

双星系统的能量及其分布*

刘 佑 昌

(北京航空学院)

提 要

本文援引胡宁所推广的引力场总能量动量张量密度式, 计算了双星系统的能量, 其结果是正常的. 然而, 这能量的分布却是不确定的; 分布的规律基本上与孤立静止星球的席瓦兹外域场一致. 如果认为场源物质所产生的引力场不再具有引力质量, 则可决定该密度式中的 n 值, 即引力场能量的分布也被确定.

一

在文献[1]中, 讨论了引力场能量密度的恒正性问题, 所使用的引力场总能量动量张量密度式为

$$\tau^{(n)\alpha\beta} = (t^{\alpha\beta} + T^{\alpha\beta})(-g)^n. \quad (1)$$

以时空度规来表示引力场的总能量密度 $\tau^{(n)00}$, 则有

$$\tau^{(n)00} = \frac{c^4}{16\pi k} [(-g)^{n-1}(-g g^{00} g^{lm} + g g^{0l} g^{0m}),_{,l}],_m, \quad (2)$$

式中 c 为真空中的光速, k 为万有引力常数. 将其用于一个孤立静止的星球, 当 $n \geq 1/8$, 它的席瓦兹外域场内一定会出现负的引力场能量密度, 并且, 引力场能量密度的恒正性对指数 n 的限制是很宽的; 这表明引力场能量的分布是不确定的.

本文从(1)式和(2)式出发, 在弱场低速的条件下, 计算了双星系统的能量, 同样得到确定的总能量值和不确定的能量分布. 由双星所得出的结果, 应该能蜕化到一个孤立静止的星球, 因此, 我们首先对席瓦兹外域场的能量密度作了进一步的探讨, 以便最后能与双星的有关结论相比较; 通过这一比较, 表明引力场能量的分布规律, 基本上是一致的. 如果我们认为, 场源物质所产生的引力场不再具有引力质量, 而系统的惯性质量又与系统的引力质量相等, 则引力场能量的分布基本上被确定下来, 它对应的 n 值满足 $1/8 > n \simeq 1/8$.

二

对于一个孤立静止的星球, 其席瓦兹外域场可以由下式表示:

* 1978年1月23日收到.

$$-dS^2 = -\frac{\left(1 - \frac{\varphi}{2}\right)^2}{\left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)^2} dx_0^2 + \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)^4 (dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2), \quad (3)$$

式中

$$\varphi = \frac{kM}{c^2 r}. \quad (4)$$

M 为星球的质量, r 为对星球中心的距离. 在星球外部的空间中, 引力场的能量密度为

$$\tau_e^{(n)00} = -\frac{c^4}{16\pi k} [2 - 16n - (5 - 12n)\varphi] \left(1 - \frac{\varphi}{2}\right)^{2n-3} \left(1 + \frac{\varphi}{2}\right)^{10n-4} \varphi, {}_s\varphi, {}_s. \quad (5)$$

通常引力场的场源是微弱的, 即 $\Phi \equiv \frac{kM}{c^2 R} \ll 1$, 其中 R 是星体的半径. 例如, 太阳的 $\Phi \sim 10^{-6}$, 其它几个最亮的恒星以及地球等行星的 Φ 值, 都与这一数量级起伏不大或者更小. 在这个条件下, 星球的外部空间中应有 $\varphi \ll 1$, 于是, (5) 式近似为

$$\tau_e^{(n)00} = \frac{c^4}{8\pi k} [1 - 8n - (3 - 14n + 32n^2)\varphi] \varphi, {}_s\varphi, {}_s. \quad (6)$$

将(4)式代入(6)式后, 直接在星球外部取积分, 可以求得星体外部整个引力场中的能量

$$P_e^{(n)} = \frac{1}{4} [2 - 16n - (3 - 14n + 32n^2)\Phi] \Phi M c^2. \quad (7)$$

当 n 取绝对值越来越大的负值, $P_e^{(n)}$ 在总能量中所占的份量将越来越大. 显然, $P_e^{(n)}$ 在总能量中所占的份量应该是不大的; 在本文的后一部份, 还要返回来阐明这一点. 所以, 这里只讨论一种可能的极端情况, 即外域场尽可能只有稀薄的能量分布.

(6) 式给出星体外部引力场能量密度恒正的条件是

$$1 - 8n \geq (3 - 14n + 32n^2)\Phi. \quad (8)$$

另一方面, 应该要求星体外部的 $\tau_e^{(n)00}$ 随 r 的增大而减小, 这要求对(6)式取

$$\frac{d\tau_e^{(n)00}}{dr} < 0, \quad (9)$$

由(4), (6)及(9)式, 得

$$\frac{4}{5} (1 - 8n) > (3 - 14n + 32n^2)\varphi. \quad (10)$$

所以, 一般应取

$$\frac{4}{5} (1 - 8n) \geq (3 - 14n + 32n^2)\Phi, \quad (11)$$

显然, 如果(11)式得到满足, 那么(8)式是一定会满足的. 取(11)式的等式求 n , 得

$$n \simeq \frac{1}{8} - \frac{35}{128} \Phi \simeq \frac{1}{8}. \quad (12)$$

将(12)式分别代入(6)及(7)式中, 就得到

$$\tau_e^{(1/8)00} = \frac{7c^4}{32\pi k} \left(\frac{5}{4} \Phi - \varphi \right) \varphi, {}_s\varphi, {}_s,$$

$$P_c^{(1/8)} = \frac{21}{32} \Phi^2 M c^2. \quad (13)$$

由于 $\Phi \ll 1$, 这表明如此求得的 $P_c^{(1/8)}$ 仅仅是星体所有能量的极为微小的一部份, 即全部能量基本上都集中在星球的内部。

三

考虑缓慢运动的双星。在场源微弱的条件下, (2) 式中 $(-g^{00}g^{lm} + g^{0l}g^{0m})_{,l}$ 有关 c 的最高数量级为 $1/c^2$, 因而在能量密度的计算中, 至少应将这些项保留到 $1/c^4$ 级, 才可能与牛顿力学中的经典结果相比较。如果略去更高级的小量, 则 (2) 式变为

$$\tau^{(n)00} = \frac{c^4}{16\pi k} [(-g)^{n-1}(-g^{00}g^{lm})_{,l}]_{,m}. \quad (14)$$

在零级近似中, 双星系统的度规张量 $g_{\alpha\beta} (= \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta})$ 有如下的结果:

$$\overset{(0)}{h}_{00} = 2\varphi; \quad \overset{(0)}{h}_{0m} = 4\phi_m; \quad \overset{(0)}{h}_{lm} = 2\varphi\delta_{lm}, \quad (15)$$

其中, 在星球外部有

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_{[1]} + \varphi_{[2]} = \sum_{i=1,2} \frac{kM_{[i]}}{c^2 r_{[i]}}; \\ \phi_m &= \phi_{m[1]} + \phi_{m[2]} = \sum_{i=1,2} \left(-\frac{kM_{[i]}}{c^3 r_{[i]}} \dot{\xi}_{[i]}^m \right); \\ r_{[i]} &= [(x' - \xi_{[i]}^1)^2 + (x^2 - \xi_{[i]}^2)^2 + (x^3 - \xi_{[i]}^3)^2]^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

这里, $M_{[1]}$ 和 $M_{[2]}$ 分别代表双星的两个子星的质量, $\xi_{[1]}^m$ 和 $\xi_{[2]}^m$ 则是这两个星体各自在空间的质心坐标, 而 $\dot{\xi}_{[i]}^m \equiv \frac{d\xi_{[i]}^m}{dt}$ 。由此可以看出, 要使计算所得的双星系统的能量, 保留到

最低限度的数量级, 就不可能在引力场方程的零级近似中求得, 而必须考虑到非线性效应, 要计及某些一级小量 $\overset{(1)}{h}_{\alpha\beta}$ 所带来的影响。在保留到 $1/c^4$ 级的近似下, 有

$$\begin{aligned} g &= -1 - 4\varphi + \overset{(1)}{h}_{00} - \overset{(1)}{h}_{ss}; \\ g^{00} &= -1 - 2\varphi - 4\varphi\varphi - \overset{(1)}{h}_{00}; \\ g^{lm} &= \eta^{lm}(1 - 2\varphi + 4\varphi\varphi) - \overset{(1)}{h}_{lm}. \end{aligned} \quad (17)$$

因此,

$$(g^{00}g^{lm})_{,l} = 4\varphi_{,m} + 8\varphi\varphi_{,m} + \overset{(1)}{h}_{ll,m} - \overset{(1)}{h}_{lm,l}, \quad (18)$$

$$(-g)^{n-1}(g^{00}g^{lm})_{,l} = 4\varphi_{,m} + 16\left(n - \frac{1}{2}\right)\varphi\varphi_{,m} + \overset{(1)}{h}_{ll,m} - \overset{(1)}{h}_{lm,l}. \quad (19)$$

(14) 及 (19) 式告诉我们, 要求出双星系统引力场总能量密度, 不必要直接求出一级小量 $\overset{(1)}{h}_{lm}$ 来, 而只要能求得 $(\overset{(1)}{h}_{ll,mm} - \overset{(1)}{h}_{lm,lm})$ 的结果就行。为此, 写下有关的引力场方程:

$$h_{00,ss} = -h_{ss,00} + 2h_{0s,0s} + 2Q_{00} - \frac{16\pi k}{c^4} K_{00},$$

$$h_{lm,ss} = h_{lm,00} - h_{0l,0m} - h_{0m,0l} + h_{ls,ms} + h_{ms,ls} \\ + h_{00,lm} - h_{ss,lm} + 2Q_{lm} - \frac{16\pi k}{c^4} K_{lm}, \quad (20)$$

式中 $Q_{\alpha\beta}$ 代表降秩曲率张量 $R_{\alpha\beta}$ 中所有的非线性项, 而 $K_{\alpha\beta}$ 与场源物质的能量动量张量 $T_{\alpha\beta}$ 有下列关系:

$$K_{\alpha\beta} \equiv T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} T^\lambda_\lambda. \quad (21)$$

由 (20) 式, 显然有

$$h_{ll,mm} - h_{lm,lm} = Q_{00}^{(1)} + Q_{ss}^{(1)} - \frac{8\pi k}{c^4} (K_{00}^{(1)} + K_{ss}^{(1)}). \quad (22)$$

我们取场源物质的能量动量张量为常用的表示式:

$$T^\beta_\alpha = \rho U_\alpha U^\beta, \quad (23)$$

式中 ρ 为场源物质在自由静止状态下的固有质量密度, 而 U^α 为其四维速度. 按定义

$$U^\alpha \equiv (\Gamma \dot{\xi}^m, \Gamma c), \quad (24)$$

其中

$$\Gamma \equiv \left\{ \left[(-g_{00})^{\frac{1}{2}} - \frac{\gamma_l \dot{\xi}^l}{c} \right]^2 - \frac{\dot{\xi}^l \dot{\xi}^l}{c^2} \right\}^{-\frac{1}{2}}, \\ \gamma_l \equiv g_{0l} (-g_{00})^{-\frac{1}{2}}. \quad (25)$$

(23) 式相当于确定了某种座标条件, 由 $R_{\alpha\beta}$ 张量及 (21) 式, 不难求得

$$Q_{00}^{(1)} = -2\varphi_{,s}\varphi_{,s} + 2\varphi\varphi_{,ss}, \\ Q_{ss}^{(1)} = 8\varphi_{,s}\varphi_{,s} + 10\varphi\varphi_{,ss}, \\ -\frac{8\pi k}{c^4} K_{00}^{(1)} = -2\varphi\varphi_{,ss} + \frac{2}{c^2} \sum_{i=1,2} \dot{\xi}_{[i]}^l \dot{\xi}_{[i]}^l \varphi_{[i],ss}, \\ -\frac{8\pi k}{c^4} K_{ss}^{(1)} = 6\varphi\varphi_{,ss} + \frac{2}{c^2} \sum_{i=1,2} \dot{\xi}_{[i]}^l \dot{\xi}_{[i]}^l \varphi_{[i],ss}. \quad (26)$$

将 (26) 式代入 (22) 式中, 就得到

$$h_{ll,mm} - h_{lm,lm} = 16\varphi\varphi_{,ss} + 6\varphi_{,s}\varphi_{,s} + \frac{4}{c^2} \sum_{i=1,2} \dot{\xi}_{[i]}^l \dot{\xi}_{[i]}^l \varphi_{[i],ss}. \quad (27)$$

再由 (14), (19) 及 (27) 式, 立即可以得到双星系统的引力场中总能量密度的表示式

$$\tau^{(n)00} = -\frac{c^4}{8\pi k} \left[2\varphi_{,ss} + 8 \left(n + \frac{1}{2} \right) \varphi\varphi_{,ss} + (8n-1)\varphi_{,s}\varphi_{,s} \right. \\ \left. + \frac{2}{c^2} \sum_{i=1,2} \dot{\xi}_{[i]}^l \dot{\xi}_{[i]}^l \varphi_{[i],ss} \right]. \quad (28)$$

1. 系统的总能量

为了最后能通过星体的固有体积来计算, 先过渡到三维空间里来. 这样, 就应该取总能量

$$P = \int \tau^{(n)00} d^3x = \int \frac{\tau^{(n)00}}{\sqrt{\gamma}} dV. \quad (29)$$

而

$$dV = \sqrt{\gamma} d^3x. \quad (30)$$

这里, $\gamma = |\gamma_{lm}|$ 即三维空间度规张量的行列式. 其中

$$\gamma_{lm} = g_{lm} + \gamma_l \gamma_m. \quad (31)$$

能够证明

$$\sqrt{\gamma} = (-g)^{\frac{1}{2}} (-g_{00})^{-\frac{1}{2}}. \quad (32)$$

又, 三维体积元 dV 与星体的固有体积元 $d\hat{V}$ 之间有如下关系:

$$dV = (-g_{00})^{-\frac{1}{2}} \Gamma_{[i]}^{-1} d\hat{V}_{[i]}, \quad (33)$$

式中 $\Gamma_{[i]}^{-1}$ 可由 (25) 式给出

$$\Gamma_{[i]}^{-1} = \left\{ \left[(-g_{00})^{\frac{1}{2}} - \frac{\gamma_l \dot{\xi}_{[i]}}{c} \right]^2 - \frac{\dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]}}{c^2} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (34)$$

由 (28)–(33) 式, 再考虑到

$$\int (\varphi \varphi_{,ss} + \varphi_{,s} \varphi_{,s}) d^3x = 0. \quad (35)$$

就得到

$$P = -\frac{c^4}{8\pi k} \sum_{i=1,2} \int (-g)^{-\frac{1}{2}} \Gamma_{[i]}^{-1} \left[2\varphi_{[i],ss} + 5\varphi \varphi_{[i],ss} + \frac{2}{c^2} \dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \varphi_{[i],ss} \right] d\hat{V}_{[i]}. \quad (36)$$

由 (17), (34) 及 (36) 式, 得

$$P = -\frac{c^4}{8\pi k} \sum_{i=1,2} \int \left[2\varphi_{[i],ss} - \varphi \varphi_{[i],ss} + \frac{1}{c^2} \dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \varphi_{[i],ss} \right] d\hat{V}_{[i]}. \quad (37)$$

又因为

$$\varphi_{[i],ss} = -\frac{4\pi k}{c^2} \hat{\rho}_{[i]},$$

最后有

$$P = \sum_{i=1,2} \left[\dot{M}_{[i]} c^2 + \frac{1}{2} \dot{M}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} - \frac{c^2}{2} \int \hat{\rho}_{[i]} \varphi_{[i]} d\hat{V}_{[i]} \right] - \frac{k \dot{M}_{[1]} \dot{M}_{[2]}}{r_{12}}, \quad (38)$$

式中 r_{12} 是两个子星之间的中心距离. 括号中最后一项是各个星体内部自身的引力相互作用带来的修正, 在 $\dot{M}_{[i]}$ 中是没有计及任何引力相互作用的. 对于一个孤立静止的星球, 其总质量显然应为

$$M_{[i]} = \dot{M}_{[i]} - \frac{1}{2} \int \hat{\rho}_{[i]} \varphi_{[i]} d\hat{V}_{[i]}.$$

这即是席瓦兹解中的 M . 考虑到式右的第二项远小于第一项, 就可以在同样的近似下将 (38) 式改写为

$$P = \sum_{i=1,2} \left[M_{[i]} c^2 + \frac{1}{2} M_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \right] - \frac{k M_{[1]} M_{[2]}}{r_{12}}. \quad (38')$$

所以, (38) 式是我们所期待的正常结果, 它们包含了通常的动能和引力位能, 还反映出了狭义相对论所要求的固有能量. 值得指出的是, 这结果与 n 的取值无关, 即双星系统的总能量, 在我们所取的近似范围内, 是与引力场能量的分布无关的.

2. 总能量的分布

双星系统的引力场总能量密度表示式 (28) 中显含有 n , 这已经可以反映出引力场能量的分布是与 n 值有关的; 这意味着, 双星体内的能量以及星体外部引力场中的能量密度都将与 n 值有关. 事实上, 直接取 (28) 式在双星体内积分, 类似于 (37) 及 (38) 式, 立即有

$$\begin{aligned} P_i^{(n)} &= -\frac{c^4}{8\pi k} \sum_{i=1,2} \left[2\varphi_{(i),ss} + (8n-2)\varphi\varphi_{(i),ss} + (8n-1)\varphi_{,s}\varphi_{,s} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{c^2} \dot{\xi}_{(i)} \dot{\xi}_{(i)} \varphi_{(i),ss} \right] d\dot{V}_{(i)}, \\ &= \sum_{i=1,2} \left[\dot{M}_{(i)} c^2 + \frac{1}{2} \dot{M}_{(i)} \dot{\xi}_{(i)} \dot{\xi}_{(i)} - (1-4n)c^2 \int \dot{\rho}_{(i)} \varphi_{(i)} d\dot{V}_{(i)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-8n)c^4}{8\pi k} \int \varphi_{,s}\varphi_{,s} d\dot{V}_{(i)} \right] - 2(1-4n) \frac{k\dot{M}_{(1)}\dot{M}_{(2)}}{r_{12}}. \end{aligned} \quad (39)$$

显然, 双星体内的能量以及它所对应的惯性质量都是与 n 值有关的. 另外, 考虑到场源物质的能量动量张量式 (23), 又可以将 (39) 式表示为

$$P_i^{(n)} = \int (-g)^n T^{00} d^3x + \sum_{i=1,2} \frac{(1-8n)c^4}{8\pi k} \int \varphi_{,s}\varphi_{,s} d\dot{V}_{(i)}, \quad (39')$$

其中等号右边的第二项, 显然对应于 (1) 式中总能量密度的 $(-g)^n \tau^{00}$ 部份在星体内部的积分, 因而它直接反映了引力场在双星体内的能量贡献.

由 (38) 及 (39) 式, 就得到双星引力场在星体外部整个空间的能量

$$\begin{aligned} P_e^{(n)} = P - P_i^{(n)} &= \sum_{i=1,2} \left[\frac{(1-8n)c^2}{2} \int \dot{\rho}_{(i)} \varphi_{(i)} d\dot{V}_{(i)} \right. \\ &\quad \left. - \frac{(1-8n)c^4}{8\pi k} \int \varphi_{,s}\varphi_{,s} d\dot{V}_{(i)} \right] + (1-8n) \frac{k\dot{M}_{(1)}\dot{M}_{(2)}}{r_{12}}. \end{aligned} \quad (40)$$

这能量的分布可以直接从 (28) 式看出, 它给出双星体外的引力场能量密度为

$$\tau_e^{(n)00} = \frac{c^4}{8\pi k} (1-8n)\varphi_{,s}\varphi_{,s}. \quad (41)$$

从 (35) 式不难看出, (40) 及 (41) 式正是彼此协调一致的.

(40) 及 (41) 式表明, $n > 1/8$ 是不可取的, 那将导致负的引力场能和负的能量密度; 当 n 取绝对值越来越大的负值, $P_e^{(n)}$ 在总能量中所占的份量也越来越大; 当 $1/8 > n \simeq 1/8$, 所得到的 $\tau_e^{(1/8)00}$ 及 $P_e^{(1/8)}$ 有最小的正值, 这时 $P_e^{(1/8)}$ 仅仅是双星系统全部能量的极为微小的一部份, 即全部能量基本上都集中在两个子星的星体内部. 值得注意的是, 能量分布的这些特点与席瓦兹外域场的情况极为相似^[1].

现在, 将双星的结论与席瓦兹外域场的能量分布作进一步的比较. 首先, 使双星系统蜕化为一个孤立静止的星球, 然后直接取 (41) 式在星体外部的整个空间积分, 只要构成星体的物质是球对称分布的, 容易得出下列近似结果:

$$P_e^{(n)} = \frac{1}{2} (1-8n) \Phi M c^2. \quad (42)$$

或者, 知道了 $\dot{\rho}(r)$ 的函数形式, 也可以通过 (40) 式求得这个结果.

当 n 的绝对值不是很大的时候, 如果将 (6), (7) 式按 (41), (42) 式取同样的近似程度, 则它们是完全一致的. 余下的情况, 其标志为: $-8n \gg 1$; 如果认为在同样的近似下, (6) 与 (41) 式、(7) 与 (42) 式也应该有着相近的形式, 这就要求 $-8n \gg 32n^2\Phi$, 即

$$-n \ll \frac{1}{4} \Phi^{-1}. \quad (43)$$

因而限定了 n 不能取绝对值过大的负数. 由 (42) 及 (43) 式, 得 $P_c^{(n)} \ll M c^2$. 这些结果正是我们所期待的; 星体外部引力场中的能量, 本来就应该是系统总能量的极为微小的一部份.

四

前面的讨论指出, 虽然 (12) 及 (43) 式大体上规定了合理 n 值的上下限, 但指数 n 仍有着很宽的不确定范围; 对于给定的场源物质分布, 整个引力场中能量的分布应该也是确定了, 这要求我们进一步决定 n 值的取舍.

如果认为, 对于整个系统而言, 它的惯性质量与它的引力质量相等(席瓦兹场总能量的计算表明, 这一要求是合理的), 而场源物质所产生的引力场也不再具有引力质量, 就可以进一步确定 n 值.

能量动量张量 $T_{\mu\nu}$ 的 T^{00} 分量, 应该决定着场源的引力质量密度. 如取相应的能量密度为 $(-g)^{n'} T^{00}$, 则系统的引力质量对应的能量为

$$P_g^{(n')} = \int (-g)^{n'} T^{00} d^3x, \quad (44)$$

式中 n' 是待定的参数. 若选择 $n' = 1/2$, 即得出通常所用的表达式. (44) 式的积分给出

$$P_g^{(n')} = \sum_{i=1,2} \left[\dot{M}_{[i]} c^2 + \frac{1}{2} \dot{M}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} \dot{\xi}_{[i]} - (1 - 4n') c^2 \int \rho_{[i]} \varphi_{[i]} dV_{[i]} \right] - 2(1 - 4n') \frac{k \dot{M}_{[1]} \dot{M}_{[2]}}{r_{12}}. \quad (44')$$

如取 $n' = \frac{1}{2}$, 上式将给出很不合理的结果, 因为它显然不与系统的总能量相等, 这与席瓦兹场总能量的计算结果相冲突.

在席瓦兹解中, 引力质量是由度规 ds^2 的表达式直接给出的, 如果现在也要在我们的近似计算中, 直接由度规表达式得出引力质量来, 这将是十分困难的. 下面, 我们将以 (44) 式作为引力质量的表达式, 按照前面所提出的引力质量与惯性质量的相等, 取 $P_g^{(n')} = P$, 由 (38) 及 (44') 式, 立即得到 $n' \simeq 1/8$. 由于场源物质在星体内外所产生的引力场都不再对应着引力质量, 所以在系统的总能量中, 仅 $P_g^{(n')}$ 的一部份即 (39') 式右边含 T^{00} 的项对应着引力质量. 这样, 从 (39') 及 (44) 式就可以得出 $n = n' \simeq 1/8$; 考虑到 (12) 式, 应取 n 满足下列关系:

$$1/8 > n \simeq 1/8. \quad (45)$$

n 值的确定, 也就确定了引力场中能量的分布. 在 (45) 式所给出的对应分布中, 星体外

部空间的引力场能量是极端稀薄的; 这时, (40) 及 (41) 式都近似地等于零, 从而表明它们的近似程度是不够的. 又, 由 (39') 及 (44) 式, 得

$$P^{(1/8)} \simeq P_g^{(1/8)}. \quad (46)$$

按照上述的理解, 虽然在原则上星体的引力质量与它的惯性质量是不相等的, 但是在我们所取的近似范围内, 二者还是相等的; (46) 式表明它们的差值是极其微小的, 参照 (13) 式, 其数量级约为 $\Phi^2 M$.

五

以上的讨论 按照通常的情况假定了: 引力场的场源是微弱的, 双星的运动是缓慢的. 在这个前提下, 我们从场源物质的能量动量张量式 (23) 出发, 通过引力场总能量密度式 (2), 计算了双星系统的能量, 其结果是正常的. 在我们所取的近似范围内, 系统的能量与 n 值无关, 然而, 这能量的分布却明显地依赖于 n 的取值. 将双星的有关结论与孤立静止星球的席瓦兹外域场相比较, 引力场能量分布的规律是极其一致的.

如果认为场源所产生的引力场不再具有引力质量, 而且系统的惯性质量与其引力质量相等, 则决定 n 值的 (45) 式即是 (1) 及 (2) 式的补充式. 这时, 虽然双星引力场能量的分布原则上被确定了, 然而要进一步具体求出, 还得要取更高级的近似计算才行. 又, 从 (39) 式不难看出, 双星系统总能量中的牛顿引力位能即 (38') 式右的最后一项, 则是分别“贮存”于双星的两个子星的星体内部, 而不象电磁学中的电位能那样, 弥散在整个电场里.

对北京大学胡宁同志的指导及帮助, 表示感谢.

参 考 文 献

- [1] 胡宁, 中国科学, 1977, 3, 210.

THE ENERGY OF DOUBLE-STAR SYSTEM AND ITS DISTRIBUTION

LIU YOU-CHANG

(Beijing Aeronautical Institute)

ABSTRACT

We adopted Hu Ning's expression of pseudo-energy-momentum tensor density for the gravitational field. From it, we obtained a regular result of the energy of a double-star system. But the distribution of this energy in space cannot be determined uniquely and its distribution laws are essentially identical to those of Schwarzschild external field of an isolated static star. If we recognize that the gravitational field produced by the source matter no longer possesses gravitational mass, then the value of n in that expression can be determined, and the distribution of field energy can also be determined consequently.