

# 研 究 簡 报

## $\varphi$ - $\omega$ 混合和 $SU_3$ 羣的可約表示\*

高 崇 寿  
(北京大学物理系)

最近, 实验上确立了在质量  $m = 1019\text{MeV}$  附近存在一个同位旋  $T = 0$ , 自旋、宇称、 $G$  宇称为  $J^{PC} = 1^{--}$  的  $K\bar{K}$  共振态  $\varphi^{1-}$ 。实验得到  $\varphi$  的各种性质列如表 1。

表 1

作 者	质 量 (MeV)	全宽度 (MeV)	$\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi)/\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K})$
Schlein et al. <sup>[2]</sup>	$1019 \pm 3$	$< 5$	
Connolly et al. <sup>[3]</sup>	$1019 \pm 1$	$1 \pm \frac{1}{2}$	$0.35 \pm 0.20$
Gelfand et al. <sup>[4]</sup>	$1018.6 \pm 0.5$	$3.1 \pm 1.0$	
Roos <sup>[5]</sup>	$1019.5 \pm 0.3$	$3.1 \pm 0.6$	$0.10 \pm 0.10$

$\varphi$  的存在, 很好地符合了 Sakurai<sup>[6]</sup> 根据  $SU_3$  羣八重态理论, 讨论矢量介子八维表示和一维表示的混合所给出的预言。此后许多作者<sup>[7]</sup> 对  $\varphi$ - $\omega$  混合问题进行了讨论。结果表明, 对于  $\varphi \rightarrow K + \bar{K}$  的部分宽度, 可以给出与实验相协调的结果, 例如 Sakurai<sup>[7]</sup> 和 Ichimura 及 Yazaki<sup>[7]</sup> 都得到  $\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K}) \approx 1.9\text{MeV}$ 。但是对于分支比  $R = \Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi)/\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K})$ , 则一直没有得到很好的符合, 如 Sakurai<sup>[6]</sup> 最初的估计为  $R \approx 3$ ; Connolly<sup>[3]</sup> 得出  $R \approx 4$ ; Okubo<sup>[7]</sup> 有两种理论考虑, 一种给出  $\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi)/\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi) = 7$ , 利用实验得到的  $\Gamma_\omega = 9.2 \pm 2.1\text{MeV}$ <sup>[4]</sup> 和  $\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)/\Gamma_\omega \approx 1/1.16$ <sup>[5]</sup>, 则得到  $\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi) \approx 56\text{MeV}$ , 另一种考虑则给出  $R = 0$ 。因此关于分支比  $R$  的计算仍是个值得注意的问题。

本文, 我们类似于 Okubo<sup>[7]</sup> 的考虑, 假定矢量介子八维表示和一维表示的算符可以用一个  $3 \times 3$  的矩阵  $M^*$  统一描写, 并且在不考虑  $SU_3$  羣对称性破坏的效应时, 相互作用中不出現包含  $T, M^*$  的项, 其中

$$M^* = M_3^* + M_1^*,$$

$$M_3^* = \begin{pmatrix} \frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi_0}{\sqrt{6}} & \rho^+ & K^{*+} \\ \rho^- & -\frac{\rho^0}{\sqrt{2}} + \frac{\varphi_0}{\sqrt{6}} & K^{*0} \\ K^{*-} & \bar{K}^{*0} & -\frac{2}{\sqrt{6}}\varphi_0 \end{pmatrix}, \quad (1)$$

$$M_1^* = \begin{pmatrix} \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} \end{pmatrix},$$

\* 1964 年 4 月 17 日收到。

$\varphi_0$  和  $\omega_0$  分别为未混合前八維表示和一維表示中  $T = 0, Y = 0$  的粒子. 考虑  $T_{33}$  所引起的质量分裂, 准到一級項, 其公式为

$$m^2 = aT_r(M^*M^*) + bT_r(M^*M^*T_{33}) + a'T_r(M^*)T_r(M^*) + b'T_r(M^*)T_r(M^*T_{33}), \quad (2)$$

其中  $m^2$  为介子的质量平方算符, 又

$$T_{33} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

上述假定给出  $a' = 0$ , 这样有质量关系

$$3\varphi_0 + \rho = 4K^*, \quad (4)$$

$$\varphi_0 - \omega_0 = \omega_0 - \rho, \quad (5)$$

$$\varphi + \omega = 2K^*, \quad (6)$$

其中介子符号代表該介子质量的平方, 例如  $\varphi_0 = m_{\varphi_0}^2$ . 在 Okubo 的考虑中, 还要求  $b' = 0$ , 这导致另一质量关系

$$\omega = \rho. \quad (7)$$

(7)式是与实验不相符的. 值得注意的是(4)–(6)都是对准到一級的质量分裂才成立, 而(6)并不与实验很好符合, 因此还需要进一步考虑高級項的貢獻. 一般情形下还应加兩項于(2)式右方, 即

$$cT_r(M^*T_{33}M^*T_{33}) + c'T_r(M^*T_{33})T_r(M^*T_{33}). \quad (8)$$

我們进一步假定(5)式对高級效应仍成立, 这时要求  $c' = 0$ .

现在来考虑  $\varphi$ - $\omega$  混合. 設混合相互作用常数为  $g$  (它可通过质量公式中諸参数给出), 則有方程

$$m^2 \begin{pmatrix} |\varphi_0\rangle \\ |\omega_0\rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varphi_0 & -g \\ -g & \omega_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} |\varphi_0\rangle \\ |\omega_0\rangle \end{pmatrix}. \quad (9)$$

由此解出物理上观察到的  $\varphi$  和  $\omega$  态分别为

$$\left. \begin{aligned} |\varphi\rangle &= \cos\theta |\varphi_0\rangle - \sin\theta |\omega_0\rangle, \\ |\omega\rangle &= \sin\theta |\varphi_0\rangle + \cos\theta |\omega_0\rangle, \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

它們的质量平方分别为

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \frac{\varphi_0 + \omega_0}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varphi_0 - \omega_0}{2}\right)^2 + g^2}, \\ \omega &= \frac{\varphi_0 + \omega_0}{2} - \sqrt{\left(\frac{\varphi_0 - \omega_0}{2}\right)^2 + g^2}, \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

其中混合角  $\theta$  满足

$$\tan\theta = \frac{g}{|g|} \sqrt{\frac{\varphi + \rho - 2\omega}{2\varphi - \rho - \omega}}. \quad (12)$$

现在计算  $\varphi$  的衰变分支比, 根据上述假定, 矢量介子和两个赝标介子的相互作用为

$$T_r[M_\mu^*M(\partial_\mu M)] - T_r[M_\mu^*(\partial_\mu M)M], \quad (13)$$

其中  $M$  为  $M_8^*$  中令  $\varphi_0 \rightarrow \eta$ ,  $\rho \rightarrow \pi$ ,  $K^* \rightarrow K$  和  $\bar{K}^* \rightarrow \bar{K}$  所得,  $\mu$  为 Lorentz 空间附标. 由

此得到  $\varphi \rightarrow K + \bar{K}$  的部分宽度为

$$\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K}) = \frac{3}{4} \cos^2\theta \frac{m_\varphi}{m_\rho} \Gamma(\rho \rightarrow \pi\pi) \times \left[ \left(1 - \frac{4m_{K^+}^2}{m_\varphi^2}\right)^{3/2} + \left(1 - \frac{4m_{K^0}^2}{m_\varphi^2}\right)^{3/2} \right] / \left(1 - \frac{4m_\pi^2}{m_\rho^2}\right)^{3/2}. \quad (14)$$

由于  $\varphi \rightarrow 3\pi$  主要是通过  $\varphi \rightarrow \rho + \pi$  中间态<sup>[3]</sup>, 因此可以假定  $\omega \rightarrow 3\pi$  也是通过  $\omega \rightarrow \rho + \pi$  虚过程.  $\varphi \rightarrow \rho + \pi$  的相互作用可以表为

$$f'_{\varphi\rho\pi} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} \epsilon_\mu^{(\varphi)} k_\nu^{(\rho)} \epsilon_\lambda^{(\rho)} k_\sigma^{(\rho)}, \quad (15)$$

其中  $f'_{\varphi\rho\pi}$  的因次为质量的倒数. 由此利用微扰论计算得

$$\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi) = \frac{1}{4\pi} f_{\varphi\rho\pi}'^2 P_{\varphi\rho\pi}^3, \quad (16)$$

其中  $P_{\varphi\rho\pi}$  为  $\varphi \rightarrow \rho + \pi$  的衰变动量. 对于  $\omega \rightarrow 3\pi$ , 考虑了  $\omega \rightarrow \rho + \pi$  虚过程, 利用类似于(15)式的相互作用, 给出

$$\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi) = \lambda f_{\omega\rho\pi}'^2 f_{\rho\pi\pi}^3 m_\omega^3, \quad (17)$$

其中  $\lambda$  为一无量纲常数, 可通过积分利用  $\omega$ ,  $\rho$  和  $\pi$  介子的质量算出. 再利用

$$\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi) = \frac{f_{\rho\pi\pi}^2}{6\pi} \frac{P_{\rho\pi\pi}^3}{m_\rho^2}, \quad (18)$$

$$f'_{\varphi\rho\pi} = \mu f'_{\omega\rho\pi}, \quad (19)$$

得到

$$\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi) = \frac{\mu^2}{24\pi^2} \frac{(P_{\varphi\rho\pi} P_{\rho\pi\pi})^3}{m_\omega^3 m_\rho^2} \frac{1}{\lambda} \frac{\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)}{\Gamma(\rho \rightarrow 2\pi)}, \quad (20)$$

其中  $\mu$  可通过相互作用

$$T_r[\epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma}(\partial_\nu M_\mu^*)(\partial_\sigma M_\lambda^*)M] \quad (21)$$

给出为

$$\mu = \frac{-\sqrt{2} \tan\theta + 1}{\tan\theta + \sqrt{2}} = \tan(35^\circ 16' - \theta). \quad (22)$$

利用现有实验值  $m_\varphi = 1019.5 \pm 0.3 \text{ MeV}$ ,  $m_\omega = 783 \pm 2 \text{ MeV}$ ,  $m_{\rho^+} = 757 \pm 5 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma_\omega = 9.2 \pm 2.1 \text{ MeV}$ ,  $\Gamma(\omega \rightarrow 3\pi)/\Gamma_\omega \approx 1/1.16$  和  $\Gamma_{\rho^+} = 120 \pm 10 \text{ MeV}$  代入得到

$$\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K}) = 2.6 \pm 0.2 \text{ MeV},$$

$$\Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi) = 0.16^{+0.22}_{-0.08} \text{ MeV},$$

$$\Gamma_\varphi \approx \Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K}) + \Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi) = 2.8^{+0.4}_{-0.3} \text{ MeV},$$

$$R = \Gamma(\varphi \rightarrow \rho\pi)/\Gamma(\varphi \rightarrow K\bar{K}) = 0.06^{+0.09}_{-0.03}.$$

计算结果和现有实验结果符合.

上述假定成立的原因有两种可能性. 一种可能性是在强相互作用中存在比  $SU_3$  对称性更高的对称性,  $SU_3$  群是这个更高的群的一个子群. 如果  $SU_3$  群的八维表示和一维表示属于这个更高的群的同一种表示, 可能导致它们的相互作用性质相同. 另一种可能性是

由于有某种特殊的动力学机构所引起的, 正如在氦原子中庫仑場引起了能級对角动量的簡并一样。

感謝胡宁教授的討論和幫助, 并对宋行长、韓其智、关洪、楊国楨等同志的有益的討論致謝。

### 参 考 文 献

- [1] Bertanzu, L. et al., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 180.
- [2] Schlein, P. et al., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 368.
- [3] Connolly, P. L. et al., *Phys. Rev. Letters*, **10** (1963), 371.
- [4] Gelfand, N. et al., *Phys. Rev. Letters*, **11** (1963), 436; 438.
- [5] Roos, M., *Nucl. Phys.*, **52** (1964), 1.
- [6] Sakurai, J. J., *Phys. Rev. Letters*, **9** (1962), 472.
- [7] Sakurai, J. J., *Phys. Rev.*, **132** (1963), 438; Okubo, S., *Phys. Letters*, **5** (1963), 165; Ichimura, M. and Yazaki, K., *Phys. Letters*, **6** (1963), 345; Katz, A. and Lipkin, H. J., *Phys. Letters*, **7** (1963), 44; Glashow, S. L., *Phys. Rev. Letters*, **11** (1963), 48.