

同步泵浦-被动锁模染料激光器的 基本方程及其解

关信安 赵智虹

(南开大学现代光学研究所)

1987年12月21日收到

利用自洽模型,推导出同步泵浦-被动锁模染料激光器的基本方程,并求出该系统输出的光脉冲宽度的解析表达式。由此,对这类混合锁模激光器系统的特性作了理论解析。

一、引 言

近年来,许多作者对含有慢饱和吸收体的同步泵浦-被动锁模系统作了不少实验研究^[1,2],得到比单纯的同步泵浦染料激光器更窄的光脉冲输出,因而有更高的峰值功率。这种亚微微秒激光器也有广泛的应用。不过,至今对这种混合锁模染料激光器还缺乏深入的理论研究。

本文对含有慢饱和吸收体的同步泵浦染料激光器进行理论分析。利用自洽模型^[3],推导出适用于同步泵浦-被动锁模染料激光器系统的基本方程;根据染料增益介质及慢饱和吸收体的特性,求解了该方程,得到了输出光脉冲宽度的解析表达式,并以此为依据,对这类混合锁模系统的特性作了详细的分析。

二、同步泵浦-被动锁模方程的推导

同步泵浦-被动锁模染料激光器由四部份组成:1.被腔外氩离子激光脉冲重复泵浦的放大介质,即染料喷膜;2.慢饱和吸收体,它的弛豫时间远大于染料光脉冲的宽度;3.波长调谐元件;4.激光谐振腔。

由推导过程可以看出,所得方程的最终形式,是与腔内各元件的位置有关。这一点也为实验所证实^[4]。因此,在以下的推导中,各元件的位置采取最常用的安排,即将很薄的饱和吸收体喷膜放在染料增益介质附近,如图1所示。

为使推导简化,作以下假设和合理的近似:

1. 激光增益介质是均匀展宽的;
2. 增益介质及饱和吸收体对光脉冲的调制函数可对时间展开到二次项;
3. 波长调谐元件对光脉冲的调制函数可展开到光频率的二次项。

设在饱和吸收体右界面处的初始光场为: $v(t) \cdot \exp i\omega_0 t$, 其中 $v(t)$ 为腔内染料激光脉冲的包络, ω_0 为激光的中心频率。光脉冲经过饱和吸收体后包络变为

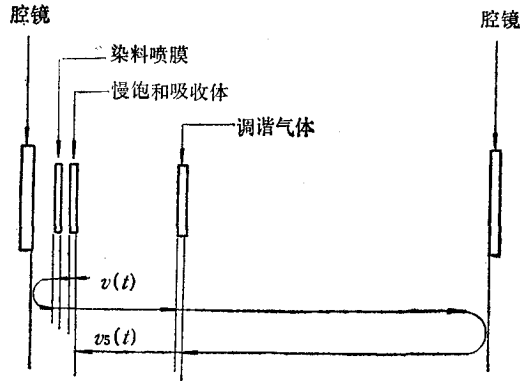


图1 同步泵浦-被动锁模染料激光器模型

$$v_1(t) = v(t) \cdot e^{-L(t)}. \quad (1)$$

$L(t)$ 为饱和吸收体的调制函数, 该光脉冲再经过放大介质、调谐元件等在腔内往返一周, 又回到饱和吸收体右界面时, 包络变为^[3]

$$v_5(t) = \exp\left[\left(-\frac{\omega_0 T_R}{4Q}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right)\right] \cdot \exp\left[\left(-\frac{\omega_0 T_R}{4Q}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right)\right] \times e^{G(t)} \cdot v_1(t - T_R + T_1) \quad (2)$$

其中 $G(t)$ 为增益介质往返增益系数, T_R 为光脉冲在腔内往返一周所需的时间, ω_c 为调谐元件所确定的腔内带宽, Q 为谐振腔的品质因素, T_1 为光脉冲穿过饱和吸收体所需的时间, 因饱和吸收体很薄, 故有 $T_1 \ll T_R$. 将(1)式代入(2)式, 有

$$v_5(t) = \exp\left[\left(-\frac{\omega_0 T_R}{4Q}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right)\right] \cdot \exp\left[\left(-\frac{\omega_0 T_R}{4Q}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right)\right] \times e^{G(t)} \cdot e^{-L(t)} \cdot v(t - T_R). \quad (3)$$

应用算符运算律对(3)式进行化简^[5], 可得

$$v_5(t) = \exp\left[\left(-\frac{\omega_0 T_R}{2Q}\right)\left(1 - \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right)\right] \cdot e^{g(t)} \cdot v(t - T_R) \\ = \exp\left[\frac{\omega_0 T_R}{2Q} \cdot \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right] \cdot e^{[g(t) - \frac{\omega_0 T_R}{2Q}]} \cdot v(t - T_R). \quad (4)$$

$g(t) = G(t) - L(t)$ 为腔内有效增益.

为计算方便, 将腔内各元件的调制函数相对线性损耗归一化, 即令 $\frac{\omega_0 T_R}{2Q} = 1$, 进而有

$$g_T(t) = g(t) - \frac{\omega_0 T_R}{2Q} = g(t) - 1. \quad (5)$$

$g_T(t)$ 为超过阈值以上的腔内有效增益. 于是, 可将(4)式化简为

$$v_5(t) = \exp\left(\frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}\right) \cdot \exp[g_T(t)] \cdot v(t). \quad (6)$$

根据算符运算法则, (6)式可展开(见附录)为^[3,5]

$$v_5(t) = v(t) + \left\{ \left[g_T(t) + \frac{g_T''(t)}{\omega_c^2} \right] + \frac{2g_T'(t)}{\omega_c^2} \cdot \frac{d}{dt} \right\}$$

$$+ \frac{[1 + g_T(t)]}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \} \cdot v(t). \quad (7)$$

其中 $g_T'(t) = \frac{dg_T(t)}{dt}$, $g_T''(t) = \frac{d^2g_T(t)}{dt^2}$.

另一方面,根据自洽模型,欲得到稳定的光脉冲输出, $v_s(t)$ 与 $v(t)$ 应是“自洽”的,即

$$\begin{aligned} v_s(t) &= v(t - T_R) - \delta T \frac{dv(t - T_R)}{dt} \\ &= v(t) - \delta T \frac{dv(t)}{dt}. \end{aligned} \quad (8)$$

其中 $\delta T = -\frac{2\delta L}{c}$, δL 为染料激光器腔长失谐量.

将(8)式代入(7)式等号左侧并化简,得到适用于同步泵浦-被动锁模染料激光器的混合锁模方程为

$$\left\{ \left[g_T(t) + \frac{g_T''(t)}{\omega_c^2} \right] + \left[\frac{2g_T'(t)}{\omega_c^2} + \delta T \right] \frac{d}{dt} + \frac{[1 + g_T(t)]}{\omega_c^2} \frac{d^2}{dt^2} \right\} \cdot v(t) = 0. \quad (9)$$

三、锁模方程的解

求解方程的主要目的是要得到光脉冲宽度的解析表达式,以便从理论上阐明影响光脉冲宽度的各种因素. 为解方程(9),首先要确定 $g_T(t)$ 的形式,即需要知道 $G(t)$ 及 $L(t)$

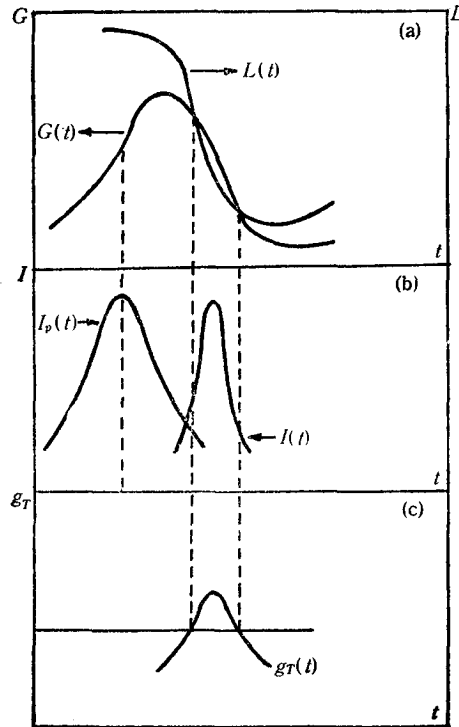


图2 $G(t)$, $L(t)$ 及 $g_T(t)$ 随时间的变化

的具体函数式。图 2 表示在外部光脉冲的泵浦下,在染料激光脉冲形成过程中, $G(t)$, $L(t)$ 及 $g_T(t)$ 随时间的变化。

1. 染料的增益系数 $G(t)$

根据图 2 所示的 $G(t)$ 变化的模型, $G(t)$ 应满足以下速率方程^[6]:

$$\frac{dG(t)}{dt} = \frac{dG_s(t)}{dt} - I(t) \cdot G(t). \quad (10)$$

其中 $G_s(t)$ 为小讯号增益; $I(t) \sim |v(t)|^2$. 将 $G(t)$ 展开到时间的二次项,有

$$G(t) = A + Bt + Ct^2. \quad (11)$$

其中

$$A = G_{s0} \left[1 - \int_{-\infty}^0 I(t) dt \right], \quad (12)$$

$$B = \frac{1}{\tau_r} - I_0 G_{s0}, \quad (13)$$

$$C = - \left[\frac{1}{\tau_c^2} + \frac{I_0}{2} \left(\frac{1}{\tau_r} - I_0 G_{s0} \right) \right]. \quad (14)$$

在(12)–(14)式中

$$G_{s0} \equiv G_s(0), \quad \frac{1}{\tau_r} \equiv \left. \frac{dG_s(t)}{dt} \right|_{t=0}, \quad \frac{1}{\tau_c^2} \equiv - \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 G_s(t)}{dt^2} \right|_{t=0}. \quad (15)$$

而小讯号增益为

$$G_s(t) \approx G_m \int_{-\infty}^t I_p(t') dt' \quad (16)$$

将高斯型泵浦光脉冲

$$I_p(t) = \frac{E_{p0}}{\sqrt{\pi} \tau_p} \exp \left[- \left(\frac{t + t_0}{\tau_p} \right)^2 \right]$$

代入后,得^[5]

$$G_s(t) \approx \frac{G_m E_{p0}}{2} \left[1 + \operatorname{erfc} \left(\frac{t + t_0}{\tau_p} \right) \right]. \quad (17)$$

图 2 所表示的 $G(t)$ 的模型表明 $G(t)$ 是下抛物线型,而由(11)式知,系数 A 越小, C 越大,则 $G(t)$ 中超出阈值以上的部份所经历的时间就越短,增益就越高,所得到的染料光脉冲的宽度就越窄。

2. 饱和吸收体的损耗调制函数 $L(t)$

设饱和吸收体为一个三能级系统,它的 $L(t)$ 与吸收介质的粒子反转数密度 n 成正比。 n 满足速率方程

$$\frac{dn}{dt} = - \frac{n - n_0}{T_A} - \frac{\sigma_A}{\hbar \omega_0 A_A} |v(t)|^2 n. \quad (18)$$

其中 T_A 为饱和吸收体的弛豫时间; A_A 为光束在饱和吸收体内的有效截面; σ_A 为吸收截面。

因为采用慢饱和吸收体,即染料光脉冲宽度 $\tau \ll T_A$, 因此染料光脉冲形成过程的时间比 T_A 短得多,这样(18)式可化简为

$$\frac{dn}{dt} = -\frac{\sigma_A |v(t)|^2}{\hbar\omega_0 A_A} n. \quad (19)$$

将(19)式积分得

$$n = n_i e^{-\frac{E(t)}{E_A}}. \quad (20)$$

其中

$$E(t) = \int_0^t |v(t)|^2 dt \quad (21)$$

为染料光脉冲的能量,而 $E_A \equiv \frac{\hbar\omega_0 A_A}{\sigma_A}$ 则为饱和吸收体的饱和能量, n_i 为粒子数反转密度的初值。即然 $L(t)$ 与 n 成正比,那末应用(20)式有

$$L(t) = q \cdot e^{-\frac{E(t)}{E_A}}. \quad (22)$$

其中 q 为一个参数,它与饱和吸收体的特性,特别是与浓度有关,在一定范围内,浓度越高, q 值越大。

染料激光脉冲包络可用高斯型来近似^[7],即 $v(t) = v_0 \cdot e^{-t^2/2\tau^2}$ 。为表示方便,将光强对饱和吸收体的饱和能量归一,得

$$I(t) = \frac{|v(t)|^2}{E_A} = I_0 e^{-t^2/\tau^2}, \quad (23)$$

将(23)式代入(21)式,得

$$\begin{aligned} \frac{E(t)}{E_A} &= I_0 \tau \int_0^t e^{-t'^2/\tau^2} dt' = \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0 \tau \operatorname{erfc}\left(\frac{t}{\tau}\right) \\ &= \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0 \tau \left(\frac{t}{\tau} - \frac{1}{3} \cdot \frac{t^3}{\tau^3} + \dots \right). \end{aligned}$$

根据前面的假设与近似2,可将(22)式所表示的 $L(t)$ 展开到时间的二次项,即

$$L(t) \doteq q \left[1 - \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0 \tau t + \frac{\pi I_0^2 \tau^2}{4} t^2 \right]. \quad (24)$$

利用(5)、(11)和(24)式,得到腔内超过阈值的那部份有效增益为

$$g_T(t) = (A - q - 1) + \left(B + \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0 q \right) t + \left(C - \frac{\pi I_0^2 q}{4} \right) t^2. \quad (25)$$

(25)式在 $t \sim 10^{-12}$ s 的时间范围内适用,其中系数 $(A - q - 1) \sim 0.08 - 0.1$,

$$\left(B + \frac{\sqrt{\pi}}{2} I_0 q \right) \sim 10^9 \text{s}^{-1}, \quad \left| \left(C - \frac{\pi I_0^2 q}{4} \right) \right| \sim 10^{21} \text{s}^{-2}.$$

由(25)式并结合图2,可清楚地看出在腔内加入饱和吸收体后对系统的有效增益的影响:图2中, $G(t)$ 呈下抛物线状,即系数 $C < 0$, 因此,

$$\left| C - \frac{\pi I_0^2 q}{4} \right| > |C|.$$

从数学上看,与单纯的染料增益系数 $G(t)$ 相比,新合成的抛物线状的 $g_T(t)$ 中,超出阈值的那一部份幅度更高,经历的时间更短;从物理上看,是饱和吸收体与染料放大介质相互作用的结果,使总的有效增益中超出阈值以上的部份经历的时间变短,为 10^{-12} s 量级,而低于阈值部份所经历的时间变长,达 10^{-11} s 量级。因此,利用在腔内加入饱和吸收体与同步泵浦相结合的混合锁模系统,可得到比单独的同步泵浦锁模激光器更短的(10^{-13} s)光脉冲,并且抑制了同步泵浦染料激光器中经常出现的次脉冲。另外,由图 2(c) 所表示的 $g_T(t)$ 可以看出,在光脉冲形成的初始阶段及光脉冲下降沿尾部,均要求 $g_T(t) < 0$, 这是得到稳定输出的必要条件。

将(23),(25)式代入方程(9), 求出 $g_T(t)$ 各系数与激光器各参数 δT , ω_c 及光脉冲宽度 τ 的关系为

$$(A - q) \left(1 - \frac{1}{\omega_c^2 \tau^2}\right) = \frac{1}{\omega_c^2 \tau^2} + 1 - \frac{2 \left(C - \frac{\pi I_0 q}{4}\right)}{\omega_c^2}, \quad (26)$$

$$\left(B + \frac{\sqrt{\pi} I_0 q}{2}\right) \left(1 - \frac{2}{\omega_c^2 \tau^2}\right) = \frac{\delta T}{\tau^2}, \quad (27)$$

$$\left(C - \frac{\pi I_0 q}{4}\right) \left(1 - \frac{5}{\omega_c^2 \tau^2}\right) = -\frac{A - q}{\omega_c^2 \tau^2}. \quad (28)$$

将(15),(17)两式代入(12)–(14)式中,求出系数 A , B , C ^[5], 再代入(26)–(28)方程组中,解此联立方程,得

$$\begin{aligned} \tau = & \left\{ \frac{[G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q]}{G_m E_{p0} W} \cdot \frac{\sqrt[3]{3} \sqrt{\pi} \tau_p}{3 \omega_c^2 \delta T} W \right. \\ & + \left[\frac{G_m E_{p0} W}{G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q} - \frac{G_m E_{p0} q \sqrt{\pi} (\sqrt{\pi} - 1)}{(G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q)^2} \right] \\ & \left. \cdot \frac{\sqrt[3]{2} \sqrt{\pi} \tau_p \delta T}{18 G_m E_{p0}} \right\}^{\frac{1}{2}}. \end{aligned} \quad (29)$$

其中 $W = 1 + \operatorname{erfc}\left(\frac{t_0}{\tau_p}\right)$.

四、讨 论

由 τ 的表示式可看出,同步泵浦-被动锁模染料激光器输出的光脉冲的宽度,比单纯的同步泵浦染料激光器的脉宽要窄。因为单纯的同步泵浦系统相当于(29)式中的 $q = 0$, 这时它变为

$$\tau_s = \left\{ \frac{\sqrt[3]{3} \sqrt{\pi} \tau_p}{3 \omega_c^2 \delta T} + \frac{\sqrt[3]{2} \sqrt{\pi} \tau_p \delta T}{18 G_m E_{p0}} \right\}^{\frac{1}{2}}. \quad (30)$$

显然 $\tau_s > \tau$ 。这是因为加入饱和吸收体之后,腔内有效增益曲线的下降速度,较单纯的染料介质增益曲线的下降速度快。实验上利用这种混合锁模系统得到最窄的光脉冲约为 0.31ps^[4],证实了上述的理论分析。

从(29)式还可看出,饱和吸收体的浓度对脉宽有较大的影响,浓度用 q 来表示,它的变化范围由下式确定:

$$G_m E_{p0} \left[1 + \operatorname{erfc} \left(\frac{t_0}{\tau_p} \right) \right] - \sqrt{\pi} q > 0. \quad (31)$$

这是因为当此条件不满足时,由(29)式得到的 τ 为 ∞ 或为虚数,不合理。(31)式实质上表示加入饱和吸收体后,激光器仍能维持振荡、稳定地锁模的必要条件。在

$$0 < q < \frac{G_m E_{p0}}{\sqrt{\pi}} \left[1 + \operatorname{erfc} \left(\frac{t_0}{\tau_p} \right) \right]$$

的变化范围内, q 增大, τ 减小,这一点也为实验所证实。

下面讨论这类混合锁模激光器的失谐范围。根据(29)式,作出 τ 随 δT 变化的曲线,如图3曲线 a 所示; $q=0$ 时对应的曲线如图3曲线 b 所示。很明显,曲线 a 也存在最佳的失谐值 $(\delta T)_{opt}$,它对应着一个 $(\tau)_{min}$,这一点与单纯的同步泵浦系统相似。所不同者,含有饱和吸收体的同步泵浦系统中, τ 随 δT 的变化要缓慢,而且变缓的程度在 $(\delta T)_{opt}$ 两侧是不同的。在 $\delta T < (\delta T)_{opt}$ 区域,变缓的程度由一个小于1的因子 $\frac{G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q}{G_m E_{p0} W}$ 来决定;在 $\delta T > (\delta T)_{opt}$ 区域,饱和吸收体对脉宽的影响体现在因子 $\left[\frac{G_m E_{p0} W}{(G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q)} - \frac{G_m E_{p0} q \sqrt{\pi} (\sqrt{\pi} - 1)}{(G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q)^2} \right]$ 当中,在通常的实验条件下,所取的 q 值总可使此因子小于1,因而在 $(\delta T) > (\delta T)_{opt}$ 区域 τ 随 δT 变化通常也比单纯的同步泵浦染料激光器慢,而且在(1)式规定的范围内, q 越大,此变化关系越缓慢。

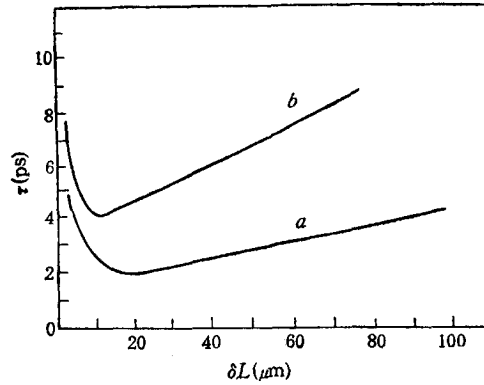


图3 混合锁模染料激光器的失谐范围

$$G_m E_{p0} = 0.55, W = 1.3; \tau_p = 100 \text{ ps}; \omega_c = 5 \times 10^{12} \text{ Hz}; q = 0.15$$

由(29)式可直接导出:当 $\delta T = (\delta T)_{opt}$ 时, τ 取极小值

$$(\delta T)_{opt} = \frac{6 G_m E_{p0} \sqrt[3]{3 W / 2 \omega_c^2}}{\frac{G_m E_{p0} W}{G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q} - \frac{G_m E_{p0} q \sqrt{\pi} (\sqrt{\pi} - 1)}{(G_m E_{p0} W - \sqrt{\pi} q)^2}} \quad (32)$$

由(32)式看出,在其他条件相同时,混合锁模系统的最佳失谐值比单纯的同步泵浦系统的大,而且 $(\delta T)_{opt}$ 还随 q 变化。

附 录

为便于推导,将(6)式改写成

$$v_s(t) = e^A \cdot e^B \cdot v(t). \quad (\text{A.1})$$

其中 $A = \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2}$ 代表调谐元件对染料光脉冲的滤波作用,具有损耗的特征; $B = g_T(t) = [G(t) - 1 - L(t)]$, $[G(t) - 1]$ 代表染料光脉冲在染料喷嘴膜激活区内往返一次得到的净增益; $L(t)$ 代表饱和吸收体喷嘴膜对染料光脉冲的整形作用,它也具有损耗的特征. 在本文所讨论的激光器系统中,由于作为增益介质的染料喷嘴膜厚度只有 $100\mu\text{m}$ 左右,而且每个泵浦光脉冲的能量不足 10nJ ,在这种典型的工作条件下, $[G(t) - 1]$ 的实验值不超过 0.1 ; 另一方面,因所讨论的是稳态下的锁模方程,为了得到稳定的激光脉冲,具有损耗特征的 $L(t)$ 与 A 的数量级的上限应小于 $[G(t) - 1]$,即小于 0.1 . 因此,可以认为 A, B 的数量级小于 0.1 ,于是可将 (A.1) 式的指数项展开并取近似

$$v_s(t) = \left(1 + A + \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{3!}A^3 + \dots\right) \left(1 + B + \frac{1}{2}B^2 + \frac{1}{3!}B^3 + \dots\right) \cdot v(t) \\ \sim (1 + A + B + A \cdot B) \cdot v(t). \quad (\text{A.2})$$

在近似中仅保留了交叉项 $A \cdot B$,略去了其他高阶项(小于 $10^{-3}, 10^{-4}, \dots$),这是因为尽管 $A \cdot B$ 是小量,但它毕竟反映了染料光脉冲受增益元件、饱和吸收元件与调谐元件三者之间相对位置影响的实验结果.

注意到 A 与 B 互不对易,根据不对易算符的运算法则,(A.2)式变为

$$v_s(t) = \left\{1 + \frac{1}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} + g_T(t) + \frac{1}{\omega_c^2} \left[\frac{d^2}{dt^2} + 2g'_T(t) \frac{d}{dt} + g''_T(t) \right] \right\} \cdot v(t) \\ = v(t) + \left\{ \left[g_T(t) + \frac{g''_T(t)}{\omega_c^2} \right] + \frac{2g'_T(t)}{\omega_c^2} \cdot \frac{d}{dt} + \frac{[1 + g_T(t)]}{\omega_c^2} \cdot \frac{d^2}{dt^2} \right\} \cdot v(t). \quad (\text{A.3})$$

其中 $g'_T(t) = \frac{dg_T(t)}{dt}$, $g''_T(t) = \frac{d^2g_T(t)}{dt^2}$.

- [1] D. K hlke, U. Herpers and D. von der Linde, *Appl. Phys.*, **B38**(1985), 333.
- [2] G. H. C. New, *Rep. Prog. Phys.*, **46**(1983), 877.
- [3] H. A. Haus, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-11**(1975), 736.
- [4] A. Dienes, ISLA'87 Technical Digest, (1987), p. 10.
- [5] 关信安、赵智虹,物理学报, **37**(1988), 335.
- [6] C. P. Ausschnitt, R. K. Jain and J. P. Heritage, *IEEE J. Quantum Electron.*, **QE-15**(1979), 912.
- [7] G. J. Blanchard and M. J. Wirth, *Optics Comm.*, **53**(1985), 394.

A BASIC EQUATION AND ITS SOLUTION FOR SYNCHRONOUSLY PUMPED-PASSIVE MODE-LOCKED DYE LASERS

GUAN XIN-AN ZHAO ZHI-HONG

(Institute of Modern Optics, Nankai University, Tianjin)

ABSTRACT

Using the "self-reproducing profile model", we derive a basic equation for synchronously pumped-passive mode-locked dye lasers and an analytical expression for duration of the light pulses emitting from this lasers system. Based on these results, some characteristics of such a hybrid mode-locked lasers system are interpreted theoretically.