

液晶 N 相 $\rightarrow$ S_A 相相变点附近的反常声衰减

冯 克 安

(中国科学院物理研究所)

1980 年 2 月 13 日收到

提 要

本文考虑在 $N \rightarrow S_A$ 相变中,当 $T \rightarrow T_c^+$ (相变点)时,声在液晶中传播引起的压力效应. 使用模-模耦合方法计算了声的衰减和色散,得到在高频区间,声的衰减有反常发散行为,在低频极限声衰减的临界指数为 2.5. 当 $T \rightarrow T_c^+$ 时,本文的理论曲线大体上与实验结果相一致.

一、引 言

在液晶 N 相(向列相) $\rightarrow$ S_A 相(近晶 A 相)相变点附近的实验发现,在相变温度 T_c 的两侧,都出现声波的反常吸收现象^[1-3]. 在相变点附近 N 相一侧,这种反常现象,曾由 Imura-Okano 提出的反常热容理论给予解释^[4]. 而这个理论的提出本来是为了解释液晶中 I $\rightarrow$ N 相变点附近(I-N 相变是很接近于第二类相变的第一类相变)的反常声吸收现象. 目前,液晶中邻近相变点的各类相变所引起的声衰减,都由此理论给予解释^[5]. 但是在这个理论中,并没有考虑有序参量和其他动力学模式的耦合,所以,在 $T > T_c + \Delta$ ($\Delta \approx 0.5K$) 的温度范围内,它与实验相符合,但在很接近相变温度的范围内(即 $T \rightarrow T_c$ 时),理论和实验是不相符合的,如在高频极限时,它不能得到反常发散^[4-6]. 为了进一步讨论这些实验结果,应该把临界动力学的模耦合理论^[4]应用于液晶中. 不久前,曾有人用模耦合的方法来讨论这一问题,在文献[6]中是讨论 I $\rightarrow$ N 相变,把随机力按有序参量做展开,取到平方项,依 scaling law 关系进行讨论的. 在文献[7]中是在自由能中加上密度涨落的平方项,但本质上,也只是考虑了有序参量的平方项做计算的,这两个计算都只给出了等价于 I-O 的理论结果^[3].

我们试图解释 $N \rightarrow S_A$ 相变点附近的 ($T \rightarrow T_c$) 声的反常吸收现象. 显然,如果用模耦合理论来讨论这一问题时,必需考虑声速 v 和有序参量 $S(\mathbf{r}, t)$ 的耦合项. 且从物理考虑,声传播首先是在液晶中产生一个压力 P ,把这个压力 P 的效应放在热力学函数中讨论.

关于 $N \rightarrow S_A$ 相变,我们采用 DeGennes^[8] 的观点,把它近似地看为第二类相变. 因为依此,它可以解释弯曲(bend)和扭转(twist)弹性常数的反常行为. 众所周知,在 Landau 讨论相变的热力学展开式中,应该是包括两个独立的热力学量的函数^[9],如:

$$H_i(P, T) = f_0(P, T) + a(P, T)S^2(\mathbf{r}) + b(P, T)S^4(\mathbf{r}) + L(\nabla S(\mathbf{r}))^2.$$

这里我们是通过反映第二类相变的热力学势中 $a(P, T)$ 的表述形式,考虑在相变点附近

产生的压力效应的.

本文首先给出包括了 $S(\mathbf{r}, t)$ 和 $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ 的耦合项的非线性方程组;然后,用模耦合方法逐级进行讨论.为清楚起见,在形式表述后做具体计算.

二、非线性方程组

通常讨论液晶流体动力性质的方程组比普通流体多一个指向矢 $\mathbf{n}$ 的物理量,这组方程一般有两种等价的表述形式.一种是由 Ericksen 和 Leslie 等人基于经典力学的宏观近似给出^[10],另一种是由 Forster^[11], Martin^[12] 等人从微观讨论,借助关联函数方法给出的.但是,它们给出的都是线性近似结果,这对于研究相变点附近的性质是不够的.要考虑不同模式之间的非线性耦合.当有声传播时,描述体系 $N \rightarrow S_A$ 相变区间的能量可有下面几项:

按 Landau-deGennes 理论^[8,9],描述 $N \rightarrow S_A$ 的第二类相变能量为

$$H_s(P, T, S) = \int h_s d\mathbf{r} = \int \left\{ A |S(\mathbf{r}, t)|^2 + \frac{B}{2} |S(\mathbf{r}, t)|^4 + \frac{1}{2M_\perp} |(\nabla_\perp - iq_s \delta n(\mathbf{r}, t))S(\mathbf{r}, t)|^2 + \frac{1}{2M_\parallel} |\nabla_\parallel S(\mathbf{r}, t)|^2 \right\} d\mathbf{r}, \quad (1)$$

其中 h_s 为能量密度,平行和垂直是指相对于指向矢 $\mathbf{n}$ 的方向(z 方向), $q_s = 2\pi/d$, d 为层间距,系数 A, B 应是压力 P 和温度 T 的函数. H_s 不仅与 $S(\mathbf{r}, t)$ 和 T 有关,也与 P 有关.

描述指向矢 $\mathbf{n}$ 形变的 Frank 弹性能为

$$H_{el} = \int d\mathbf{r} \{ K_1 (\nabla \cdot \mathbf{n})^2 + K_2 [\mathbf{n} \cdot (\nabla \times \mathbf{n})]^2 + K_3 [\mathbf{n} \times (\nabla \times \mathbf{n})]^2 \}, \quad (2)$$

其中 K_1, K_2, K_3 分别是倾斜、扭转、弯曲弹性常数.

声传播引起压力改变,使得液晶分子运动要与 $S(\mathbf{r})$ 和 $\mathbf{n}(\mathbf{r})$ 耦合,故在考虑动力系统问题时,这种传播速度 $\mathbf{v}$ 所附加的能量可以表述为

$$H_v = \frac{1}{2} \int d\mathbf{r} \rho |\mathbf{v}(\mathbf{r})|^2. \quad (3)$$

现在描述液晶相变动力学变量为 $\mathbf{n}(\mathbf{r}, t)$, $S(\mathbf{r}, t)$, $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ 和密度 $\rho(\mathbf{r}, t)$.

Forster 等人给出的液晶流体动力学方程组是基于 Mori^[13] 所给出的广义朗之万方程(若 $\mathbf{A}(\mathbf{r}, t)$ 为刘维空间的矢量,它的每一分量可以代表一个物理量)

$$\frac{d\mathbf{A}}{dt} - iQ\mathbf{A}(t) - \int_0^t d\tau K(t-\tau)\mathbf{A}(\tau) = \mathbf{F}(t), \quad (4)$$

上式中符号的含义见文献[11,13].

为了推导方便,选指向矢 $\mathbf{n}$ 为 z 方向,波矢量 $\mathbf{K}$ 在 $x-z$ 平面内,显然切向速度 v_2 和指向矢偏差 δn_2 不与 v_1, v_3 和 δn_1 相耦合^[14].

如果把液晶流体动力学方程完全推广到非线性是一项很烦的工作(例如:(2)式所给的弹性能也只是一级近似结果),对于本问题的讨论也没有必要.这里要讨论 $N \rightarrow S_A$ 相变点附近的情况,主要是要得出描述相变所必须的物理量——有序参量的方程及与有

序参量有关的非线性耦合项(包括有序参量本身的耦合), 所增加的这部分用直接计算泊松括号给出, 可得

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0, \\ \gamma_2 \rho \frac{\partial v_2}{\partial t} - \frac{\lambda + 1}{2} \nabla_3 [(K_2 \nabla_1^2 + K_3 \nabla_3^2) \delta n_2] - (v_3 \nabla_3^2 + v_2 \nabla_1^2) v_2 - \nabla_2 P \\ &\quad - \frac{1}{2} (AS + BS^3 - L_\perp \nabla_\perp^2 S - L_\parallel \nabla_\parallel^2 S) \frac{\partial S}{\partial r} - \frac{\partial A}{\partial P} S^2 \nabla_2 P = \theta_2(\mathbf{r}, t), \\ \gamma_1 \frac{\partial S}{\partial t} + \gamma_1 \nabla \cdot (S \mathbf{v}) &= -\frac{\delta H_s}{\delta S} + \eta(\mathbf{r}, t), \\ \gamma_3 \frac{\partial \delta n_2}{\partial t} - \gamma_3 \frac{\lambda + 1}{2} \nabla_3 v_2 + \xi (K_2 \nabla_1^2 + K_3 \nabla_3^2) \delta n_2 &= \zeta_2(\mathbf{r}, t), \end{aligned} \quad (5)$$

式中 v_2, v_3 是粘滞系数, $L_\perp = -1/M_\perp$, ξ, λ 是参数, $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$ 是宏观衰减系数.

$\eta(\mathbf{r}, t), \theta(\mathbf{r}, t), \rho_2(\mathbf{r}, t)$ 代表随机力(噪声项), 在马尔可夫近似下, 满足第二涨落-耗散定理

$$\langle \eta(\mathbf{r}, t) \eta(\mathbf{r}', t') \rangle = \gamma_1 \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \delta(t - t') \text{ 等等.} \quad (6)$$

把上面的方程取到非线性的二次项, 作傅氏变换, 由 $\mathbf{r}$ 空间换到 $\mathbf{q}$ 空间, 这时方程化为

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = i\mathbf{q} \cdot \sum_{\mathbf{k}} \rho(-\mathbf{k}, t) \mathbf{v}(\mathbf{q} + \mathbf{k}, t), \quad (7a)$$

$$\begin{aligned} \gamma_2 \rho \frac{\partial v_2(\mathbf{q}, t)}{\partial t} &= -\frac{\lambda + 1}{2} i q_3 E_2(\mathbf{q}) \delta n_2(\mathbf{q}, t) - F_2(\mathbf{q}) v_2(\mathbf{q}, t) - \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T i q_2 \rho(\mathbf{r}, t) \\ &\quad - \sum_{\mathbf{k}} \Gamma'_q(\mathbf{q} + \mathbf{k}) S(-\mathbf{k}, t) S(\mathbf{k} + \mathbf{q}, t) + \frac{\partial A}{\partial P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}'} i q_2 \rho(-\mathbf{k}, t) \\ &\quad \cdot S(-\mathbf{k}', t) S(\mathbf{q} + \mathbf{k} + \mathbf{k}', t) + \theta_2(\mathbf{q}, t), \end{aligned} \quad (7b)$$

$$\gamma_1 \frac{\partial S(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = i\gamma_1 \mathbf{q} \cdot \sum_{\mathbf{k}} \mathbf{v}(-\mathbf{k}, t) S(\mathbf{k} + \mathbf{q}, t) - \Gamma'_q S(\mathbf{q}, t) + \eta(\mathbf{q}, t), \quad (7c)$$

$$\gamma_3 \frac{\partial \delta n_2(\mathbf{q}, t)}{\partial t} = -\gamma_3 \frac{\lambda + 1}{2} i q_3 v_2(\mathbf{q}, t) + \xi E_2(\mathbf{q}) \delta n_2(\mathbf{q}, t) + \zeta_2(\mathbf{q}, t), \quad (7d)$$

式中

$$\begin{aligned} E_2(\mathbf{q}) &= K_2 q_1^2 + K_3 q_3^2, \quad F_2(\mathbf{q}) = \gamma_3 q_3^2 + \gamma_2 q_1^2, \\ \Gamma'_q &= \frac{1}{2} (A + L_\parallel q_\parallel^2 + L_\perp q_\perp^2). \end{aligned}$$

在上面的方程中, 由于邻近相变点时, 有序参量的长波分量起主要作用, 故按通常考虑, 略去了有序参量的四次方项.

三、计 算

用模耦合理论讨论声衰减主要由传播速度方程和有序参量方程决定^[14,15], 故在上面的方程中, 对我们有用的非线性耦合是来自 S^2 项和 S 与 v_2 的耦合. 作为第一步计算, 我

们可以暂时略去 S 和 v_2 的耦合,也就是有序参量只展到平方项. 这时,由有序参量方程可得

$$S(\mathbf{q}, t) = \frac{1}{\gamma_1} e^{-\Gamma'_q t / \gamma_1} \int_{-\infty}^t e^{\Gamma'_q \tau / \gamma_1} \eta(\mathbf{q}, \tau) d\tau. \quad (8)$$

因为这里包括随机力项,故取统计平均值代替有

$$\begin{aligned} \langle S(\mathbf{q}, t) S(\mathbf{q}', t') \rangle &= \frac{1}{\gamma_1} e^{-\Gamma'_q t / \gamma_1 - \Gamma'_{q'} t' / \gamma_1} \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{t'} e^{\Gamma'_q \tau / \gamma_1} e^{\Gamma'_{q'} \tau' / \gamma_1} \delta(t - \tau') \\ &\cdot \delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}') d\tau d\tau' = \frac{\delta(\mathbf{q} + \mathbf{q}')}{2\Gamma'_q} e^{-\Gamma'_q(t-t') / \gamma_1} \quad (t \geq t'). \end{aligned} \quad (9)$$

如果把连续性方程和上式代入速度方程,且做傅氏变换,可得(令 $\Gamma_q = \Gamma'_q / \gamma_1$)

$$-i\omega \gamma_2 v_2(\mathbf{q}, \omega) = -iq_2 \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T^0 - \frac{i}{2} \frac{\partial A}{\partial P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T^0 q_2 \frac{\mathbf{q} \cdot \mathbf{v}}{\omega} \int d\mathbf{k} \frac{2\Gamma_k + i\omega}{\Gamma_k [(2\Gamma_k)^2 + \omega^2]}. \quad (10)$$

取长波极限 ($\mathbf{q} \rightarrow 0$), 由此得反常声衰减系数为

$$\alpha(\omega) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot \frac{1}{k_T^0} \int d\mathbf{k} \frac{1}{2\Gamma_k [(2\Gamma_k)^2 + \omega^2]} \frac{\partial A}{\partial P}, \quad (11)$$

其中系数 k_T^0 为等温压缩系数,显然,越难压缩,衰减越强. 反常色散 $\Delta\gamma(\omega)$ 为

$$\Delta\gamma(\omega) = \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{1}{k_T^0} \int d\mathbf{k} \frac{1}{[(2\Gamma_k)^2 + \omega^2]} \frac{\partial A}{\partial P}. \quad (12)$$

按 Landau 相变理论(第二类相变),在高于相变温度和低于相变温度的两相中,其能量 H_s 分别为

$$H_{s1} = f_0(P, T), \quad H_{s2} = f_0(P, T) - \frac{A^2}{B},$$

而依定义其体积

$$V = \left(\frac{\partial H_s}{\partial P} \right)_T,$$

由临界现象理论知,在 $T = T_c$ 时,有 $\Delta P \sim \Delta \rho^\delta \sim \Delta V^\delta$, δ 为临界指数,压力的微小变化相对于密度的变化是非线性的关系. 可有

$$\Delta V = \frac{2A}{B} \left(\frac{\partial A}{\partial P} \right),$$

若令 $A(P, T) \sim (T - T_c)$, 则满足第二类相变在相变点无体积改变. 可认为热力学势中所含的压力关系,主要反映在有序参量的平方项系数 A 中(正象 Landau 假设温度关系也反映在 A 中一样),这时,又由于有 $T \rightarrow T_c$ 时 $\Delta \rho \sim \Delta T^\beta$, β 为另一临界指数,可得

$$A(P, T) = a'(P - P_c)^{\frac{\beta-2}{2\delta\beta} + \frac{1}{2}} \cdot (T - T_c),$$

其中 a' 为常数. 显而易见,这个表示在平均场近似下(即取 $\beta = 1/2$, $\delta = 3$) 为

$$A(P, T) = a'(T - T_c),$$

就是 Landau 的假设. 利用在很临近相变温度时压力、密度和温度间的非线性变化,则可有

$$\frac{\partial A}{\partial P} \sim \frac{1}{\sqrt{T - T_c}}.$$

由上面讨论给出的 $A(P, T)$ 表示式与第二类相变在相变点不引起体积改变并不矛盾, 另外这种讨论只在很接近临界点时才有可能.

现在来计算反常声衰减系数 $\alpha(\omega)$.

由于液晶是棍棒分子, 上面给出的描述它的有序参量的传播子分为两部分, 切向和纵向(相对于指向矢 $\mathbf{n}$ 的方向而言). 这里为简便起见, 按文献 [11] 把 $\delta\mathbf{n}$ 和 $\mathbf{v}$ 分为两部分, 我们讨论的是切向流速 v_2 , 故取 $q_{\parallel} = 0$, $q_{\perp} = q_{\perp 0}$. 这时

$$\Gamma_{q_{\perp}}^0 = \frac{1}{2} (A + L_{\perp} q_{\perp 0}^2).$$

把上面关系式代入方程 (11), 若令

$$x = \frac{A(P, T)}{\omega},$$

可得

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{1}{k_T^0} \int_0^{\infty} d\mathbf{k} \frac{1}{\sqrt{A(A + L_{\perp} K_{\perp 0}^2) [(A + L_{\perp} K_{\perp 0}^2)^2 + \omega^2]}} \\ &= \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \frac{1}{k_T^0} \frac{\pi}{L_{\perp}^{1.5} \omega^{0.52} \sqrt{2}} F(x), \end{aligned} \quad (11')$$

式中

$$F(x) = \left[\left(\frac{1}{x^2} + 1 \right)^{1/2} + 1 \right]^{1/2} - \sqrt{2}.$$

由图 1 可见, $F(x)$ 的曲线为 B , 它与 I-O 理论结果相比 (曲线 A), 当 $x = 1$ 时, 两值相同, 但当 $x < 1$ 时 (即 $T \rightarrow T_c$ 时), 曲线 B 给出更大的反常行为. 显然, 上式适用范围是在 x 明显小于 1 的区间. 为了与实验比较^[4,11], 下面做进一步讨论.

如果在有序参量 S 的方程中考虑 $S(\mathbf{r}, t)$ 和 $v_2(\mathbf{r}, t)$ 的耦合, 则须用 Kawasaki 发展的模耦合方法来计算^[14,15,17], 按 Mori^[14] 定义的复声衰减系数为如下意思.

声传播方程为

$$\frac{d}{dt} v_q(t) = -\Pi_q v_q(t) - iq I_{\sigma}(t), \quad (13)$$

式中 $I_{\sigma}(t)$ 为声速传播方程的非线性相互作用项, 若引入关联函数

$$G_{qv}(t_1 - t_2) = \theta(t_1 - t_2) \langle v_q(t_1) v_{-q}(t_2) \rangle / \langle v_q v_{-q} \rangle,$$

(13) 式作傅氏变换得

$$G_{qv}(\omega) = \frac{1}{-i\omega + \Pi_q - \alpha_q(\omega)}, \quad (14)$$

式中复声衰减系数 $\hat{\alpha}_q(\omega)$ 为

$$\hat{\alpha}_q(\omega) = \int_0^{\infty} dt e^{i\omega t} \langle I_{\sigma}(t) I_{-\sigma}(0) \rangle / \langle v_q v_{-q} \rangle. \quad (15)$$

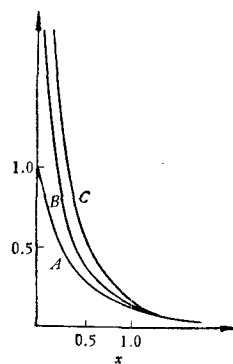


图 1

显然上式是由非线性项产生的.

若把上节推导的模耦合方程表为一般形式,

$$\frac{d}{dt} a_q(t) = -\Pi_q a_q(t) - i \sum_k N_{q,k,q-k} a_k(t) a_{q-k}(t). \quad (16)$$

令 $G_q^0(t)$ 是不包括非线性项的裸传播子, 则相互作用传播子 $G_q(t)$ 可用图 2 表示. 两个空心圈为非线性相互作用项. 图 2 等价于传播子方程

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \Pi_q\right) G_q(t) = -2 \sum_k' N_{q,k,q-k} \tilde{N}_{q,k,q-k} \int_0^t ds G_{q-k}(t-s) G_k(t-s) G_q(s), \quad (17)$$

式中

$$\tilde{N}_{q,k,q-k} \equiv [N_{q-k,-k,q} \langle a_k a_{-k} \rangle + N_{k,k-q,q} \langle a_{q-k} a_{k-q} \rangle].$$

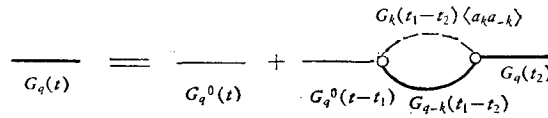


图 2

若将 (17) 式做傅氏变换, 则 $G_{qv}(\omega)$ 可以表示成 (14) 式的形式, 其中声衰减系数为

$$\alpha_q(\omega) = \text{Re} \left[\frac{-1}{\pi} \int_0^\infty dt e^{i\omega t} \sum_k' N_{q,k,q-k} \tilde{N}_{q,k,q-k} G_{q-k}(t) G_k(t) \right]. \quad (18)$$

若考虑了 s 和 v_2 的耦合, 略去其他次要项, 则由方程 (7) 可有

$$\begin{aligned} N_{q,s;q-k,v;k,s} &= q, \quad N_{q,s;k,s;q-k,s} = 0, \\ N_{q,v;k,s;q-k,s} &= \frac{1}{\gamma_2} \Gamma_q'(q+k), \\ N_{q,v;q-k,v,k,s} &= \frac{1}{\gamma_2} \frac{\partial A}{\partial P} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \frac{1}{\Gamma_q'^{1/2}}, \end{aligned}$$

其中用到了连续性方程.

代入 $\alpha_q(\omega)$ 表式中,

$$\begin{aligned} \alpha_q(\omega) = \text{Re} \left[-\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dt e^{i\omega t} \sum_k' \{ N_{q,v,k,s;q-k,v} N_{q-k,v,-k,s;q,s} \langle v_k v_{-k} \rangle \right. \\ \cdot G_{qv} G_{ks} + N_{q,v,k,s;q-k,s} (N_{q-k,v,-k,s;q,s} \langle v_k v_{-k} \rangle \\ \left. + N_{k,s;q-k,s;q,s} \langle S_q S_{-q} \rangle) G_{qs} G_{ks} \} \right]. \quad (19) \end{aligned}$$

这里讨论的是有序参量的动力方程, 在趋于相变点时, 出现临界减慢 (Slowing down) 现象, 有序参量的弛豫时间远大于传播速度的弛豫时间, 则可认为 $G_{qv} \approx 1$, 按上面同样考虑有序参量的裸传播子 $\Gamma_{q\perp}^0$. 把上面系数代入 (19) 式, 做积分可近似得

$$\alpha(\omega) = \frac{\pi}{\gamma_2^2 2 \sqrt{2} k_T^0 L_\perp^3 \omega} G(x), \quad (20)$$

式中

$$G(x) = \sqrt{\frac{1}{x} + \left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} \right)^{1/2}} - \sqrt{\frac{2}{x}}, \quad x = \frac{A(P, T)}{\omega}.$$

取平均场近似来估计计算结果。1) 此结果(为图 1 中曲线 C)在同一频率在相变点附近比 I-O 理论结果有更大的反常性质; 2) 在接近相变点的同一温度下, 反常性质随频率升高而增大; 3) 在高频极限 ($x \rightarrow 0$) 时, 它与 I-O 理论相比, 可以出现反常发散的声衰减^[14,17], 这在 I-O 理论中无此结果; 4) 在低频极限 ($x \gg 1$) 时, 把函数 $G(x)$ 做泰勒展开,

$$\alpha(\omega) \sim \frac{1}{A(P, T)} \frac{\omega \sqrt{\omega}}{\sqrt{2} \sqrt{A(P, T)}} \frac{4A(P, T)}{16A^2 + \omega^2} \sim (T - T_c)^{-2.5}. \quad (21)$$

此结果与 I-O 理论相比^[16], 低频极限的反常发散有更大的临界指数; 5) 在 $T \rightarrow T_c$ 时, I-O 理论给出的结果与实验不符^[4], 而由本文计算给出的曲线 B 和曲线 C, 与实验曲线相符合, 且考虑 S 和 v_2 的耦合, 反常性质更大一些。

四、讨 论

1) 本文是通过传播速度 v 和有序参量 S 的两方程的耦合, 考虑了声传播引起的压力效应, 来计算声衰减的。在相变点附近, 这种压力效应要反映在描述相变的热力学势中, 在相变点的临界区间压力改变(微小变化)、密度改变、温度改变之间的非线性关系是产生反常声衰减的主要原因。

2) I-O 理论在很接近相变点时, 给出的结果与实验不符, 是由于没有考虑与其他动力学变量的耦合, 这在文献 [4] 中, 两位作者本人也曾指出。本文是考虑了与传播速度的耦合, 分两步计算的。

3) 在 Ketterson 等人^[1]的实验中给出, 对于不同频率反常声衰减的峰值在温度坐标上有些频移, 按文献 [1] 的解释要求 $\omega\tau = 1$, $\tau \sim (T - T_c)^{-1}$, 按本文 (21) 式, 令

$$\tau = \frac{1}{4A} = \frac{1}{4(T - T_c)},$$

显然可以解释此现象。

本文的做法曾与于涑同志讨论过, 林磊同志看过本文部分推导并进行有益的讨论, 作者谨表感谢。

参 考 文 献

- [1] S. Bhattacharya, B. K. Sarma, J. B. Ketterson, *Phys. Rev. Lett.*, **40**(1978), 1582.
- [2] P. Martinoty, *J. Physique Lett.*, **40**(1979), L-291.
- [3] F. Kiry, P. Martinoty, *J. Physique*, **39**(1978), 1019.
- [4] H. Imura, K. Okano, *Chem. Phys. Lett.*, **19**(1973), 387.
- [5] Y. Kawamura, *Japanese. J. Appl. Phys.*, **12**(1973), 1510.
- [6] M. Matsushita, *Phys. Lett.*, **65A**(1978), 149.
- [7] J. Swift, B. J. Mulvaney, *J. Physique Lett.*, **40**(1979), L-287.
- [8] P. G. DeGennes, *Solid State Commun.*, **10**(1972), 753.
- [9] Л. Д. 朗道, “统计物理学”(1958 年中译本), 人民教育出版社, § 135.
- [10] P. G. DeGennes, “Physics of Liquid Crystal” (1974).
- [11] D. Forster, “Hydrodynamic Fluctuation, Broken symmetry and correlation function” (1975).
- [12] P. C. Martin, *Phys. Rev.*, **A6**(1972), 2401.
- [13] H. Mori, *Progr. theor. phys. (Kyoto)*, **34**(1965), 423.
- [14] K. Kawasaki, “Phase transition and critical phenomena” V. 5A.

- [15] K. Kawasaki, *Ann. Phys. (N. Y.)* **61**(1970), 1.
[16] Y. Thiriet, P. Martinoty, *J. Physique*, **40**(1979), 789.
[17] K. Kawasaki, *Phys. Rev.*, **A1**(1970), 1750.

ANOMALOUS SOUND ATTENUATION NEAR THE NEMATIC-SMECTIC A PHASE TRANSITION OF A LIQUID CRYSTAL

FENG KE-AN

(*Institute of Physics, Academia Sinica*)

ABSTRACT

The pressure effects which induce by sound wave propagation in liquid crystal near N-S_A phase transition when $T \rightarrow T_c^+$ has been considered.

We have calculated the ultrasonic attenuation coefficient and the dispersion by use of mode-mode coupling theory. It is found that for high frequency the behaviour of attenuation has anomalous divergence, in low frequency limit it's critical exponent is 2.5.

When $T \rightarrow T_c^+$, the theoretical curves are nearly in agreement with experiment results.