

KDP, ADP 调制器中高斯光束的传播和消光比的理论*

李 铁 城†

提 要

本文用迭加原理给出高斯光束在各向同性、各向异性介质中的传播公式,及正入射情形下的反射和透射规律。由此给出依赖于晶块几何及高斯光束空间结构的 KDP, ADP 温度补偿 Pockel 调制器的消光比公式,并作了分析。虽然本文考虑的是更为普遍的情形,但导出的消光比公式却十分简洁。

基于 Pockel 效应的晶体电光调制的消光比对激光通讯、显示技术等有重要意义。本文研究了高斯光束的传播。研究高斯光束的空间结构以及晶体的平行度、不等长度和平面对消光比的影响——常认为这些是决定消光比的重要因素。对象是激光技术中最为常见和优越的 KDP 及 ADP 双晶横调制器^[1]。

一、高斯光束在 KDP, ADP 中的透射与传播

在衍射理论基础上,首先研究高斯光束 (TEM₀₀ 模)在正入射情形下在调制晶体 KDP 及 ADP 中的传播。空气中高斯光的公式为

$$U_{00}(\xi, \eta, \zeta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_{00}}{W_0} \exp \left\{ -j(k_0 \zeta - \phi_0) - (\xi^2 + \eta^2) \left(\frac{1}{W_0^2} + \frac{jk_0}{2R_0} \right) \right\}. \quad (1.1)$$

45° z-切割 KDP 中的 TEM₀₀ 模为^[2,3]

$$o \text{ 光: } U_o(\xi, \eta, \zeta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_o}{W} \exp \left\{ -j(k_o \zeta - \phi) - (\xi^2 + \eta^2) \left(\frac{1}{W^2} + \frac{jk_o}{2R} \right) \right\}, \quad (1.2)$$

$$e \text{ 光: } U_e(\xi, \eta, \zeta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_o}{\sqrt{W_\xi W_\eta}} \exp \left\{ -j \left(k_e \zeta - \frac{\phi_\xi}{2} - \frac{\phi_\eta}{2} \right) - \xi^2 \left(\frac{1}{W_\xi^2} + \frac{jk_e}{2R_\xi} \right) - \eta^2 \left(\frac{1}{W_\eta^2} + \frac{jk_e}{2R_\eta} \right) \right\}. \quad (1.3)$$

45° y-切割 ADP 中 o、e 两光线的方向不同。TEM₀₀ 模 o 光仍为 (1.2) 式; e 光则为

$$U'_e(\xi, \eta, \zeta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W'_o}{\sqrt{W'_\xi W'_\eta}} \exp \left\{ -j \left(k_{oe} \zeta - \frac{\phi'_\xi + \phi'_\eta}{2} \right) - (\xi - \beta \zeta)^2 \left(\frac{1}{W'^2_\xi} + \frac{jk_{oe}}{2R'_\xi} \right) - \eta^2 \left(\frac{1}{W'^2_\eta} + \frac{jk_{oe}}{2R'_\eta} \right) \right\}. \quad (1.4)$$

* 1973 年 10 月 31 日收到。

† 现在中国科学院物理研究所工作。

坐标 ζ 沿传播方向, KDP 中 ξ 沿光轴 (z 轴) 方向; ADP 中光轴在 $\zeta o\eta$ 平面与 $o\eta$ 轴成 $\frac{\pi}{4}$ 角. 其中

$$W_v^2 = W_{ov}^2(1 + \zeta^2/\zeta_{ov}^2), W^2 = W_o^2(1 + \zeta^2/\zeta_o^2), W_\xi^2 = W_{o\xi}^2 \left(1 + \frac{n_e^4 \zeta^2}{n_o^4 \zeta_{o\xi}^2}\right),$$

$$W_\eta^2 = W_{o\eta}^2(1 + \zeta^2/\zeta_{o\eta}^2), W_\xi' = W_\eta' = W_o' (1 + \zeta^2/\zeta_{o\xi}^2);$$

$$\zeta_{ov} = \frac{\pi}{\lambda} W_{ov}^2, \zeta_o = \frac{\pi}{\lambda} n_o W_o^2, \zeta_{o\xi} = \frac{\pi}{\lambda} n_e W_{o\xi}^2, \zeta_{o\eta} = \frac{\pi}{\lambda} n_e W_{o\eta}^2,$$

$$\zeta_{o\xi}' = \frac{\pi}{\lambda} n_{oe} W_{o\xi}'^2; \phi_v = \text{tg}^{-1} \zeta/\zeta_{ov}, \phi = \text{tg}^{-1} \zeta/\zeta_o, \phi_\xi = \text{tg}^{-1} \frac{n_e^2 \zeta}{n_o^2 \zeta_{o\xi}},$$

$$\phi_\eta = \text{tg}^{-1} \zeta/\zeta_{o\eta}, \phi_\xi' = \phi_\eta' = \text{tg}^{-1} \zeta/\zeta_{o\xi}'; R_v = \zeta \left(1 + \frac{\zeta_{ov}^2}{\zeta^2}\right), R = \zeta \left(1 + \frac{\zeta_o^2}{\zeta^2}\right),$$

$$R_\xi = \zeta \left(\frac{n_e}{n_o}\right)^2 \left(1 + \frac{n_o^4 \zeta_{o\xi}^2}{n_e^4 \zeta^2}\right), R_\eta = \zeta \left(1 + \frac{\zeta_{o\eta}^2}{\zeta^2}\right), R_\xi' = R_\eta' = \zeta \left(1 + \frac{\zeta_{o\xi}'^2}{\zeta^2}\right);$$

$$k_v = \frac{2\pi}{\lambda}, k_o = \frac{2\pi}{\lambda} n_o, k_e = \frac{2\pi}{\lambda} n_e, k_{oe} = \frac{2\pi}{\lambda} n_{oe}, n_{oe}^{-2} = \frac{1}{2} (n_o^{-2} + n_e^{-2}); \beta = \frac{n_o^{-2} - n_e^{-2}}{n_o^{-2} + n_e^{-2}};$$

λ 为真空中波长, 常量 $W_o, W_{ov}, W_{o\xi}, W_{o\eta}, W_o'$ 对应高斯光束的腰 (waist), 或称为焦斑线度.

设空气中有参量为 W_{ov} 及 S_v 的高斯光束. 入射 KDP 中形成 o 光 (偏振方向平行 $o\eta$), 参量为 W_o 及 S_o (图1). 设界面 A 上场振幅与相角之分布皆连续, 由 (1.1) 和 (1.2) 式得

$$k \frac{\xi^2 + \eta^2}{2R(S_o)} = k_v \frac{\xi^2 + \eta^2}{2R_v(S_v)} \quad \text{及}$$

$$\exp \left\{ -\frac{\xi^2 + \eta^2}{W^2(S_o)} \right\} = \exp \left\{ -\frac{\xi^2 + \eta^2}{W_v^2(S_v)} \right\},$$

由此求得

$$W_o = W_{ov}, \quad (1.5)$$

$$S_o = n_o S_v, \quad (1.6)$$

$$\phi(S_o) = \phi_v(S_v), \quad (1.7)$$

$$W(S_o) = W_v(S_v). \quad (1.8)$$

若在 KDP 中形成 e 光 (偏振方向平行

$o\xi$), 与上相仿, 由 (1.1) 和 (1.3) 式及场在界面上分布连续条件可得

$$W_{ov}^2 \left(1 + \frac{\lambda^2 S_v}{\pi^2 W_{ov}^4}\right) = W_{o\eta}^2 \left(1 + \frac{\lambda^2 S_\eta^2}{\pi^2 W_{o\eta}^4 n_e^2}\right) = W_{o\xi}^2 \left(1 + \frac{\lambda^2 S_\xi^2 n_e^2}{\pi^2 W_{o\xi}^4 n_o^4}\right),$$

$$S_v \left(1 + \frac{\pi^2 W_{ov}^4}{S_v^2 \lambda^2}\right) = \frac{S_\eta}{n_e} \left(1 + \frac{\pi^2 n_e^2 W_{o\eta}^4}{S_\eta^2 \lambda^2}\right) = \frac{S_\xi}{n_e} \left(\frac{n_e}{n_o}\right)^2 \left(1 + \frac{\pi^2 n_o^4 W_{o\xi}^4}{n_e^2 S_\xi^2 \lambda^2}\right).$$

解上面方程得

$$W_{o\eta} = W_{o\xi} = W_{ov}, \quad (1.9)$$

$$S_\eta/n_e = S_\xi n_e/n_o^2 = S_v, \quad (1.10)$$

$$W_v(S_v) = \sqrt{W_\xi(S_\xi) W_\eta(S_\eta)}, \quad (1.11)$$

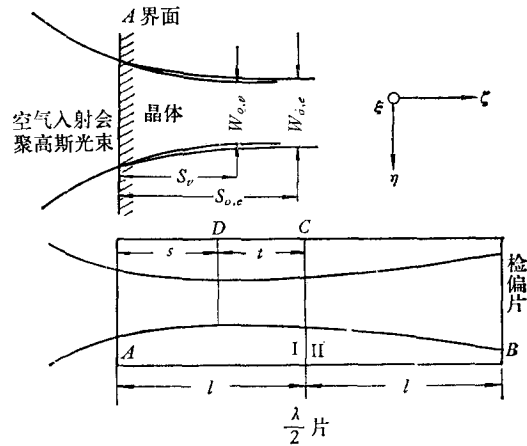


图 1

$$\phi_{\xi}(S_{\xi}) = \phi_{\eta}(S_{\eta}) = \phi_{\nu}(S_{\nu}). \quad (1.12)$$

与上相仿,在 45° y -切割 ADP 中高斯光束有以下各式:

$$W_{ov} = W_o = W'_o, \quad (1.13)$$

$$S_o/n_o = S_{\xi}/n_{oe} = S_{\eta}/n_{oe} = S_{\nu}, \quad (1.14)$$

注意,此时 e 光 ξ 分量腰中心在 $\xi = \beta n_{oe} S_{\nu}$ 处.

由以上结果可知: 具有参量 W_{ov} , S_{ν} 的高斯光束正入射到 45° z -切割 KDP 及 45° y -切割 ADP 中,仍为高斯光束. 焦斑大小不变. o , e 光焦斑不重合,且 e 光的 ξ , η 焦斑分量也会分开.

上面关于会聚高斯光束入射 KDP, ADP 诸结果(1.5)–(1.14)式完全可以推广到发散高斯光束情形,以及由晶体出射到空气情形,结果形式相同(证明从略). 解决了高斯光束正入射情形下在晶体中的传播问题,即可着手讨论消光比问题.

二、高斯光束的空间结构以及晶体平行度、不等长度与消光比的关系

设给定参量 W_{ov} , S_{ν} 及偏振方向在 $\xi o \eta$ 平面与 $o \eta$ 成 $\frac{\pi}{4}$ 角之会聚高斯光束,它射到 45° z -切割、长 $2l$ 之 KDP 双晶体横调制器上(图 1),反复利用(1.6)和(1.10)式有

$$S_{\nu} \rightarrow \begin{cases} S_o = n_o S_{\nu}, \\ S_{\xi} = \frac{n_o^2}{n_e} S_{\nu}, \text{ 则} \\ S_{\eta} = n_e S_{\nu}, \end{cases} \quad \begin{cases} {}^c t_o = l - S_o \\ {}^c t_{\xi} = l - S_{\xi} \text{ “等价参量”} \\ {}^c t_{\eta} = l - S_{\eta} \end{cases} \quad \begin{cases} {}^{\nu} t_o = \frac{{}^c t_o}{n_o}, \\ {}^{\nu} t_{\xi} = \frac{n_e}{n_o^2} {}^c t_{\xi}, \\ {}^{\nu} t_{\eta} = \frac{{}^c t_{\eta}}{n_e}, \end{cases}$$

(空气中腰距) (晶块 I 中腰距) (与空气中“等价”光束腰距)

$$\xrightarrow{\frac{\lambda}{2} \text{ 片}} \begin{cases} {}^c t_{e\xi} = \frac{n_o^2}{n_e} {}^{\nu} t_o = \frac{n_o^2}{n_e} \left(\frac{l}{n_o} - S_{\nu} \right), \\ {}^c t_{e\eta} = n_e {}^{\nu} t_o = n_e \left(\frac{l}{n_o} - S_{\nu} \right), \\ {}^c t_{o\xi} = n_{ov} {}^{\nu} t_{\xi} = n_o \left(\frac{n_e l}{n_o^2} - S_{\nu} \right), \\ {}^c t_{o\eta} = n_{ov} {}^{\nu} t_{\eta} = n_o \left(\frac{l}{n_e} - S_{\nu} \right), \end{cases}$$

(晶块 II 中腰距)

即

$$S_{o\xi} = l \left(1 + \frac{n_e}{n_o} \right) - n_o S_{\nu}, \quad (2.1)$$

$$S_{o\eta} = l \left(1 + \frac{n_o}{n_e} \right) - n_o S_{\nu}, \quad (2.2)$$

$$S_{e\xi} = l \left(1 + \frac{n_o}{n_e} \right) - \frac{n_o^2}{n_e} S_{\nu}, \quad (2.3)$$

$$S_{e\eta} = l \left(1 + \frac{n_e}{n_o} \right) - n_e S_v. \quad (2.4)$$

(2.1)–(2.4)式乃距 B 平面的腰距(晶块 II 中), 令

$$t \equiv 1 - \frac{n_o S_v}{l} \quad (S_v > 0), \quad p \equiv l \left(t + \frac{n_e}{n_o} \right), \quad q \equiv l \left(t + \frac{n_o}{n_e} \right), \quad \mu \equiv n_o/n_e,$$

则 (2.1)–(2.4) 式化为更简洁的形式:

$$S_{o\xi} = p, \quad (2.1)'$$

$$S_{o\eta} = q, \quad (2.2)'$$

$$S_{e\xi} = \mu p, \quad (2.3)'$$

$$S_{e\eta} = q/\mu. \quad (2.4)'$$

由(1.5)及(1.9)式知焦斑线度大小恒不变. 将(2.1)'–(2.4)'式代入(1.2)和(1.3)式, 得:

$$U_{oB}(\xi, \eta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_{ov}}{\sqrt{W(p)W(q)}} \exp \left\{ j \left(\frac{\phi(p) + \phi(q)}{2} \right) - \xi^2 \left(\frac{1}{W^2(p)} + \frac{jk_o}{2R(p)} \right) - \eta^2 \left(\frac{1}{W^2(q)} + \frac{jk_o}{2R(q)} \right) \right\}, \quad (2.5)$$

$$U_{eB}(\xi, \eta) = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_{ov}}{\sqrt{W_\xi(\mu p)W_\eta(q/\mu)}} \exp \left\{ j \left(\frac{\phi_\xi(\mu p) + \phi_\eta(q/\mu)}{2} \right) - \xi^2 \left(\frac{1}{W_\xi^2(\mu p)} + \frac{jk_e}{2R_\xi(\mu p)} \right) - \eta^2 \left(\frac{1}{W_\eta^2(q/\mu)} + \frac{jk_e}{2R_\eta(q/\mu)} \right) \right\}. \quad (2.6)$$

在上面 B 平面 o, e 光场分布中已略去与消光比无关的常相角.

当以 W_{ov}, S_v 为参量之高斯光射入 $45^\circ y$ -切割、晶轴取向一致的 ADP 双晶体异电极型横调制器(对两晶块分别为 $45^\circ y$ -切割及 $45^\circ x$ -切割之同电极型横调制器, 将有完全相同结果), 反复利用(1.14)式, 与 KDP 相仿求得距 B 平面的腰距为

$$o \text{ 光: } S_{oB} = l_2 + n_o \left(\frac{l}{n_{oe}} - S_v \right) \equiv l_o + \Delta l, \quad (2.7)$$

$$e \text{ 光: } S_{eB} = l_2 + n_{oe} \left(\frac{l}{n_o} - S_v \right) \equiv l_e + \Delta l, \quad (2.8)$$

其中

$$\Delta l \equiv l_2 - l_1 \equiv l_2 - l, \quad l_o \equiv l \left(1 + \frac{n_o}{n_{oe}} \right) - n_o S_v, \quad l_e \equiv l \left(1 + \frac{n_{oe}}{n_o} \right) - n_{oe} S_v.$$

注意如下关系: $n_o l_e = n_{oe} l_o$, 由此得下列关系式:

$$W(l_o) = W'_\xi(l_e) = W'_\eta(l_e), \quad (2.9)$$

$$\phi(l_o) = \phi'_\eta(l_e) = \phi'_\xi(l_e), \quad (2.10)$$

$$R(l_o)/n_o = R(l_e)/n_{oe}. \quad (2.11)$$

将(2.7)–(2.11)式代入(1.2)和(1.4)式, 并利用(1.13)式得 B 平面光场分布:

$$U'_{oB} = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_{ov}}{W(l_o)} \exp \left\{ -j[k_o(l_o + \Delta l) - \phi(l_o)] - \left(\frac{1}{W^2(l_o)} + \frac{jk_o}{2R(l_o)} \right) [(\xi - \beta l)^2 + \eta^2] \right\}, \quad (2.12)$$

$$U'_{eb} = \sqrt{\frac{1}{2}} \frac{W_{ov}}{W(l_e)} \exp \left\{ -j[k_c(l_e + \Delta l) - \phi(l_e)] - \left(\frac{1}{W^2(l_e)} + \frac{jk_o}{2R(l_e)} \right) [(\xi - \beta l - \beta \Delta l)^2 + \eta^2] \right\}. \quad (2.13)$$

导出 (2.1)–(2.13) 式时,曾假定以会聚光入射并在晶块 I 中会聚成腰 (图 1), 但不难证明: 以上两假定决非必要, 只需注意对发散光应取 $S_v < 0$, 即可得出与上形式全同的结果. 总之, 在各种情形下 (会聚或发散光束; 焦斑落于晶块内或晶块外; 落于晶块-I 或晶块-II), 通过调制器后在 B 平面场分布皆得到自动给出了正确符号的、形式统一的公式 (2.5), (2.6), (2.12) 和 (2.13). 经检偏片后, B 平面上干涉强度 $I = \iint dI \propto \iint |u_{oB} - u_{eB}|^2 df$. 由于振幅具有指数衰减因子且光斑小于晶块横向线度, 可将积分限改为 $\pm\infty$. 令 $l \rightarrow l + \delta l = l + \xi \text{tg} \delta_\xi + \eta \text{tg} \delta_\eta$, 对应晶体端面平行度, 代入 (2.5), (2.6), (2.12) 和 (2.13) 式, 利用前面导出的诸式经较繁杂的计算, 得调制后光相对强度 $I = 1 - g \cos \varphi$, φ 与平行度无关. 消光比 $e = \frac{I_{\max}}{I_{\min}} = \frac{1+g}{1-g}$, 调制度: $g = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$, 调制效率 $\eta = \eta_o \frac{1+g}{2}$.

$$g_{\text{KDP}} = \exp \left\{ -\frac{W_{ov}^2}{2} [\nu_\xi^2(1+p^2/\zeta_o^2) + \nu_\eta^2(1+q^2/\zeta_o^2)] \right\}, \quad \nu_{\xi,\eta} \equiv \frac{\pi}{\lambda} (n_o - n_e) \text{tg} \delta_{\xi,\eta}, \quad (2.14)$$

$$g_{\text{ADP}} = \exp \left\{ -\frac{W_{ov}^2}{2} (\nu_\xi'^2 + \nu_\eta'^2) (1 + l_o^2/\zeta_o^2) \right\}, \quad \nu_{\xi,\eta}' \equiv \frac{\pi}{\lambda} (n_o - n_{oe}) \text{tg} \delta_{\xi,\eta}. \quad (2.15)$$

当 $\delta_\xi = \delta_\eta = \delta$ 时, 有

$$-\ln g_{\text{KDP}} = \left[\frac{\pi W_{ov}}{\lambda} (n_o - n_e) \delta \right]^2 \cdot \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{l\lambda}{\pi n_o W_{ov}^2} \right)^2 \left(t + \frac{n_e}{n_o} + t + \frac{n_o}{n_e} \right)^2 \right], \quad (2.14)'$$

$$-\ln g_{\text{ADP}} = \left[\frac{\pi W_{ov}}{\lambda} (n_o - n_{oe}) \delta \right]^2 \cdot \left[1 + \left(\frac{l\lambda}{\pi n_o W_{ov}^2} \right)^2 \cdot \left(\frac{n_o}{n_{oe}} + t \right)^2 \right]. \quad (2.15)'$$

前已定义: $t_{\text{会聚}} \equiv 1 - \frac{n_o S_v}{l}$, $t_{\text{发散}} \equiv 1 + \frac{n_o S_v}{l}$. 由决定消光比的公式 (2.14)'–(2.15)' 得

出以下推论:

1. 随平行度 $|\delta|$ 增加, 消光比单调下降.
2. 存在使消光比达极大值之高斯光束的腰:

$$\text{KDP} (W_{ov})_m = \sqrt{\frac{l\lambda}{\pi n_o}} \left(\frac{\overline{t + \frac{n_e}{n_o} + t + \frac{n_o}{n_e}}^2}{2} \right)^{1/4}, \quad (2.16)$$

$$\text{ADP} (W_{ov})_m = \sqrt{\frac{l\lambda}{\pi n_o}} \left(t + \frac{n_o}{n_{oe}} \right). \quad (2.17)$$

而 $(W_{ov})_m$ 只依赖于晶体相对高斯光束之位置, 但与 δ 无关, 故具有普遍意义. 过去^[4]只是通过具体数字计算得到的曲线“看出”这一结论的, 且还只限于 $t \approx 0$ 的会聚光束这一特殊情况. 这里给出了普遍情况下 (具有任意空间结构的高斯光束) 的解析证明和表达式. 存在 $(W_{ov})_m$ 之物理意义已有解释^[4].

3. 存在使消光比达极大值的腰距 $(S_v)_m$:

$${}_{\text{KDP}}(S_v)_m = \frac{l}{n_o} \left(1 + \frac{\frac{n_o}{n_e} + \frac{n_e}{n_o}}{2} \right), \quad (2.18)$$

$${}_{\text{ADP}}(S_v)_m = l \left(\frac{1}{n_o} + \frac{1}{n_{oe}} \right). \quad (2.19)$$

$(S_v)_m$ 与 δ 无关, 故有普遍意义. 对会聚光束 $(n_o S_v)_m \gtrsim 2l$, 即焦斑并非在两晶块中间而是在出射端面处时消光比达极大. 对发散光束极值虽不存在 (因为 $t_m \sim -1$ 与 $t_{\text{发}} > 1$ 矛盾), 由于消光比与 t 间存在单调关系, 故当 $S_v \approx 0$ ($t \approx 1$), 即焦斑落于入射端面时消光比达最大. 物理解释是焦斑位于晶体端面时光斑与角孔径最小. 消光比最佳位置 $S_v \sim \frac{4}{3}l$, 乃是(2.18)和(2.19)式可得之一简单概念.

4. 消光比理论上限(给定 δ):

对 KDP 及会聚光时,

$$-\lg_M = \frac{2\pi l \delta^2 \cdot |n_o - n_e|^3}{n^2 \lambda}, \quad (2.20)$$

对应焦斑 $(W_{ov})_M = \sqrt{\frac{\lambda l}{2\pi n_o} \left(\frac{n_o}{n_e} - \frac{n_e}{n_o} \right)}$ (例如 $\lambda \sim 0.6\mu$, $l \sim 60\text{mm}$, $n_o - n_e \sim 4 \times 10^{-2}$, 则 $(W_{ov})_M \sim 1.4 \times 10^{-2}\text{mm}$).

发散光时:

$$-\lg_M = \frac{4\pi l}{n_o \lambda} (n_o - n_e)^2 \delta^2, \quad (2.21)$$

对应焦斑 $(W_{ov})_M \approx \sqrt{\frac{2\lambda l}{\pi n_o^2}}$ (例如仍取以上参数, 则 $(W_{ov})_M \sim 10^{-1}\text{mm}$).

对 ADP 及发散光时:

$$-\lg_M = \frac{2\pi l}{\lambda} (n_o - n_{oe})^2 \delta^2 \left(\frac{1}{n_o} + \frac{1}{n_{oe}} \right), \quad (2.22)$$

对应焦斑 $(W_{ov})_M = \sqrt{\frac{l\lambda}{\pi n_o} \left(1 + \frac{n_o}{n_{oe}} \right)}$. 对会聚光因 $(W_{ov})_M \sim 0$ ¹⁾, 故调制器置于消光比最佳位置时, 消光比仅受实际所能获得的最小腰 $(W_{ov})_{M'}$ 之限制 (此时角孔径最大, 有些出乎意料):

$$-\lg_M = \left[\frac{\pi\delta}{\lambda} (n_o - n_{oe}) \right]^2 \cdot (W_{ov})_{M'}^2, \quad (2.23)$$

5. 当 $\delta=0$ 时, 因为有关系式 $2/ab[W(p)W(q)W_\xi(\mu p)W_\eta(q/\mu)]^{1/2}=1$, $a^2 \equiv W^{-2}(p) + W_\xi^{-2}(\mu p)$, $b^2 \equiv W^{-2}(q) + W_\eta^{-2}(q/\mu)$, 这时高斯光的空问结构 (W_v 及 S_v) 的任何变化都不会给消光比带来任何限制. 此结论亦有些出乎意料.

对 KDP 调制器, 一级近似下两晶块不等长对消光比并无影响; ADP 调制器则不然, 令 $\delta=0$, $\Delta l = l_2 - l_1 = \text{常量}$, $\beta \Delta l \equiv \Delta h$ 及 $\xi' \equiv \xi - \beta l - \frac{\Delta h}{2}$, 由(2.12)和(2.13)式求得调制度:

1) $W_{ov} \rightarrow 0$ 时角孔径亦增大. 显然角孔径不能超出本文所允许范围, 见附录.

$$g = \exp \left\{ -\frac{(\Delta h)^2}{2} \left(\frac{1}{W^2(l_o)} + \frac{k_o^2 W^2(l_o)}{4R^2(l_o)} \right) \right\}, \quad (2.24)$$

它与文献[4]中具有相当复杂形式的 Δ 项及 ϵ 项一一对应。注意如下关系式:

$$W^{-2}(l_o) + \frac{k_o^2}{4} W^2(l_o) R^{-2}(l_o) = W_{ov}^{-2},$$

故(2.24)式可化简为

$$g = \exp \left(-\frac{\beta^2 \Delta l^2}{2W_{ov}^2} \right), \quad (2.24)'$$

得到较文献[4]远为简洁的结果。由(2.24)'式知: 此时消光比与调制器长度 l 无关; 与高斯光束焦斑位置无关; 而仅取决于高斯光束焦斑大小与两晶块长度差之比。

虽然本文所考虑地是更符合实际情况(考虑了高斯光的透射), 且更为普遍(高斯光具有任意结构), 但意外的是全部结果中凡与文献[4]¹⁾对应的, 我们的结果却远为简洁。

三、平面度与消光比的关系

为简单起见, 设入射光为强度具有高斯分布的平行光, 例如对应于焦斑在晶体内部而其瑞利量程 (Rayleigh range) $\zeta_R = \frac{\pi W_o^2}{\lambda} \geq \frac{l}{n_o}$ 情形。当入射方向与正入射有小偏离时, 一级近似光程差为

$$\begin{aligned} \delta S &= n'_1 l'_1 - n_o l'_2 = (n_1 + \delta n_1)(l + \delta l_1) - n_o(l + \delta l_2) \\ &= (n_1 - n_o)l + l\delta n_1 + (n_1 \delta l_1 - n_o \delta l_2), \end{aligned}$$

1 和 2 对应 e 或 o 光。末项 $\approx \frac{l}{2} [n_1(\theta_{i_1} - \theta_{i_1})^2 - n_o(\theta_{i_2} - \theta_{i_2})^2] \approx \frac{l\theta_i^2(n^2 - 1)}{2n^2} \Delta n \sim 1.1 \times 10^{-2} l\theta_i^2$, 例如 $\theta_i \leq 10^{-2}$ 弧度内可略去。45° z -切割 KDP 正入射方向正是折射率椭球极值点方向, 故折射率一级修正为零。因此, 对 KDP 折射率及行程之修正量皆可略去。 $(\delta n_1)_{ADP} \sim \frac{n^3}{2} (n_e^{-2} - n_o^{-2}) \theta$ [见 (3.2) 式], 故 ADP 则只需考虑波矢方向改变对折射率之修正。

$$\text{所以} \quad (\delta S)_{KDP} = (n_1 - n_o)l; (\delta S)_{ADP} = (n'_1 - n_o)l. \quad (3.1)$$

利用单轴晶体相速公式并考虑 Pockel 效应后, 在一级近似下, 45° y -切割 ADP:

$$n_1 = n_{oe} \left(1 + \beta \frac{\sin 2\theta}{2} \cos \varphi \right) + \frac{n_{oe}^3}{2} \Gamma_{s2} E_y, \quad n_2 = n_o. \quad (3.2)$$

$\Gamma_{s2} \rightarrow \Gamma_{41}$ 即 45° x -切割情形。

45° z -切割 KDP:

$$n_1 = n_e + \frac{n_e^3}{2} (n_e^{-2} - n_o^{-2}) \sin^2 \theta \sin^2 \varphi, \quad n_2 = n_o + \frac{n_o^3}{2} \Gamma_{63} E_z. \quad (3.3)$$

1) 虽然 $l=0$ 时, o, e 光 ξ, η 焦斑分量都接近于两晶块中间位置, 但焦斑位置之微小差别对相角却是重要的。如文献[4]采取焦斑位置重合的假定就与他本身结果矛盾, 因焦斑为等相位平面, 故在文献[4]中 A, B 两组曲线就不应不相同, 这显然不成立。

极坐标定义见图 2. 设 ADP 晶块端面分别为共旋转轴 AD 曲率为 $\frac{1}{R_{10}}$ 及 $\frac{1}{R_{20}}$ 的球面 (图

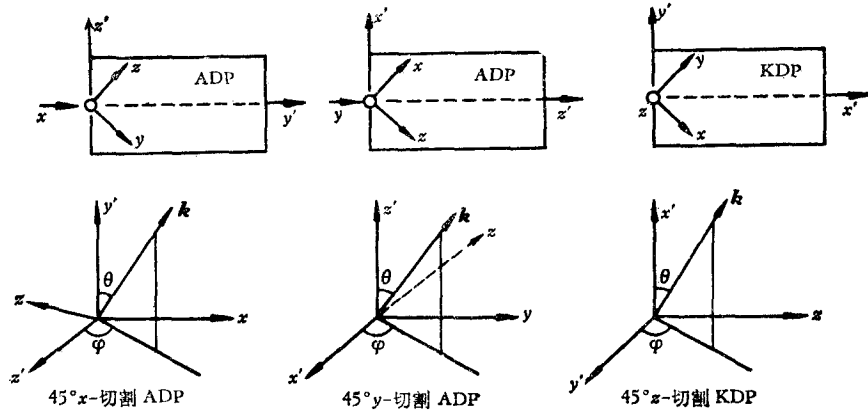


图 2

3). 前已论证, 考虑波矢 k_o, k_e 之行程时, 可认为 $k_o, k_e \parallel AD$ (考虑折射率时则不然).

光程“1”:

$$S_1 = n_o \overline{PS} + n \overline{ST} + n_e'' \overline{TG};$$

光程“2”:

$$S_2 = n_e \overline{PE} + n \overline{QR} + n_o \overline{RP'},$$

n 为晶体外介质折射率, $\Delta = -\beta l$, 诸量定义均见图(3).

因为 $\rho, \tilde{\rho} \ll R_{10}, R_{20}$,

所以

$$\overline{PS} = l - \rho^2/R_{10}, \overline{RP'} = l - \tilde{\rho}^2/R_{20}, \overline{QR} - \overline{ST} = \overline{SE} + \overline{TF}, \overline{TG} = l - \rho^2/R_{20} - \overline{TF},$$

$$\overline{PE} = \overline{PS} - \overline{SE} = l - \rho^2/R_{10} - \overline{SE}, \overline{TF} = \frac{1}{2} [(l - \rho^2/R_{20}) - (l - \tilde{\rho}^2/R_{20})]$$

$$= \frac{1}{2R_{20}} (\Delta^2 + 2\rho\Delta \cos \varphi), \overline{SE} = \frac{1}{2R_{10}} (\Delta^2 + 2\rho\Delta \cos \varphi).$$

令 $\frac{1}{R} \equiv \frac{1}{R_{20}} - \frac{1}{R_{10}}, \frac{1}{\bar{R}} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{20}} + \frac{1}{R_{10}} \right)$, 则

$$\begin{aligned} S_1 - S_2 &= l(n_e' - n_e'') + \rho^2 \left(\frac{n_e'' - n_o}{R_{20}} + \frac{n_o - n_e'}{R_{10}} \right) \\ &\quad + (\Delta^2 + 2\rho\Delta \cos \varphi) \left(\frac{n_e - n_e'}{2R_{10}} + \frac{n + n_e''}{2R_{20}} - \frac{n_o}{R_{20}} \right) \\ &= l(n_e' - n_e'') + \rho^2 \left[\frac{1}{\bar{R}} (n_e'' - n_e') + \frac{1}{2R} (n_e'' + n_e' - 2n_o) \right] \\ &\quad + \frac{1}{2} (\Delta^2 + 2\rho\Delta \cos \varphi) \left(\frac{n_e'' - n_e' + 2n - n_o}{\bar{R}} + \frac{n_e'' + n_e' - 2n_o}{2R} \right), \end{aligned}$$

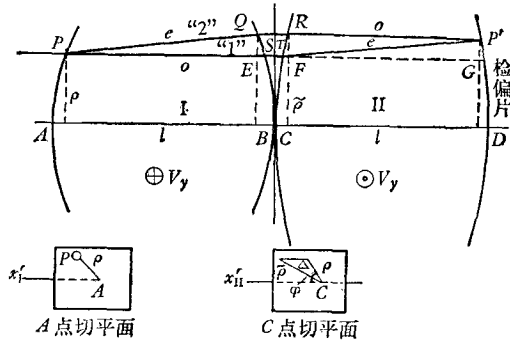


图 3

由(3.2)式,

$$n'_e = \frac{n_{oe}^3}{2} \Gamma E + n_{oe}(1 + \beta\theta_1 \cos \varphi), \quad n''_e = -\frac{n_{oe}^3}{2} \Gamma E + n_{oe}(1 + \beta\theta_2 \cos \varphi),$$

$\theta_{1,2}$ 分别为晶块 I, II 内 e 光波矢方向与 oz' 轴夹角, $\theta_{i,1}$ 及 $\theta_{t,1}$ 为晶块 I 中入射角及透射角, $\theta_{i_1} = \rho/R_{10}$, $\theta_{t_1} = \frac{n}{n_{oe}} \theta_{i_1}$, $\theta_1 = \theta_{i_1} - \theta_{t_1}$, 注意晶块 II 中之 e 光曾作为 o 光经晶块 I (视作透镜) 之会聚, 焦距 $f_0 = \frac{R_{10}}{2} \left(\frac{n_o}{n} - 1 \right)^{-1}$, $l \ll R_{10}$. 所以可代入薄透镜焦距公式^[5], 故

$$\theta_2 = \rho/R_{20} - \theta_{t_2} = \rho/R_{20} - \frac{n}{n_{oe}} \theta_{i_2} = \frac{\rho}{n_{oe}} \left[\frac{n_{oe} - n}{R_{20}} + \frac{2(n_o - n)}{R_{10}} \right],$$

由此得

$$\begin{aligned} n'_e + n''_e &= 2n_{oe} + \left[\frac{n - n_o}{R} + \frac{2(n_{oe} + n_o - 2n)}{\bar{R}} \right] \rho \beta \cos \varphi, \\ n'_e - n''_e &= n_{oe}^3 \Gamma E + \left[\frac{n_o - n_{oe}}{R} + \frac{2(n - n_o)}{\bar{R}} \right] \rho \beta \cos \varphi. \end{aligned}$$

将以上结果代入 $(S_1 - S_2)$ 中, 略去高级小量, 得

$$\Delta\phi_{\text{ADP}} = \frac{2\pi}{\lambda} (S_1 - S_2) = \phi_o + \phi_E + \alpha \rho \cos \varphi + \gamma \rho^2, \quad (3.4)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi_o &= \frac{2\pi}{\lambda} \Delta^2 \left(\frac{n - n_o}{\bar{R}} + \frac{n_{oe} - n_o}{2R} \right), \quad \phi_E = \frac{2\pi}{\lambda} n_{oe}^3 \Gamma E l, \quad \alpha = \frac{2\pi}{\lambda R} 2\beta l (n_o - n_{oe}), \\ \gamma &= \frac{2\pi}{\lambda R} (n_{oe} - n_o). \end{aligned}$$

对 KDP 调制器, 因 e 光波矢与光线方向一致及(3.1)式, 故情况更为简单, 仿上算得

$$\Delta\phi_{\text{KDP}} = \phi'_E + \gamma' \rho^2, \quad (3.5)$$

其中

$$\phi'_E = \frac{2\pi}{\lambda} n_o^3 \Gamma E l, \quad \gamma' = \frac{2\pi(n_o - n_e)}{\lambda R}.$$

通过检偏片后光强

$$I = \frac{I_o}{\pi W^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\rho'^2/W^2} \cdot \sin^2 \frac{\Delta\phi}{2} df,$$

取极坐标并将(3.4), (3.5)式代入, 可化为 ν 级贝塞尔函数积分 $\int_0^\infty J_\nu(\lambda x) e^{-\lambda^2} \lambda^{\nu+1} d\lambda$, 完成积分再经极值化手续后, 求得

$$g_{\text{ADP}} = \cos(\text{tg}^{-1} \Gamma) \exp \frac{-A^2}{1 + \Gamma^2}, \quad (3.6)$$

$$g_{\text{KDP}} = \cos(\text{tg}^{-1} \Gamma'). \quad (3.7)$$

$$\Gamma = 2\pi(n_{oe} - n_o)N_F, \quad A = 2\pi(n_o - n_{oe})\beta N_F K, \quad \Gamma' = 2\pi(n_e - n_o)N_F, \quad N_F \equiv \frac{W^2}{R\lambda}, \quad K \equiv \frac{l}{W}.$$

由(3.6)和(3.7)式得如下结论:

(1) 消光比与平面度绝对值无关.

(2) 几何对称结构 $R_{10} = R_{20}$, 可得到最大消光比.

(3) ADP 调制器消光比仅取决于两晶块端面曲率差所定义之费涅尔数 N_F 及调制器长厚比所限定之 K 两因子. 提高消光比与降低调制电压对长厚比之要求相矛盾. 下面计算表明, 有较大长厚比时, 平面度对 ADP 调制器消光比有重要影响.

(4) KDP 调制器消光比仅取决于 N_F , 与调制器几何大小无关, 此点与 ADP 调制器迥然不同.

四、数值计算

将上面各节结果作数字计算列表如下(表 1 和 2 中取 $l = 60\text{mm}$, $\lambda = 0.6\mu$):

表 1 KDP, ADP 调制器使消光比达极大时所对应的腰(给定 z)

z	$-1^{1)}$	0	0.5	1	2	4	10	20	200	500	1000
$(W_{ov})_m$ 10^{-4}mm	"0"	0.90	1.1	1.3	1.6	2.0	3.0	4.0	13	20	28

1) 以 $z = -1$ 为对称中心. 计算公式见(2.16), (2.17)式.

表 2 高斯光空间结构和晶体平行度与 KDP 调制器消光比的关系[计算公式见(2.14)'式]

$W_{ov} = 10^{-2}$ (mm)	z	-1	-0.8	-0.5	-0.3	0	1	2	3	4	5	6
	$W^{1)}$ (mm)	1.1	0.99	0.82	0.71	0.55	10^{-2}	0.55	1.1	2.7	4.8	7.5
$\delta = 1'$	e	$-2)$	—	3.6×10^3	1.8×10^3	10^3	250	110	63	40	28	19
$\delta = 3'$	e	—	2.5×10^3	400	200	100	25	12	6	4	3	2
$\delta = 5'$	e	—	10^3	160	80	40	9	4	3	2	1	1

1) W 为调制器出射端光斑大小;

2) 消光比 $e > 5000$ 时, 认为在实际上已无理论限制, 不再写出.

$W_{ov} = 0.05$ (mm)	z	-1	0	1	3	5	10	15	20	25	30	50
	W (mm)	0.23	0.12	0.05	0.12	0.23	1.0	1.5	2.1	2.6	3.2	5.4
$\delta = 1'$	e	—	—	—	1500	600	220	100	56	36	16	9
$\delta = 3'$	e	—	2.3×10^3	610	170	67	21	11	6	4	2	1
$\delta = 5'$	e	—	880	220	60	24	8	4	2	1	1	1

$W_{ov} = 0.1$ (mm)	z	-1	0	1	5	10	20	30	50	80	100
	W (mm)	0.15	0.11	0.10	0.24	0.49	1.0	1.6	2.7	4.3	5.5
$\delta = 1'$	e	—	—	—	2400	830	230	100	60	16	10
$\delta = 3'$	e	—	4400	1800	270	90	26	11	7	2	1
$\delta = 5'$	e	—	2400	1600	670	100	33	8	4	2	1

$W_{ov} = 0.5$ (mm)	z	-1	0	10	50	100	200	500
	W (mm)	0.50	0.50	0.50	0.73	1.2	2.3	5.5
$\delta = 1'$	e	2200	2200	2000	630	200	57	9
$\delta = 3'$	e	250	250	220	71	23	6	1
$\delta = 5'$	e	91	90	80	26	9	3	1

$W_{ov} = 2$ (mm)	z	-1	100	500	1000
	W (mm)	2.0	2.0	2.4	3.4
$\delta = 1'$	e	154	140	77	30
$\delta = 3'$	e	17	16	8	4
$\delta = 5'$	e	6	6	3	1

表3 晶体平面度与消光比关系[计算公式见(3.6), (3.7)式]

KDP 调制器

N_F	0.1	0.3	0.5	1	1.5	2	3	5	10
e	6700	670	200	66	28	17	9	4	2

ADP 调制器

N_F	0.1	0.3	0.5	1	2	3	4	5	10
$K^{(1)} = 10$	e	—	2000	1000	200	66	24	16	10
$K = 30$	e	—	1000	400	100	28	12	8	4
$K = 50$	e	5000	400	220	70	14	6	4	3
$K = 100$	e	1700	180	63	16	5	2	1.5	1.3

1) $K = l/W_{ov}$

表4 晶体不等长与 ADP 调制器消光比关系[计算公式见(2.24)式]

$\frac{\Delta l}{W_{ov}}$	1	2	3	4	5	7	10	15	20	30
e	5600	1400	620	350	220	120	56	24	14	6

附 录

设 $U(\mathbf{r}_0) = \exp\left(-\frac{\xi^2 + \eta^2}{W_o^2}\right)$, 计算 Fresnel-Kirchhoff 积分

$$U(\mathbf{r}) = \frac{j}{\lambda} \iint U(\mathbf{r}_0) \frac{1 + \cos \varphi}{2} \frac{e^{-ik(\mathbf{r}-\mathbf{r}_0)}}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}_0|} d\mathbf{f}$$

即得各向同性介质高斯光传播公式。各向异性介质球面波传播很复杂, 算 F-K 积分很困难。作傅里叶变换

$$U(\mathbf{r}_0) = \frac{\pi W_o^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{W_o^2(p^2 + q^2)}{4} - j(p\xi + q\eta)\right\} dp dq,$$

方程及边条件满足迭加原理

所以

$$U(\mathbf{r}) = \frac{\pi W_o^2}{(2\pi)^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left\{-\frac{W_o^2(p^2 + q^2)}{4} - j(p\xi + q\eta + k\zeta\zeta)\right\} dp dq. \quad (\text{A.1})$$

高斯光近似: $k\zeta \approx k\left(1 - \frac{p^2 + q^2}{2k^2}\right)$ 代入(A.1)式, 则

$$U(\mathbf{r}) = \frac{W_o}{W} \exp\left\{-j(k\zeta - \phi) - (\xi^2 + \eta^2) \left(\frac{1}{W^2} + \frac{jk}{2R}\right)\right\}. \quad (\text{A.2})$$

(A.2)式即(1.1)或(1.2)式, 亦为用场方程及各向同性物质方程并设振幅缓变所得二维 Helmholtz 方程解^[2]。各向异性以 KDP 为例只需算 e 光 ξ -分量 ($o\xi$ // 晶轴), 令 $\eta = 0$, 由 $v_p^2 = v_o^2 \sin^2 \theta + v_e^2 \cos^2 \theta$, 得 $k\zeta = k(\theta) \cos \theta \approx k_o \left(1 - \frac{n_o^2}{n_e^2} \tan^2 \theta\right)^{1/2} \approx k_o - \frac{n_o^2 p^2}{2k_o n_o^2}$, 代入(A.1)式,

$$\begin{aligned}
 U(\xi, \eta) &= A \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{W_0^2}{4} p^2 - j(p\xi + k_e \xi) - \frac{n_e^2}{2k_e n_0^2} p^2 \xi \right\} dp = \\
 &= \frac{\pi A}{2} \left(\frac{W_0^2}{4} - \frac{j n_e^2 \xi}{2 n_0^2 k_e} \right)^{1/2} \exp \frac{-\xi^2}{W_0^2 - j \frac{2 n_e^2}{k_e^2 n_0^2}}, \quad (\text{A.3})
 \end{aligned}$$

即(1.3)式,与用场方程及各向异性物质方程并设振幅缓变所得二级偏微分方程解^[11]一致. 设 $\xi = S_v$ 为不连续界面,入射波

$$U_i(\xi, \eta, S_v) = A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{W_0^2}{4} (p_i^2 + q_i^2) - j(p_i \xi + q_i \eta + k_i \xi S_v) \right\} dp_i dq_i,$$

下面取 ξ 轴与入射方向相反, $\xi = S_v$ 为界面位置. 入射、反射及透射波满足边条件:

$$p_i = p_R = p_t = p, \quad q_i = q_R = q_t = q, \quad k_T = n k_i, \quad k_R = k_i. \quad (\text{A.4})$$

又

$$k_R \xi = -k_i \xi \approx k_i \left(1 - \frac{p^2 + q^2}{2k_i^2} \right), \quad k_T \xi \approx -n k_i \left(1 - \frac{p^2 + q^2}{2n^2 k_i^2} \right),$$

由上式及(A.4)式及迭加原理得:

$$\begin{aligned}
 U_R &= A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} R(p_R, q_R) \cdot \exp \left\{ -\frac{W_0^2}{4} (p_R^2 + q_R^2) - j(\xi p_R + \eta q_R + S_v k_i \xi + \xi - S_v k_R \xi + \pi) \right\} dp_R dq_R \\
 &= A R e^{-j(\pi + k_R \xi)} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\left(\frac{W_0^2}{4} + \frac{j \xi'}{2 k_R} \right) (p_R^2 + q_R^2) - j(\xi p_R + \eta q_R) \right\} dp_R dq_R, \quad (\text{A.5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 U_T &= A \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} T(p_t, q_t) \exp \left\{ -\frac{W_0^2}{4} (p_t^2 + q_t^2) - j(\xi p_t + \eta q_t + S_v k_i \xi + \xi - S_v k_T \xi) \right\} dp_t dq_t \\
 &= A T e^{j(k_T \xi' + k_i \xi - k_i S_v)} \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\left(\frac{W_0^2}{4} + \frac{j \xi'}{2 k_i} \right) (p_t^2 + q_t^2) - j(\xi p_t + \eta q_t) \right\} dp_t dq_t. \quad (\text{A.6})
 \end{aligned}$$

(A.5), (A.6)式已分别作变换 $\xi' = 2S_v - \xi$ 及 $\xi' = \xi + (n-1)S_v$, 导出(A.5), (A.6)式时曾假定:

$$R \parallel (p, q) = R_{\perp}(p, q) = R(p, q), \quad T \parallel (p, q) = T_{\perp}(p, q) = T(p, q), \quad \Delta k \gg \frac{2}{W_0}, \quad (\text{A.7})$$

Δk 为 R, T 在波矢空间宽度. (A.5), (A.6) 式表示反射及透射波仍为焦斑 W_0 不变之高斯光束, 焦斑位置:

$$\xi'_R = 0 \quad \text{即} \quad \xi_R = 2S_v, \quad \xi'_t = 0 \quad \text{即} \quad \xi_t = -(n-1)S_v, \quad (\text{A.8})$$

即(1.5), (1.6)式等.

对各向异性介质仍以 KDP 的 ξ 分量(二维)为例. 对应透射分量为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{W_0^2}{4} p_t^2 - j(p_t \xi + S_v k_i \xi + \xi - S_v k_T \xi) \right\} dp_t,$$

将 $-k_T \xi = k_e - \frac{n_e^2 p^2}{2k_e n_0^2}$, $k_i \xi = -k_i(1 - p^2/2k_i^2)$ 代入得

$$e^{j(k_i S_v + \xi - S_v k_e)} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{p_t^2}{2} \left[\frac{W_0^2}{2} + \frac{j}{K} \left(S_v \frac{K}{k_i} + \xi - S_v \right) \right] - j p_t \xi \right\} dp_t,$$

$K = \frac{2\pi}{\lambda} \left(\frac{n_e^2}{n_o} \right)$, 作变换: $\xi' = S_v \frac{K}{k_i} + \xi - S_v = \xi + S_v \left(\frac{n_e^2}{n_o} - 1 \right)$, 得

$$U_T(\xi, \xi) = A e^{j(k_i S_v + \xi - S_v k_e)} \int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left\{ -\frac{p_t^2}{2} \left(\frac{W_0^2}{2} + \frac{j}{K} \xi' \right) - j p_t \xi \right\} dp_t \quad (\text{A.9})$$

即(1.3)式,并由此看出透射波为焦斑不变之高斯光束,焦斑位置:

$$\xi'_t, \xi = 0, \quad \text{即} \quad \xi = S_v \left(1 - \frac{n_e^2}{n_o} \right). \quad (\text{A.10})$$

这正是(1.9), (1.10)式.

由上可知, 使用场分布连续边界条件之界限正是 (A.7) 式. 可作估计如下, 高斯光束 k -谱宽度 $\Delta k_\xi = \Delta k_\eta = \frac{2}{W_o}$, 对应角宽度

$$\Delta \theta_\xi = \Delta \theta_\eta = \frac{\Delta k_\xi}{k} = \frac{\Delta k_\eta}{k} = \frac{\lambda}{\pi n W_o}, \quad (\text{A.11})$$

正是高斯光束渐近角 $\lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{W(\xi)}{\xi} = \lim_{\xi \rightarrow \infty} \frac{W_o}{\xi} \sqrt{1 + \frac{2\xi^2}{kW_o^2}} = \frac{\lambda}{\pi n W_o}$.

对光波在 $1/5^{1/5}$ 弧度内 $T_{//} \approx T_{\perp} \approx T(0, 0)$; $R_{//} \approx R_{\perp} \approx R(0, 0)$, 恰好与高斯光束角宽度理论极大值对应: 由测不准关系 $(W_o)_{\min} \sim \lambda$, 所以 $\left(\frac{\lambda}{\pi n W_o}\right)_{\max} \sim \frac{1}{\pi n} \sim \frac{1}{5}$ 弧度. 故对实际情况而言, (A.7) 式总是可以成立的.

参 考 文 献

- [1] G. P. Peters, *Proc. IEEE*, **53** (1965), 455; C. H. Clayson, *Electronic Letts*, **2** (1966), 138.
- [2] H. Kogelnik, T. Li, *Appl. Opt.*, **5** (1966), 1550.
- [3] D. D. Bhawalkar, A. M. Goncharenko, R. C. Smith, *Brit. J. Appl. Phys.*, **18** (1967), 1431.
- [4] Masakatsu Okada, Shogo Ieisi, *IEEE. J. QE-6* (1970), 526.
- [5] M. Born, E. Wolf, *Principles of Optics* (1959), p. 162; 36.