

二能级原子体系的二项式态

黄 洪 斌

东南大学物理系, 南京, 210018

1990 年 8 月 31 日收到

本文引进二能级原子体系能够的产生二项式分布的二项式态, 讨论了它的产生及其压缩、反聚束和亚泊松统计特性. 在一定的极限下, 二项式态趋于 Glauber 相干态, 此时二项式分布也趋于泊松分布. 这一极限使体系的一切非经典效应消失. 同时采用 Bloch 矢量模型讨论了单原子一般二项式态的量子特性. 最后把原子体系的二项式态与玻色子体系的二项式态作了比较, 并指出二能级原子体系中并不产生玻色子二项式态.

PACC: 3150; 4250; 4252

一、引 言

在微波激励和激光动力学中, 注入原子(分子)的泵浦统计特性和泵浦本身的特性(如噪声等)直接影响着光场的特性. 注入原子的二项式分布可使微波激励场和激光场光子数噪声低于散粒噪声 (shot noise), 且可使光场具有压缩效应^[1]. 处于相干叠加态的三能级原子(实际上这对应原子的二项式分布)可使双光子关联自发辐射激光场呈量子噪声猝灭 (quantum noise quenching) 和压缩效应^[2-4]. 二项式分布在一定极限下变为泊松分布, 文献[5-7]对处于泊松分布的注入原子进行平均得出了微波激励场的约化密度矩阵方程. 另外, 泵浦噪声的抑制可导致激光场的压缩效应^[8].

本文以均匀展宽二能级原子为模型, 讨论其二项式分布所对应的二项式态(本文称为 $SU(2)BS$) 所显示的压缩特性、关联特性和统计特性, 因这些特性直接影响着谐振腔中光场的对应特性. 二能级原子体系等价于 $1/2$ 自旋体系^[9], 因此其二项式态就不同于玻色子体系的二项式态^[10]. 文献[1, 5-7]中也许并未注意到这一点. 对计算如平均粒子数等一些量, 二者并无差别, 但当讨论分布所对应的态的量子特性时, 二者结论有异. 出于上面这些考虑, 本文引进 $SU(2)BS$, 讨论其特性、产生及其与其它一些态的关系.

二、 $SU(2)BS$

定义 $SU(2)BS$

$$|\eta, 2j, \varphi\rangle = \sum_{m=-j}^j \left[\binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-i(j+m)\varphi} |jm\rangle. \quad (1)$$

其中 $|jm\rangle$ 为二能级原子体系的 Dicke 态^[11], $m = (N_+ - N_-)/2 = -j, -j+1, \dots, j$, $j = N/2$, $N = N_+ + N_-$ 为总原子数, $N_+(N_-)$ 为处在激发态(基态)的原子数. 由(1)式知 $\binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m}$ 为二项式分布函数.

$SU(2)BS$ 是归一的

$$\langle \eta, 2j, \varphi | \eta, 2j, \varphi \rangle = \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} = 1.$$

若 J_-, J_+, J_3 为 $SU(2)$ 李代数的生成元^[11,12], f 为一函数, 满足 $f(J_-, J_3, J_+) |jm\rangle = \bar{f}(j, m) |jm\rangle$, 则

$$\langle \eta, 2j, \varphi | f(J_-, J_3, J_+) | \eta, 2j, \varphi \rangle = \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} \bar{f}(j, m). \quad (2)$$

显见(2)式为二项式平均.

经过简单的计算易得

$$J_-^n | \eta, 2j, \varphi \rangle = [\eta^n (2j)(2j-1)\cdots(2j-n+1)(j-J_3)(j-J_3-1)\cdots(j-J_3-n+1)]^{\frac{1}{2}} e^{-in\varphi} | \eta, 2j-n \rangle \quad (n \leq 2j), \quad (3)$$

$$J_+^n | \eta, 2j, \varphi \rangle = [\eta^n (2j+1)\cdots(2j+n)]^{-\frac{1}{2}} e^{in\varphi} [(j-J_3+1)\cdots(j-J_3+n)]^{\frac{1}{2}} (j+J_3)(j+J_3-1)\cdots(j+J_3-n+1) | \eta, 2j+n, \varphi \rangle. \quad (4)$$

其中

$$| \eta, 2j-n, \varphi \rangle = \sum_{m=-j}^{j-n} \left[\binom{2j-n}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m-n} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-i(j+m)\varphi} | jm \rangle \quad (n \leq 2j). \quad (5)$$

$$| \eta, 2j+n, \varphi \rangle = \sum_{m=-j+n}^j \left[\binom{2j+n}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m-n} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-i(j+m)\varphi} | jm \rangle. \quad (6)$$

由(2)式得

$$\begin{aligned} \langle \eta, 2j, \varphi | J_3 | \eta, 2j, \varphi \rangle &= \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} m \\ &= \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} (j+m-j) \\ &= \eta \frac{\partial}{\partial \eta} \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} - j \\ &= j(2\eta - 1). \end{aligned} \quad (7)$$

用同样的方法并利用(3)和(4)式可得

$$\begin{aligned} \langle J_-^2 \rangle &= [\eta^2 (2j)(2j-1)]^{\frac{1}{2}} e^{-i2\varphi} \langle \eta, 2j, \varphi | [(j-J_3)(j-J_3-1)]^{\frac{1}{2}} | \eta, 2j-2, \varphi \rangle \\ &= 2j(2j-1)\eta(1-\eta) e^{-i2\varphi}. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \langle J_+^2 \rangle &= [\eta^2 (2j+1)(2j+2)]^{-\frac{1}{2}} e^{i2\varphi} \\ &\quad \langle \eta, 2j, \varphi | [(j-J_3+1)(j-J_3+2)]^{\frac{1}{2}} (j+J_3)(j+J_3-1) | \eta, 2j+2, \varphi \rangle \\ &= 2j(2j-1)\eta(1-\eta) e^{i2\varphi}. \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\langle J_+ J_- \rangle &= (2j\eta) \langle \eta, 2j-1, \varphi | (j - J_3) | \eta, 2j-1, \varphi \rangle \\ &= 2j\eta[\eta + 2j(1-\eta)].\end{aligned}\quad (10)$$

$$\begin{aligned}\langle J_- J_+ \rangle &= [\eta(2j-1)]^{-1} \langle \eta, 2j+1, \varphi | (j - J_3 + 1)(j + J_3)^2 | \eta, 2j+1, \varphi \rangle \\ &= 2j(1-\eta)[1 + \eta(2j-1)].\end{aligned}\quad (11)$$

利用(8)–(11)式易得算符 $J_{\pm} = J_1 \pm iJ_2$ 的实部和虚部的均方差

$$\Delta J_1^2 = \frac{1}{2} j[1 - 4\eta(1-\eta)\cos^2\varphi], \quad (12)$$

$$\Delta J_2^2 = \frac{1}{2} j[1 - 4\eta(1-\eta)\sin^2\varphi], \quad (13)$$

由(12), (13)式得

$$\Delta J_1^2 + \Delta J_2^2 = j[1 - 2\eta(1-\eta)]. \quad (14)$$

$\eta = 1/2$ 时, (14)式等号右边最小, 即体系的量子噪声最低.

测不准关系为

$$\Delta J_1 \Delta J_2 \geq \frac{1}{2} |\langle J_3 \rangle|. \quad (15)$$

将(7), (13), (12)式代入(15)式有

$$[1 - 4\eta(1-\eta)\cos^2\varphi]^{\frac{1}{2}} [1 - 4\eta(1-\eta)\sin^2\varphi]^{\frac{1}{2}} \geq |(2\eta - 1)|. \quad (16)$$

显见当 $\varphi = n\pi$ 或 $(n + \frac{1}{2})\pi$ 时 (n 为整数) (16)式两边相等, 此时态 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 称为理想态^[13]. 若同时 $\eta = 1/2$, 则态 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 称为最小测不准态^[13].

当 $\Delta J_i^2 < \frac{1}{2} |\langle J_3 \rangle|$ 时, 称 i 分量被压缩. 对 J_1 分量, 取 $\varphi = n\pi$ 有

$$(2\eta - 1)^2 < |(2\eta - 1)|. \quad (17)$$

因 $\eta \leq 1$, 所以当 $\eta \neq 0, 1/2, 1$ 时, J_1 分量总有压缩效应, 当 $\eta = 1/4$ 或 $3/4$ 时, 压缩效应最大. 对 J_2 分量, 当 $\varphi = (n + 1/2)\pi$ 时, 结论同 J_1 分量.

原子体系的二阶关联函数为

$$\begin{aligned}g_{(0)}^{(2)} &= \frac{\langle J_+ J_+ J_- J_- \rangle}{\langle J_+ J_- \rangle^2} \\ &= \frac{2j-1}{j} \frac{[\eta/(1-\eta)]^2 + 2(2j-1)\eta/(1-\eta) + j(2j-1)}{[2j + \eta/(1-\eta)]^2},\end{aligned}\quad (18)$$

显见当 $j = 1/2$ (单个原子) 时, $g_{(0)}^{(2)} = 0$; 当 $j = 1$ 时 (两个原子), $g_{(0)}^{(2)} = \left(\frac{\eta}{1-\eta} + 1\right)^2 / \left(\frac{\eta}{1-\eta} + 2\right)^2 < 1$, 即单原子和双原子体系具有反聚束效应; 当 $j \gg 1$ 时,

$$g_{(0)}^{(2)} \approx 2 \left[1 - 2j^2 / \left(2j + \frac{\eta}{1-\eta} \right)^2 \right] \approx 1,$$

体系呈相干性.

定义 Fano 因子

$$F = \Delta(J_+ J_-)^2 / \langle J_+ J_- \rangle = (\langle (J_+ J_-)^2 \rangle - \langle J_+ J_- \rangle^2) / \langle J_+ J_- \rangle, \quad (19)$$

计算得

$$F = \frac{4[j^2 - (2j-1)\eta^2] - 2(4j-1)(2j-1)\eta(1-\eta)}{2j + \eta/(1-\eta)}. \quad (20)$$

当 $j = 1/2$ 时, $F = 1 - \eta < 1$, 体系呈亚泊松统计特性; 当 $j = 1$, $F = 2(1 - \eta)^2$, $\eta > 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, $F < 1$, 体系呈亚泊松统计特性, $\eta = 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, $F = 1$, 体系呈泊松统计特性, $\eta < 1 - \frac{1}{\sqrt{2}}$ 时, $F > 1$, 体系呈超泊松统计特性; 当 $j \gg 1$ 时, $F \approx 4j^2 / \left(2j + \frac{\eta}{1-\eta}\right) > 1$, 体系呈超泊松统计特性.

在态 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 中, 若相因子 $\varphi = \varphi_m$ 是随机量, 则态

$$|\eta, 2j, \varphi_m\rangle = \sum_{m=-j}^j \left[\binom{2j}{j+m} \eta^{j+m} (1-\eta)^{j-m} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-i\varphi_m} |jm\rangle \quad (21)$$

为一般 $SU(2)BS$. 在 Dicke 态表象中, 密度算符的对角矩阵元 ρ_{mm} 仍给出二项式分布, 但很难确定压缩等非经典效应存在 $2j+1$ 维空间的那个区域.

三、单原子一般 $SU(2)BS$ 的 Bloch 矢量模型

若相因子 φ_m 是随机的, 即原子间的位相不定, 则体系处在混合态. 在 Dicke 态表象中, 单原子的密度矩阵元为

$$\begin{aligned} \rho_{aa} &= \left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \left| \rho \right| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \eta, \\ \rho_{bb} &= \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \left| \rho \right| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = 1 - \eta, \\ \rho_{ab} &= \left\langle \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \left| \rho \right| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle = R[\eta(1-\eta)]^{\frac{1}{2}} e^{-i\varphi}, \\ \rho_{ba} &= \left\langle \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \left| \rho \right| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = R[\eta(1-\eta)]^{\frac{1}{2}} e^{i\varphi}. \end{aligned} \quad (22)$$

其中 R 为小于 1 的实数. 当 $R = 1$ 时, 此态变为 $SU(2)$ 相干态, 也是 $SU(2)BS$ ($j = 1/2$).

$$|\eta, 1, \varphi\rangle = (1-\eta)^{\frac{1}{2}} \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle + \eta^{\frac{1}{2}} e^{-i\varphi} \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle. \quad (23)$$

由(22)式易求得

$$\Delta J_z^2 = \frac{1}{4} [1 - 4R^2\eta(1-\eta)\cos^2\varphi], \quad (24)$$

$$\Delta J_x^2 = \frac{1}{4} [1 - 4R^2\eta(1-\eta)\sin^2\varphi], \quad (25)$$

$$\langle J_z \rangle = \frac{1}{2} (2\eta - 1), \quad (26)$$

$$g_{(0)}^{(2)} = 0, \quad (27)$$

$$F = 1 - \eta. \quad (28)$$

由(27)和(28)式可以看出, 对混合态体系仍呈反聚束和亚泊松统计特性, 与前面纯态的结

论一样。但体系的压缩效应确与 R 有关, 即与体系的相干性有关。如 J_1 分量被压缩, 则须

$$1 - 4R^2\eta(1 - \eta)\cos^2\varphi < |(2\eta - 1)|. \quad (29)$$

显见若 $R = 0$ (体系完全没有相干性), 则体系无压缩效应。 $R = 1$ 时对一定的 η 和 φ , 体系的压缩效应最大。

为了研究压缩效应对参数 (φ, R, η) 的依赖关系, 下面引进 Bloch 矢量 (r_1, r_2, r_3) , 并在此矢量空间中讨论问题。

$$\begin{aligned} r_1 &= 2\text{Tr}(\rho J_1) = \text{Tr}[\rho(J_+ + J_-)] = \rho_{ab} + \rho_{ba} \\ &= 2R[\eta(1 - \eta)]^{\frac{1}{2}} \cos \varphi, \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} r_2 &= 2\text{Tr}(\rho J_2) = i\text{Tr}[\rho(J_- - J_+)] = i(\rho_{ab} - \rho_{ba}) \\ &= 2R[\eta(1 - \eta)]^{\frac{1}{2}} \sin \varphi, \end{aligned} \quad (31)$$

$$r_3 = 2\text{Tr}(\rho J_3) = \rho_{aa} - \rho_{bb} = 2\eta - 1. \quad (32)$$

显有

$$(r_1^2 + r_2^2)/R^2 + r_3^2 = 1. \quad (33)$$

在矢量空间中 (r_1, r_2, r_3) 满足(33)式的图形为一球面 ($R = 1$) 或一旋转椭球面 ($R < 1$)。

在参量空间 (r_1, r_2, r_3) 中

$$\Delta J_1^2 = \frac{1}{4} (1 - r_1^2), \quad (34)$$

$$\Delta J_2^2 = \frac{1}{4} (1 - r_2^2), \quad (35)$$

$$\langle J_3 \rangle = \frac{1}{2} r_3. \quad (36)$$

(29)式表为

$$1 - r_1^2 < |(2\eta - 1)|. \quad (37)$$

满足(37)式的区域是在椭球面 $(r_1^2 + r_2^2)/R^2 + r_3^2 = 1$ 上关于 r_1 轴对称的四个区域, 上半椭球面 ($r_3 > 0$) 两个, 下半椭球面两个, 其中 φ 角(从 r_1 轴正向算起)满足 $\cos^2\varphi > (1 - |2\eta - 1|)/4R^2\eta(1 - \eta)$ 。显见 $R < 1$ 时, 压缩区域变小, 即 φ 和 η 的取值范围变小。对 J_2 分量, 压缩区域关于 r_2 轴对称, 其它结论同 J_1 分量。

四、 $SU(2)BS$ 的产生及其与其它态的关系

由(23)式知, 当 $R = 1$ 时, 单原子 $SU(2)BS$ 即为 $SU(2)$ 相干态^[4](又称 Bloch 态或相干原子态^[5], 本文记为 $SU(2)CS$)。对多原子体系此结论也成立。我们先从一般 $SU(2)BS$ (21)式做起。令 $r^2 = \eta/(1 - \eta)$, 易得 $1 - \eta = (1 + r^2)^{-1}$, (21) 式变为

$$|\eta, 2j, \varphi_m\rangle = (1 - \eta)^j \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{\eta}{1 - \eta} \right)^{\frac{j+m}{2}} e^{-i\varphi_m} |jm\rangle$$

$$= (1 + \tau^2)^{-i} \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m}^{\frac{1}{2}} \tau^{i+m} e^{-i\varphi_m} |jm\rangle. \quad (38)$$

(38)式除了相因子 φ_m 是随机量外,形式上同 $SU(2)CS^{[14]}$, 本文称为一般 $SU(2)CS$. 令 $\varphi_m = (j+m)\varphi$, $\tau = |\tau| e^{-i\varphi} = \tan \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi}$ ($\eta = \sin^2 \frac{\theta}{2}$, $1 - \eta = \cos^2 \frac{\theta}{2}$), $\zeta = \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi}$, 则(38)式变为

$$\begin{aligned} |\eta, 2j, \varphi\rangle &= (1 + |\tau|^2)^{-i} \sum_{m=-j}^j \binom{2j}{j+m}^{\frac{1}{2}} \tau^{i+m} |jm\rangle \\ &= (1 + |\tau|^2)^{-i} \exp(\tau J_+) |j, -j\rangle \\ &= \exp(\zeta J_+ - \zeta^* J_-) |j, -j\rangle = |\zeta\rangle. \end{aligned} \quad (39)$$

(39)式即是 $SU(2)CS^{[14]}$. 我们知道光的相干激发可产生二能级原子体系的 $SU(2)CS^{[11,15]}$, 而从上面推导可以看出 $SU(2)BS$ 本质上是 $SU(2)CS$ 的另一种表达形式, 因此当激发光脉宽小于原子的横向和纵向弛豫时间时即可产生 $SU(2)BS$. 而对非相干激发(激发位相 φ_m 是随机的, 但要求激发光脉宽小于原子的纵向弛豫时间), 只要每个原子的激发几率为 η , 则可产生一般 $SU(2)BS$ (21) 式. $\eta = 1$ 时, $N = (2j)$ 个原子都处在激发态 (regular distribution^[11]), $\eta = 0$ 时, 原子全部处在基态. 这样我们从原子分布的观点解释了 $SU(2)CS$ (也是 $SU(2)BS$) 的形成.

Dicke 态 $|jm\rangle$ 上处在激发态的原子数为 $N_+ = j + m$. 若令 $n = j + m$, $N = 2j$ 分别为 Fock 态 $|n\rangle$ 和 $|N\rangle$ 上的粒子数, 并令 $|jm\rangle \rightarrow |n\rangle$, 则 $SU(2)BS$ 变为玻色场的二项式态^[10] (注意这并不是群收缩过程) $|\eta, N, \varphi\rangle$. 易证(令 $2j = N$)

$$\langle \eta, 2j, \varphi | (j + J_3)^l | \eta, 2j, \varphi \rangle = \langle \eta, N, \varphi | A^l | \eta, N, \varphi \rangle. \quad (40)$$

(40) 式是容易理解的, 因为在计算过程中并未涉及粒子和态的特性. 因此文献[1]利用(40)式右边的公式计算原子数的涨落可给出正确结果. 若 $\lim_{c \rightarrow 0} F(cJ_-, cJ_+, c^2J_3) = \bar{F}(a, a^+)^{[12,15]}$, F 和 $\bar{F}$ 为函数, 则在一般情况下

$$\langle \eta, 2j, \varphi | F(J_-, J_+, J_3) | \eta, 2j, \varphi \rangle \approx \langle \eta, N, \varphi | \bar{F}(a, a^+) | \eta, N, \varphi \rangle. \quad (41)$$

这是因态 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 并不是态 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 的群收缩态. 要使(41)式两边相等须取下列极限:

$$\begin{aligned} &\lim_{c \rightarrow 0} \langle \eta, 2j, \varphi | F(cJ_-, cJ_+, c^2J_3) | \eta, 2j, \varphi \rangle \\ &= \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ \eta \rightarrow 0}} \langle \eta, N, \varphi | \bar{F}(a, a^+) | \eta, N, \varphi \rangle \end{aligned} \quad (42)$$

这样粒子的特性和态的特性的差别才消失. (42)式意指在泊松分布下求平均, 因为^[12]

$$\begin{aligned} \lim_{c \rightarrow 0} |\eta, 2j, \varphi\rangle &= \lim_{c \rightarrow 0} |\zeta\rangle = \exp(\alpha a^+ - \alpha^* a) |0\rangle \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-in\varphi} |n\rangle, \end{aligned} \quad (43)$$

此处 $\alpha = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{\theta}{2c} e^{-i\varphi}$, $\alpha^* = \lim_{c \rightarrow 0} \frac{\theta}{2c} e^{i\varphi}$. 而

$$\lim_{\substack{\eta \rightarrow 0 \\ N \rightarrow \infty}} |\eta, N, \varphi\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \left[\frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle} \right]^{\frac{1}{2}} e^{-in\varphi} |n\rangle, \quad (44)$$

此处 $\alpha = \eta N, (n) = |\alpha|^2$. 两式取极限的结果都是 Glauber 相干态波函数(下称 GCS), 而在 Glauber 相干态上的平均, 由(43)和(44)式可以看出是泊松平均, 泊松分布函数为 $\frac{\langle n \rangle^n}{n!} e^{-\langle n \rangle}$.

尽管 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 和 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 有相同的极限结果, 但两者有着较大的差别. 首先从数学性质上看, $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 是建立在 $2j+1$ 维的完备的 Hilbert 空间上的. (43) 式的极限过程是 $SU(2)$ 群到谐振子群的收缩过程, 是一个完备空间到另一个完备空间的变换. 而态 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 是建立在 $N+1$ 维的参数空间上的, 这一参数空间并不是完备的. (44) 式的极限相当于把这一参数空间变为完备的 Hilbert 空间(无穷维的 Fock 空间). 其次从态的量子特性上看, 态 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 总呈反聚束和亚泊松统计特性, 与粒子数(玻色子数)无关^[10], 而态 $|\eta, 2j, \varphi\rangle$ 的这些特性则与粒子数(原子数)有关. 在参数 (r_1, r_2, r_3) 空间上, 对一定的参数, 态 $|\eta, N=1, \varphi\rangle$ 在两个区域呈压缩效应^[10](就其中一个分量而言), 均在下半球面上, 而态 $|\eta, 2j=1, \varphi\rangle$ 在四个区域呈压缩效应. 另外从态所描写的对象上看, $SU(2)BS$ 表二能级原子体系(或类似体系)的状态, 可用来计算 $SU(2)$ 李代数生成元 J_-, J_+, J_z 的函数的平均值及其它有关量, 而态 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 表玻色子体系的状态, 可用来计算谐振子李代数生成元 a, a^+ 的函数的平均值及其它有关量, 只有在(43)和(44)式的极限下, 二者的差别消失(均呈泊松分布). 上面的比较也许有助于我们对有关问题的处理.

五、结 论

对注入微波激励器和激光器谐振腔中的二能级原子体系采用一定的激发方式可产生 $SU(2)BS$. 此态可呈反聚束、亚泊松统计和压缩特性. 对一般 $SU(2)BS$, 因相因子 φ_m 是随机的, 很难确定取那些参数可使此态呈这些非经典特性. 但单原子一般 $SU(2)BS$ (混合态)总呈反聚束和亚泊松统计特性, 只是在椭球面 $(r_1^2 + r_2^2)/R^2 + r_3^2 = 1$ 上的压缩区域变小(较 $R=1$ 时). 对低激发 ($\eta \rightarrow 0$, 但 $N \rightarrow \infty, \eta N = \alpha$), $SU(2)BS$ 趋于 GCS, 通常 $SU(2)BS$ 趋于一般 GCS^[16], 这种极限过程相当于 $SU(2)$ 群到谐振子群的收缩(实际上, 对低激发, 可把二能级原子当成“玻色子”来处理^[17]), 这种收缩使得二项式分布变为泊松分布, 并使原子体系的一切非经典效应消失^[12], 这将影响进入谐振腔的原子的辐射光的量子特性.

在二能级原子体系中并不能产生文献[10]所讨论的玻色子的二项式态 $|\eta, N, \varphi\rangle$, 因原子体系是类 $1/2$ 自旋体系, 尽管 $SU(2)BS$ 与 $|\eta, N, \varphi\rangle$ 的极限都是 GCS, 但二者在很多方面有差别, 因此在理论计算中要涉及原子体系的态的一些计算时, 应当用 $SU(2)BS$.

- [1] J. Bergou, L. Davidovich, M. Orszag, C. Benkert, M. Hillery and M. O. Scully, *Phys. Rev.*, **A40**(1989), 5073.
- [2] M. O. Scully, K. Wódkiewicz, M. S. Zubairy, J. Bergou, N. Lu and J. Meyer ter Vehn, *Phys. Rev. Lett.*, **60**(1988), 1832.

- [3] J. Bergou, N. Lu and M. O. Scully, *Opt. Commun.*, **73**(1989), 57.
- [4] L. A. Lugiato, N. Lu and M. O. Scully, *Opt. Commun.*, **74**(1990), 327.
- [5] P. Filipowicz, J. Javanainen and P. Meystre, *Opt. Commun.*, **58**(1986), 327; *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 3077.
- [6] J. Krause, M. O. Scully, H. Walther, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 2032; L. A. Lugiato, M. O. Scully and H. Walther, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 740.
- [7] L. Davidovich, J. M. Raimond, M. Brune and S. Haroche, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 3771.
- [8] Y. Yamamoto, S. Machida, O. Nilsson, *Phys. Rev.*, **A34**(1986), 4025; Y. Yamamoto and S. Machida, *ibid.*, **35**(1987), 5114; M. A. Marte, H. Ritsch and D. F. Walls, *Phys. Rev. Lett.*, **61**(1988), 1093.
- [9] M. Sargent III, M. O. Scully and W. E. Lamb, Jr., *Laser Physics*, Addison-Wesley, Reading, MA, (1974), Appendix G.
- [10] D. Stoler, B. E. A. Saleh and M. C. Teich, *Opt. Acta*, **32**(1985), 345.
- [11] H. M. Nussenzveig, *Introduction to quantum optics*, London, Gordon and Breach, (1973).
- [12] 黄洪斌, *物理学报*, **38**(1989), 1958.
- [13] M. A. Rashid, *J. Math. Phys.*, **19**(1978), 1391.
- [14] K. Wódkiewicz and J. H. Eberly, *J. Opt. Soc. Am.*, **B2**(1985), 458.
- [15] F. T. Arecchi, E. Courtens, R. Gilmore and H. Thomas, *Phys. Rev.*, **A6**(1972), 2211.
- [16] U. M. Titulaer and R. J. Glauber, *Phys. Rev.*, **B140**(1965), 676; *Phys. Rev.*, **145**(1966), 1041.
- [17] M. Hillery, *Phys. Rev.*, **A36**(1987), 3796.

BINOMIAL STATES OF THE TWO-LEVEL ATOMIC SYSTEM

HUANG HONG-BIN

Department of Physics, Southeast University, Nanjing, 210018

(Received 31 August 1990)

ABSTRACT

In this paper, we introduce the binomial state of a two-level atomic system, which is a state that yields a binomial probability distribution. Its generation, squeezing, antibunching, and subpoisson statistics are discussed. It reduces to the Glauber coherent state in certain limit, and in that limit, the binomial distribution reduces to the Poisson distribution. This limiting process destroys all nonclassical effects of the system. The Bloch vector model is used to discuss the quantum characters of mixed state of one atom. Finally, the binomial state of the atomic system and the binomial state of the Bose system is compared. It is shown that the binomial state of a Bose system can not be produced in a atomic system.

PACC: 3150; 4250; 4252