

将超对称大统一理论嵌入 扩充超引力的尝试

章 德 海

(北京大学物理系)

1983年8月1日收到

提 要

本文假设 $N=8$ 扩充超引力能形成复合超多重态,并探讨了 $\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 和 $\{2, 28\}_{N=8}^{SU(8)}$ 两种复合超多重态容纳 $SU(5)$ 超对称大统一理论的可能性. 在较为苛刻的假设下,能由 $\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案得到三代轻子夸克和较满意的 $SU(5)$ 超对称大统一粒子谱. 在较为合理的假设下,能由 $\{2, 28\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案得到五代(或经过改进后得四代)轻子夸克.

一、复合超多重态

在弱电强相互作用标准模型获得成功的基础上,人们提出了 $SU(5)$ 大统一理论^[1]. Ellis 等人首先考虑了把普通 $SU(5)$ 大统一嵌入 $N=8$ 扩充超引力中,得到了三代轻子夸克^[2]. 但是,普通大统一理论遇到了严重的规范等级问题,人们试图将普通大统一改造为超对称大统一来克服这一困难^[3]. 本文的目的是讨论将 $SU(5)$ 超对称大统一理论嵌入 $N=8$ 扩充超引力中的可能性.

$N=8$ 扩充超引力(ESG)的基本超多重态为

$$\{2, 1\}_{N=8}^{SO(8)}. \quad (1)$$

本记号表示,最大 helicity = 2 的态在超对称缔结内部对称群 $SO(8)$ 下为 1 态,超对称生成元 $Q_a^i (i=1, 2, \dots, 8)$ 按 $SO(8)$ 群的基础表示 8 变换^[4]. 已经证明, $N=8$ ESG 直到 6 圈是有限的^[5]. 人们期望它可能是在任意圈上有限的,从而解决量子引力不可重正的困难. Cremmer 和 Julia 发现 $N=8$ ESG 有一个隐蔽对称性 $E_7/SU(8)$, 并建议在量子水平上,局域 $SU(8)$ 规范对称性能变成动力学的^[6]. 即

$$(1, 63)_{N=8}^{SU(8)} \quad (2)$$

是复合的. Ellis 等人进一步假定,动力学复合态并不单只有 (2) 式这一种 helicity = 1 的态,而应复合出一个完整的 $N=8$ 扩充超多重态. 包含态 (2) 式的 $N=8$ 超多重态有多种,我们将只讨论两种情形. 一种为

$$\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)} \quad (3)$$

复合超流多重态,它被 Ellis 方案采用. 其特点是,在 (2) 式的所有可能的扩充中, (3) 式所包含的 helicity 态数最少. 另一种为

$$\{2, \underline{28}\}_{N=8}^{SU(8)} \quad (4)$$

复合超多重态, 它被 Ferrara 考虑过^[4]. 其特点是, 仍不含 $|\text{helicity}|$ 大于 2 的态, 这与我们将扩充超引力限制到 $N=8$ 所用的条件是一致的. 本文将讨论在这两种复合超多重态中是如何包含一个可重正 $SU(5)$ 超对称大统一理论的.

二、 $\{3/2, \underline{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案

(3) 式的粒子内容见表 1.

表 1

helicity	3/2	1	1/2	0	-1/2	-1	-3/2	-2	-5/2
$SU(8)$	$\underline{8}$	$\underline{63}$ $\underline{1}$	$\underline{216}$ $\underline{8}$	$\underline{420}$ $\underline{28}$	$\underline{504}$ $\underline{56}$	$\underline{378}$ $\underline{70}$	$\underline{168}$ $\underline{56}$	$\underline{36}$ $\underline{28}$	$\underline{8}$

假设 1 “设 $\phi_R = (1/2, 8)$ 能形成凝聚 $\langle \bar{\phi}_L \phi_R \rangle \neq 0$, 使对称性破缺为

$$\begin{matrix} SU(8) \\ N=8 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} SU(7) \\ N=7 \end{matrix} \quad (5)$$

于是, (3) 式分解为

$$\begin{aligned} \{3/2, \underline{8}\}_{N=8}^{SU(8)} &= \text{I} + \text{II} \\ &= \{3/2, \underline{7} + 1\}_{N=7}^{SU(7)} + \{1, \underline{7} + 1\}_{N=7}^{SU(7)}, \end{aligned} \quad (6)$$

其中 I 记第一项, II 记第二项, 原粒子内容被划分为两组 I, II. 第 I 组不含 $\text{helicity} = -5/2$ 的态, 第 II 组要含 $\text{helicity} = -5/2$ 的态. $\text{helicity} = -5/2$ 的态是很特殊的, 在基本超多重态 (1) 式中不容许它存在. 在复合超多重态中, 它的出现会给 I 组和 II 组带来很不相同的性质, 但我们并不确切知道究竟有什么不同, 只是利用这一差别作出如下假设:

假设 2 “可重正子理论将分别从 I 组和 II 组中抽取”.

表 1 中标量场 $(0, \underline{28})$ 在 $SU(8) \rightarrow SU(7)$ 破缺下分解为 $(0, \underline{21} + \underline{7})^{SU(7)}$. 设对称性进一步破缺为

$$SU(7) \rightarrow SU(5) \times SU(2) \times U(1), \quad (7)$$

则

$$\begin{aligned} \underline{21} &= (\underline{10}, 1)_4 + (\underline{5}, 2)_{-3} + (\underline{1}, 1)_{-10}, \\ \underline{7} &= (\underline{5}, 1)_2 + (\underline{1}, 2)_{-5}. \end{aligned} \quad (8)$$

于是 $(\underline{1}, 1)_{-10}$ 取非零真空平均值能实现

$$\begin{matrix} SU(7) \\ N=7 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} SU(5) \\ N=5 \end{matrix} \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix} \quad (9)$$

破缺. 假设 $\begin{matrix} SU(5) \\ N=5 \end{matrix}$ 中超对称全部破缺, 但保留 $SU(5)$ 作为直乘内部对称性不变, 则有

$$\begin{matrix} SU(5) \\ N=5 \end{matrix} \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix} \rightarrow SU(5)_D \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix}. \quad (10)$$

若 (8) 式中 $(\underline{1}, 2)$ 取非零真空平均值, 会使 $SU(2)$ 破缺, 但保留 $N=1$ 超对称未破, 于是

有

$$SU(5)_D \times \frac{SU(2)}{N=2} \rightarrow SU(5)_D \times N=1. \quad (11)$$

在(9)–(11)式破缺下,第I组超多重态分解为

$$\begin{aligned} I &= \{3/2, \bar{7} + 1\}_{N=7}^{SU(7)} \\ &= \{3/2, 3 \cdot 1 + \bar{5}\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{1, 4 \cdot 1 + 3 \cdot \bar{5} + \bar{5} + 24\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{1/2, 1 + 4 \cdot \bar{5} + 3 \cdot \underline{10} + \underline{24} + \underline{45}\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{0, \bar{5} + 4 \cdot \underline{10} + 3 \cdot \overline{\underline{10}} + \underline{45} + \underline{40}\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{-1/2, \underline{10} + 4 \cdot \overline{\underline{10}} + 3 \cdot \bar{5} + \underline{40} + \overline{\underline{15}}\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{-1, 3 \cdot 1 + \underline{10} + 4 \cdot \bar{5} + \overline{\underline{15}}\} N=1 \times SU(5)_D \\ &\quad + \{-3/2, 3 \cdot 1 + \bar{5}\} N=1 \times SU(5)_D. \end{aligned} \quad (12)$$

第II组的分解与上式基本相同,仅需把出现的每个 helicity 值减去 1/2.

现利用假设2从I中抽取最大可重正子理论^[7].可重正内容仅限于规范超场

$$\{1, \underline{24}\} N=1 \times SU(5)_D \quad (13)$$

和最大无反常的手征超场部分

$$\begin{aligned} &\{0, 1 + \underline{24} + (\underline{45} + \overline{\underline{45}}) + \bar{5} + 4 \cdot \underline{10} + n \cdot \bar{5} + (5-n)\overline{\underline{10}}\} N \\ &= 1 \times SU(5)_D \quad 0 \leq n \leq 4. \end{aligned} \quad (14)$$

其中已将(12)式中的正手征部分 $\{1/2, R\}$ 用 CPT 转变为负手征表示 $\{0, \bar{R}\}$, 并与(12)式中原有的负手征部分相加. 为得到上式, 我们已假定粒子内容应对 $SU(3)_c \times U(1)_{em}$ 是类矢的.

为最终得出唯一的选择, 我们需假设:

假设3 “挑选出最少 helicity 态数的谱”.

于是 $n=4$, 得到 $SU(5)$ 超对称大统一粒子谱为

$$\begin{aligned} &\{0, 1 + \underline{24} + (\underline{45} + \overline{\underline{45}}) + (\underline{10} + \overline{\underline{10}}) + (5 + \bar{5}) \\ &\quad + 3(\bar{5} + \underline{10})\} N=1 \times SU(5)_D. \end{aligned} \quad (15)$$

这里 $3(\bar{5} + \underline{10})$ 对应着三代轻子夸克的物质手征多重态.

采用同样的假设, 从第II组中得到

$$\{0, 5 \cdot 1 + 2 \cdot \underline{24} + 3(5 + \bar{5})\} N=1 \times SU(5)_D. \quad (16)$$

这些粒子内容可以实现单态上的 O’Raifeartaigh 超对称破缺机制^[8]及将单态区上的超对称破缺传递到非单态区上的过渡^[9].

三、 $\{2, \underline{28}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案

上节方案虽得到较好 $SU(5)$ 超对称大统一粒子谱, 但假设过于苛刻. 我们希望能采用如下更合理的一些假设:

1) 由于低能下只有一个可重正等效理论, 我们应从总的不可重正粒子内容中抽出最大可重正子理论, 而不象上节中那样分别从两组中抽取最大可重正子理论.

2) 因为需要抽出的是最大可重正子理论, 所以我们仍然应采用 Ellis 等人所作的取最大 helicity 态数的假设, 而不象上节中那样用最小 helicity 态数的假设.

3) 希望不在破缺机制中引入凝聚的概念, 一律用物理标量场来实现破缺.

4) 如果 Ferrara 的如下结论是普遍适用, 即 $N = 8$ 超对称只能破到 $N = 6, 4, 2, 0$, 最后 $N = 2$ 超对称能破到 $N = 1$ 超对称^[10], 那么我们希望遵守本规则.

5) 希望 $|\text{helicity}| = 2$ 的复合态都能找到 helicity 配偶, 原则上能获得超重质量. 这在 $\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案中是不可能做到的.

6) 在复合超多重态中不出现 $|\text{helicity}| = 5/2$ 的态, 高 helicity 态是难以处理的.

$\{2, \underline{28}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 方案能同时满足上述 6 条. (4) 式中的标量场为 $\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}$ 表示, 因此最多只能出 $SU(6)$ 单态. 于是我们作标量场的

$$SU(8) \rightarrow SU(6) \times SU(2) \times U(1) \quad (17)$$

分解

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} = & \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) \\ & + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) \\ & + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) \\ & + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) + \left(\begin{bmatrix} \square \\ \square \\ \square \end{bmatrix}, 1 \right) \end{aligned} \quad (18)$$

取 $(1, 1, 6)$ 的真空平均值不为零, 可使

$$\begin{matrix} SU(8) \\ N=8 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} SU(6) \\ N=6 \end{matrix} \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix}. \quad (19)$$

第二步可设 $N = 6$ 超对称全破, 但保留 $SU(6)$ 作为直乘内部对称性不破

$$\begin{matrix} SU(6) \\ N=6 \end{matrix} \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} SU(6)_D \\ N=6 \end{matrix} \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix}. \quad (20)$$

第三步设 (18) 式中的两个 $(\bar{6}, 2)$ 态取非零真空平均值, 能实现

$$SU(6)_D \times \begin{matrix} SU(2) \\ N=2 \end{matrix} \rightarrow SU(5)_D \times N=1. \quad (21)$$

(4) 式的手征超场部分为(正手征的 CPT 共轭与负手征两部分之和)

$$\begin{aligned} & \{0, 6 \cdot \underline{1} + 6 \cdot \bar{\underline{5}} + 13 \cdot \underline{5} + 13 \cdot \bar{\underline{10}} + 18 \cdot \underline{10} + 6 \cdot \underline{24} \\ & + 3 \cdot \underline{75} + 6 \cdot \bar{\underline{45}} + 7 \cdot \underline{45} + 7 \cdot \bar{\underline{40}} + 3 \cdot \underline{40} \\ & + 2 \cdot \underline{50} + \underline{50} + 3 \cdot \underline{15}\} N = 1 \times SU(5)_D. \end{aligned} \quad (22)$$

最大无反常组, 对 $SU(3)_c \times U(1)_{em}$ 类矢, 最多 helicity 态数的子内容为

$$\{0, 6 \cdot \underline{1} + 6 \cdot \underline{24} + 3 \cdot \underline{75} + 6(\underline{45} + \bar{\underline{45}}) + 3(\underline{40} + \bar{\underline{40}})\}$$

$$\begin{aligned}
 &+ (\underline{50} + \overline{50}) + (\underline{5} + \overline{5}) + 13(\underline{10} + \overline{10}) \\
 &+ 5(\underline{5} + \overline{10})\} N = 1 \times SU(5)_D,
 \end{aligned} \tag{23}$$

即最终将在 $SU(5)$ 超对称大统一理论中包含五代轻子夸克手征多重态。

我们考察一下 (4) 式中 $\text{helicity} = \pm 2$ 的态有

$$(\pm 2, 6 \cdot 1 + 3 \cdot \underline{5} + 3 \cdot \underline{5} + \overline{10} + \overline{10})^{SU(5)}, \tag{24}$$

但 (4) 式中可以在 $\text{helicity} = 1, 0, -1$ 态中找出如上的 $SU(5)$ 表示来, 原则上可以使复合引力子超重. 假如这部分粒子内容不影响最大可重正组的选取, 但又退出对最多 helicity 态数的调节, (23) 式修正为

$$\begin{aligned}
 &\{0, 3 \cdot 1 + 3 \cdot \underline{24} + 3 \cdot \underline{75} + 6(\underline{45} + \overline{45}) + 3(\underline{40} + \overline{40}) \\
 &+ (\underline{50} + \overline{50}) + 2(\underline{5} + \overline{5}) + 13(\underline{10} + \overline{10}) \\
 &+ 4(\underline{5} + \overline{10})\} N = 1 \times SU(5)_D,
 \end{aligned} \tag{25}$$

其中考虑了多余的 $(1, 24)$ 态获重对 $(0, 24)$ 态的吸收. 于是有可能改进为得到四代粒子. 一个有趣的观察是, 如果在 $\{2, \underline{28}\}_{N=8}^{SU(8)}$ 谱中扣去基本多重态 $\{2, 1\}_{N=8}^{SU(8)}$ 的内容, 那么能正好得出三代粒子, 但我们不知道为什么要扣去 $\{2, 1\}_{N=8}^{SU(8)}$ 的原因.

将 $SU(5)$ 超对称大统一嵌入扩充超引力有可能解决规范等级问题、参数过多和代的问题. 但是由于扩充超对称的复杂性, 要建立一个现实的模型还要经过漫长的探索.

本文是在胡宁教授的指导下完成的. 作者对高崇寿、宋行长、赵志泳、郭汉英和赵光达等同志的讨论与帮助深表感谢.

参 考 文 献

- [1] H. Georgi and S. L. Glashow, *Phys. Rev. Lett.*, **32** (1974), 438.
- [2] J. Ellis, M. K. Gaillard and B. Zumino, *Phys. Lett. B*, **94** (1980), 343.
- [3] E. Witten, *Nucl. Phys. B*, **188** (1981), 513.
- [4] S. Ferrara and C. A. Savoy, Ref. TH. 3149-CERN.
- [5] M. T. Grisaru and W. Siegel, *Nucl. Phys. B*, **201** (1982), 292.
- [6] E. Cremmer and B. Julia, *Nucl. Phys. B*, **159** (1979), 141.
- [7] M. Veltman, *Acta Physica Polonica B*, **12** (1981), 437.
- [8] O'Raifeartaigh, *Nucl. Phys. B*, **96** (1975), 331.
- [9] J. Ellis, L. E. Ibanez and G. Ross, Ref. TH. 3382-CERN.
- [10] S. Ferrara and P. Van Nieuwenhuizen, Ref. TH. 3545-CERN.

AN ATTEMPT TO EMBED SUSY GUT INTO ESG

ZHANG DE-HAI

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

This paper supposes that $N=8$ Extended Supergravity (ESG) can form the composite supermultiplets, and discusses the possibility of containing $SU(5)$ Supersymmetric Grand Unification Theory (SUSY GUT) in both composite supermultiplets $\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ and $\{2, 28\}_{N=8}^{SU(8)}$. Under some harsh assumptions, it is possible to obtain 3 generations of leptons and quarks and satisfactory particle spectrum of $SU(5)$ SUSY GUT in the $\{3/2, \bar{8}\}_{N=8}^{SU(8)}$ scheme. Under some reasonable assumptions, it is possible to obtain 5 generations of leptons and quarks (or after some modification, 4 generations) in the $\{2, 28\}_{N=8}^{SU(8)}$ scheme.