-93-2043
- [6] Trinquet H, Vernin J 2007 *Environ. Fluid Mech.* **7** 397
- [7] Tatarski V I 1961 *Wave Propagation in a Turbulent Medium* (New York: McGraw-Hill)
- [8] Jumper G Y, Beland R R 2000 *31st AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference* Denver, CO, USA, June 19–22, 2000, AIAA-2000-2355
- [9] Parenti R R, Sasiela R J 1994 *J. Opt. Soc. Am. A* **11** 288
- [10] Battles F P, Murphy E A, Noonan J P 1988 *Phys. Scripta* **37** 151
- [11] Wu X Q, Qian X M, Huang H H, Wang P, Cui C L, Qing C 2014 *Acta Astron. Sin.* **55** 144 (in Chinese) [吴晓庆, 钱仙妹, 黄宏华, 汪平, 崔朝龙, 青春 2014 *天文学报* **55** 144]
- [12] Good R, Beland R, Murphy E, Brown J, Dewan E 1988 *SPIE* **928** 165
- [13] Cai J, Li X B, Zhan G W, Wu P F, Xu C Y, Qing C, Wu X Q 2018 *Acta Phys. Sin.* **67** 014206 (in Chinese) [蔡俊, 李学彬, 詹国伟, 武鹏飞, 徐春燕, 青春, 吴晓庆 2018 *物理学报* **67** 014206]
- [14] Han Y J, Wu X Q, Luo T, Qing C, Yang Q K, Jin X M, Liu N N, Wu S, Su C D 2020 *J. Opt. Soc. Am. A* **37** 995
- [15] Beland R R, Brown J H, Good R E, Murphy E A 1985 *Optical Turbulence Characterization of AMOS* Report AFGL-TR-88-xxxx
- [16] Tyson R K 1996 *Appl. Opt.* **35** 3640
- [17] Cheng Z, Hou Z H, Jing X, Li F, Lu Q Q, Yu L K 2013 *Infrared Laser Eng.* **42** 1562 (in Chinese) [程知, 侯再红, 靖旭, 李菲, 陆茜茜, 于龙昆 2013 *红外与激光工程* **42** 1562]
- [18] Cheng Z, Tan F F, Jing X, He F, Qin L A, Hou Z H 2017 *Chin. Opt. Lett.* **15** 020101
- [19] Balaley B, Peterson V L 1981 *J. Appl. Meteor.* **20** 266

Study of C_n^2 profile model by atmospheric optical turbulence model*

Wu Xiao-Qing^{1)2)3)†} Yang Qi-Ke¹⁾²⁾³⁾ Huang Hong-Hua¹⁾²⁾³⁾
Qing Chun¹⁾²⁾³⁾ Hu Xiao-Dan¹⁾²⁾³⁾ Wang Ying-Jian¹⁾²⁾³⁾

1) (*Key Laboratory of Atmospheric Optics, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Hefei Institutes of Physical Science, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China*)

2) (*Advanced Laser Technology Laboratory of Anhui Province, Hefei 230037, China*)

3) (*Science Island Branch of Graduate School, University of Science and Technology of China, Hefei 230026, China*)

(Received 17 October 2022; revised manuscript received 3 January 2023)

Abstract

Owing to the existence of atmospheric turbulence, a series of turbulence effects such as phase fluctuation and light intensity scintillation will occur when the electromagnetic waves propagates through the atmosphere, which seriously affects the performance of the electro-optic system, resulting in the difficulty of astronomical observation. The atmospheric refractive index structure constant (C_n^2) profile is an important parameter to evaluate the turbulence effects. This paper summarizes several representative C_n^2 profile models and analyzes the data using balloon-borne microthermal probes at five sites i.e. Gaomeigu, Lhasa, Dachaidan, Maoming, and Rongcheng. The atmospheric optical parameters are calculated, such as coherence length, seeing, isoplanatic angle, coherence time, equivalent height, equivalent wind speed, drop-off rate and integrated contribution from each atmosphere layer. The formulas of five sites are developed by fitting the arithmetic average of measurements. Several troubling basic problems such as suspicion the H-V (5/7) model, the model developed by arithmetic average or geometric average, the problem whether there is a uniform lapse rate in the low stratosphere, are discussed and solved. The modified CLEAR I night model is given.

Keywords: atmospheric optical turbulence, modified CLEAR I night model, C_n^2 profile model of 5 field test site, suspicion of the H-V(5/7) model

PACS: 92.60.hk, 42.68.Bz, 47.27.E-, 95.45.+i

DOI: [10.7498/aps.72.20221985](https://doi.org/10.7498/aps.72.20221985)

* Project supported by the National Natural Science Foundation of China (Grant Nos. 91752103, 41576185) and the Strategic Priority Research Program of Chinese Academy of Sciences (Grant No. CXJJ-19S028).

† Corresponding author. E-mail: xqwu@aiofm.ac.cn

物理学报 Acta Physica Sinica



Chinese Physical Society



Institute of Physics, CAS