

利用射流混合获得分子气体的 振动粒子数反转*

高 智

提 要

本文讨论利用射流混合的流体力学方法来获得分子气体的振动粒子数反转。当激光介质气流与振动激励的储能介质冷气流发生混合时,由于后者亚稳态到前者基态的近共振能量传输上能级受到选择激励,从而在激光能级间形成了粒子数反转。利用双参数摄动法,求得多组元非平衡二维高速剪切流动的解析解;给出反转密度、流场参数和激光功率极限;阐明了反转条件、冷却效应、流场参数和碰撞去活化作用对反转密度的影响,阐明了输出光束垂直于气流方向时提取激光的位置能够最佳化的事实。作为例子,对 CO_2 气流与振动激励的冷氮气流混合的情况,由解析解直接导出了反转条件、效率和增益系数。

熟知的大功率分子气体激光器(如气动激光等^[1,2]),都是利用流体力学方法(或与其它泵浦方式相结合)来获得振动粒子数反转。射流混合获得振动粒子数反转也是利用流体力学方法,即当激光介质气流与振动激励的储能介质冷气流混合时(图 1 和图 2),由于后者亚稳态到前者基态的近共振能量传输,使激光上能级受到选择激励,下能级仍处于未激励的状态,从而在混合流中激光能级之间实现粒子数反转。若混合速度无穷大,则由振动量子的守恒关系即可得到反转的解答,但实际混合速度总是小于或远小于振动量子的交换速度,量子的交换过程受到扩散混合速度的限制,故问题的解决必须同时考虑对流扩散、激励和去活化诸物理过程。本文从半无限平面高速流动混合的理论模型出发,对这些物理过程进行了探讨。

一、基本方程、松弛模型

1. 基本方程及方程的转换

两股半无限平面平行流(一股是振动激励的储能介质冷气流,另一股是激光介质冷气流),由原点($x = y = 0$)开始沿 x 方向进行层流混合(见图 1)。混合层的厚度 $\delta(x) \ll x$,边界层理论适用,控制混合层内气流运动(包括振动松弛过程)的基本方程为

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0, \quad (1.1)$$

* 1973 年 12 月 17 日收到。

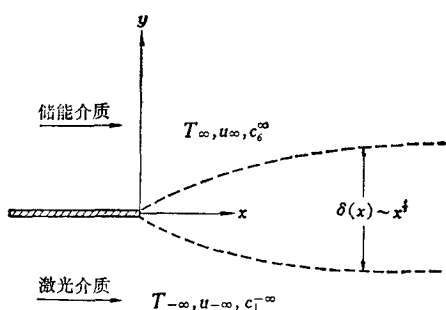


图1 同向层流混合

$$\rho u \frac{\partial u}{\partial x} + \rho v \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\mu \frac{\partial u}{\partial y} \right), \quad (1.2)$$

$$\rho u \frac{\partial H}{\partial x} + \rho v \frac{\partial H}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[\frac{\mu}{P_r} \frac{\partial H}{\partial y} + \mu \left(1 - \frac{1}{P_r} \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{u^2}{2} \right) \right], \quad (1.3)$$

$$\rho u \frac{\partial c_i}{\partial x} + \rho v \frac{\partial c_i}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\mu}{S_i} \frac{\partial c_i}{\partial y} \right) + \dot{W}_i \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1.4)$$

$$p_i = \rho_i \frac{k}{m_i} T, \quad p = \rho k T \sum_i^N c_i, \quad (1.5)$$

$$H = h + \frac{1}{2} u^2, \quad h = \sum_i^N c_i m_i h_i, \quad h_i = \int_0^T C_{p_i} dT + h_i^0, \quad (1.6)$$

其中

$$c_i = \frac{n_i}{\rho}, \quad P_r = \frac{\mu C_p}{k_T}, \quad C_p = \sum_i^N c_i m_i C_{p_i}, \quad S_i = \frac{\mu}{\rho D_i},$$

ρ, u, v, T, h, H, p 分别是混合气流的密度、流速、温度、静焓、总焓和气压; c_i 为单位质量混合气体所含组元 i 的粒子数 (这里同一分子的不同振动能级算作不同的组元); m_i, h_i 和 $\dot{W}_i$ 为 i 组元的分子量、静焓和生成率; μ, k_T 和 C_p 是混合气体的粘性系数、导热系数和定压比热; k 是气体常数; D_i 是组元 i 通过其它所有组元的扩散系数. 上述方程略去了流向压力 $\frac{\partial p}{\partial x}$, 并假定了罗伊士数 $Li = \frac{\rho D_i C_p}{k_T} = 1$. 方程 (1.1)–(1.6) 提供了确定 $(6 + N)$ 个未知变量的 $(6 + N)$ 个方程. (为节省篇幅起见, 边界条件在分析时给出.)

为了把方程转换到便于处理的形式, 我们引进如下数学变换:

$$\eta = \left(\frac{\rho_\infty U}{\mu_\infty x} \right)^{1/2} \int_0^y \frac{\rho}{\rho_\infty} dy, \quad (1.7)$$

$$U = \frac{u_\infty + u_{-\infty}}{2},$$

流函数 $\phi(x, y) = (\rho_\infty \mu_\infty U x)^{1/2} f(x, \eta)$,

$$\rho u = \frac{\partial \phi}{\partial y} = \rho U \frac{\partial f}{\partial \eta},$$

$$\rho v = -\frac{\partial \phi}{\partial x} = -(\rho_\infty \mu_\infty U x)^{1/2} \left(\frac{f}{2x} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial \eta} \eta_x \right). \quad (1.8)$$

利用 (1.7) 式和 (1.8) 式, 动量、能量和组元守恒方程 (1.2)–(1.4) 可转换为

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(C \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right) + \frac{1}{2} f \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} = x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial \eta} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right), \quad (1.9)$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{C}{P_r} \frac{\partial g}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial g}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left[C \left(1 - \frac{1}{P_r} \right) \frac{U^2}{H_\infty} \frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} \right]$$

$$= x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial g}{\partial \eta} \right), \quad (1.10)$$

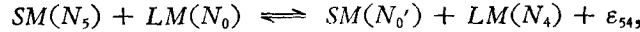
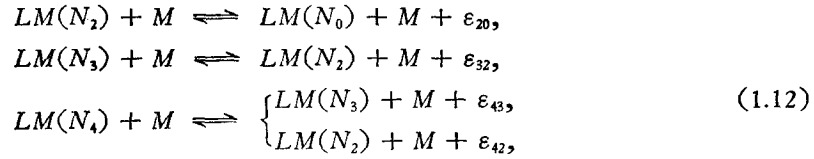
$$\frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{C}{S_i} \frac{\partial c_i}{\partial \eta} \right) + \frac{f}{2} \frac{\partial c_i}{\partial \eta} = x \left(\frac{\partial f}{\partial \eta} \frac{\partial c_i}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial c_i}{\partial \eta} \right) - \frac{x}{U} \frac{\dot{W}_i}{\rho} \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1.11)$$

其中

$$C = \frac{\rho \mu}{\rho_{\infty} \mu_{\infty}}, \quad g = \frac{H}{H_{\infty}}.$$

2. 松弛模型

气体激光的多数是以四能级方式工作的, 对于这里考虑的分子气体 (如 CO_2 , N_2O 等) 的振动量子交换, 四能级中的某些能级实际可能包含一振动能带. 四能级激光介质和二能级储能介质之间最主要的交换过程 (见图 2) 为



其中 LM , SM 代表激光和储能介质的分子符号, M 为碰撞体, ε_{ij} 是反应热 (即 i 和 j 能级的能量差). 通常储能介质亚稳态与基态的碰撞交换及自发辐射, 激光上、下能级与基态的碰撞交换及自发辐射, 激光介质亚稳态的自发辐射均可忽略. 对于图 2 所示气体激光系统的有效运转、交换速度存在如下典型情况: (1) $k_{32} \gg k_{54}$, $k_{20} \gg (k_{43} + k_{42})$; (2) $k_{32}, k_{54}, k_{20} \gg (k_{43} + k_{42})$; (3) $k_{32} \gg k_{54} \gg k_{20}$, $(k_{43} + k_{42})$ 和 (4) $k_{32}, k_{54} \gg k_{20}$, $(k_{43} + k_{42})$. 本文讨论 (1) 和 (2) 两种情况, 关于

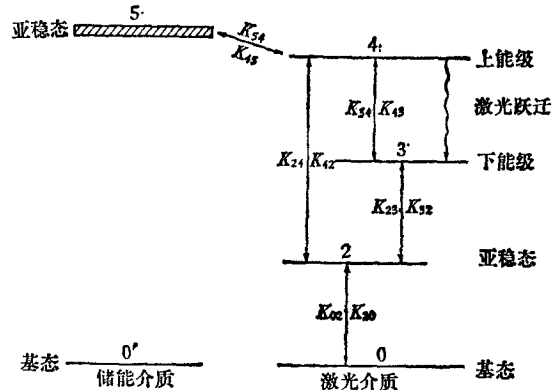


图 2 四能级气体激光器的能级图和交换过程

(3) 和 (4) 两种情况亦可同样地作出分析. 此外, 为了合理地调整量子交换过程, 往往需要在激光和储能介质中预混入别的辅助介质, 故在混合流中可能存在八个组元, 今取为 c_1 (激光介质), c_2, c_3, c_4 (分别为激光亚稳态、下能级和上能级), c_5 (储能介质亚稳态), c_6 (储能介质), c_7 和 c_8 (辅助介质).

对于反应模型 (1.12) 式, 单位质量气体组元 i 的生成率为

$$\begin{aligned} \frac{\dot{W}_i}{\rho} &= 0 \quad i = 1, 6, 7, 8, \\ \frac{\dot{W}_2}{\rho} &= - \left[\sum_j k_{20}^j \alpha_j + \sum (k_{23}^j + k_{24}^j) \alpha_j \right] p c_2 + \sum k_{02}^j \alpha_j p c_0 \\ &\quad + \sum k_{32}^j \alpha_j p c_3 + \sum k_{42}^j \alpha_j p c_4, \\ \frac{\dot{W}_3}{\rho} &= - \sum (k_{32}^j + k_{34}^j) \alpha_j p c_3 + \sum k_{23}^j \alpha_j p c_2 + \sum k_{43}^j \alpha_j p c_4, \end{aligned} \quad (1.13)$$

$$\begin{aligned}\frac{\dot{W}_4}{\rho} &= -k_{45} \frac{c_{0'}}{c_6} \alpha_6 p c_4 + k_{54} \frac{c_0}{c_1} \alpha_1 p c_5 - \sum (k_{43}^i + k_{42}^i) \alpha_i p c_4 \\ &\quad + \sum k_{34}^i \alpha_i p c_3 + \sum k_{24}^i \alpha_i p c_2, \\ \frac{\dot{W}_5}{\rho} &= -k_{54} \frac{c_0}{c_1} \alpha_1 p c_5 + k_{45} \frac{c_{0'}}{c_6} \alpha_6 p c_4,\end{aligned}$$

其中

$$\frac{c_0}{c_1} = Q_L \approx 1 - \frac{c_2 + c_3 + c_4}{c_1}, \quad \frac{c_{0'}}{c_6} = Q_S \approx 1 - \frac{c_5}{c_6},$$

Q_L 和 Q_S 为激光和储能介质的振动配分函数, $\alpha_i (i = 1, 6, 7, 8)$ 为 i 组元的克分子比

$$\alpha_i = \frac{n_i}{n} = \frac{c_i}{\sum c_j}, \quad k \text{ 为反应速率 (单位 } \text{cm}^3 \text{ 秒}^{-1} \text{)}.$$

二、流动混合振动传输激励过程的理论解

1. 激励松弛过程的分析

流动混合中激光上能级的激励受到扩散、碰撞去活化等过程的影响, 发生这些过程的特征时间, 在量级上分别为 $\frac{\delta^2(x)}{D}$ (δ 为混合层厚度, D 为扩散特征速度), $t_T \approx \frac{1}{k_{54}p}$ 和 $t_d \approx \frac{1}{(k_{43} + k_{42})p}$ ($k_{4i} = \sum_j k_{4i}^j \alpha_j$). 这里, t_T 是传输激励激光上能级的特征时间, t_d 为上能级的去活化特征时间, $t_T \ll t_d$. 我们知道, $\frac{\delta^2(x)}{D}$ 与气体微团在混合层历经的时间 $\frac{x}{U}$ 同量级 (U 为特征流动速度). 因此把 t_T, t_d 与特征流动时间 $\frac{x}{U}$ 作比较, 即可按照激励松弛的观点, 把混合流动分为特点不同的如下区域:

$$\begin{aligned}\frac{x}{U t_T} \approx \frac{\delta^2(x)}{D t_T} \ll 1 & \quad \text{冻结扩散} \quad \text{无振动能交换,} \\ & \approx 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{传输非平衡扩散} \\ \text{传输平衡扩散} \end{array} \right\} \text{传输激励过程,} \\ \frac{x}{U t_T} \approx \frac{\delta^2(x)}{D t_T} \gg 1 & \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{x}{U t_d} < 1 \\ \frac{x}{U t_d} > 1 \end{array} \right. \quad \left. \begin{array}{l} \text{碰撞去活化扩散} \\ \text{振动能损失过程.} \end{array} \right\}\end{aligned}$$

当 $\frac{x}{U t_T} \gg 1, \frac{x}{U t_d} > 1$, 即在碰撞去活化为主的扩散区, 由于振动能的大量损失, 分子振动模接近热力学平衡. 冻结和传输非平衡扩散区靠近气流混合的起始点 ($x = y = 0$), 这两区共占据 $U t_T$ 量级的流向距离 x , 对下游反转数通量的影响为 $n_5^0 (D t_T)^{1/2}$ 量级, $U t_T$ 和 $n_5^0 (D t_T)^{1/2}$ 都是极小的量. 如在 0.1 个大气压室温下 CO_2 气流与氮 (储能介质) 气流混合时, $(D t_T)^{1/2} \approx 10^{-3}$, $U t_T \approx 10^{-6} U$. 因此, 有关粒子数反转的分析, 这两区可以略而不计, 从获得反转并能够有效地输出激光功率的观点来看, 兴趣限于 $0(U t_T) \ll x < 0(U t_d)$ 传输激励平衡的流动区, 下面求出该区的解.

2. 双参数摄动解

在传输激励平衡的流动区, $\frac{x}{U t_d} < 1$, 且 $\lambda = \frac{u_\infty - u_{-\infty}}{u_\infty + u_{-\infty}} < 1$, 故可把 $f(x, \eta)$, $g(x, \eta)$ 和 $c_i(x, \eta)$ 按双参数 $\lambda, \frac{x}{U t_d}$ 展开成:

$$\begin{aligned} f(x, \eta) &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} f_{jk}(\eta) \lambda^j \left(\frac{x}{U t_d} \right)^k, \\ g(x, \eta) &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} g_{jk}(\eta) \lambda^j \left(\frac{x}{U t_d} \right)^k, \\ c_i(x, \eta) &= \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} c_{i,jk}(\eta) \lambda^j \left(\frac{x}{U t_d} \right)^k, \end{aligned} \quad (2.1)$$

因 $\frac{x}{U t_d} \gg 1$; $k_{32}, k_{20} \lesssim k_{54}$, 故由组元 4 或 5, 组元 3 和 2 的守恒方程导出如下关系:

$$\begin{aligned} c_1 c_5 &= \frac{Q_s}{Q_L} c_4 c_6 e^{-\varepsilon_{54}/kT}, \\ c_3 &= c_2 e^{-\varepsilon_{32}/kT}, \quad c_2 \approx c_1 e^{-\varepsilon_{20}/kT} \end{aligned} \quad (2.2)$$

独立的组元剩 5 个, 今取为 c_1, c_4, c_6, c_7 和 c_8 , 或以 $c_4^* = c_4 + c_5$ 代替 c_5 , 并有关系:

$$\frac{c_4}{c_4^*} \approx \frac{c_1}{c_1 + c_6}, \quad \frac{c_5}{c_4^*} \approx \frac{c_6}{c_1 + c_6}. \quad (2.3)$$

在(2.1)式中略去 $(j+k) \geq 2$ 的高阶小项, 求得零级和一级 ($j+k \leq 1$) 摄动解. 把(2.1)式代入(1.9)–(1.11)式, 合并 $j=k=0, j=1, k=0$ 和 $j=0, k=1$ 的项, 分别得到零级和一级方程, 这里直接给出零级解(以下假设 $C=1, P_r = \text{常数}, S_i = \text{常数}$):

$$\begin{aligned} f_{00} &= \eta, \quad g_{00} = \frac{1-G}{2} \operatorname{erf} \xi_p + \frac{1+G}{2}, \\ c_{i,00} &= \frac{c_i^\infty}{2} (1 - \operatorname{erf} \xi) \quad (i=1, 3, 8), \\ c_{i,00} &= \frac{c_i^\infty}{2} (1 + \operatorname{erf} \xi) \quad (i=6, 7), \\ c_{4,00}^* &= \frac{c_5^\infty}{2} (1 + \operatorname{erf} \xi). \end{aligned} \quad (2.4)$$

这里 $G = \frac{H_{-\infty}}{H_\infty}$, $\xi_p = \frac{\sqrt{P_r}}{2} \eta$, $\xi = \frac{\sqrt{S_i}}{2} \eta$ (S_i 可能彼此不相等, 为简单起见, 假定 S_i 彼此相等), 并有

$$\begin{aligned} c_{4,00} &\approx \frac{c_{1,00} Q_L e^{-\varepsilon_{40}/kT}}{c_{1,00} Q_L e^{-\varepsilon_{40}/kT} + c_{6,00} Q_S e^{-\varepsilon_{50}/kT}} \frac{c_5^\infty}{2} (1 + \operatorname{erf} \xi), \\ c_{5,00} &\approx \frac{c_{6,00} Q_S e^{-\varepsilon_{50}/kT}}{c_{1,00} Q_L e^{-\varepsilon_{40}/kT} + c_{6,00} Q_S e^{-\varepsilon_{50}/kT}} \frac{c_5^\infty}{2} (1 + \operatorname{erf} \xi). \end{aligned} \quad (2.5)$$

一级解 ($j=1, k=0$) 为

$$f_{10} = \int_0^{\eta/2} \operatorname{erf} x dx = 0.16^{[3]},$$

$$\left. \begin{matrix} g_{10} \\ c_{i,10} \end{matrix} \right\} = a_1 - I_1 + (a_2 + I_2) \operatorname{erf} \xi, \quad (2.6)$$

其中 $I_1 = \int_0^\xi F(x) e^{x^2} \operatorname{erf} x dx$, $I_2 = \int_0^\xi F(x) e^{x^2} dx$,

$$a_1 = \frac{1}{2} [I_1(\infty) + I_1(-\infty) - I_2(\infty) + I_2(-\infty)],$$

$$a_2 = \frac{1}{2} [I_1(\infty) - I_1(-\infty) - I_2(\infty) - I_2(-\infty)].$$

对于 g_{10} ,

$$\xi = \frac{\sqrt{P_r}}{2} \eta, \quad F = -2f_{10} \frac{\partial g_{00}}{\partial \eta} + \frac{1}{4} \left(\frac{1}{P_r} - 1 \right) \frac{U^2}{H_\infty} \frac{\partial^3 f_{10}}{\partial \eta^3};$$

对于 $c_{i,10}$,

$$\xi = \frac{\sqrt{S_i}}{2} \eta, \quad F = -2f_{10} \frac{\partial c_{i,00}}{\partial \eta}.$$

$j = 0, k = 1$ 的一级解为

$$f_{01} \equiv g_{01} \equiv 0,$$

$$\left. \begin{matrix} c_{i,01} \\ c_{4,01}^* \end{matrix} \right\} = (2 + 4\xi^2) [I_4 + a_4 + (I_3 + a_3) \operatorname{erf} \xi] + \frac{4}{\sqrt{\pi}} \xi (I_3 + a_3) e^{-\xi^2}, \quad (2.7)$$

其中

$$\xi = \frac{\sqrt{S_i}}{2} \eta, \quad I_3 = -\frac{\sqrt{\pi}}{2} \int_0^\xi (1 + 2x^2) e^{x^2} \frac{t_d \dot{W}_{i,00}}{\rho_{00}} dx,$$

$$I_4 = \int_0^\xi \left[x + \frac{\sqrt{\pi}}{2} (1 + 2x^2) e^{x^2} \operatorname{erf} x \right] \frac{t_d \dot{W}_{i,00}}{\rho_{00}} dx,$$

$$a_3 = \frac{1}{2} [-I_3(\infty) - I_3(-\infty) - I_4(\infty) + I_4(-\infty)],$$

$$a_4 = \frac{1}{2} [-I_3(\infty) + I_3(-\infty) - I_4(\infty) - I_4(-\infty)],$$

$\frac{\dot{W}_{i,00}}{\rho_{00}}$ 是在生成率中代入零级解得到的结果。

三、结果与讨论

1. 粒子数反转及获得反转的条件

振动粒子数反转的表达式 Δc 精确到 λ 与 $\frac{x}{U t_d}$ 量阶为

$$\Delta c = \Delta c_{00} + \lambda (c_{4,10} - c_{3,10}) + \frac{x}{U t_d} (c_{4,01} - c_{3,01}). \quad (3.1)$$

含 λ 的项通常可以忽略(参见下段), $c_{3,01}$ 和 $c_{4,01}$ 由(2.3)和(2.7)式算出, Δc_{00} 为

$$\Delta c_{00} = c_{4,00} - c_{3,00} = \frac{c_1^{-\infty} c_5^{\infty} [1 - (\text{erf } \xi)^2]}{2[(c_1^{-\infty} + c_6^{\infty}) + (c_6^{\infty} - c_1^{-\infty}) \text{erf } \xi]} - \frac{c_1^{-\infty}}{2} (1 - \text{erf } \xi) e^{-\varepsilon_{30}/kT}, \quad (3.2)$$

反转峰值在 $\frac{x}{U t_d} \ll 1$ 时获得. 讨论 $\frac{T_{\infty} - T_{-\infty}}{T_{\infty}} \ll 1$, $\lambda \ll 1$ 的情况, 通常储能和激光介质两边来流的气体平均分子量具有同一量级, 故 $\frac{c_6^{\infty} - c_1^{-\infty}}{c_6^{\infty} + c_1^{-\infty}} \ll 1$. 粒子数反转峰值、峰值位置 ξ_0 分别为

$$\left(\frac{\Delta c}{c_1^{-\infty}/4} \right)_{\max} = \frac{c_5^{\infty}}{c_6^{\infty}} - 2 \frac{c_3^{\infty}}{c_1^{-\infty}} + \frac{c_6^{\infty}}{c_5^{\infty}} \left(\frac{c_3^{\infty}}{c_1^{-\infty}} \right)^2 \approx \frac{c_5^{\infty}}{c_6^{\infty}} - 2 \frac{c_3^{\infty}}{c_1^{-\infty}}, \quad (3.3)$$

$$\text{erf } \xi_0 = \frac{c_6^{\infty} c_3^{\infty}}{c_5^{\infty} c_1^{-\infty}}. \quad (3.4)$$

获得振动粒子数反转的条件是:

$$\frac{c_5^{\infty}}{c_6^{\infty}} > \left(\frac{c_3^{\infty}}{c_1^{-\infty}} \right)_{\min} = 2 \frac{c_3^{\infty}}{c_1^{-\infty}}, \text{ 或 } \frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}} > \left(\frac{n_3^{\infty}}{n_1^{-\infty}} \right)_{\min} = 2 \frac{n_3^{\infty}}{n_1^{-\infty}}. \quad (3.5)$$

这里 n_i 为 i 组元数密度, 在分子振动模为简谐振子的假定下, 设 T_5^{∞} 为储能介质振动模的来流振动温度, 条件(3.5)式可化为

$$T_5^{\infty} > (T_5^{\infty})_{\min} = \frac{\varepsilon_{30} T_{-\infty}}{\varepsilon_{30} - k T_{-\infty} \ln 2} \approx \frac{\varepsilon_{30}}{\varepsilon_{30}} T_{-\infty}. \quad (3.6)$$

条件(3.5)式的物理意义十分显然, 对所述条件要获得反转储能介质亚稳态粒子数分数 $\frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}}$, 至少应大于激光下能级粒子数分数 $\frac{n_3^{\infty}}{n_1^{-\infty}}$ 的两倍, (3.6)式也说明对于获得反转气流温度是一个十分重要的参数. 对 0.1 个大气压室温的典型条件, 表 1 给出反转峰值 $(\Delta n)_{\max}$

表 1¹⁾

$\frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}}$	5×10^{-3}	10^{-2}	4×10^{-2}	8×10^{-2}	0.15	0.3
$(\Delta n)_{\max}$ 个/厘米 ³	6.8×10^{14}	5.4×10^{15}	2.6×10^{16}	5.3×10^{16}	1.0×10^{17}	2.0×10^{17}
ξ_0	0.37	0.18	0.045	0.022	0.012	0.006

1) $\frac{n_3^{\infty}}{n_1^{-\infty}} = 2 \times 10^{-3}$.

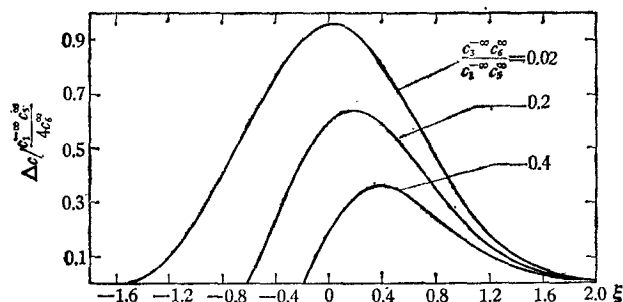


图 3 无量纲反转密度与 ξ 的关系 ($\frac{x}{U t_d} < 0.1, \lambda \ll 1, T_{\infty} \approx T_{-\infty}$)

和峰值位置 ξ_0 随参数 $\frac{n_5^\infty}{n_6^\infty}$ 的变化;图 3 给出反转剖面,它表明参数 $\frac{c_6^\infty c_3^\infty}{c_5^\infty c_1^\infty}$ 大,反转小.对流动混合传输激励的分子气体激光器,上述结论普遍适用.

2. 气流速度不相等的影响

储能和激光介质两边气流速度不相等 $u_\infty \neq u_{-\infty}$ 时,该因素对反转的影响一部分明显地反映在 $\lambda(c_{4,10} - c_{3,10}) \approx \lambda c_{4,10}$ 项中,设 $S_i = 1$, 则

$$c_{4,10} = \left[\frac{c_{1,00}}{c_{1,00} + c_{6,00}} - \frac{c_{1,00}^\infty c_{6,00}}{(c_{1,00} + c_{6,00})^2} \right] c_5^\infty \Phi(\xi) \approx -c_5^\infty \Phi(\xi) \operatorname{erf} \xi \quad \xi = \frac{\eta}{2},$$

$\Phi(\xi)$ 是(2.6)式给出的普适函数,其数值见表 2.

表 2

ξ	0	± 0.2	± 0.4	± 0.6	± 0.8	± 1.0	± 1.4	± 1.8	± 2.2
$\Phi(\xi)$	0	0.002	0.011	0.021	0.029	0.032	0.024	0.02	0

在 $\xi \approx \pm 1.0$, $\lambda c_{4,10}$ 项取峰值,且 $\frac{\lambda c_{4,10}(\xi = \pm 1.0)}{c_{4,00}} \approx 0.3\lambda$. 可见,气流速度不等的明显影响部分,随 λ 正负的不同,对反转数产生有利和不利的影晌,但均很小,特别在反转峰值位置 $\xi \approx 0$ 附近,其影响完全可以忽略.

流速不相等的另一部分影响隐含在混合区气流温度的变化中,粘性摩擦加热引起的温升,最大为 $\left(\frac{T - T_\infty}{T_\infty} \right)_{\max} \approx \frac{\gamma - 1}{2} \lambda^2 M_\infty^2$ 量级, γ 是比热比, M_∞ 为储能介质气流的马赫数. 这一温升将使激光下能级粒子数成指数地增加,为了避免气流升温对反转的不利影响,合理的设计应使 $\lambda \ll \sqrt{\frac{2}{\gamma - 1}} M_\infty^{-1} \approx 2.2 M_\infty^{-1} (\gamma \approx 1.4)$.

3. 气流温度不相等的影响

讨论混合层两边气流温度不相等的影响时,假定 $\lambda = 0$. 单位体积的粒子数反转在 $\frac{x}{U t_0} \ll 1$ 时为

$$\Delta n = n_4 - n_3 \approx \frac{n_1^\infty}{4\rho_\infty} \frac{n}{\sum_i c_i} \left\{ \frac{n_5^\infty}{n_6^\infty} [1 - (\operatorname{erf} \xi)^2] - 2e^{-\varepsilon_{30}/kT} (1 - \operatorname{erf} \xi) \right\}.$$

气流温度由(2.4)式求得:

$$T \approx \frac{T_\infty}{2} (1 + \operatorname{erf} \xi) + \frac{T_{-\infty}}{2} (1 - \operatorname{erf} \xi) \quad \left(P_r = 1, \xi = \frac{\eta}{2} \right).$$

故

$$\frac{(\Delta n)_{\max}, T_\infty \neq T_{-\infty}}{(\Delta n)_{\max}, T_\infty = T_{-\infty}} \approx \frac{2T_\infty}{T_\infty + T_{-\infty}}. \quad (3.7)$$

可见,对于获得反转, $T_{-\infty} > T_\infty$ 不利, $T_{-\infty} < T_\infty$ 有利,且与 $T_\infty = T_{-\infty}$ 的情况相比,反转增加近一倍(若 $T_{-\infty} \ll T_\infty$). 既然储能介质在混合前已经预先受到激励,气流温度 T_∞ 通

常都高于激光介质气流温度 $T_{-\infty}$, 故较冷的激光介质气流能够冷却较热的储能介质气流, 从而获得更高的反转, 这一冷却效应是流动混合传输激励的流体力学方案一个很突出的优点. 考虑冷却效应后, 获得反转的条件(3.5)和(3.6)式分别转换为

$$\frac{n_5^\infty}{n_6^\infty} > \left(\frac{n_5^\infty}{n_6^\infty} \right)_{c, \min} \approx \frac{2n_3^{-\infty} \left(\frac{T_\infty + T_{-\infty}}{2} \right)}{n_1^{-\infty} \left(\frac{T_\infty + T_{-\infty}}{2} \right)}, \quad (3.8)$$

$$T_5^\infty > (T_5^\infty)_{c, \min} \approx \frac{\varepsilon_{50}}{\varepsilon_{30}} \frac{T_\infty + T_{-\infty}}{2}. \quad (3.9)$$

$T_{-\infty} < T_\infty$, 则 $(T_5^\infty)_{c, \min} < (T_5^\infty)_{\min}$, 故冷却效应降低了对储能介质激励程度的要求, 这再次说明气流温度对获得粒子数反转的重要作用.

4. 碰撞去活化的影响

激光上能级的传输激励受到扩散速度的限制, 故要获得足够多的粒子数反转, 气流就必须历经相当长的混合, 这期间气体的振动能储藏也将因碰撞去活化而受到相当的损失, 碰撞去活化引起的反转数的损失 $(\Delta c)_c$ 可以表示为

$$\begin{aligned} (\Delta c)_c &= \frac{x}{U t_d} (c_{4,01} - c_{3,01}) \\ &\approx \frac{x}{U t_d} c_{4,01} = \frac{x}{U t_d} \frac{c_5^\infty}{2} \Psi(\zeta), \end{aligned} \quad (3.10)$$

其中 $\Psi(\zeta) \leq 0$ ($\zeta = \frac{\eta}{2}$), 其数值与

混合气体的组成有关, 也与 t_d 的具体取值有关. 为分析简单起见, 假定诸介质对上能级的去活化效率相近, 在此假定下 Ψ 与气体组成及 t_d 无关成为普遍适用的函数. 图 4(a) 给出了 Ψ 函数, 反转数损失的特点是混合区中心比两边大, 下半平面比上半平面大. 故随距离 x 的增加, 反转剖面将移向上半平面, 且变得比较扁平 [见图 4(b)].

5. 反转数通量和有效振动能通量

为了进一步阐明碰撞去活化造成的影响, 考虑混合层内反转数通量 Q 随 x 的变化, 设混合层侧向长度为

L , $\frac{T_\infty - T_{-\infty}}{T_\infty} \ll 1, \lambda \ll 1$, 精确到 $\frac{x}{U t_d}$ 量级, Q 为

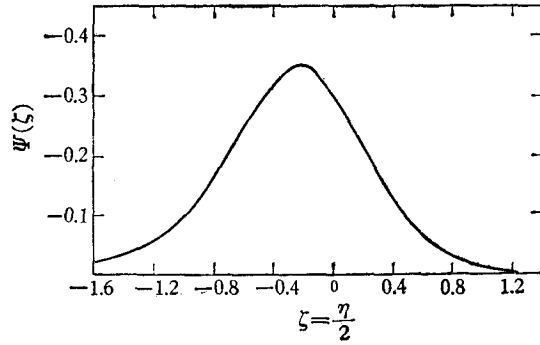


图 4(a) 通用函数 $\Psi(\zeta) = \frac{(\Delta c)_c}{x c_5^\infty / 4 U t_d}$

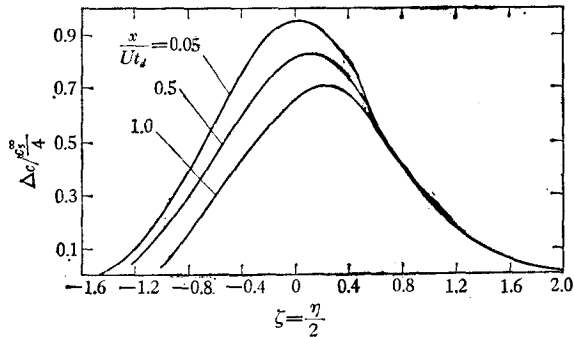


图 4(b) 无量纲反转数密度的变化 ($\frac{c_3^{-\infty} c_6^\infty}{c_1^{-\infty} c_5^\infty} = 0.02$)

$$Q = 2L(\rho_{\infty}\mu_{\infty}Ux)^{1/2} \left(\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,00} d\zeta + \frac{\dot{x}}{U t_d} \int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,01} d\zeta \right). \quad (3.11)$$

当

$$\frac{x}{U t_d} = \left(\frac{x}{U t_d} \right)_c = -\frac{1}{3} \frac{\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,00} d\zeta}{\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,01} d\zeta}, \quad (3.12)$$

Q 取峰值,峰值 $Q_{\max}$ 及 $Q/Q_{\max}$ 为

$$Q_{\max} \approx \frac{2L}{3} (\rho_{\infty}\mu_{\infty}Ux_c)^{1/2} \frac{c_1^{-\infty} c_5^{\infty}}{c_1^{-\infty} + c_6^{\infty}} \int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} [1 - (\text{erf } \zeta)^2] d\zeta, \quad (3.13)$$

$$Q/Q_{\max} = \frac{3}{2} \left(\frac{x}{x_c} \right)^{1/2} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{x}{x_c} \right). \quad (3.14)$$

类似地,我们计算有效振动能通量 W 随 x 的变化,有效振动能通量是指上能级加上储能介质亚稳态的振动能通量乘以量子效率 $\eta_q = \frac{\varepsilon_{40} - \varepsilon_{30}}{\varepsilon_{40}}$ ($\varepsilon_{40} \approx \varepsilon_{30}$),该量给出每个位置 x 处激光连续输出时的功率极限,故 W 的计算可以揭示混合激光的某些物理特征.

$$W = 2\eta_q \varepsilon_{40} L (\rho_{\infty}\mu_{\infty}Ux)^{1/2} \left(\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,00}^* d\zeta + \frac{x}{U t_d} \int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,01}^* d\zeta \right). \quad (3.15)$$

当

$$\frac{x}{U t_d} = \left(\frac{x}{U t_d} \right)_b = -\frac{1}{3} \frac{\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,00}^* d\zeta}{\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} c_{4,01}^* d\zeta}, \quad (3.16)$$

W 取峰值,在合理的参数范围 $\frac{c_3^{-\infty} c_6^{\infty}}{c_1^{-\infty} c_5^{\infty}} \ll 1$ 内,可以证明 $x_b \approx x_c$. 峰值 $W_{\max}$ 及 $W/W_{\max}$ 为

$$W_{\max} \approx \frac{2}{3} \eta_q \varepsilon_{40} L (\rho_{\infty}\mu_{\infty}Ux_c)^{1/2} c_5^{\infty} (\zeta_{\infty} + \zeta_{-\infty}), \quad (3.17)$$

$$\frac{W}{W_{\max}} \approx \frac{Q}{Q_{\max}}, \quad (3.18)$$

$$\frac{Q_{\max}}{W_{\max}/\eta_q \varepsilon_{40}} \approx \frac{c_1^{-\infty} c_6^{\infty}}{c_1^{-\infty} + c_6^{\infty}} \left[1 - \frac{\int_{-\zeta_{-\infty}}^{\zeta_{\infty}} (\text{erf } \zeta)^2 d\zeta}{\zeta_{\infty} + \zeta_{-\infty}} \right]. \quad (3.19)$$

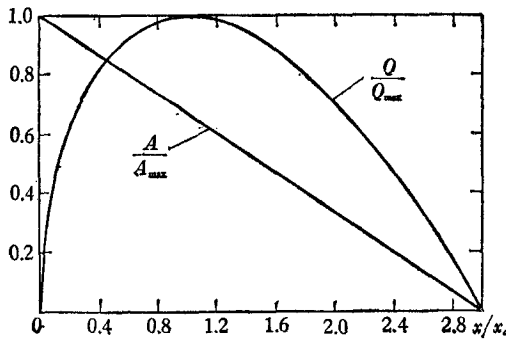


图5 $\frac{Q}{Q_{\max}}$, $\frac{A}{A_{\max}}$ 与 $\frac{x}{x_c}$ 的关系

故对混合传输激光,当输出光束垂直于气流方向时,提取激光功率的位置能够最佳化(最佳位置 $x \approx x_c$),这是气流混合与碰撞去活化两个过程竞争的必然结果,当 $x > x_c$, Q 和 W 均近似与 x 成比例减小,这是因为碰撞去活化造成 Q 和 W 的损失超过因气流混合而获得的增加; $x \leq x_c$, 则主要是混合传输激励过程, Q 和 W 均近似与 $x^{1/2}$ 成比例增大(见图5),但同上能级无碰撞去活化的理想情况相比,在 $x \leq x_c$ 区间, Q

和 W 仍损失 $\frac{Q_{\max}}{3}$ 和 $\frac{W_{\max}}{3}$.

有效振动能比通量 A (即单位质量混合气体携带的有效振动能) 给出了激光功率输出的质量流效率的理论极限:

$$\frac{A}{A_{\max}} = 1 - \frac{1}{3} \frac{x}{x_c}, A_{\max} = \frac{\eta q \varepsilon_{40} n_{\infty} \alpha_{600}}{2 \rho_{\infty}} \frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}}. \quad (3.20)$$

A 与 x 成比例地减小, 而与参数 $\frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}}$ 成比例地增大, 故在振动模为谐振子的近似下, A 随振动温度 T_5^{∞} 成指数关系增大.

四、理论应用举例

考虑 CO_2 冷气流与振动激励的冷氮气流混合来获得 CO_2 的振动粒子数反转, 图 6 把 CO_2 - N_2 激光系统简化为图 2 的形式, 由于同一振动模内各个振动能级之间交换量子的速度远大于不同振动模间的交换量子速度, 图 6 的正确性比较明显, 这里不再证明. CO_2 能级 (001) 和 (100) 间实现粒子数反转的条件为

$$T_5^{\infty} > (T_5^{\infty})_{\min} \approx \frac{\varepsilon_{50}}{\varepsilon_{30}} T_{\infty} \approx 1.76 T_{\infty}. \quad (4.1)$$

有效振动能比通量由 (3.20) 式给出 ($\alpha_{600} = 1$):

$$A \approx 205 e^{-\theta_5/T_5^{\infty}} \left(1 - \frac{1}{3} \frac{x}{x_c} \right) \text{ (千瓦} \cdot \text{秒/公斤)}. \quad (4.2)$$

上式 θ_5 为氮分子的振动特征温度 ($\theta_5 \approx 3350\text{K}$), 图

7 给出 A 与 $\frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}}$ 的关系曲线, 当 $\frac{n_5^{\infty}}{n_6^{\infty}} > 0.2$ 时, A 约为气动激光质量流效率^[2]的十倍多. 需要

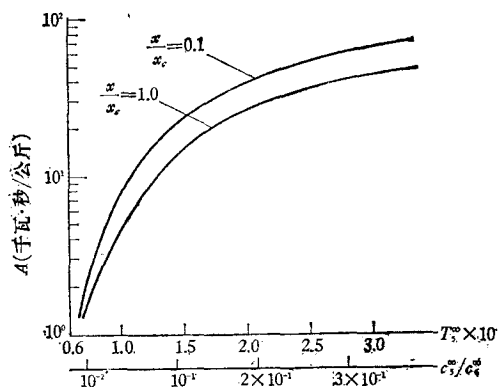


图 7 理论质量流效率与 T_5^{∞} 的关系 (CO_2 - N_2)

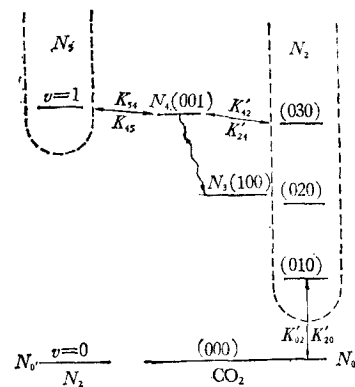


图 6 CO_2 - N_2 激光系统简化为四能级激光器

估计一下 x_c 的量值, 对 0.1 个大气压室温及 $U \approx 10^2$ 米/秒的条件, $x_c = 10^0 - 10^1$ 米. 可见, 为了获得足够的反转通量所需混合距离过长, 已知湍流混合速度比层流约大 10^2 倍^[3], 因此对于激光器的实际运转可采用湍流混合设计^[4,5].

增益系数: 若 CO_2 振动转动量子数由 (001; 19) 到 (100; 20) 的振转跃迁主要是均匀加宽, 则增益系数为^[6]

$$g = \frac{\lambda_0^2 n}{4 \pi \tau \nu_c} \frac{c_4 - c_3}{\sum_i c_i} \times \frac{45.6}{T} e^{-234/T}, \quad (4.3)$$

$$g_{\max} \approx \frac{\lambda_0^2 n}{4\pi\tau\nu_c \sum_i c_i} \left[c_{4,00}(\zeta_0) + \frac{x}{U t_d} c_{4,01}(\zeta_0) \right] \frac{45.6}{T} e^{-234/T},$$

$$\left(\frac{\partial c_{4,00}}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=\zeta_0} \approx -\frac{x}{U t_d} \left(\frac{\partial c_{4,01}}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=\zeta_0},$$
(4.4)

其中 $\lambda_0 = 10.6\mu$ 为跃迁波长, ν_c 为碰撞频率, τ 为 CO_2 能级(001)的自发辐射寿命 $\tau \approx 5.38$ 秒^[6], 对 0.1 个大气压室温条件增益系数随 T_s° 的变化见表 3.

表 3

$\frac{n_3^\infty}{n_6^\infty}$	5×10^{-3}	10^{-2}	4×10^{-2}	8×10^{-2}	0.15	0.3
$T_s^\circ(\text{K})$	632	728	1044	1329	1763	2780
$g_{\max}(\text{厘米}^{-1})$	0.0044	0.009	0.035	0.07	0.13	0.26

下面估计图 8 所示横向流动(横向放电)混合设计的能量效率 $\eta_L = \frac{\text{输出激光能量}}{\text{输入电能}}$.

$$\eta_L \approx 41\eta_T \left(1 - \frac{1}{3} \frac{x}{x_c} \right) \% \quad \left(\frac{x}{U t_T} \gg 1 \right),$$
(4.5)

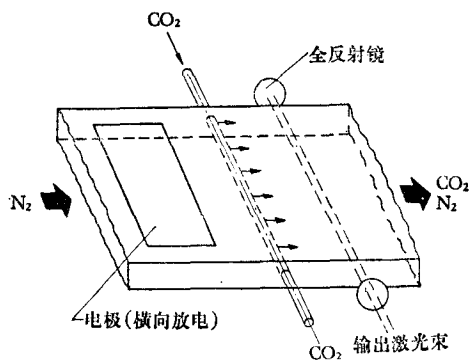


图 8 电激励流动混合激光

η_T 为电子功率传输分数, 对一定的气体组成, η_T 只是 E/n (E 为电场强度) 的函数^[7], 在 E/n 值的最佳范围内 $\eta_T \approx 0.6-0.7$, 故混合激光所能达到的最佳效率约为 20% ($x \approx x_c$). 对于其它气体如 CO_2 气流与振动激励的 CO 冷气流混合, N_2O 气流与振动激励的冷氮气流混合等, 根据本文的理论公式容易导出相应的具体结果.

参 考 文 献

- [1] Б. Ф. Гордиец и др., УФН, **108** (1972), 667.
- [2] E. T. Gerry, *Laser Focus*, **6** (1970) 27.
- [3] S. I. Pai, *Fluid's Dynamics of Jets*, D. Van Nostrand Co. Inc., N. Y. 1954.
- [4] 高 智, 力学, **4** (1974), 168.
- [5] J. P. E. Taran et al., *AIAA paper* 73-622 (1973).
- [6] J. D. Anderson, *Phys. Fluids*, **13** (1970), 1983.
- [7] W. L. Nighan, *Phys. Rev.* **A2** (1970), 1989.