

# 共振自聚焦理论

马锦秀 徐至展

(中国科学院上海光学精密机械研究所)

1986年4月15日收到

## 提 要

本文应用光学混频和自聚焦理论,研究了兩束频率差等于等离子体振荡频率的激光在均匀等离子体中的共振自聚焦行为,解析地导出了非线性介电常数和共振自聚焦的阈值功率,并讨论了它对激光等离子体参数的定标关系,并且与普通的有质动力自聚焦作了比较。此外,本文还研究了偏离频率匹配条件对共振自聚焦阈值功率的影响。

## 一、引 言

近几年来,由于电子等离子体波(EPW)在激光粒子加速器<sup>[1,2]</sup>,等离子体的级联加热<sup>[3]</sup>及激光聚变靶的预加热<sup>[4,5]</sup>等领域具有很重要的作用,EPW的拍频激发<sup>[6-9]</sup>引起人们的极大兴趣。在多谱线或宽频带激光打靶中,各局域等离子体振荡频率等于两条谱线的差频,则可以共振地激发EPW,而EPW反过来可以产生快电子从而对靶预加热<sup>[4]</sup>,不利于激光聚变。另一方面,拍频波激发的大振幅纵向电场,可以将等离子体中的电子或从外界注入的预加速的高能粒子加速到超相对论的能量<sup>[2]</sup>,因而它是一种很有前途的激光粒子加速器方案,尽管在理论上和一维模拟上对EPW的激发及其非线性饱和作了大量的研究<sup>[2,8,9]</sup>,但在二维或三维模拟以及对横向动力学方面的研究,特别是在EPW对泵浦光束反作用方面的研究却很少。其反作用之一就是EPW的有质动力引起的共振自聚焦<sup>[10]</sup>,即由于共振激发的EPW的有质动力可以大大超过泵浦光束本身的有质动力<sup>[10]</sup>,从而加剧泵浦光束的自聚焦效应。这种效应的结果能降低光通道中的等离子体密度以至加剧细丝不稳定性,因而它将破坏激光聚变所要求的均匀性,同时也破坏EPW激发的频率匹配条件。因此,这无论对于多谱线激光聚变还是对于激光拍频加速器都是至关重要的。但遗憾的是,自从Joshi等人首先提出并从实验上观察到<sup>[10]</sup>这种效应后,无论从理论上还是从实验上对这种效应的进一步的研究工作,却很少见到。

本文从理论上进一步研究了兩束光强相近的激光在均匀、碰撞等离子体中的共振自聚焦行为。本文首先应用光学混频理论导出了兩束共线激光拍频激发的EPW,并应用此结果导出了EPW的有质动力引起的非线性介电常数;其次应用自聚焦理论解析地导出了共振自聚焦的阈值功率并讨论了其定标关系,最后举例说明本文的结果。此外,本文还研究了偏离共振条件对自聚焦阈值功率的影响。

## 二、电子等离子体波的拍频激发

假定频率为  $\omega_1, \omega_2$ , 波矢为  $k_1, k_2$  的两束偏振方向相同的共线激光沿  $z$  方向传播,

$$\mathbf{E}_{1,2}(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{2} \{ \mathbf{e}_z E_{1,2} \cdot \exp[i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}z)] + \text{c. c.} \}. \quad (1)$$

由于两束光沿相同方向传播, 则可忽略 Landau 阻尼<sup>[6]</sup>, 因此可用流体方程来描述电子的运动. 假定两泵浦光不太强, 不致于引起 EPW 振幅的非线性饱和, 并且只考虑非相对论流体. 若进一步忽略离子的运动, 则在有拍频波的情况下, 电子流体对等离子体波的线性响应为<sup>[11]</sup>

$$\frac{\partial \mathbf{v}_p}{\partial t} = \frac{e}{m} \nabla \varphi - u_c^2 \frac{\nabla n_1}{n_0} - \nabla(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2) - \nu_c \mathbf{v}_p, \quad (2)$$

式中  $\mathbf{v}_p$  为与 EPW 对应的电子流体速度,  $e, m$  分别为电子电量和质量,  $\varphi$  为 EPW 电场的标势,  $n_1$  为与 EPW 对应的密度扰动,  $n_0$  为未扰动电子密度,  $u_c = (T_e/m)^{1/2}$  为电子的热速度,  $\nu_c$  为唯象地引入的阻尼速率,  $\nabla(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2)$  为两束激光拍频引起的有质动力驱动项,  $\mathbf{v}_{1,2}$  为电子对光场  $\mathbf{E}_{1,2}$  的线性响应速度,

$$\mathbf{v}_{1,2} = -\frac{1}{2} \frac{e}{m} \frac{\mathbf{E}_{1,2}}{i\omega_{1,2}} \cdot \exp[i(\omega_{1,2}t - k_{1,2}z)] + \text{c. c.} \quad (3)$$

线性化的连续性方程为

$$\frac{\partial n_1}{\partial t} + n_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_p = 0. \quad (4)$$

将方程(4)对时间求一次偏导数并利用方程(2)可得  $n_1$  的波动方程

$$\frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} + \nu_c \frac{\partial n_1}{\partial t} - u_c^2 \nabla^2 n_1 = -\frac{n_0 e}{m} \nabla^2 \varphi + n_0 \nabla^2(\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2). \quad (5)$$

利用 Poisson 方程

$$\nabla^2 \varphi = 4\pi e n_1, \quad (6)$$

可将方程(5)化为标势  $\varphi$  的波动方程

$$\left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_c \frac{\partial}{\partial t} + \omega_p^2 - u_c^2 \nabla^2 \right) \varphi = 4\pi n_0 e (\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2), \quad (7)$$

式中  $\omega_p = (4\pi n_0 e^2/m)^{1/2}$  为等离子体振荡频率. 将方程(3)代入方程(7)并略去高频分量得

$$\begin{aligned} & \left( \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nu_c \frac{\partial}{\partial t} + \omega_p^2 - u_c^2 \nabla^2 \right) \varphi \\ &= \omega_p^2 \frac{e}{4m} \frac{E_1 E_2^*}{\omega_1 \omega_2} \cdot \exp[i(\Delta\omega t - \Delta k z)] + \text{c. c.}, \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$ ,  $\Delta k = k_1 - k_2$ . 方程(8)描述的是受迫振荡,  $\varphi$  从零开始增长, 经过特征时间  $\tau \sim 1/\nu_c$  后, 其振幅达到稳定值, 此时  $\varphi$  为

$$\varphi = -\frac{\omega_p^2}{\Delta\omega^2} \frac{e}{4m} \frac{E_1 E_2^*}{\omega_1 \omega_2} \frac{\exp[i(\Delta\omega t - \Delta k z)]}{\left( 1 - \frac{\omega_p^2}{\Delta\omega^2} - \frac{u_c^2}{\nu_c^2 \omega_p^2} \right) - i \frac{\nu_c}{\omega_p}} + \text{c. c.}, \quad (9)$$

式中  $v_{p\phi} = \Delta\omega/\Delta k = v_g = c \cdot \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_0^2}\right)^{1/2} \approx c$  为所激发的 EPW 的相速度。共振时

$$\Delta\omega^2 = \omega_p^2 + u_e^2 \Delta k^2 = \omega_p^2 + \frac{u_e^2}{v_{p\phi}^2} \Delta\omega^2 \approx \omega_p^2. \quad (10)$$

考虑  $\Delta\omega$  对共振值有微小偏离的情况

$$\Delta\omega = \omega_p + \delta, \quad \text{且 } \delta \ll \omega_p, \quad (11)$$

式中  $\delta$  为离谐参数, 则(9)式经复数运算后变为

$$\varphi = -\frac{\omega_p}{v_e} \frac{e}{2m} \frac{|E_1 E_2|}{\omega_1 \omega_2} \frac{1}{\sqrt{1 + \Delta^2}} \cdot \cos(\Delta\omega t - \Delta k z + \Delta\theta + \theta), \quad (12)$$

式中  $\Delta = \left(\frac{\delta}{\omega_p} - \frac{u_e^2}{2v_{p\phi}^2}\right) / \left(\frac{v_e}{2\omega_p}\right)$ ,  $\theta = \tan^{-1} \frac{1}{\Delta}$ ,  $\Delta\theta$  为  $E_1, E_2$  的位相差。应用

$$\mathbf{E}_p = -\nabla\varphi = i\Delta\mathbf{k}\varphi,$$

可得 EPW 电场的振幅

$$|E_p|^2 = \frac{\omega_p^2}{v_{p\phi}^2} \frac{\omega_p^2}{v_e^2} \left(\frac{e}{2m}\right)^2 \frac{|E_1 E_2|^2}{\omega_1^2 \omega_2^2} \cdot \mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\omega_p}\right), \quad (13)$$

$$\mathcal{L}\left(\frac{\delta}{\omega_p}\right) = 1 / \left[1 + \frac{\omega_p^2}{v_e^2} \left(2\frac{\delta}{\omega_p} - \frac{u_e^2}{v_{p\phi}^2}\right)^2\right]. \quad (14)$$

方程(13),(14)表明拍频激发的 EPW 的强度与  $\frac{|E_1 E_2|^2}{\omega_1^2 \omega_2^2}$  成正比并随离谐参数的变化是洛伦兹型的, 半高宽为  $v_e/\omega_p$ , 因此拍频激发的频带由阻尼速率和等离子体密度决定。

在上述的处理中, 我们已假定泵浦光是平面电磁波, 然而由于泵浦光的自聚焦, 泵浦波的振幅是空间座标的待定函数, 且  $\omega_p^2$  也是随光强变化的。因此对共振自聚焦的精确研究必须同时自洽地求解 EPW 的拍频激发和泵浦光的自聚焦, 并且还要考虑其它的竞争过程。但是为了解析地研究共振自聚焦问题, 我们在此可以用平面电磁波作为一级近似。

### 三、驱动光束的共振自聚焦

#### 1. 与共振自聚焦有关的非线性介电常数

假定  $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega_0 \gg \omega_p$ , 激光束的有质动力为

$$\mathbf{F}_{pd}(\text{light}) = -\frac{\omega_p^2}{\omega_0^2} \nabla \frac{\langle E^2 \rangle}{8\pi}, \quad (15)$$

方括号表示对时间平均。类似地, EPW 的有质动力为<sup>[10]</sup>

$$\mathbf{F}_{pd}(\text{plasmon}) = -\nabla \frac{\langle E_p^2 \rangle}{8\pi}. \quad (16)$$

由于有质动力将粒子从高光强区推至低光强区, 则造成光通道中等离子体密度的降低。当有质动力与动力压强抗衡时, 激光束的有质动力引起的电子稳态密度随光强变化为<sup>[12]</sup>

$$n_e = n_{e0} \exp(-\beta |E|^2), \quad (17)$$

$$\beta = e^2/4m\omega_0^2(T_e + T_i) \simeq e^2/4m\omega_0^2 T_e, \quad (18)$$

式中  $n_{\infty}$  为没有电磁波时的平衡态电子密度。与此类似, EPW 的有质动力引起的稳态电子密度变化为

$$n_c = n_{\infty} \exp(-\beta_p |E_p|^2) \quad (19)$$

$$\beta_p = e^2 / 4m\omega_0^2 T_c = \frac{\omega_0^2}{\omega_p^2} \cdot \beta \quad (20)$$

由于密度的变化, 则介电常数亦随密度变化

$$\varepsilon = 1 - \frac{n_c}{n_c} = \varepsilon_0 + \Phi, \quad (21)$$

式中  $n_c$  为临界密度,  $\varepsilon_0$  为介电常数的线性部份,  $\Phi$  为非线性介电常数,

$$\varepsilon_0 = 1 - \frac{n_{\infty}}{n_c} = 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_0^2}, \quad (22)$$

$$\Phi = \frac{n_{\infty}}{n_c} (1 - \exp(-\beta_p E_p^2)). \quad (23)$$

(23) 式中  $E_p$  代表 EPW 电场的振幅。考虑等光强的两束泵浦光, 若忽略泵浦光的衰减, 则可认为两束光在传播过程中保持振幅相等,

$$E_1(\mathbf{x}) \simeq E_2(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2}} E(\mathbf{x}),$$

则由方程(13)可得

$$E_p^2 = A^2 E^4, \quad (24)$$

$$A^2 = \frac{1}{4} \left( \frac{e}{2m} \right)^2 \frac{1}{c^2 v_c^2} \frac{\omega_{p0}^4}{\omega_0^4} \left( 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{\omega_0^2} \right)^{-1}, \quad (25)$$

式中  $\omega_{p0}$  为对应于  $n_{\infty}$  的等离子体振荡频率。将上两式代入(23)式可得

$$\Phi = \frac{n_{\infty}}{n_c} [1 - \exp(-\alpha E^4)], \quad (26)$$

$$\alpha = \beta_p A^2 = \alpha_0 \mathcal{L} \left( \frac{\delta}{\omega_{p0}} \right), \quad (27)$$

式中  $\alpha_0$  为共振时的  $\alpha$  值,

$$\alpha_0 = \frac{e^4}{64 c^2 m^3} \frac{n_{\infty}}{n_c} \frac{1}{v_c^2 T_c \omega_0^2} \left( 1 - \frac{n_{\infty}}{n_c} \right)^{-1}. \quad (28)$$

由(26)式可知, 与共振自聚焦对应的非线性介电常数表达式与普通有质动力自聚焦相似, 即随光强增大并显示出非线性饱和。所不同的是, 此时非线性介电常数随  $E^4$  趋于饱和, 这是因为 EPW 的有质动力随  $E^4$  迅速增大, 它排开更多的等离子体粒子, 因而更快地趋于饱和。

正如参数  $\beta$  能决定普通有质动力自聚焦的性质一样, 参数  $\alpha$  将决定共振自聚焦的性质。由(28)式可知,  $\alpha$  与阻尼速率的平方成反比, 这说明对于较小的阻尼速率, 共振自聚焦效应较显著。当 EPW 的有质动力与泵浦光束的有质动力相等时, 从(15), (16), (24) 及(25)式可得此时泵浦光光强为

$$I_0 = \frac{c^3}{4\pi} \left( \frac{2m}{e} \right)^2 v_c^2 \frac{n_c}{n_c} \left( 1 - \frac{n_c}{n_c} \right)^{3/2}. \quad (29)$$

当入射光光强接近或低于此光强时,我们必须同时考虑两种有质动力贡献,此时非线性介电常数应为

$$\Phi = \frac{n_{\infty}}{n_c} [1 - \exp(-\beta E^2 - \alpha E^4)], \quad (30)$$

## 2. 共振自聚焦及其阈值功率

按照自聚焦理论的一般处理,我们采用傍轴高斯光束近似,设

$$E^2 = \frac{E_0^2}{f^2(z)} \cdot \exp[-r^2/r_0^2 f^2(z)], \quad (31)$$

其中  $f$  为光束半径参数,  $r_0$  为光束的入射半径. 由自聚焦的标准理论<sup>[12,13]</sup>可知,  $f$  的运动方程为

$$\frac{d^2 f}{dz^2} = -\frac{\partial V}{\partial f}, \quad (32)$$

$$V = \frac{1}{2k^2 r_0^4 f^2} - \frac{1}{2\varepsilon_0 r_0^2} \cdot \Phi(E_0^2/f^2), \quad (33)$$

式中  $k^2 = (\omega_0^2/c^2)\varepsilon_0$ ,  $f$  的初始条件可选为

$$z = 0, f = 1, \frac{df}{dz} = 0. \quad (34)$$

与一般的自聚焦问题相似,对于不同的初始入射参数  $r_0$  和  $E_0$ , 方程(32)和(33)的解可以是“自陷”光束解、振荡自聚焦解或发散解. 分析方程(32)和(33)可知,  $f$  的运动方程类似于经典粒子在势场  $V(f)$  中的运动,  $f$  相当于粒子的位移. 势函数由两部分组成,一部份是排斥势,即(33)式等号右边第一项,对应于光束的有限大小引起的衍射;另一部份是吸引势,即(33)式等号右边第二项,对应于非线性介电常数引起的会聚. 排斥与吸引共同作用的结果,使势函数具有图1所示的势阱结构. 要发生自聚焦必须存在势阱,因此,自聚焦的阈值可由以下两个判据得到:

$$\left(\frac{dV}{df}\right)_{f_0} = 0, \quad (35)$$

$$\left(\frac{d^2V}{df^2}\right)_{f_0} \geq 0. \quad (36)$$

将(33)式代入可得

$$\frac{\varepsilon_0}{k^2} = r_0^2 E_0^2 \cdot \Phi'(E_0^2/f_0^2), \quad (37)$$

$$\Phi''(E_0^2/f_0^2) \leq 0, \quad (38)$$

式中  $\Phi'$ ,  $\Phi''$  分别为对宗量  $(E_0^2/f_0^2)$  的一阶和二阶导数. 考虑泵浦波有质动力的贡献可以忽略的情况,此时将(26)式代入(37)和(38)两式可得

$$\frac{1}{r_0^2 E_0^2} \frac{\varepsilon_0}{k^2} = \frac{n_{\infty}}{n_c} 2\alpha \frac{E_0^2}{f_0^2} \cdot \exp(-\alpha E_0^4/f_0^4), \quad (39)$$

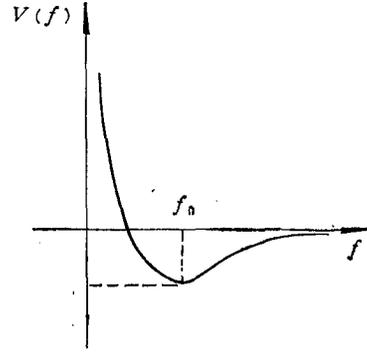


图1 势函数示意图

$$\frac{E_0^2}{f_0} \geq (2\alpha)^{-1/2}. \quad (40)$$

自聚焦的阈值对应于(40)式取等号,则由(39)式可得

$$\begin{aligned} (r_0^2 E_0^2)_{cr} &= \frac{\epsilon_0}{k^2} \cdot \frac{n_c}{n_{e0}} \cdot (2\alpha)^{-1/2} \cdot \exp\left(\frac{1}{2}\right) \\ &= \frac{c^2}{\omega_0^2} \cdot \frac{n_c}{n_{e0}} \cdot (2\alpha)^{-1/2} \cdot \exp\left(\frac{1}{2}\right), \end{aligned} \quad (41)$$

所对应的阈值功率为

$$P_{cr} = \frac{c\epsilon_0^{1/2}}{8} (r_0^2 E_0^2)_{cr} = \frac{c^3}{8\omega_0^2} \epsilon_0^{1/2} \frac{n_c}{n_{e0}} \cdot (2\alpha)^{-1/2} \cdot \exp\left(\frac{1}{2}\right). \quad (42)$$

将  $\alpha$  和  $\epsilon_0$  的表达式(27)和(22)代入得

$$P_{cr} = P_{cr0} \cdot [\mathcal{L}(\delta/\omega_{p0})]^{-1/2}, \quad (43)$$

式中  $P_{cr0}$  为共振时的阈值功率,

$$P_{cr0} = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \exp\left(\frac{1}{2}\right) \cdot \frac{c^4 m^{3/2}}{e^2} \frac{\nu_e}{\omega_{p0}} T_e^{1/2} \left(\frac{n_c}{n_{e0}}\right) \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_c}\right). \quad (44)$$

为了与普通的有质动力自聚焦比较,由文献[13]可得普通有质动力自聚焦的阈值功率  $P'_{cr}$

$$P'_{cr} = \frac{c^3 m}{2e^2} T_e \frac{n_c}{n_{e0}} \left(1 - \frac{n_{e0}}{n_c}\right)^{1/2}. \quad (45)$$

比较(44),(45)两式可知,共振自聚焦的阈值功率与拍频激发的带宽  $\frac{\nu_e}{\omega_p}$  成正比,这是因为发生共振自聚焦首先要激发 EPW,而激发的 EPW 的振幅与频带成反比.此外,共振自聚焦的阈值功率与  $T_e^{1/2}$  成正比,而普通有质动力自聚焦的阈值功率与  $T_e$  成正比.

如果在方程(39)中令  $f_0 = 1$ ,则可得“自陷”光束的半径

$$r_{0E} = \frac{c}{\omega_p} \frac{\exp\left(\frac{1}{2} \alpha E_0^4\right)}{(2\alpha E_0^4)^{1/2}}. \quad (46)$$

当  $\alpha E_0^4 = 1$  时,  $r_{0E}$  具有极小值

$$(r_{0E})_{\min} = \frac{c}{\omega_p} \frac{\exp\left(\frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2}} \simeq 1.2 \frac{c}{\omega_p}. \quad (47)$$

因此,“自陷”光束的最小半径也是趋肤深度的量级.

#### 四、例 子

例 1 考虑钕玻璃激光  $\lambda_0 = 1.06 \mu\text{m}$  及  $n_{e0}/n_c \sim 0.1\%$ ,  $T_e \sim 1\text{keV}$  的典型等离子体参数.为了估计共振自聚焦的阈值功率,首先必须确定阻尼速率  $\nu_e$  的大小.为此,我们假定入射光不很强,使得所激发的 EPW 的振幅远低于波破裂极限,则粒子捕获等非线性效应可忽略.由于 Landau 阻尼可忽略<sup>[6]</sup>,则可以用电子和离子的碰撞频率来近似地估计  $\nu_e$ <sup>[14]</sup>,

$$\nu_e \simeq \nu_{ei} \simeq 2 \times 10^{-5} \frac{n_e(\text{cm}^{-3}) \cdot z}{[T_e(\text{eV})]^{3/2}}, \quad (48)$$

式中  $z$  为离子的电荷态. 利用上式, 可得阈值功率的定标关系

$$P_{\text{cro}}(\text{W}) = 1.7 \times 10^8 \frac{z}{T_e(\text{eV}) \cdot \lambda_0(\mu\text{m})} \left(\frac{n_c}{n_{c0}}\right)^{1/2} \left(1 - \frac{n_{c0}}{n_c}\right). \quad (44a)$$

由(45)式, 亦可得普通有质动力自聚焦阈值功率的定标关系

$$P_{\text{cr}}(\text{W}) = 8.5 \times 10^3 \cdot T_e(\text{eV}) \cdot \frac{n_c}{n_{c0}} \left(1 - \frac{n_{c0}}{n_c}\right)^{1/2}. \quad (45a)$$

对于中等材料, 取  $z \sim 10$ , 则计算得

$$P_{\text{cro}} \simeq 5.1 \times 10^7 \text{W}, \quad (49)$$

$$P_{\text{cr}} \simeq 8.5 \times 10^9 \text{W}. \quad (50)$$

由此可见, 共振自聚焦的阈值功率要比普通有质动力自聚焦低两个量级.

其次考虑偏离共振条件对共振自聚焦阈值功率的影响. 由(43)式可知, 阈值功率随离谐参数的变化为

$$P_{\text{cr}}/P_{\text{cro}} = \left[ \mathcal{L} \left( \frac{\delta}{\omega_p} \right) \right]^{-1/2}. \quad (43a)$$

应用(48)式可得拍频激发的频带

$$\frac{\nu_e}{\omega_p} \simeq 12 \left(\frac{n_{c0}}{n_c}\right)^{1/2} \frac{z}{\lambda(\mu\text{m}) [T_e(\text{eV})]^{3/2}}. \quad (51)$$

对于以上提到的激光等离子体参数,

$$\frac{\nu_e}{\omega_p} \simeq 1.1 \times 10^{-4}. \quad (52)$$

利用(14)式, 可得阈值功率随离谐参数的变化曲线如图2所示. 从图2可知, 对共振条件的微小偏离将大大增加共振自聚焦的阈值功率. 此外, 由(51)式可知, 对于短波长泵浦光和较低电子温度, 可以增大拍频激发的频带.

例2 考虑文献[10]中的实验.  $\text{CO}_2$  激光的  $10.26$  和  $9.55 \mu\text{m}$  两条谱线入射到  $4\text{Torr}$  的  $\text{Ar}$  等离子体中, 入射光强  $I_{\text{in}} = 5 \times 10^9 \text{W}/\text{cm}^2$ , 入射光光斑直径为  $d = 300 \mu\text{m}$ , 电子温度  $T_e = 5\text{eV}$ . 入射光功率为

$$P_{\text{in}} = I_{\text{in}} \cdot \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 = 3.5 \times 10^6 \text{W}. \quad (53)$$

为了易于比较, 利用 Poisson 方程(6)及方程(12)得共振时 EPW 的密度扰动为

$$\frac{n_1}{n_0} = \frac{\omega_p}{\nu_e} \frac{e^2}{4m^2 c^2} \frac{1}{\omega_0^2} E_0^2. \quad (54)$$

在导出上式过程中已假定两束泵浦光的振幅相等, 并且  $\omega_1 \approx \omega_2 = \omega_0$ . 利用

$$I_0 = \frac{c}{8\pi} E_0^2$$

可将(54)式化为

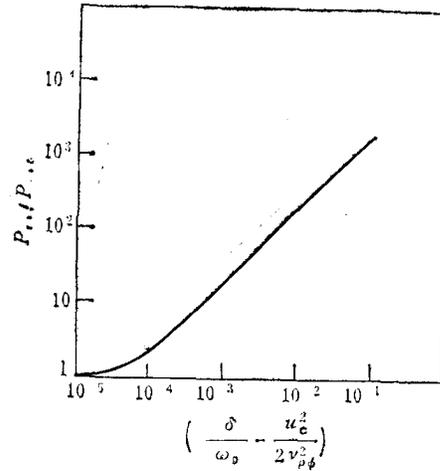


图 2

$$\frac{n_1}{n_0} = 1.8 \times 10^{-19} \cdot \frac{\omega_p}{\nu_c} \lambda_0^2 (\mu\text{m}) I_0 (\text{W}/\text{cm}^2). \quad (55)$$

可见,  $n_1/n_0$  与频带  $\nu_c/\omega_p$  成反比. 对于  $\text{CO}_2$  激光  $\lambda_0 = 10.26 \mu\text{m}$ ,

$$\frac{n_1}{n_0} = 1.9 \times 10^{-17} \cdot \frac{\omega_p}{\nu_c} I_0 (\text{W}/\text{cm}^2). \quad (55a)$$

由文献[10], 在有限大小的等离子体中, 对流限制了 EPW 波的振幅,

$$\frac{n_1}{n_0} \simeq 8.5 \times 10^{-13} I_0. \quad (56)$$

此时阻尼速率就相当于对流引起的 EPW 波的能量损失率. 通过比较 (55a) 和 (56) 式可得

$$\frac{\nu_c}{\omega_p} = 2.3 \times 10^{-5}. \quad (57)$$

则由 (44) 式可计算得共振自聚焦的阈值功率为

$$P_{\text{cr0}} \simeq 1.5 \times 10^5 \text{W}. \quad (58)$$

由 (45a) 式, 此时普通有质动力自聚焦阈值功率为

$$P'_{\text{cr}} = 8.9 \times 10^6 \text{W}. \quad (59)$$

由此可见, 入射光功率高于共振自聚焦的阈值功率而低于普通有质动力自聚焦的阈值功率, 因而入射光开始自聚焦. 随着自聚焦过程的进行, 光通道中的光强增强, 而 EPW 的有质动力随光强的平方 (亦即  $E^4$ ) 迅速增大, 从而大大加剧了泵浦光的自聚焦效应, 这与文献[10]中观察到的结果一致.

## 五、结 论

本文应用光学混频和自聚焦理论解析地研究了共振自聚焦过程, 导出了与共振自聚焦有关的非线性介电常数、阈值功率及“自陷”光束的半径, 并且与普通的有质动力自聚焦作了比较. 本文的计算表明, 共振自聚焦的阈值功率通常要比普通有质动力自聚焦低一到两个以上数量级, 这与已有的实验结果<sup>[10]</sup>一致. 本文的计算还指出, 对共振条件的微小偏离将大大增加共振自聚焦的阈值功率.

## 参 考 文 献

- [1] C. Joshi, in *Laser Acceleration of Particles*, Los Alamos, ed. P. J. Channell, (1982), p. 28.
- [2] D. J. Sullivan and T. Tajima, in *Laser Interaction and Related Plasma Phenomena*, ed. H. Hora and G. H. Miley, Vol. 6, p. 1093.
- [3] B. I. Cohin, A. N. Kaufman and K. M. Watson, *Phys. Rev. Lett.*, 29 (1972), 581.
- [4] N. A. Abraham, C. Joshi and H. A. Baljis, *Phys. Rev.*, A25 (1982), 2440.
- [5] D. W. Forslund *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 54, (1985), 558.
- [6] M. S. Rosenbluth and C. S. Liu, *Phys. Rev. Lett.*, 29(1972), 701.
- [7] G. Schmidh, *Phys. Fluids*, 16(1973), 1676.
- [8] Md. Salimullah and Y. G. Liu, *Phys. Fluids*, 28(1985), 1209.
- [9] C. E. Clayton *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, 54 (1985), 2343.
- [10] C. Joshi, C. E. Clayton and F. F. Chen, *Phys. Rev. Lett.*, 48(1982), 874.
- [11] W. L. Kruer and K. G. Estabrook, in *Laser Program Annual Report LLNL* (1983), p. 3—40.

- [12] C. E. Max, *Phys. Fluids*, 19 (1976), 74.  
[13] M. S. Sodha, A. K. Ghatak and V. K. Tripathi, in *Progress in Optics* ed. E. Wolf, (1976), Vol. 13, p. 169.  
[14] T. P. Hughes, in *Laser-Plasma Interactions*, ed. R. Cairns and J. J. Sanderson, (1979), p. 23.

## THEORY OF RESONANT SELF-FOCUSING

MA JING-XIU XU ZHI-ZHAN

(*Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Academia Sinica*)

### ABSTRACT

In the present paper, by using optical mixing and self-focusing theory, the resonant self-focusing effect of two parallelly propagating laser beams with frequency difference equal to the plasma oscillation frequency in a homogeneous plasma is studied theoretically. The nonlinear dielectric constant and the threshold power for resonant self-focusing are derived analytically. The scaling laws of the threshold power with respect to laser-plasma parameters are discussed and compared with that of usual ponderomotive self-focusing. Finally, the effect of the deviation from frequency matching condition on the threshold power is also studied.