第 20 卷 第 11 期　　物 理 学 报　　Vol. 20, No. 11
1964 年 11 月　　ACTA PHYSICA SINICA　　November, 1964

研 究 簡 报

$\varphi-\omega$ 混合和 SU_3 羣的可約表示*

高 崇 寿
(北京大学物理系)

最近,实驗上确立了在質量 $m = 1019$MeV 附近存在一个同位旋 $T = 0$, 自旋、宇称、G 宇称为 $J^{PG} = 1^{--}$ 的 $K\bar{K}$ 共振态 φ[1-4]. 实驗得到 φ 的各种性質列如表 1.

表 1

作　者	質 量 (MeV)	全寬度(MeV)	$\Gamma(\varphi\to\rho\pi)/\Gamma(\varphi\to K\bar{K})$
Schlein et al.[2]	1019±3	<5	
Connolly et al.[3]	1019±1	1^{+2}_{-1}	0.35±0.20
Gelfand et al.[4]	1018.6±0.5	3.1±1.0	
Roos[5]	1019.5±0.3	3.1±0.6	0.10±0.10

φ 的存在,很好地符合了 Sakurai[6] 根据 SU_3 羣八重态理論,討論矢量介子八維表示和一維表示的混合所給出的預言. 此后許多作者[7]对 φ-ω 混合問題进行了討論. 結果表明,对于 $\varphi \to K + \bar{K}$ 的部分寬度,可以給出与实驗相协調的結果,例如 Sakurai[7] 和 Ichimura 及 Yazaki[7] 都得到 $\Gamma(\varphi \to K\bar{K}) \approx 1.9$MeV. 但是对于分支比 $R = \Gamma(\varphi \to \rho\pi)/\Gamma(\varphi \to K\bar{K})$, 則一直沒有得到很好的符合,如 Sakurai[6] 最初的估計为 $R\approx 3$; Connolly[3] 得出 $R \approx 4$; Okubo[7] 有两种理論考虑,一种給出 $\Gamma(\varphi \to \rho\pi)/\Gamma(\omega \to 3\pi) = 7$, 利用实驗得到的 $\Gamma_\omega = 9.2 \pm 2.1$MeV[4] 和 $\Gamma(\omega\to 3\pi)/\Gamma_\omega \approx 1/1.16$[5], 則得到 $\Gamma(\varphi\to\rho\pi) \approx 56$ MeV, 另一种考虑則給出 $R = 0$. 因此关于分支比 R 的計算仍是个值得注意的問題.

本文,我們类似于 Okubo[7] 的考虑,假定矢量介子八維表示和一維表示的算符可以用一个 3×3 的矩陣 M^* 統一描写,并且在不考虑 SU_3 羣对称性破坏的效应时, 相互作用中不出現包含 T, M^* 的項. 其中

$$M^* = M_8^* + M_1^*,$$

$$M_8^* = \begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi_0}{\sqrt{6}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi_0}{\sqrt{6}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{2}{\sqrt{6}}\varphi_0 \end{pmatrix}, \qquad (1)$$

$$M_1^* = \begin{pmatrix} \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

* 1964 年 4 月 17 日收到.

φ_0 和 ω_0 分别为未混合前八維表示和一維表示中 $T=0$、$Y=0$ 的粒子．考虑 T_{33} 所引起的質量分裂，准到一級項，其公式为

$$m^2 = aT_r(M^*M^*) + bT_r(M^*M^*T_{33}) + \\ + a'T_r(M^*)T_r(M^*) + b'T_r(M^*)T_r(M^*T_{33}), \tag{2}$$

其中 m^2 为介子的質量平方算符，又

$$T_{33} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \tag{3}$$

上述假定給出 $a'=0$，这样有質量关系

$$3\varphi_0 + \rho = 4K^*, \tag{4}$$

$$\varphi_0 - \omega_0 = \omega_0 - \rho, \tag{5}$$

$$\varphi + \omega = 2K^*, \tag{6}$$

其中介子符号代表該介子質量的平方，例如 $\varphi_0 = m^2_{\varphi_0}$．在 Okubo 的考虑中，还要求 $b'=0$，这导致另一質量关系

$$\omega = \rho. \tag{7}$$

(7)式是与实驗不相符的．值得注意的是(4)—(6)都是对准到一級的質量分裂才成立，而(6)并不与实驗很好符合，因此还需要进一步考虑高級項的貢献．一般情形下还应加两項于(2)式右方，即

$$cT_r(M^*T_{33}M^*T_{33}) + c'T_r(M^*T_{33})T_r(M^*T_{33}). \tag{8}$$

我們进一步假定(5)式对高級效应仍成立，这时要求 $c'=0$.

現在来考虑 φ-ω 混合．設混合相互作用常数为 g（它可通过質量公式中諸参数給出），則有方程

$$m^2\begin{pmatrix} |\varphi_0\rangle \\ |\omega_0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_0 & -g \\ -g & \omega_0 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} |\varphi_0\rangle \\ |\omega_0\rangle \end{pmatrix}. \tag{9}$$

由此解出物理上观察到的 φ 和 ω 态分别为

$$\left.\begin{aligned} |\varphi\rangle &= \cos\theta|\varphi_0\rangle - \sin\theta|\omega_0\rangle, \\ |\omega\rangle &= \sin\theta|\varphi_0\rangle + \cos\theta|\omega_0\rangle, \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

它們的質量平方分别为

$$\left.\begin{aligned} \varphi &= \frac{\varphi_0+\omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varphi_0-\omega_0}{2}\right)^2 + g^2}, \\ \omega &= \frac{\varphi_0+\omega_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varphi_0-\omega_0}{2}\right)^2 + g^2}, \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

其中混合角 θ 满足

$$\tan\theta = \frac{g}{|g|}\sqrt{\frac{\varphi+\rho-2\omega}{2\varphi-\rho-\omega}}. \tag{12}$$

現在計算 φ 的衰变分支比，根据上述假定，矢量介子和两个膺标介子的相互作用为

$$T_r[M^*_\mu M(\partial_\mu M)] - T_r[M^*_\mu(\partial_\mu M)M], \tag{13}$$

其中 M 为 M^*_8 中令 $\varphi_0\to\eta$，$\rho\to\pi$，$K^*\to K$ 和 $\bar{K}^*\to\bar{K}$ 所得，μ 为 Lorentz 空間附标．由

此得到 $\varphi \to K + \bar{K}$ 的部分寬度为

$$\Gamma(\varphi \to K\bar{K}) = \frac{3}{4}\cos^2\theta \frac{m_\varphi}{m_\rho}\Gamma(\rho \to \pi\pi) \times$$
$$\times \left[\left(1 - \frac{4m_{K^+}^2}{m_\varphi^2}\right)^{3/2} + \left(1 - \frac{4m_{K^0}^2}{m_\varphi^2}\right)^{3/2}\right] \Big/ \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^{3/2}. \tag{14}$$

由于 $\varphi \to 3\pi$ 主要是通过 $\varphi \to \rho + \pi$ 中間态[3],因此可以假定 $\omega \to 3\pi$ 也主要是通过 $\omega \to \rho + \pi$ 虛过程. $\varphi \to \rho + \pi$ 的相互作用可以表为

$$f'_{\varphi\rho\pi}\,\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}\,\epsilon_\mu^{(\varphi)}k_\nu^{(\varphi)}\epsilon_\lambda^{(\rho)}k_\sigma^{(\rho)}, \tag{15}$$

其中 $f'_{\varphi\rho\pi}$ 的因次为質量的倒数. 由此利用微扰論計算得

$$\Gamma(\varphi \to \rho\pi) = \frac{1}{4\pi} f'^2_{\varphi\rho\pi} P^3_{\varphi\rho\pi}, \tag{16}$$

其中 $P_{\varphi\rho\pi}$ 为 $\varphi \to \rho + \pi$ 的衰变动量. 对于 $\omega \to 3\pi$, 考虑了 $\omega \to \rho + \pi$ 虛过程, 利用类似于(15)式的相互作用,給出

$$\Gamma(\omega \to 3\pi) = \lambda f'^2_{\omega\rho\pi} f^2_{\rho\pi\pi} m_\omega^3, \tag{17}$$

其中 λ 为一无因次常数,可通过积分利用 ω, ρ 和 π 介子的質量算出. 再利用

$$\Gamma(\rho \to 2\pi) = \frac{f^2_{\rho\pi\pi}}{6\pi}\frac{P^3_{\rho\pi\pi}}{m_\rho^2}, \tag{18}$$

$$f'_{\varphi\rho\pi} = \mu f'_{\omega\rho\pi}, \tag{19}$$

得到

$$\Gamma(\varphi \to \rho\pi) = \frac{\mu^2}{24\pi^2}\frac{(P_{\varphi\rho\pi}P_{\rho\pi\pi})^3}{m_\omega^3 m_\rho^2}\frac{1}{\lambda}\frac{\Gamma(\omega \to 3\pi)}{\Gamma(\rho \to 2\pi)}, \tag{20}$$

其中 μ 可通过相互作用

$$T_r[\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}(\partial_\nu M_\mu^*)(\partial_\sigma M_\lambda^*)M] \tag{21}$$

給出为

$$\mu = \frac{-\sqrt{2}\tan\theta + 1}{\tan\theta + \sqrt{2}} = \tan(35°16' - \theta). \tag{22}$$

利用現有实驗值 $m_\varphi = 1019.5 \pm 0.3$MeV, $m_\omega = 783 \pm 2$MeV, $m_{\rho^+} = 757 \pm 5$MeV, $\Gamma_\omega = 9.2 \pm 2.1$MeV, $\Gamma(\omega \to 3\pi)/\Gamma_\omega \approx 1/1.16$ 和 $\Gamma_{\rho^+} = 120 \pm 10$MeV 代入得到

$$\Gamma(\varphi \to K\bar{K}) = 2.6 \pm 0.2\text{MeV},$$
$$\Gamma(\varphi \to \rho\pi) = 0.16^{+0.22}_{-0.08}\text{MeV},$$
$$\Gamma_\varphi \approx \Gamma(\varphi \to K\bar{K}) + \Gamma(\varphi \to \rho\pi) = 2.8^{+0.4}_{-0.3}\text{MeV},$$
$$R = \Gamma(\varphi \to \rho\pi)/\Gamma(\varphi \to K\bar{K}) = 0.06^{+0.09}_{-0.03}.$$

計算結果和現有实驗結果符合.

上述假定成立的原因有两种可能性. 一种可能性是在強相互作用中存在比 SU_3 对称性更高的对称性, SU_3 羣是这个更高的羣的一个子羣. 如果 SU_3 羣的八維表示和一維表示属于这个更高的羣的同一表示, 可能导致它們的相互作用性質相同. 另一种可能性是

由于有某种特殊的动力学机构所引起的，正如在氫原子中庫仑場引起了能級对角动量的簡并一样.

感謝胡宁教授的討論和帮助，并对宋行长、韓其智、关洪、楊国楨等同志的有益的討論致謝.

参　考　文　献

[1] Bertanzu, L. et al., *Phys. Rev. Letters,* **9** (1962), 180.
[2] Schlein, P. et al., *Phys. Rev. Letters,* **10** (1963), 368.
[3] Connolly, P. L. et al., *Phys. Rev. Letters,* **10** (1963), 371.
[4] Gelfand, N. et al., *Phys. Rev. Letters,* **11** (1963), 436; 438.
[5] Roos, M., *Nucl. Phys.,* **52** (1964), 1.
[6] Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Letters,* **9** (1962), 472.
[7] Sakurai, J. J., *Phys. Rev.,* **132** (1963), 438; Okubo, S., *Phys. Letters,* **5** (1963), 165; Ichimura, M. and Yazaki, K., *Phys. Letters,* **6** (1963), 345; Katz, A. and Lipkin, H. J., *Phys. Letters,* **7** (1963). 44; Glashow, S. L., *Phys. Rev. Letters,* **11** (1963), 48.