

大变形核中对力对内部激发的影响*

楊立銘 曾謹言
(北京大学物理系)

提 要

本文提出了一个处理原子核中 nn 及 pp 对力的近似方法。这个方法避免了通常将 BCS-Боголюбов 方法应用于原子核所引起的困难,例如粒子数不守恒,假态的出现以及不同激发态波函数不正交等。但这个方法只有在所需考虑的粒子数 n 及能级数 Ω 不太大时 ($n \leq 10, \Omega \leq 10$) 才能较方便地被应用,近似程度才比较好。在这个方法中,毋须引入准粒子的概念,激发的多体性质被明显地表示出来。系统的激发可分为两大类型。第一类型激发是一种以多体系为背景的单粒子跃迁,相应于一个准粒子的跃迁 $\alpha_i^\dagger \alpha_i$, 或两个准粒子的激发 $\alpha_i^\dagger \beta_j^\dagger, \alpha_i^\dagger \alpha_j^\dagger$ ($i \neq j$)。第二类型激发是对激发,在这种激发中,各能级上共轭粒子对的填充几率改变了,相应于共轭的准粒子对的激发 $\alpha_i^\dagger \beta_j^\dagger, \alpha_i^\dagger \beta_j^\dagger \alpha_k^\dagger \beta_k^\dagger, \dots$ 。

本文还考察了对力在 γ 及 β 跃迁中的影响。在 β 跃迁中,对力一般是使跃迁受阻。在 γ 跃迁中,对力的效应随初末态间的相对激发类型不同而异,如相对激发属于第一类型,则跃迁受阻,受阻程度随跃迁的电磁性质不同而有所差别,如相对跃迁属于第二类型,则在无对力作用时跃迁是禁戒的,在对力作用下也只有由电荷电流所产生的电跃迁是允许的。

最后本文以 Hf^{178} 为例,应用上述方法,初步分析了对力对偶偶核的内部激发能谱及 β 衰变的影响。

一、引 論

从过去几年中原子核理论及实验方面工作成果看来^[1-6],核内部核子间的有效相互作用主要包括两部分,即长程部分和短程部分。前者主要形成自洽场,引起形变及集体运动;后者则引起核内部粒子的对关联,这种对关联在核结构的很多方面显示了很重要的影响,例如偶偶核能谱中的能隙、原子核奇偶质量差、原子核的转动惯量、奇 A 核低内部激发能级密度的增大等。在轻核中,由于同位旋是近似的好量子数,不仅两个中子之间或者两个质子之间有对关联,而且中子与质子之间也有对关联。在重核中,由于质子和中子处于很不相同的轨道,中子和质子之间的对关联是次要的。除了以上两种主要成分外,核内核子间显然还存在着其他类型的剩余相互作用。从磁矩的分析看,似乎核子间还存在一种对力以外的短程力^[7]。另外,从偶偶核的拆散对的激发^[8,9]、大变形奇奇核中奇质子与奇中子自旋相对取向不同的能级简并的解除以及 $K=0$ 的奇偶转动带位移看^[11,12],核子间还需要一种与自旋有关的短程相互作用力。本文讨论的对象是重核中两个大变形区原子核,在这里长程力已主要由固定变形的自洽场所包括,内部态由于形变场已部分解除了简

* 1963年9月16日收到。

并,在此基础上再考虑 nn 和 pp 对力,問題較為簡單。

原子核中对力的处理,一般都采用超导理論中的方法^[4-6],即采用 BCS 和 Боголюбов 的方法。这一方法对于在一个大的态空間內研究一个包含很多粒子的体系是很好的。将这方法应用于原子核时受到一定的限制,主要是粒子数的不守恒以及准粒子数稍多时假态的出現。例如,粒子数的涨落 ΔA 在輕核中約为 3,在重核中約为 6。因此这个方法对于处理随 A 变化不敏感的量(例如轉动慣量及 g_R 因子)还比較好,但对于那些随 A 变化敏感的量(例如能譜,跃迁几率)的处理就有待改进。

在大形变原子核中对力平均强度 G 比粒子能級平均距离 ϵ 要小,在处理低激发态时,所需要考虑的能級数和粒子数并不太多,又由于对力的特殊簡單性,本文提出一个处理对力的簡單的近似方法。这个方法不再具有粒子数不守恒及出現假态的困难,但在所应考虑的粒子数和能級增多时,其近似程度逐渐变坏。近来大形变核的能譜工作有很大进展,不少激发态已判定为內部激发态^[13,14],对于这些态也已有初步理論分析^[8,9],但还有很多問題有待解决。本文工作目的是寻求处理这一区域原子核內部激发的簡單方法。

第二节将提出处理对力的基本方程及其近似解法,并討論它的近似程度。第三节討論对力对大变形核的 β 及 γ 跃迁的影响。第四节将利用这一方法来分析一个典型核 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的内部激发和 β 衰变。

二、处理对力的近似方法

由于我們不考慮中子質子間对关联及其他相互作用,只考慮兩中子之間与兩質子之間的对力,所以原子核內部运动的总哈密頓量 H 可以分成中子部分 H_n 和質子部分 H_p :

$$H = H_n + H_p, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} H_p &= \sum_{\nu} \epsilon_{\nu}^p a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} - G_p \sum_{\mu, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{-\mu}^{\dagger} a_{-\nu} a_{\nu}, \\ H_n &= \sum_{\nu} \epsilon_{\nu}^n b_{\nu}^{\dagger} b_{\nu} - G_n \sum_{\mu, \nu > 0} b_{\mu}^{\dagger} b_{-\mu}^{\dagger} b_{-\nu} b_{\nu}. \end{aligned} \quad (2)$$

a_{μ} , $a_{\mu}^{\dagger}$ 和 b_{μ} , $b_{\mu}^{\dagger}$ 分別表示質子和中子的消灭和产生算符; G_p 和 G_n 分別表示質子和中子的对力平均强度; ϵ_{ν}^p 和 ϵ_{ν}^n 分別表示質子和中子在形变自洽場中的单粒子能量(例如 Nilsson 单粒子能量^[14,15])。总的內部态波函数将是質子部分和中子部分的乘积。为了說明这个方法,只需要考虑一种粒子。略去(2)式中附标 n, p , 我們只需要考虑以下哈密頓量:

$$H = \sum_{\nu} \epsilon_{\nu} a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu} - G \sum_{\mu, \nu > 0} a_{\mu}^{\dagger} a_{-\mu}^{\dagger} a_{-\nu} a_{\nu}. \quad (3)$$

由于这一哈密頓量的特点,凡是不成对填充的粒子仅仅起着堵塞作用¹⁾, 所以我們只須考虑偶数个成对填充粒子的激发問題。由于我們只研究低內部激发态,因此仅在費米面附近的能級起主要作用。以 Q 表示所拟考虑的能級数, n 表示粒子数,这里 n 为偶数,在 $G \rightarrow 0$ 时, n 个粒子成对地占据了費米面下的 $n/2$ 条能級。

1) 这里不成对填充指 $a_{\mu}^{\dagger} a_{\mu'}^{\dagger} |0\rangle$, $\mu \neq -\mu'$ 。

为方便计,令

$$S_v^+ = a_v^+ a_{-v}^-, \quad S_v^- = (S_v^+)^+, \quad \sum_v S_v^\pm = S^\pm, \\ S_v^0 = \frac{1}{2} (a_v^+ a_v + a_{-v}^+ a_{-v} - 1), \quad \sum_v S_v^0 = S^0,$$

S_v^0 具有角动量的对易关系:

$$[S_v^+, S_{v'}^-] = 2S_v^0 \delta_{vv'}, \\ [S_v^0, S_{v'}^\pm] = \pm S_v^\pm \delta_{vv'}, \quad (3')$$

则(3)式可表成

$$H = \sum_v \varepsilon_v (2S_v^0 + 1) - GS^+ S^-.$$

为了说明以下方法,先考虑一对粒子的情况,其精确解是熟知的。以

$$|\alpha\rangle = \sum_{v=1}^Q V_v^a S_v^+ |0\rangle \quad (4)$$

表 H 的归一化本征态,相应的本征值为 E^a ,即

$$(E^a - H)|\alpha\rangle = 0 \quad \alpha = 1, 2, \dots, Q,$$

由此求得 V_v^a 满足

$$(E^a - 2\varepsilon_v) V_v^a + G \sum_{\mu=1}^Q V_\mu^a = 0 \quad v = 1, 2, \dots, Q. \quad (5)$$

由(5)得出本征值 E^a 所满足的方程式

$$\sum_v \frac{1}{2\varepsilon_v - E^a} = \frac{1}{G}. \quad (6)$$

系数 V_v^a 由下式确定:

$$V_v^a = A^a (\Delta E_v^a)^{-1}, \quad (7)$$

其中 $\Delta E_v^a = (2\varepsilon_v - E^a)$, A^a 为归一化常数,由 $\sum_v |V_v^a|^2 = 1$ 确定为

$$A^a = \left[\sum_{v=1}^Q (\Delta E_v^a)^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

以上是假定了 ε_v 无简并的情况¹⁾.

在推广到多对粒子情况时,波函数一般形式为

$$|\alpha\rangle = \sum_{\mu < \nu < \sigma \dots} V_{\mu\nu\sigma\dots}^a S_\mu^+ S_\nu^+ S_\sigma^+ \dots |0\rangle, \quad (9)$$

其中 $V_{\mu\nu\sigma\dots}^a$ 为 $\mu, \nu, \sigma \dots$ 的对称函数,而且其中任何二指标均不相同, $V_{\mu\nu\sigma\dots}^a$ 满足下列方

1) 在能级 ε_v 有简并的情况,例如 ε_{v_0} 是 f 重简并,则在对外力作用下仍有 $(f-1)$ 重简并能级 $E = 2\varepsilon_{v_0}$,另一能级由(6)决定,在(6)式左边,相当于 $2\varepsilon_{v_0}$ 的项将出现 f 次,即有 $(f/2\varepsilon_{v_0} - E^a)$ 出现。与 $(f-1)$ 重简并能级相对应的本征矢量,仅是 f 维子空间内的 $(f-1)$ 个正交的矢量,其分量满足

$$\sum_{\mu=1}^f V_\mu^a = 0.$$

程式:

$$(E^a - 2\varepsilon_{\mu\nu\sigma\cdots})V_{\mu\nu\sigma\cdots}^a + G\left(\sum_{\mu'} V_{(\mu'\nu\sigma\cdots)}^a + \sum_{\nu'} V_{(\mu\nu'\sigma\cdots)}^a + \cdots\right) = 0, \quad (10)$$

其中 $\varepsilon_{\mu\nu\sigma\cdots} = \varepsilon_\mu + \varepsilon_\nu + \varepsilon_\sigma + \cdots$, $a = 1, 2, \cdots, \left(\Omega! / \left(\Omega - \frac{n}{2}\right)! \frac{n}{2}!\right) \cdot V_{(\mu'\nu\sigma)}^a$ 的下標中的圓括號表示其中指標按大小次序排列, 小的在左方。

完全地求出(10)式的解是沒有必要的, 因為我們總是考慮有限個能級間的關聯, 亦即在一定激發能量之下的零級組態的混合。對力強度 G 實際上是代表費米面附近能級間對力強度的某種平均值 $G = \overline{G_{uv}}$ 。從已往的經驗知道, 有顯著對關聯的能級數大約為費米面上下各四五條^[5,6,8], 即 $\Omega \lesssim 10$, $n \lesssim 10$ 。在此以外的能級對於費米面附近能級的影響, 可近似認為等效於對力強度 G 的重整化。當我們忽略掉費米面上下 $\Omega/2$ 以外的能級時, 則零級組態中最高激發能不必高於 $\frac{\Omega}{2} \cdot 2\varepsilon$, ε 為費米面附近單粒子能級平均距離。這是因為處於費米面下第 $\left(\frac{\Omega}{2} + 1\right)$ 條能級上的粒子對只需 $\left(\frac{\Omega}{2} + 1\right) 2\varepsilon$ 能量即可躍遷到費米面以上, 然而這一激發是已經被忽略了。在希土區, 單粒子能級平均距離 $\varepsilon \sim 350 \text{ KeV}$, $\frac{\Omega}{2} \cdot 2\varepsilon \sim 3.5 \text{ MeV}$, 而在所考慮的 Ω 個能級範圍中, 最高激發組態能量可達 $\Omega\varepsilon \cdot \Omega/2 \sim 17.5 \text{ MeV}$ 。如上所述, 在所須顧及的零級組態中, 激發能處於 3.5 MeV 至 17.5 MeV 之間的零級組態實際上並不必要考慮。

為了說明多對粒子波函數的解法, 先討論 $n = 4$, $\Omega = 4$ 的情況。此時成對填充態波函數 $|\alpha\rangle$ 為

$$|\alpha\rangle = \sum_{\mu < \nu} V_{\mu\nu}^a S_{\mu}^+ S_{\nu}^+ |0\rangle. \quad (11)$$

歸一化條件要求

$$\sum_{\mu < \nu} (V_{\mu\nu}^a)^2 = 1.$$

$|\alpha\rangle$ 滿足

$$(E^a - H)|\alpha\rangle = 0.$$

由此得出 $V_{\mu\nu}^a$ 滿足

$$(E^a - 2\varepsilon_{\mu\nu})V_{\mu\nu}^a + G\left(\sum_{\mu'} V_{(\mu'\nu)}^a + \sum_{\nu'} V_{(\mu\nu')}^a\right) = 0, \quad (12)$$

其中 $2\varepsilon_{\mu\nu} = 2(\varepsilon_\mu + \varepsilon_\nu)$, 而

$$V_{(\mu'\nu)}^a = \begin{cases} V_{\mu'\nu} & \text{如 } \mu' < \nu, \\ V_{\nu\mu'} & \text{如 } \mu' > \nu. \end{cases}$$

以後我們略去 $V_{(\mu'\nu)}^a$ 中附標的括號, 即記為 $V_{\mu'\nu}^a$ 。由前面討論可知, 沒有必要求出(12)式的全部精確解, 只需考慮能量 $\lesssim 4\varepsilon$ 的零級激發組態即可。在這組態空間中, 組態之間的關係相應於兩對粒子躍遷者很少。在我們所考慮的情形下, 所需考慮的組態為 $(\mu\nu) = (12), (13), (14), (23)$, 組態之間相差兩對粒子態者只有(14)和(23)。在這種情形下, 可以用微擾法解。 H 可以分為兩部分:

$$H = H_0 + H_1, \quad (13)$$

其中 H 即(3)或(3)', H_1 由下式矩陣定义.

$$(\mu'v'|H_1|\mu\nu) = +G(\hat{\delta}_{\mu\mu'}\hat{\delta}_{\nu\nu'} + \hat{\delta}_{\mu\nu'}\hat{\delta}_{\mu'v}) \quad (\mu \neq \nu, \mu' \neq \nu'), \quad (14)$$

$$\hat{\delta}_{\mu\mu'} = (1 - \delta_{\mu\mu'}),$$

而

$$H_0 = H - H_1. \quad (15)$$

H_0 的精确解与(5)的解形式相同, 因为 H_0 的所有非对角元素都是 $-G$, 而对角元素为 $(2\varepsilon_{\mu\nu} - 2G)$. 用

$$|\alpha_0\rangle = \sum_{\mu < \nu} V_{\mu\nu}^{\alpha_0} S_{\mu}^+ S_{\nu}^+ |0\rangle \quad (16)$$

表示 H_0 的本征解, 則

$$\left. \begin{aligned} V_{\mu\nu}^{\alpha_0} &= A^{\alpha_0} (\Delta E_{\mu\nu}^{\alpha_0})^{-1}, \\ A^{\alpha_0} &= \left[\sum_{\mu < \nu} (\Delta E_{\mu\nu}^{\alpha_0})^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}}, \\ \Delta E_{\mu\nu}^{\alpha_0} &= 2\varepsilon_{\mu\nu} - (E^{\alpha_0} + G), \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

其中 E^{α_0} 由下式解出:

$$\sum_{\mu < \nu} \frac{1}{\Delta E_{\mu\nu}^{\alpha_0}} = \frac{1}{G}. \quad (18)$$

H 的一級能量 E^{α_1} 可表成

$$E^{\alpha_1} = \langle \alpha_0 | H_1 | \alpha_0 \rangle = G \sum'_{\substack{\mu < \nu \\ \mu' < \nu'}} V_{\mu\nu}^{\alpha_0} \cdot V_{\mu'\nu'}^{\alpha_0}. \quad (19)$$

上式中求和 $\sum'$ 表示对两个指标均不相同的粒子組态求和. 一級波函数为

$$|\alpha_1\rangle = \sum_{\beta_0} C_{\beta_0}^{\alpha_1} |\beta_0\rangle = \sum_{\substack{\beta_0 \\ \mu < \nu}} C_{\beta_0}^{\alpha_1} \cdot V_{\mu\nu}^{\beta_0} S_{\mu}^+ S_{\nu}^+ |0\rangle, \quad (20)$$

其中

$$C_{\beta_0}^{\alpha_1} = \frac{\langle \beta_0 | H_1 | \alpha_0 \rangle}{E^{\alpha_0} - E^{\beta_0}} = \frac{G}{E^{\alpha_0} - E^{\beta_0}} \cdot \sum'_{\substack{\mu < \nu \\ \mu' < \nu'}} V_{\mu\nu}^{\alpha_0} \cdot V_{\mu'\nu'}^{\beta_0}, \quad (21)$$

(21)式中 $\sum'$ 的意义与(19)式相同.

以上关于两对粒子的解法在形式上很容易推广到多对粒子. 多粒子波函数及其所满足的方程式在形式上仍如(9)式及(10)式, 但所考虑的多粒子組态只限于在一定的激发能以下. 由于对力一次只将一对粒子从一个态散射到另一个态, 凡是两个組态間需要二对或二对以上的粒子的跃迁才能达到的就没有对力矩陣元. 作为零級近似, 我們將取所有組态間非对角矩陣元为 $-G$, 即原来是零的被 $-G$ 代替, 然后在一級近似中将这些新添的矩陣元当作微扰来处理. 微扰 H_1 的矩陣元如下:

$$\begin{aligned} \langle \mu'v'\sigma' \dots | H_1 | \mu\nu\sigma \dots \rangle &= -G[\hat{\delta}_{\mu'\mu}\hat{\delta}_{\nu'\nu}\delta_{\sigma'\sigma} \dots + \hat{\delta}_{\mu'\mu}\delta_{\nu'\nu}\hat{\delta}_{\sigma'\sigma} \dots + \dots] - \\ &\quad - G[\hat{\delta}_{\mu'\mu}\hat{\delta}_{\nu'\nu}\hat{\delta}_{\sigma'\sigma} \dots + \dots] - \dots, \end{aligned} \quad (22)$$

其中右边第一括号內包括在初末态中只有两对粒子所处的态不相同, 其余各对粒子所处的态相同. 右边第二括号內包括初末态中只有三对粒子所处的态不相同, 其余各对粒子所处的态相同, 余类推. 在低激发态組态中, 上述类型的三对粒子的激发是很少出現的. H_1 既經給定, $H_0 = H - H_1$ 也就給定. H_0 的所有非对角元素都是 $-G$, 对角元素为

$\left(2\varepsilon_{\mu\nu\sigma\cdots} - \frac{n}{2}G\right)$, H_0 本征解可表成

$$|\alpha_0\rangle = \sum_{\mu < \nu < \sigma < \cdots} V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} S_{\sigma}^{\dagger} \cdots |0\rangle, \quad (23)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0} &= \frac{A^{\alpha_0}}{\Delta E_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0}} \\ \Delta E_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0} &= 2\varepsilon_{\mu\nu\sigma\cdots} - E^{\alpha_0} - \left(\frac{n}{2} - 1\right)G, \\ A^{\alpha_0} &= \left[\sum_{\mu < \nu < \sigma < \cdots} (\Delta E_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0})^{-2} \right]^{-\frac{1}{2}}. \end{aligned} \right\} \quad (24)$$

E^{α_0} 由下式確定：

$$\sum_{\mu < \nu < \sigma < \cdots} \frac{1}{\Delta E_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0}} = \frac{1}{G}. \quad (25)$$

H 本征態的一級修正為

$$E^{\alpha_1} = G \sum'_{\substack{\mu < \nu < \cdots \\ \mu' < \nu' < \cdots}} V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0} V_{\mu'\nu'\sigma'\cdots}^{\alpha_0}, \quad (26)$$

在求和 $\sum'$ 中只包括 $V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0}$ 和 $V_{\mu'\nu'\sigma'\cdots}^{\alpha_0}$ 的下標有二個或兩個以上不相同的項。一級波函數為

$$\left. \begin{aligned} |\alpha_1\rangle &= \sum_{\beta_0} C_{\beta_0}^{\alpha_1} |\beta_0\rangle = \sum_{\substack{\beta_0 \\ \mu < \nu < \sigma < \cdots}} C_{\beta_0}^{\alpha_1} V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\beta_0} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} S_{\sigma}^{\dagger} \cdots |0\rangle, \\ \text{其中} \quad C_{\beta_0}^{\alpha_1} &= \frac{G}{E^{\alpha_0} - E^{\beta_0}} \sum'_{\substack{\mu < \nu < \cdots \\ \mu' < \nu' < \cdots}} V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0} V_{\mu'\nu'\sigma'\cdots}^{\beta_0}, \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

求和 $\sum'$ 意義同前。

在實際計算中發現，用以上方法計算本征值還比較準確，但所得波函數在 Q 稍大時不夠好。以下給出另一種求波函數的方法。

首先注意到零級波函數 $V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha_0}$ 和嚴格解相差並不大（見表 2），因此在不計歸一化因子時，波函數可寫成以下形式：

$$V_{\mu\nu\sigma\cdots}^{\alpha} = \frac{b_{\mu\nu\sigma\cdots}}{a_{\mu\nu\sigma\cdots} - \lambda^{\alpha_0}},$$

其中 $a_{\mu\nu\sigma\cdots} = 2\varepsilon_{\mu\nu\sigma\cdots}/G$, $\lambda^{\alpha_0} = \left[E^{\alpha_0} + \left(\frac{n}{2} - 1\right)G\right]/G$, $b_{\mu\nu\sigma\cdots}$ 為一待定常數，其數量級為 1。為簡單計，以下用一個指標 i 代替 $(\mu\nu\sigma\cdots)$ ，於是上式可寫為

$$V_i^{\alpha} = b_i / (a_i - \lambda^{\alpha_0}).$$

將此式代入(10)，得

$$-\frac{a_i - \lambda^{\alpha}}{a_i - \lambda^{\alpha_0}} b_i + \sum_j \omega_{ij} \frac{b_j}{a_j - \lambda^{\alpha_0}} = 0, \quad (10')$$

其中

$$\begin{aligned} \omega_{ij} &= 1, & \text{當} & \quad \langle i | H_1 | j \rangle = 0, \\ \omega_{ij} &= 0, & \text{當} & \quad \langle i | H_1 | j \rangle \neq 0. \end{aligned}$$

注意到(25)式在简化符号后变为

$$\sum_j \frac{1}{a_j - \lambda^{a_0}} - 1 = 0. \quad (25')$$

(25')与(10')相减得

$$1 - \frac{a_i - \lambda^a}{a_i - \lambda^{a_0}} b_i + \sum_j \frac{\omega_{ij} b_j - 1}{a_j - \lambda^{a_0}} = 0.$$

在上式末一项中将 $\omega_{ij} = 0$ 的项分出来以后, 所余项是一个小量, 可以作为微扰来处理. 因此零级近似 $b_i^{(0)}$ 可由下式确定:

$$b_i^{(0)} = \left[1 - \sum_{\substack{j \\ \omega_{ij}=0}} \frac{1}{a_j - \lambda^{a_0}} \right] \frac{a_i - \lambda^{a_0}}{a_i - \lambda^a}. \quad (28)$$

以此代入微扰项, 得一级近似 $b_i^{(1)}$ 为

$$b_i^{(1)} = b_i^{(0)} + \left(\sum_{\substack{j \\ \omega_{ij}=0}} \frac{b_j^{(0)} - 1}{a_j - \lambda^{a_0}} \right) \cdot \frac{a_i - \lambda^{a_0}}{a_i - \lambda^a}. \quad (29)$$

如果需要, 可用迭代法求高级近似:

$$b_i^{(n)} = b_i^{(0)} + \left(\sum_{\substack{j \\ \omega_{ij}=0}} \frac{b_j^{(n-1)} - 1}{a_j - \lambda^{a_0}} \right) \cdot \frac{a_i - \lambda^{a_0}}{a_i - \lambda^a}.$$

由于 $|\lambda^{a_1} - \lambda| \ll |a_i - \lambda^a|$, 在实际计算中可以用 λ^{a_1} 代替 λ^a , 仍能得到较准确的解.

为了检验上述方法的近似程度, 在附录中给出了在等距离单粒子谱 $\epsilon_\mu = \mu\epsilon$ 情形下, $n = 4, 6, 8$ 的能谱和波函数, 并和严格解比较 (见附录中表 1, 表 2 及表 3), 在表 1 中能量是以 ϵ 为单位的.

三、各种类型的激发态及 γ 和 β 跃迁

关于在对力影响下大形变区原子核可能具有各种类型的内部激发态以及它们之间的跃迁问题已有不少讨论^[8,9], 这些工作都是在准粒子近似的基础上进行的. 以下将在本文提出的粒子数守恒的处理对力方法的基础上讨论这些问题.

1. 内部激发的各种类型

以下只列出较低内部激发态及其相应的波函数的形式, 而且波函数中只列出了有组态混合的质子部分或中子部分 (对奇奇核波函数, 中子部分与质子部分都给出了).

(1) 偶偶核

激 发 类 型	波 函 数
对激发——处在各相干的多对组态上的成分有所改变, 相当于偶数个准粒子激发	$ \alpha\rangle = \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{\alpha} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots 0\rangle \quad \alpha = 1, 2, 3, \dots$
对拆散激发 (或双粒子激发) ——一对 (或多对) 粒子拆散后各占据一个单粒子态, 引起堵塞效应	$ \alpha(\lambda, \pm\sigma)\rangle = a_{\pm}^{\dagger} a_{\pm}^{\dagger} \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{\alpha(\lambda, \pm\sigma)} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots 0\rangle$ σ 能级堵塞后 ($\lambda \neq \sigma$) 求出的系数, $(\lambda, \pm\sigma)$ 表示处于 λ 和 σ 能级上的奇粒子角动量投影的两种取向 $\Omega_{\lambda} \pm \Omega_{\sigma}$.

(2) 奇 A 核

激 發 類 型	波 函 數
單粒子激發——奇核子占據不同單粒子態	$ \alpha(\lambda)\rangle = a_{\lambda}^{\dagger} \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{a(\lambda)} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots 0\rangle,$ λ 取各種可能單粒子能級
對激發——奇核子仍處於最低能級, 其餘成對粒子的分布改變	$ \alpha'(\lambda)\rangle = a_{\lambda}^{\dagger} \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{a'(\lambda)} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots 0\rangle.$
對拆散激發——成對粒子中有一对被拆散, 各占一單粒子能級	$ \alpha(\lambda, \sigma, \pm\tau)\rangle = a_{\lambda}^{\dagger} a_{\sigma}^{\dagger} a_{\pm\tau}^{\dagger} \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{a(\lambda, \sigma, \tau)} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots 0\rangle.$ 在這一波函數中有三條單粒子能級 λ, σ 和 τ 被堵塞

(3) 奇奇核

激 發 類 型	波 函 數
奇中子或奇質子可以占據不同單粒子態, 成對填充核子可以處於基態或激發態	$ \alpha(\lambda), \beta(\pm\sigma)\rangle = a_{\lambda}^{\dagger} \sum_{\mu < \nu < \dots} V_{\mu\nu}^{a(\lambda)} S_{\mu}^{\dagger} S_{\nu}^{\dagger} \dots \cdot b_{\pm\sigma}^{\dagger} \cdot$ $\cdot \sum_{\xi < \eta < \dots} W_{\xi\eta}^{B(\sigma)} T_{\xi}^{\dagger} T_{\eta}^{\dagger} \dots 0\rangle.$ 其中 $T_{\xi}^{\dagger} = b_{\xi}^{\dagger} b_{\xi}^{\dagger}$, 前半表示質子部分波函數, 後半表示中子部分波函數, $b_{\xi}^{\dagger}$ 表示中子產生算符

從以上各種激發方式來看, 在對力作用下有兩種激發類型。第一類型激發是一種以多體系為背景的单粒子激發, 相當於一個准粒子躍遷 $a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu}$ 或兩個准粒子激發 $a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{\dagger}, a_{\nu}^{\dagger} a_{\nu'}^{\dagger}$ ($\nu \neq \nu'$)。第二類型激發是對激發。在這種激發中, 各個能級上的共軛粒子對的填充几率改變了, 相當於共軛的准粒子對的激發 $a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu}^{\dagger}, a_{\nu}^{\dagger} b_{\nu'}^{\dagger} a_{\mu}^{\dagger} b_{\mu}^{\dagger}, \dots$ 。

相當於以上各種激發態的能量及波函數在按上節方法計算時, 須注意奇核子的堵塞效應和奇核子激發本身所需的能量。

2. γ 躍遷

在不考慮剩餘相互作用時, 大變形核內部態之間的 γ 躍遷公式已在 Nilsson 文^[14]中詳細給出。由於對力的影響, 內部態波函數有了一種特殊類型的組態混合, 一般在 Nilsson 組態下允許的 γ 躍遷在對力影響下几率減弱, 另外有一些在 Nilsson 組態下被禁戒的躍遷在考慮對力後, 禁戒得以解除。

為了看出對力影響的細節, 我們需要計算約化躍遷几率 $B(EL)$ 和 $B(ML)$ ^[14],

$$\begin{aligned}
 B(L, I \rightarrow I') &= \sum_{M', q} |\langle Q', I' M' K' | M_{Lq} | Q, IMK \rangle|^2 = \\
 &= |\langle IKLK' - K | I' K' \rangle \langle \chi'_{Q'} | M'_{L, K' - K} | \chi_Q \rangle + \\
 &\quad + \langle IK_{L, -K - K'} | I' - K' \rangle \langle (-1)^{I' - I} \chi'_{-Q'} | M'_{L, -K' - K} | \chi_Q \rangle|^2. \quad (30)
 \end{aligned}$$

上式中第二項只有 $L \geq K + K'$ 才有貢獻, $M'_{Lq} = \sum_i \mathcal{M}'_{Lq}(i)$ 是在本體坐標中電或磁多極矩算符表示式。當不考慮對力時, χ_Q 或 $\chi'_{Q'}$ 為屬於一定 Nilsson 組態的多體波函數, 計及對力後, χ_Q 或 $\chi'_{Q'}$ 即為上節所列举的波函數之一。以下就各種主要類型躍遷矩陣元 $\langle \chi'_{Q'} | M'_{L, Q' - Q} | \chi_Q \rangle$ 討論對力的影響。

(1) 偶偶核

i) 由对激发态 $|\alpha\rangle$ 跃迁到较低态 $|\alpha'\rangle$

$$\begin{aligned} \langle \alpha' | M'_{Lq} | \alpha \rangle = & \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ \langle \mu | \mathcal{M}'_{Lq} | \mu \rangle + \langle -\mu | \mathcal{M}'_{Lq} | -\mu \rangle + \dots + \\ & + \langle \rho | \mathcal{M}'_{Lq} | \rho \rangle + \langle -\rho | \mathcal{M}'_{Lq} | -\rho \rangle \} \delta_{q0} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^a. \end{aligned} \quad (31)$$

这类跃迁是从 $K = 0$ 的带到另一个 $K' = 0$ 的带的跃迁。在上式中, $\langle \mu | \mathcal{M}'_{Lq} | \mu \rangle$ 为单粒子矩陣元; $\mu, \nu, \dots, \rho$ 表示在形变場中的单粒子态; $|\mu\rangle$ 定义为 $|\mu\rangle$ 的时间反演态, 并选相因子使等于繞本体坐标系 y 軸旋轉 π 所得的态,

$$T|\mu\rangle = |-\mu\rangle = e^{-i\pi J_y}|\mu\rangle.$$

由于

$$\langle -\mu | (\mathcal{M}'_{L0})_T | -\mu \rangle = \langle \mu | (\mathcal{M}'_{L0})^+ | \mu \rangle, \quad (32)$$

$(\mathcal{M}'_{L0})_T$ 是 $\mathcal{M}'_{L0}$ 的时间反演算符, 在时间反演下, 电多极矩和磁多极矩算符变化差一符号。

$$(\mathcal{M}_{L0}^e)_T = \mathcal{M}_{L0}^e, \quad (\mathcal{M}_{L0}^m)_T = -\mathcal{M}_{L0}^m. \quad (33)$$

另外在共轭变换下, 各种多极矩算符并不一样, 通常电多极矩有两个来源, 一个来自电荷 $\mathcal{M}_{Lq}^{e1} \sim er^L Y_{Lq}$, 一个来自磁矩 $\mathcal{M}_{Lq}^{e2} \sim i\sigma \times \mathbf{r} \cdot \left(\frac{\partial}{\partial \mathbf{r}} r^L Y_{Lq} \right)$, 它们的共轭算符相差一符号:

$$(\mathcal{M}_{Lq}^{e1})^+ = (-1)^q \mathcal{M}_{L-q}^{e1}, \quad (\mathcal{M}_{Lq}^{e2})^+ = (-1)^{q+1} \mathcal{M}_{L-q}^{e2}.$$

磁多极矩算符的共轭性质和 $\mathcal{M}_{Lq}^{e1}$ 相同,

$$(\mathcal{M}_{Lq}^m)^+ = (-1)^q \mathcal{M}_{L-q}^m.$$

由此

$$\begin{aligned} \langle -\mu | \mathcal{M}_{L0}^{e1} | -\mu \rangle &= \langle \mu | \mathcal{M}_{L0}^{e1} | \mu \rangle, \\ \langle -\mu | \mathcal{M}_{L0}^{e2} | -\mu \rangle &= -\langle \mu | \mathcal{M}_{L0}^{e2} | \mu \rangle, \\ \langle -\mu | \mathcal{M}_{L0}^m | -\mu \rangle &= -\langle \mu | \mathcal{M}_{L0}^m | \mu \rangle. \end{aligned} \quad (34)$$

所以这类跃迁只有 $\mathcal{M}_{L0}^{e1}$ 有贡献, 磁跃迁及 $\mathcal{M}_{L0}^{e2}$ 引起的电跃迁完全被禁戒,

$$\langle \alpha' | \mathcal{M}_{L0}^{e2} | \alpha \rangle = 0, \quad \langle \alpha' | \mathcal{M}_{L0}^m | \alpha \rangle = 0,$$

$$\langle \alpha' | \mathcal{M}_{L0}^{e1} | \alpha \rangle = 2 \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ \langle \mu | \mathcal{M}_{L0}^{e1} | \mu \rangle + \dots + \langle \rho | \mathcal{M}_{L0}^{e1} | \rho \rangle \} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{a'} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^a. \quad (35)$$

以上公式中 $L \neq 0$ 适用于初态或末态处于转动激发态 ($I \neq 0$ 或 $I' \neq 0$)。对于两个带的基态之间的跃迁都是 0-0 跃迁, 它是属于第一类电跃迁 $\mathcal{M}_{00}^{e1} \sim er^2$ 。

上述类型跃迁在无对力作用时是不允许的, 因为 $K = 0$ 的激发带相当于一对或多对粒子的激发。此外应注意, 不同的对激发态之间的跃迁, 其相干效应是不同的。

ii) 从对拆散态跃迁到对激发态

$$\begin{aligned} \langle \alpha' | M'_{Lq} | \alpha(\lambda, \pm\sigma) \rangle = & \mp \langle \mp\sigma | \mathcal{M}'_{Lq} | \lambda \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} + \\ & + \langle -\lambda | \mathcal{M}'_{Lq} | \pm\sigma \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^a, \end{aligned} \quad (36)$$

上式中 $\mu\nu\dots\sigma\dots\rho$ 表示一个多对粒子组态, 其中 σ 按能级顺序插入 $\mu\nu\dots\rho$ 之中, 終态 $V^{a'}$ 比初态 V^a 多一指标, 即多一成对粒子。

這類躍遷對磁多極躍遷和不同的電多極躍遷有所不同。(36)式右邊兩項代表兩類不同組態波函數的求和,因此一般不會完全相消,利用時間反演性質

$$\langle \mp \sigma | (\mathcal{M})_T | \lambda \rangle = \mp \langle -\lambda | (\mathcal{M})^+ | \pm \sigma \rangle$$

可證明

$$\begin{aligned} \langle \mp \sigma | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 1} | \lambda \rangle &= \mp \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 1} | \pm \sigma \rangle, \\ \langle \mp \sigma | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 2} | \lambda \rangle &= \pm \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 2} | \pm \sigma \rangle, \\ \langle \mp \sigma | \mathcal{M}_{Lq}^m | \lambda \rangle &= \pm \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^m | \pm \sigma \rangle. \end{aligned} \quad (37)$$

因此(36)式在不同情況下可以簡化如下:

$$\begin{aligned} \langle \alpha' | M_{Lq}^{\epsilon 1} | \alpha(\lambda \pm \sigma) \rangle &= \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 1} | \pm \sigma \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ V_{\mu\nu\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} + \\ &\quad + V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} \}, \end{aligned} \quad (38)$$

$$\begin{aligned} \langle \alpha' | M_{Lq}^{\epsilon 2} | \alpha(\lambda, \pm \sigma) \rangle &= \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 2} | \pm \sigma \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} - \\ &\quad - V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{a'} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} \}, \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} \langle \alpha' | M_{Lq}^m | \alpha(\lambda, \pm \sigma) \rangle &= \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}^m | \pm \sigma \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} - \\ &\quad - V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{a'} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} \}. \end{aligned} \quad (40)$$

從公式(38)到(40)可以看出,當 α, α' 都是在考慮對力下的最低態時, $V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)}$, $V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'}$ 等均為正數,因此 $M_{Lq}^{\epsilon 1}$ 引起的躍遷得到加強, $M_{Lq}^{\epsilon 2}$ 、 M_{Lq}^m 引起的躍遷削弱;但當 α 或 α' 處於對激發較高態時,則 V^a 和 $V^{a'}$ 符號可以不同,相干效應亦可以不同。

由於在對力作用下(30)式的兩項所引起的改變是一樣的,對上述類型 γ 躍遷可以將對力作用下受阻因子 R 表示如下:

$$R = \left| \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} \{ V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} + \eta V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{a'} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda, \sigma)} \} \right|^2, \quad (41)$$

其中 η 在 $\epsilon 1$ 類型躍遷中為 $+1$,在 $\epsilon 2$ 和 m 類型躍遷中為 -1 。

關於初末態均為對拆散態之間的躍遷,其公式和上相似,不一一贅述。

(2) 奇A核

最主要的躍遷是下一類型的躍遷:

$$\begin{aligned} \langle \alpha'(\pm \sigma) | M_{Lq}' | \alpha(\lambda) \rangle &= \langle \pm \sigma | \mathcal{M}_{Lq}' | \lambda \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda)} \mp \\ &\quad \mp \langle -\lambda | \mathcal{M}_{Lq}' | \mp \sigma \rangle \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda)}. \end{aligned}$$

上式中第一項相當於粒子躍遷,第二項相當於洞躍遷。在無對力作用時,這兩項不會同時出現,因為第一種躍遷要求初態中 σ 不被佔據,末態中 λ 不被佔據,而第二種躍遷要求初態中 σ 一定被佔據,末態中 λ 一定被佔據。

利用(37)式,則在不同情形下,上式可以化簡如下:

$$\begin{aligned} \langle \alpha'(\pm \sigma) | M_{Lq}^{\epsilon 1} | \alpha(\lambda) \rangle &= \\ &= \langle \pm \sigma | \mathcal{M}_{Lq}^{\epsilon 1} | \lambda \rangle \left\{ \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \neq \lambda, \sigma}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a'(\sigma)} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda)} - \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{a'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\rho}^{a(\lambda)} \right\}, \end{aligned} \quad (42)$$

$$\langle \alpha'(\pm\sigma) | M_{Lq}^{\prime\prime\prime} | \alpha(\lambda) \rangle = \langle \pm\sigma | \mathcal{M}_{Lq}^{\prime\prime\prime} | \lambda \rangle \left\{ \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \neq \lambda, \sigma}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} \cdot V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} + \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} \cdot V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} \right\}, \quad (43)$$

$$\langle \alpha'(\pm\sigma) | M_{Lq}^{\prime m} | \alpha(\lambda) \rangle = \langle \pm\sigma | \mathcal{M}_{Lq}^{\prime m} | \lambda \rangle \left\{ \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \neq \lambda, \sigma}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} + \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} \cdot V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} \right\}. \quad (44)$$

由此得到在这类 γ 跃迁中对力所引起的受阻因子 R 为

$$R = \left| \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \neq \lambda, \sigma}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} - \eta \sum_{\mu < \nu < \dots < \rho} V_{\mu\nu\dots\lambda\dots\rho}^{\alpha'(\sigma)} V_{\mu\nu\dots\sigma\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} \right|^2. \quad (45)$$

关于不同类型的电磁跃迁的相干效应的讨论与(1)相同。

(3) 奇奇核

在奇奇核中,能谱与跃迁受 np 相互作用的影响甚大,当不考虑 np 相互作用仅奇核子或奇核子洞作跃迁时,跃迁矩阵元公式与奇 A 核相似。

由上讨论可知,对力对 γ 跃迁的影响随初末态之间的相对激发类型不同而异。相对激发为第一类,则跃迁受阻,其受阻程度又视跃迁的电磁性质而异。相对激发为第二类,则在无对力作用时跃迁被禁戒。在对力作用下,也只有由电荷电流所产生的电跃迁才是允许的。

3. β 衰变

为求出 β 衰变矩阵元受对力的影响,需要将波函数中质子部分与中子部分都给出,以下用 $\alpha, \alpha', \dots$ 标志质子成对部分的状态; $\beta, \beta', \dots$ 标志中子成对部分的状态;以 $a_\mu, a_\mu^\dagger$ 表质子消灭和产生算符; $b_\xi, b_\xi^\dagger$ 表中子消灭和产生算符。由于考虑到本文主要应用在重核方面,故将中子和质子视为不同粒子,即 $a_\mu, a_\mu^\dagger$ 和 $b_\xi, b_\xi^\dagger$ 对易。这时偶偶核、奇 A 核及奇奇核的低激发态可以分别表示如下:

$$|\alpha, \beta\rangle = \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \xi < \eta < \dots < \zeta}} V_{\mu\nu\dots\rho}^\alpha W_{\xi\eta\dots\zeta}^\beta (a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger \dots a_\rho^\dagger a_\mu a_\nu \dots a_\rho) (b_\xi^\dagger b_\eta^\dagger \dots b_\zeta^\dagger b_\xi b_\eta \dots b_\zeta) |0\rangle, \quad (46)$$

$$|\alpha(\lambda, \pm\sigma), \beta\rangle = a_\lambda^\dagger a_{\pm\sigma}^\dagger \cdot \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \xi < \eta < \dots < \zeta}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda, \sigma)} \cdot W_{\xi\eta\dots\zeta}^\beta \times (a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger \dots a_\rho^\dagger a_\mu a_\nu \dots a_\rho) (b_\xi^\dagger b_\eta^\dagger \dots b_\zeta^\dagger b_\xi b_\eta \dots b_\zeta) |0\rangle, \quad (47)$$

$$|\alpha(\lambda), \beta\rangle = a_\lambda^\dagger \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \xi < \eta < \dots < \zeta}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} \cdot W_{\xi\eta\dots\zeta}^\beta (a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger \dots a_\rho^\dagger a_\mu a_\nu \dots a_\rho) (b_\xi^\dagger b_\eta^\dagger \dots b_\zeta^\dagger b_\xi b_\eta \dots b_\zeta) |0\rangle, \quad (48)$$

$$|\alpha(\lambda), \beta(\omega)\rangle = a_\lambda^\dagger b_\omega^\dagger \sum_{\substack{\mu < \nu < \dots < \rho \\ \xi < \eta < \dots < \zeta}} V_{\mu\nu\dots\rho}^{\alpha(\lambda)} W_{\xi\eta\dots\zeta}^{\beta(\omega)} (a_\mu^\dagger a_\nu^\dagger \dots a_\rho^\dagger a_\mu a_\nu \dots a_\rho) (b_\xi^\dagger b_\eta^\dagger \dots b_\zeta^\dagger b_\xi b_\eta \dots b_\zeta) |0\rangle, \quad (49)$$

(46)式表示偶偶核对激发态,(47)式表示偶偶核质子对拆散激发态,(48)和(49)式分别表示奇 A 核和奇奇核低激发态,其他类型激发态波函数可以类似地写出。

在 β 衰变中,我们只限于考虑允许跃迁和唯一禁戒跃迁。在重核中, Fermi 跃迁矩阵元为零,只需计算以下矩阵元^[14]:

$$D_{GT}(n) = \sum_{qM'} |\langle Q', I'M'K' | M_{GT}(n, q) | Q, IMK \rangle|^2, \quad (50)$$

其中

$$\left. \begin{aligned} M_{GT}(n, q) &= S(n) \sum_{i=1}^A \mathbf{S}^{(i)} \cdot \nabla_i [r_i^{n+1} Y_{n+1, q}(i) \tau_{\pm}^{(i)}], \\ S(n) &= \left[\frac{4\pi \cdot 2^{n+3}}{(2n+3)!} \right]^{1/2} \cdot \frac{[(n+1)!]^2}{n+1} \cdot \left(\frac{Mc}{\hbar} \right)^n, \end{aligned} \right\} \quad (51)$$

指標 n 表示第 n 級禁忌, $n=0$ 即允許躍遷. 由於 $M_{GT}(n, q)$ 為 $(n+1)$ 階張量, 在變到本體坐標系後, (49) 式變為

$$D_{GT}(n) = |\langle IK \ n+1 \ K' - K | I' K' \rangle \langle \chi'_{\alpha'} | M'_{GT}(n, K' - K) | \chi_{\alpha} \rangle + \langle IK \ n+1 - K' - K | I' - K' \rangle \langle (-1)^{I' - I} \chi'_{-\alpha'} | M'_{GT}(n, -K' - K) | \chi_{\alpha} \rangle|^2. \quad (52)$$

$M'_{GT}(n, \pm K' - K)$ 為在本體坐標系中 n 級禁忌 GT 躍遷算符. 在不考慮對力時, χ_{α} 和 $\chi'_{\alpha'}$ 屬於一定 Nilsson 組態的多體波函數, 計及對力後, χ_{α} 和 $\chi'_{\alpha'}$ 為 (46) — (49) 各類型波函數之一. 以下就不同類型躍遷矩陣元 $\langle \chi'_{\alpha'} | M'_{GT}(nq) | \chi_{\alpha} \rangle$ 來討論對力的影響. 我們以 β^+ 衰變為例 (β^- 和此類似).

(1) 奇 A 核 $\xrightarrow{\beta^+}$ 奇 A 核

i) 奇 Z 偶 N 核 $\xrightarrow{\beta^+}$ 偶 Z 奇 N 核

$$\langle \alpha', \beta'(\omega) | M'_{GT}(n, q) | \alpha(\lambda), \beta \rangle = \langle \omega | \mathcal{M}'_{GT}(n, q) | \lambda \rangle \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha'} \right) \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'(\omega)} \right). \quad (53)$$

由對力影響所導致的這類 β 衰變的受阻因子 R 為

$$R = R_P R_N = \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha'} \right)^2 \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta} \cdot W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'(\omega)} \right)^2. \quad (54)$$

ii) 偶 Z 奇 N 核 $\xrightarrow{\beta^+}$ 奇 Z 偶 N 核

$$\langle \alpha'(\lambda), \beta' | M'_{GT}(n, q) | \alpha, \beta(\omega) \rangle = \langle -\omega | \mathcal{M}'_{GT}(n, q) | -\lambda \rangle \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha'} \right) \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta(\omega)} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'} \right) \quad (55)$$

表示原來成對的質子衰變後和原來不成對中子配對, 形成奇質子核. 受阻因子與上相似.

(2) 奇奇核 $\xrightarrow{\beta^+}$ 偶偶核

i) 偶偶核處於對激發態

$$\langle \alpha', \beta' | M'_{GT}(n, q) | \alpha(\lambda), \beta(\omega) \rangle = \langle -\omega | \mathcal{M}'_{GT}(n, q) | \lambda \rangle \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha'} \right) \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta(\omega)} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'} \right). \quad (56)$$

ii) 偶偶核處於中子對拆散態

$$\langle \alpha', \beta'(\omega, \pm \omega') | M'_{GT}(n, q) | \alpha(\lambda), \beta(\omega) \rangle = \langle \pm \omega' | \mathcal{M}'_{GT}(n, q) | \lambda \rangle \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} \cdot V_{\mu \dots \rho}^{\alpha'} \right) \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'(\omega, \omega')} \cdot W_{\xi \dots \zeta}^{\beta(\omega)} \right). \quad (57)$$

iii) 偶偶核處於質子對拆散態

$$\langle \alpha'(\lambda, \pm \lambda'), \beta' | M'_{GT}(n, q) | \alpha(\lambda), \beta(\omega) \rangle = \langle -\omega | \mathcal{M}'_{GT}(n, q) | \pm \lambda' \rangle \left(\sum_{\mu < \dots < \rho} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda')} V_{\mu \dots \rho}^{\alpha(\lambda)} \right) \left(\sum_{\xi < \dots < \zeta} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta'} W_{\xi \dots \zeta}^{\beta(\omega)} \right). \quad (58)$$

上式表示原来成对填充的两质子 ($\pm\lambda'$) 之一, 在衰变后和原来的奇中子 (ω) 配对填充, 从而形成质子对拆散的激发态, 初态中多一对成对填充的质子, 末态中多一对成对填充的中子. 受阻因子与前相似.

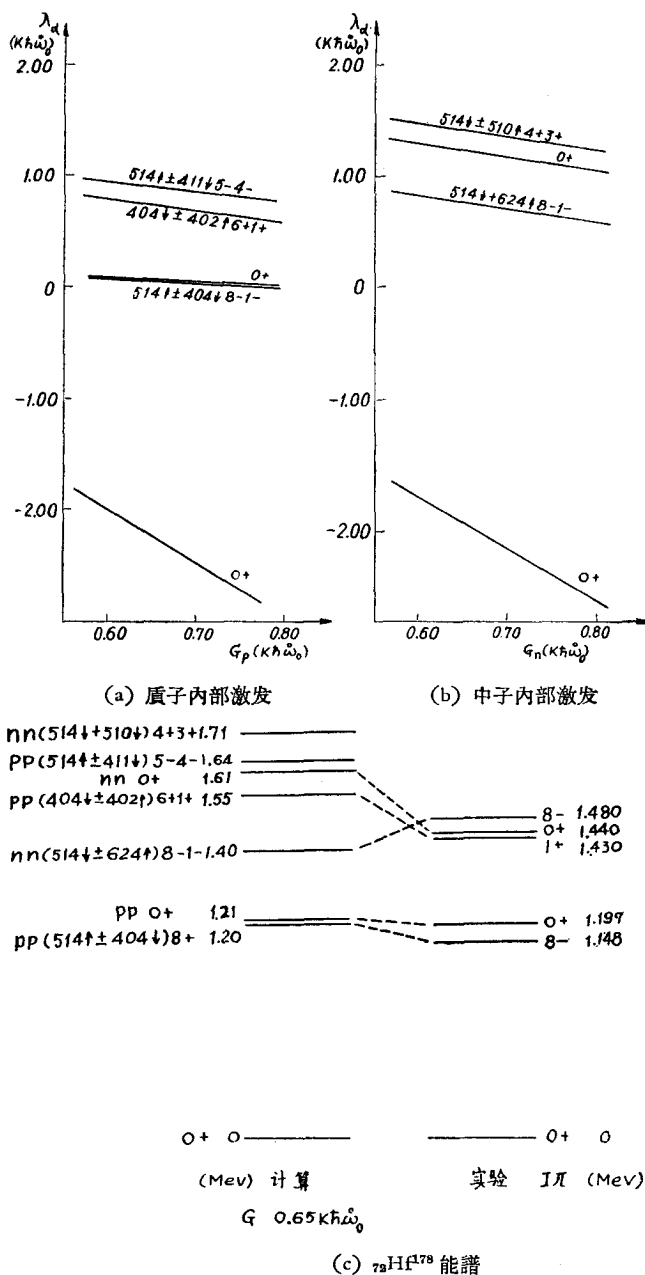
四、 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的分析

以 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 为例, 应用上述方法, 对于对力在大变形原子核中对能谱和 β -跃迁的影响

进行初步分析.

为此, 需要先确定 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的质子和中子的单粒子能级. 这一组单粒子能级首先应满足以下的要求, 即在考虑对力影响后能够较好地解释 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 附近的奇 A 核内部激发谱. 初步分析表明, 只要适当改变现行的 Mottelson-Nilsson 能级的参数 μ 和 κ ^[14,15], 这一要求可以近似满足. 在 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 附近, 参数可如下选取: 对质子, $\kappa \approx 0.072$, $\mu = 0.59 (N=4)$, $\mu = 0.45 (N=5)$; 对中子, $\kappa \approx 0.067$, $\mu = 0.42 (N=5)$, $\mu = 0.33 (N=6)$. 本文中所用单粒子能级符号以及 β 衰变分类的表示和文献[15]相同.

在计算能谱时, 截断能量取为 $\sim 4\text{MeV}$. 计算结果见图 1. 图 1(a), (b) 分别给出质子系和中子系的内部激发能级随 G 变化的曲线, 纵坐标是 $\lambda^a = E^a + \left(\frac{n}{2} - 1\right)G$, 能量单位用 $\kappa\hbar\omega_0 \approx 0.50\text{MeV}$. 图 1(c) 给出当 $G_p = G_n = 0.65\kappa\hbar\omega_0$ 时计算所得能谱和实验能谱的比较. ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的内部激发态是由 ${}_{73}\text{Ta}^{178}$ 的 β 衰变以及伴随而来的 γ 跃迁来确定的^[10,9]. 与这些 β 衰变有关的内部激发能



級見圖 2。

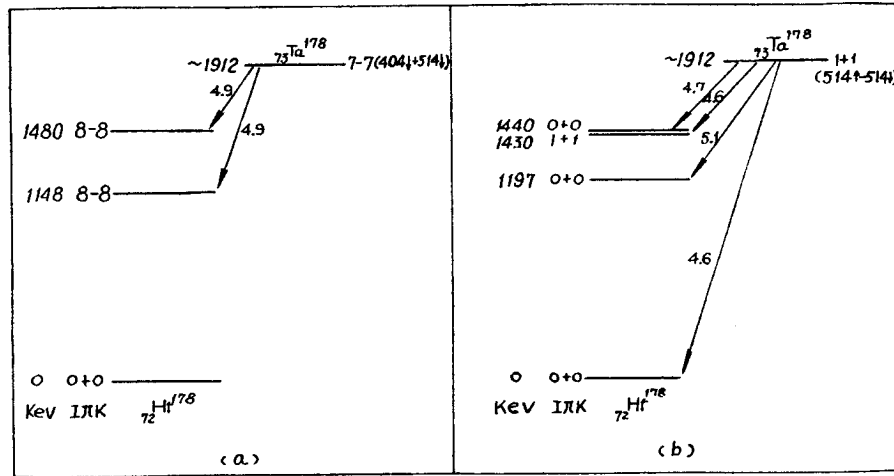


圖 2 ${}_{73}\text{Ta}^{178}$ 的 β 衰變

由能譜比較可以看出，理論上計算所得的較低的幾個內部激發能級已經在 β 衰變中被觀測到。這些結果 Gallagher 和 Soloviev^[9,10] 已經得到。從能量來看，1148 KeV 8- 態是質子對拆散態 $pp(404\downarrow + 514\uparrow)8-8$ ，1480 KeV 8- 態是中子對拆散態 $nn(514\downarrow + 624\uparrow)8-8$ ，1430 KeV 1+ 態是 $pp(404\downarrow + 402\uparrow)1+1$ ，1197 KeV 0+ 態是質子最低的对激發態 $pp\ 0+0$ ，1440 KeV 0+ 態是中子最低的对激發態 $nn\ 0+0$ 。為進一步判明這些能級的性質，以下對 β 衰變進行分析。

首先注意，從 ${}_{73}\text{Ta}^{178}\ 7-7(404\downarrow + 514\downarrow)$ 態到 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的兩個 8- 態的 β 衰變的 $\log ft$ 都是 4.9 [見圖 2(a)]。但按理論分析，如認為 1148 KeV 8- 態是 $pp(404\downarrow + 514\uparrow)8-8$ ，則 β 躍遷屬於允許不受阻 (au) 類型^[15]，從附近奇 A 核的類似的 β 衰變數據來看， $\log ft \sim 4.5-5$ ，和實驗相近。另外如認為 1480 KeV 8- 態是 $nn(514\downarrow + 624\uparrow)8-8$ ，則 β 躍遷屬於允許受阻 (ah) 類型^[15]。從附近奇 A 核類似的 β 衰變數據來看， $\log ft \sim 6-7$ ，和實驗相差較大。關於這兩個 β 衰變的計算結果見表 1。

表 1 ${}_{73}\text{Ta}^{178}\ 7-7(404\downarrow + 514\downarrow) \rightarrow {}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的分析

實驗結果			理論計算					
$I'\pi'K'$	$E_f(\text{KeV})$	$\log ft$	末態組態	$Nn_z A \Sigma \rightarrow N'n'_z A' \Sigma'$	類型	R	$\log(ftR\xi)_{\frac{1}{2}}$	$\log ft_{\frac{1}{2}}$
8-8	1148	4.9	$pp404\downarrow + 514\uparrow$	$514\uparrow \rightarrow 514\downarrow$	au	0.39	$4.4(3.5)^{1)}$	$4.8(3.9)$
8-8	1480	4.9	$nn514\downarrow + 624\uparrow$	$404\downarrow \rightarrow 624\uparrow$	ah	0.51	$5.3^{2)}$	5.6

1) 圓括號 () 內的值為用 (Nilsson) 波函數計算所得到的結果。

2) 這一行中未給出用波函數計算的結果，這是因為按照 Nilsson 波函數計算，單粒子躍遷矩陣元結果為零。

在以上計算中，單粒子躍遷矩陣元之值與 Soloviev^[8,9] 作法一樣，採用了附近奇 A 核類似的 β 衰變的實驗數據。表中第八列的 $\xi = \langle IK|K' - K|I'K' \rangle^2$ 。

从表 1 看出,对于第二个跃迁的 $\log ft$ 值,理论与实验相差较大. 由于在低内部激发态中没有其他 $K\pi = 8 -$ 的态, Gallagher 曾提出如下解释^[10,9]: np 间相互作用能导致两个 8-态发生较强的混合,因此从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 7 - 7$ 到这两个 8-能级上的 β 衰变 $\log ft$ 相近.

从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1 (514 \uparrow - 514 \downarrow)$ 态到 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的 β 衰变[见图 2(b)],由 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 到 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 基态、1197 KeV $0 +$ 态和 1440 KeV $0 +$ 态的 β 衰变分析表明: 1197 KeV $0 +$ 态是 pp 对激发态,而 1440 KeV $0 +$ 态是 nn 对激发是合理的(见表 2).

表 2 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1 (514 \uparrow - 514 \downarrow) \rightarrow {}_{72}\text{Hf}^{178}$ 的分析

实验结果			理论计算					
$I'\pi'K'$	$E_f(\text{KeV})$	$\log ft$	末态组态	$Nn_z A \Sigma \rightarrow N' n'_z A' \Sigma'$	类型	R	$\log(ftR\frac{1}{2})_{\text{th}}$	$\log ft_{\text{th}}$
$0+0$	0	4.6	$0+(基态)$	$514 \uparrow \rightarrow 514 \downarrow$	au	0.38	4.4(3.5)	5.3(4.4)
$0+0$	1197	5.1	$pp0+$	$514 \uparrow \rightarrow 514 \downarrow$	au	0.27	4.4(3.5)	5.4(4.5)
$0+0$	1440	4.7	$nn0+$	$514 \uparrow \rightarrow 514 \downarrow$	au	0.10	4.4(3.5)	5.9(5.0)

由表 2 看出,理论计算 $\log ft$ 值比实验值大一些,但实验值和理论值都有以下趋势: 从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 态到 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 两个 $0 +$ 激发态 β 衰变的 $\log ft$ 值,比到基态的大一些,这是由于跃迁到对激发态的受阻因子要小一些.

至于从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 态到 ${}_{72}\text{Hf}^{178} 1430 \text{ KeV } 1 +$ 态的 β 衰变 $\log ft$ 实验值为 4.6,如果认为末态是 $pp(404 \downarrow - 402 \uparrow) 1 + 1$,则无论对力存在与否,跃迁都是禁戒的,而理论上在附近没有其他的 $K\pi = 1 +$ 的内部激发态,因此目前关于这个 β 衰变的解释是有困难的.

在以上计算中,由于没有考虑与自旋有关的作用力,两个对拆散态 $\Omega = |\Omega_1 \pm \Omega_2|$ 是简并的. 按照 Gallagher 经验规则^[9,10], 偶偶核中 $\Sigma = \Sigma_1 + \Sigma_2 = 0$ 的态较低,所以在比 1148 KeV $8 -$ 能级稍高处,还应有 $pp(404 \downarrow - 514 \uparrow) 1 - 1$ 能级,在比 1480 KeV $8 -$ 能级稍高处,还应有 $nn(514 \downarrow - 624 \uparrow) 1 - 1$ 能级. 如果这两能级的能量在 1912 KeV 以下,则从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 态到这两个 $1 - 1$ 态的 β 衰变可观察到. 从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 到 $pp(404 \downarrow - 514 \uparrow) 1 - 1$ 相应于 $404 \downarrow \rightarrow 514 \downarrow (1u)$, 从 ${}_{73}\text{Ta}^{178} 1 + 1$ 到 $nn(514 \downarrow - 624 \uparrow) 1 - 1$ 相应于 $514 \uparrow \rightarrow 624 \uparrow (1u)$, 由附近奇 A 核类似的 β 衰变来看,这两个跃迁的 $\log ft$ 值约为 $\sim 6-7$,但实验上尚未观测出这两条能级.

关于 ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ 各内部激发态之间的 γ 跃迁几率,目前尚无可靠的实验数据. 实验上对 γ 跃迁几率作更仔细测量对于进一步搞清这些内部激发态性质和核内的剩余相互作用是很有帮助的.

附 录

表 1 能量本征值的比较

$n = \Omega$	G	最高激发组态能量	组态数	基态能量 E^0		第一激发态能量 E^1		$(E^1 - E^0)$	
				一级近似	严格解	一级近似	严格解	一级近似	严格解
4	1	4	4	-3.08	-3.10	0.24	0.24	3.32	3.34
6	0.4	6	7	-1.49	-1.50	0.80	0.73	2.29	2.23
8	0.4	8	12	-1.84	-2.06	0.46	0.28	2.30	2.34

表 2 $n = \Omega = 6$ 波函數的比較

i	$\mu\nu\sigma$	基 态 波 函 数			第一激发态波函数		
		零 級 解	(29)式解	严 格 解	零 級 解	(29)式解	严 格 解
1	123	0.923	0.946	0.946	-0.350	-0.287	-0.280
2	124	0.256	0.235	0.235	0.894	0.929	0.931
3	125	0.151	0.124	0.123	0.194	0.143	0.146
4	134	0.151	0.124	0.123	0.194	0.143	0.146
5	126	0.106	0.081	0.082	0.109	0.079	0.081
6	234	0.106	0.081	0.082	0.109	0.079	0.081
7	135	0.106	0.076	0.076	0.109	0.004	0.002

表 3 $n = \Omega = 8$ 波函數的比較

i	$\mu\nu\sigma\rho$	基 态 波 函 数		
		零 級 解	(29) 式 解	严 格 解
1	1234	0.840	0.932	0.928
2	1235	0.315	0.247	0.250
3	1236	0.194	0.134	0.135
4	1245	0.194	0.134	0.135
5	1237	0.140	0.088	0.089
6	1345	0.140	0.088	0.089
7	1246	0.140	0.084	0.083
8	1238	0.110	0.068	0.066
9	2345	0.110	0.068	0.066
10	1247	0.110	0.059	0.058
11	1346	0.110	0.059	0.058
12	1256	0.110	0.030	0.029

参 考 文 献

- [1] Mottelson, B. R., The Many-Body Problem (Paris), 1959, p. 283.
- [2] Mottelson, B. R., Proceedings of the International Conference on Nuclear Structure (Kingston, Canada), 1960, p. 525.
- [3] Bohr, A., Mottelson, B. R. and Pines, D., *Phys. Rev.*, **110** (1958), 936.
- [4] Belyaev, S. T., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **31**, no. 11 (1959).
- [5] Kisslinger, L. S. and Sorensen, R. A., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.* **32**, no. 9 (1960).
- [6] Nilsson, S. G. and Prior, O., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **32**, no. 16 (1961).
- [7] Freed, N. and Kisslinger, L. S., *Nuclear Phys.*, **25** (1961), 611.
- [8] Soloviev, V. G., *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **1**, no. 11 (1961).
- [9] Gallagher, C. J. and Soloviev, V. G., *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **2**, no. 2 (1962).
- [10] Gallagher, C. J., *Phys. Rev.*, **126** (1962), 1525.
- [11] Asaro, F., Perlman, I., Rasmussen, J. O. and Thompson, S. G., *Phys. Rev.*, **120** (1960), 934.
- [12] Newby, N. D., *Phys. Rev.*, **125**, (1962), 2063.
- [13] Harmatz, B., Henley, T. H. and Mihelich, J. W., *Phys. Rev.*, **114** (1959), 1082; **119** (1960), 1345; **123** (1961), 1758.
- [14] Nilsson, S. G., *Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk.*, **29**, no. 16 (1955).
- [15] Mottelson, B. R. and Nilsson, S. G., *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, **1**, no. 8, (1959).

EFFECTS OF PAIRING FORCE ON THE INTRINSIC EXCITATION IN STRONGLY DEFORMED NUCLEI

YANG LI-MING TSENG CHIN-YEN

(Peking University)

ABSTRACT

A new approximate method for treating nn and pp pairing force in nuclei is presented. In this method the difficulties connected with the application of BCS-Bogolubov method to nuclei such as the non-conservation of the number of particles, the appearance of spurious states, and non-orthogonality between wave functions of different excited states are avoided. But the method can be conveniently adopted only when the number of particles n and the number of levels Q considered are small ($n \lesssim 10$, $Q \lesssim 10$). Also the approximation of this method is good only under such conditions. In this method the many-body nature of the excitation is displayed explicitly without introducing the conception of quasi-particles. The excitation of the system can be divided into two classes. The first class of excitation is a kind of single particle excitation embedded in a many-body system under the action of the pairing force. This would correspond to the excitation of a single quasi-particle $\alpha_v^+ \alpha_{v_0}$ or to two quasi-particle excitation of the type $\alpha_v^+ \beta_{v'}^+$, $\alpha_v^+ \alpha_{v'}^+$ ($v' \neq v$) etc. in the BCS-Bogolubov method. The second class of excitation is a pair excitation in which the distribution of the conjugated pairs of particles among the levels is altered. This type of excitation would correspond to superposition of quasi-particle excitations of the type $\alpha_v^+ \beta_v^+$, $\alpha_v^+ \beta_v^+ \alpha_\mu^+ \beta_\mu^+$. Also examined is the effect of pairing force on the β - and γ -transition probability in the new formalism. In general, β -transition is retarded by the pairing force while in γ -transition the effect of pairing force varies according to the nature of the relative excitation between the initial and final states. When the relative excitation is of the first class, the transition is retarded to various extent, depending on the nature of the γ -transition. If the relative excitation is of the second class, the transition is forbidden when the pairing force is not in action, and is allowed only for electric transition arising from the charge-current distribution when the pairing force is present. Finally this method is applied to investigate the effect of pairing force on the intrinsic spectra and β -transition in ${}_{72}\text{Hf}^{178}$ as an example.