

单波驱动的过渡粒子效应*

仇 韵 清 夏 蒙 芬

(北京大学物理系)

1987 年 4 月 16 日收到

提 要

本文讨论单波在环等离子体中引起的过渡粒子及其有关效应。

环等离子体中俘获粒子与飞行粒子间的相互转变是一个重要问题^[1-4,7]。本文指出, 穿越分界的随机性转变也可由单波驱动, 这与动力学系统中的随机性^[5,6]有密切关系。

当环等离子体中存在静电波

$$\phi = \phi_0 \cos(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t + \phi_0) \quad (1)$$

时, 导出一组映象方程来描写处于俘获/飞行分界附近的电子运动,

$$h_{l+1} = h_l - \zeta_l A v A_{l\kappa}(\zeta_l v) \sin \phi_l, \quad (2)$$

$$\phi_{l+1} = \phi_l - v \Delta \tau_{l+1}, \quad (3)$$

$$\zeta_{l+1} = \zeta_l \operatorname{sgn} h_{l+1}, \quad (4)$$

$$Y_{l+1} = Y_l + [1 - \operatorname{sgn}(h_l h_{l+1})] \zeta_l \operatorname{sgn} h_l, \quad (5)$$

其中 h_l 为 $h = ((v_{li}^2/2 \in v_i^2) - \cos \theta - 1)$ 在 $\theta = \pm \pi$ 或返转点时的值, $h = 0$ 即为俘获/飞行的分界; ϕ_l 为粒子通过 $\theta = 0$ 时波的位相; $\zeta_l = \pm 1$ 为纵向速度 v_{ll} 的符号; $v_i = \sqrt{T_e/m_e}$; $v = \omega/\omega_{B0}$, 而 $\omega_{B0} = e^{1/2} v_i / q R_0$; $k = k_{ll} q R_0$; $A = e \phi_0 / \epsilon T_e$; $A_m(\lambda)$ 为 Melnikov-Arnold 积分^[5]; $\Delta \tau_l = \ln(32/|h_l|)$ 为映象的时间步长, 以 ω_{B0}^{-1} 为单位; Y_l 为电子的径向平均位置, 以 $\epsilon^{-1/2} \rho q$ 为单位。当 $v \gg 1$ 时, 有 $|A_{2\kappa}(-v)/A_{2\kappa}(v)| \ll 1$, h 的变化主要发生于 $v_0 > 0$ 情形, 此时, 方程(2)–(4)可简化为

$$h' = h - B \sin \phi, \quad (6)$$

$$\phi' = \phi - v \Delta \tau', \quad (7)$$

其中 $B = A v A_{2\kappa}(v)$, $\Delta \tau' = \lambda(h') \ln \frac{32}{|h'|}$, $\lambda = 1 + \frac{1}{2} (1 - \operatorname{sgn} h')$ 。

方程(2)–(4)或(6)–(7)决定了分界 $h = 0$ 附近存在一个动力学随机区, 从而可导致俘获与飞行区之间的随机性转变。考虑一个初值为 $h = h_0$ 的系综, 计算粒子穿越分界所需的弹跳周期数 N 的系综平均值 $\langle N \rangle$ 。在马尔可夫近似下, 由(6), (7)式可估计出

$$\langle N \rangle \approx 2 h_0^2 / B^2, \quad (8)$$

在图 1 中给出了 $\langle N \rangle$ 的数值计算结果并与(8)式作了比较, 二者大体相符。图 1 表明, 在随

* 国际理论物理中心及中国国家自然科学基金资助的课题。

机区大部分范围内有 $\langle N \rangle \gg 1$, 这表明基本上保持俘获或飞行粒子的运动图象, 但在分界附近宽度约为 $\Delta h \approx B$ 的区域内有 $\langle N \rangle \approx 1$, 即这些粒子平均而言在不到一个弹跳周期的时间内便发生穿越俘获/飞行分界的转变. 它们不能归之为俘获粒子或飞行粒子, 我们称之为过渡粒子. 这种单波驱动的过渡粒子对等离子体的行为有重要影响. 以下列出几个主要结果:

方程(6), (7)描写 h - ϕ 面中的面积守恒映象, 可导出粒子分布函数的演化方程为

$$f(h, \phi, \tau) = f[h + B \sin(\phi + \nu \Delta \tau), \phi + \nu \Delta \tau, \tau - \Delta \tau]. \quad (9)$$

可以证明, 穿越分界 $h = 0$ 的转变伴随着强烈的混合过程, 这种混合过程是由 h - ϕ 面内的一系列共振线

$$h = h_n = \pm 32 e^{-2\pi n / \lambda \nu} \quad (10)$$

所控制的. 这种混合效应将导致分布函数出现复杂的小尺度结构. 将分布函数写成如下形式:

$$f(h, \phi, \tau) = f_0(h) + f_1(h_1 \phi_1 \tau), \quad (11)$$

则由(9)式可得到 f_1 中一个不随时间 τ 变化的项

$$f_{10} = f_0(h + B \sin(\phi + \nu \Delta \tau)) - f_0(h). \quad (12)$$

f_{10} 在 h 方向具有准周期结构, 由共振线(10)式的分布决定. 这种结构是由零级分布函数 $f_0(h)$ 的斜率和混合效应所驱动的, 在分界 $h = 0$ 附近, 共振线无限密集, 分布函数将呈现强烈振荡的小尺度结构. 图 2 给出了这种结构的示意图.

穿越分界的转变具有对流的形式, 并有确定的通道, 在粗粒平均的意义下, 得到对流强度 J_0 和净通量 ΔJ 的表达式如下:

$$J_0 \cong 2B f_0'(0) / \langle \tau \rangle, \quad (13)$$

$$\Delta J \cong -2\pi f_0'(0) B^2 / 4 \langle \tau \rangle, \quad (14)$$

其中 $\langle \tau \rangle = 2 + \ln 1b/B$.

方程(5)表明, 粒子穿越分界的转变伴随着径向平均位置的移动, 形成单波驱动的过渡粒子径向输运. 令零级分布函数的形式为

$$f_0(r, h) = n(r)g(h), \quad (15)$$

$n(r)$ 为粒子数密度. 由(5)式及(13), (14)式可导出粒子的平均径向通量为

$$\Gamma = \Gamma_1 + \Gamma_2, \quad (16)$$

$$\Gamma_1 = n \nu_i \frac{\rho}{R_0} \frac{\pi B^2}{\langle \tau \rangle} \frac{dg}{dh} \Big|_{h=0}, \quad (17)$$

$$\Gamma_2 = -D_\perp \frac{dn}{dr}, \quad (18)$$

其中

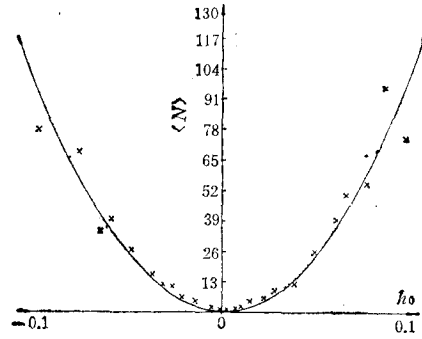
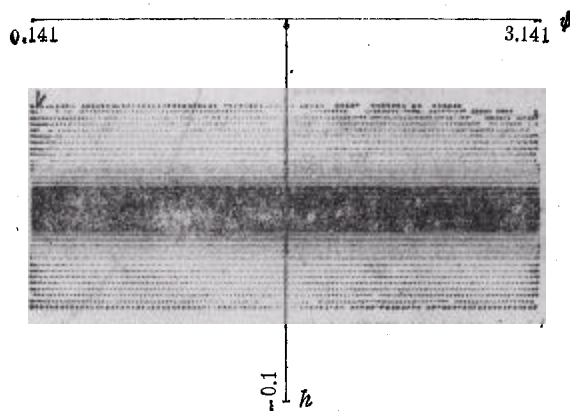
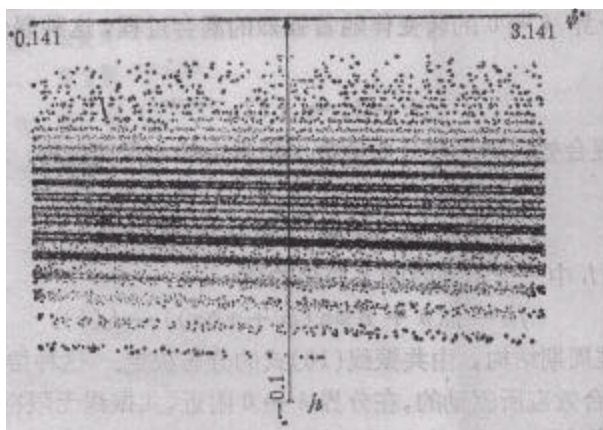


图 1 $\langle N \rangle$ 的数值计算结果 (×) 与 (8) 式 (虚线) 比较 取 $\nu = 38$ $k = 814$, $B = 0.013$



(a) 零级分布函数的非均匀部分



(b) 分布函数的小尺度结构

图2 h - ψ 面中分布函数的大小尺度结构

$$D_{\perp} = \epsilon^{-1/2} \rho^2 q v_i \frac{8 B g(0)}{R_0 \langle \tau \rangle}. \quad (19)$$

这表明, 径向通量由两部分组成. Γ_1 正比于分布函数在 h 方向的斜率, 称为定向流, 其方向与波的传播方向有关, Γ_2 正比于径向密度梯度, 具有扩散流的形式, 扩散系数由(19)式给出, 扩散流的方向一般是向外的, 假定 $g \propto e^{-\epsilon h}$ (相应于麦氏分布), 并令 $r_n = |d \ln n / dr|^{-1}$, 可得

$$\Gamma_1 / \Gamma_2 = - \frac{\pi}{8} \frac{\epsilon^{3/2} r_n}{q \rho} B. \quad (20)$$

为了估计单波驱动的径向流的量级, 现将 Γ_2 与新经典扩散流 Γ_{nc} 作一比较:

$$\Gamma_2 / \Gamma_{nc} \cong \frac{\nu_i}{\nu_e} \frac{4B}{2 + \ln \frac{1b}{B}}, \quad (21)$$

其中 $\nu_i = \epsilon^{3/2} v_i / q R_0$.

取一组典型参数为

$$n = 5 \times 10^{18} \text{cm}^{-3}, T_e = 3 \text{keV}, B_0 = 2.5 \text{T}, R_0 = 100 \text{cm},$$

$$q = 3, \varepsilon = 0.25, r_n = 40 \text{cm}, \nu = 38, k = 814.$$

当 $e\phi_0/T_e \approx 2 \times 10^{-3}$ (此时 $B \approx 0.2$), 有 $|\Gamma_1/\Gamma_2| \approx 25$, $\Gamma_2/\Gamma_{nc} \approx 7$. 在这种条件下, 定向流 Γ_1 远强于扩散流 Γ_2 , Γ_2 比新经典通量 Γ_{nc} 高一个数量级, 而 Γ_1 比 Γ_{nc} 高两个数量级. $|\Gamma_1/\Gamma_2|$, Γ_2/Γ_{nc} 及 $|\Gamma_1/\Gamma_{nc}|$ 均随波的强度而增大. 因而, 在高温、强波情形, 单波驱动的过渡粒子径向输运是重要的.

参 考 文 献

- [1] A. A. Galeev *et al.*, *Sov. Phys. JETP*, **26** (1968), 233.
- [2] M. Dobrowolny *et al.*, *Nucl. Fusion*, **13**(1973), 485.
- [3] G. Casati *et al.*, *Phys. Fluids*, **24**(1981), 1579.
- [4] D. E. Hastings, *Phys. Fluids*, **27**(1984), 935.
- [5] B. V. Chirikov, *Phys. Reports*, **52**(1979), 263.
- [6] D. F. Escande, *Phys. Reports*, **121** (1985), 165.
- [7] J. L. Tennyson *et al.*, *Phys. Rev. Lett.*, **56**(1986), 2117.

THE EFFECTS OF TRANSITIONAL PARTICLES DRIVEN BY SINGLE WAVE

QIU YUN-QING XIA MENG-FEN

(Department of Physics, Peking University)

ABSTRACT

The unperturbed separatrix crossings driven by a single wave are discussed. The separatrix crossings are followed by a mixing process, and a small-scale structure occurs in the distribution function in h - ψ plane. The separatrix crossings form a convective process in h - ψ plane, and the convective flux and the net flux are calculated. The separatrix crossings are accompanied by a radial flux, which is composed of a directional flux and a diffusional flux, both of them are calculated.