耦合 $SU(5)$ EYMH 系统的静态双荷黑洞

荆继良 余洪伟 王永久 唐智明
(湖南师范大学物理研究所,物理系,长沙 410081)

(1993 年 9 月 2 日收到)

研究耦合 $SU(5)$ Einstein-Yang-Mills-Higgs (EYMH) 系统. 得到了场方程的一类静态球对称 Reissner-Nordstrom (R-N) 型解,它代表具有 $SU(5)$ 双荷子$\left(\text{磁荷为}\pm\frac{3}{2e}\right)$的静态黑洞.

PACC: 9760L; 0420

1 引 言

早期宇宙演化中的真空相变可导致各种拓扑缺陷[1,2]. 这些缺陷的出现与局域或整体对称破缺有关. 特别是当同伦群 $\pi_2(\mu)$ 不平凡时就形成了单极子. 由规范对称破缺而导致的单极子类似于基本粒子. 如果我们用广义相对论对它们进行研究, 发现规范场和 Higgs 场的非零的能动张量会引起时空弯曲[3,4]. 近来, 对这类时空的研究引起了人们极大的兴趣[5-10].

Gal'tsov 等人指出[11]: 从物理上来说,用于 Einstein 场方程右端最有意义的物质场源是 Yang-Mills 和 Yang-Mills-Higgs 场系统, 特别是对耦合 $SU(5)$ EYMH 系统更有意义.

Dokos 和 Tomaras[12] 研究了大统一理论 $SU(5)$ 模型的球对称单极子和双荷子, 证明这种模型中单极子和双荷子只有在磁荷分别为 $m=\pm\frac{1}{2e}$, $\pm\frac{1}{e}$, $\pm\frac{3}{2e}$ 和 $\pm\frac{2}{e}$ 时才存在. 这些不同磁荷对应的嵌入类型分别为 $5\to2+1+1+1$, $5\to3+1+1$, $5\to4+1$ 和 $5\to5$. 而不同嵌入的规范矢势及 Higgs 势的构造极不相同. 所以, 对具有不同磁荷的耦合 $SU(5)$ EYMH 系统进行研究是有意义的. 我们在文献[5, 6]中, 通过求解耦合 $SU(5)$ EYMH 方程,得到了磁荷为$\pm\frac{1}{2e}$, $\pm\frac{1}{e}$ 两类静态球对称解, 它们描述了具有电荷、磁荷和 QCD 色荷的黑洞. 本文得到了耦合 $SU(5)$ EYMH 系统的又一类新解, 它代表磁荷为$\pm\frac{3}{2e}$的 $SU(5)$ 双荷子静态球对称黑洞.

我们考虑 5→4 + 1 型嵌入，计算较复杂．为此，用计算机代数语言进行解析推导．所得结果已经过反复验算．

2 运动方程和静态 R-N 型解

在四维时空中，引力与 $SU(5)$ 大统一理论的耦合由下述作用量描述：

$$S=\int d^4x\sqrt{-g}\left[-\frac{R}{16\pi G}-\frac{1}{2}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}\mathrm{Tr}(F_{\mu\nu}F_{\rho\sigma})+g^{\mu\nu}\mathrm{Tr}(D_\mu\phi D_\nu\phi)\right.$$
$$\left.+g^{\mu\nu}(D_\mu H)^+(D_\nu H)-V(\phi,H)\right],\tag{1}$$

其中

$$F_{\mu\nu}=\partial_\mu A_\nu-\partial_\nu A_\mu-ig'[A_\mu,A_\nu],$$
$$A_\mu=A_\mu^a\lambda^a,\ a=1,2,\cdots,24,$$
$$D_\mu\phi=\partial_\mu\phi-ig'[A_\mu,\phi],$$
$$D_\mu H=\partial_\mu H-ig'A_\mu H,$$
$$V(\phi,H)=a_1\mathrm{Tr}\left[\left(\phi-\frac{\nu}{\sqrt{15}}\right)^2\left(\phi+\frac{3\nu}{2\sqrt{15}}\right)^2\right]+a_2(2\mathrm{Tr}\phi^2-\nu^2)^2$$
$$+a_3(H^+H-\omega^2)^2+a_4H^+\left(\phi+\frac{3\nu}{2\sqrt{15}}\right)^2H,$$
$$a_i>0,\ \nu\sim10^{14}\mathrm{GeV},\omega\sim10^2\mathrm{GeV},\ g'=\left(\frac{8}{3}\right)^{1/2}e,$$

其中 g' 是 $SU(5)$ 规范耦合常数，e 是正电子电荷，群生成元 λ^a 满足

$$\mathrm{Tr}\lambda^a\lambda^b=\frac{1}{2}\delta^{ab},\ \lambda^{+a}=\lambda^a.$$

Higgs 场 ϕ 和 H 分别是 $SU(5)$ 的 24 维和 5 维表示，它们的如下真空平均值将 $SU(5)$ 破缺到 $SU(3)_c\times U(1)_{em}$：

$$\langle\phi\rangle=\nu\mathrm{diag}\left(\sqrt{\frac{1}{15}},\sqrt{\frac{1}{15}},\sqrt{\frac{1}{15}},-\frac{3}{2\sqrt{15}},-\frac{3}{2\sqrt{15}}\right),$$
$$\langle H\rangle=\mathrm{col}(0,0,0,0,\omega).\tag{2}$$

由(1)式得到关于 $g^{\mu\nu},A^\mu,\phi$ 和 H 的运动方程为

$$R^{\mu\nu}-\frac{1}{2}g^{\mu\nu}R=8\pi GT^{\mu\nu},\tag{3a}$$

$$(\sqrt{-g})^{-1}D_\nu(\sqrt{-g}g^{\mu\rho}g^{\nu\sigma}F_{\rho\sigma})=-ig'g^{\mu\nu}[\phi,D_\nu\phi]$$
$$-ig'g^{\mu\nu}\lambda^a(H^+\lambda^aD_\nu H-(D_\nu H)^+\lambda^aH),\tag{3b}$$

$$(\sqrt{-g})^{-1}D_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}D_\nu\phi)=-\frac{1}{2}\frac{\partial V(\phi,H)}{\partial\phi},\tag{3c}$$

$$(\sqrt{-g})^{-1}D_\mu(\sqrt{-g}g^{\mu\nu}D_\nu H)=-\frac{\partial V(\phi,H)}{\partial H^+},\tag{3d}$$

其中能动张量为

$$T^{\mu}_{\nu} = -2g^{\mu\alpha}g^{\nu\beta}\mathrm{Tr}(F_{\alpha\beta}F_{\nu\rho}) + \frac{1}{2}\delta^{\mu}_{\nu}g^{\rho\alpha}g^{\sigma\beta}\mathrm{Tr}(F_{\rho\sigma}F_{\alpha\beta})$$
$$+ 2g^{\mu\rho}\mathrm{Tr}(D_{\rho}\phi D_{\nu}\phi) - \delta^{\mu}_{\nu}g^{\rho\sigma}\mathrm{Tr}(D_{\rho}\phi D_{\sigma}\phi)$$
$$+ 2g^{\mu\rho}(D_{\rho}H)^{+}(D_{\nu}H) - \delta^{\mu}_{\nu}g^{\rho\sigma}(D_{\rho}H)^{+}(D_{\sigma}H) + \delta^{\mu}_{\nu}V(\phi,H). \tag{4}$$

为了得到球对称双荷子$\left(\text{磁荷为}\pm\frac{3}{2e}\right)$解，我们考虑 $SU(2)$ 嵌入 $SU(5)$ 为 $5\to4+1$。按照文献[7]假定，A_{μ}，ϕ 和 H 分别为

$$A_t = \frac{1}{g'}\mathrm{diag}(J_0(r),J_0(r),J_0(r),J_0(r),-(4J_0(r)+5J_2(r)))$$
$$+ J_1(r)\hat{r}\cdot\boldsymbol{T} + J_2(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^2 + J_3(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^3,$$
$$A_i = -\frac{\boldsymbol{T}\times\hat{r}}{g'r} + \frac{1}{g'r}\{K(r) + K_1(r)\hat{r}\cdot\boldsymbol{T} + K_2(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^2$$
$$+ K_3(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^3, \boldsymbol{T}\times\hat{r}\},$$
$$\phi = \frac{1}{g'}\mathrm{diag}(\phi_0(r),\phi_0(r),\phi_0(r),\phi_0(r),-(4\phi_0(r)+5\phi_2(r)))$$
$$+ \phi_1(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T}) + \phi_2(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^2 + \phi_3(r)(\hat{r}\cdot\boldsymbol{T})^3,$$
$$H = \frac{1}{g'}\mathrm{col}(0,0,0,0,h(r)), \tag{5}$$

其中 $\boldsymbol{T} = \mathrm{diag}(\boldsymbol{T}_{(3/2)},0)$，$\hat{r} = \frac{\boldsymbol{r}}{r}$，$\boldsymbol{T}_{(3/2)}$ 是 $SU(2)$ 嵌入 $SU(5)$ 为 $5\to4+1$ 的生成元。上述形式是球对称且拓扑稳定的[12]。这里球对称定义为 $\boldsymbol{L}\times\boldsymbol{T}$ 的不变性（$\boldsymbol{L} = -\mathrm{i}\hat{r}\times\nabla$）。

由于我们寻求球对称静态双荷子解，度规取最一般的静态球对称形式

$$g_{\mu\nu} = \mathrm{diag}(e^{A},-e^{B},-r^2,-r^2\sin^2\theta), \tag{6}$$

其中 $\mu,\nu = t,r,\theta,\varphi$，$A,B$ 仅为 r 的函数。采用以上度规，(3a)式可写成

$$\frac{e^{-B}}{r^2}(rB'-1) + \frac{1}{r^2} = 8\pi GT^{t}_{t},$$
$$-\frac{e^{-B}}{r^2}(rA'+1) + \frac{1}{r^2} = 8\pi GT^{r}_{r},$$
$$-\frac{e^{-B}}{2}\left[A'' + \frac{1}{2}A'^2 - \frac{1}{2}A'B' + (A'-B')r^{-1}\right]$$
$$= 8\pi GT^{\theta}_{\theta} = 8\pi GT^{\varphi}_{\varphi}, \tag{7}$$

其中撇号表示对 r 求导，下同。

把(5)式代入(4)式，经过冗长的运算，得

$$T^{t}_{t} = [f_1(J_i)e^{-A} + f_1(\phi_i)]e^{-B} + [f_2(J_i)e^{-A} + f_2(\phi_i)] + f_3(K_i)e^{-B}$$
$$+ f_4(K_i) + \frac{1}{g'^2}e^{-(A+B)}[e^{A}h'^2 + (4J_0+5J_2)^2h^2],$$
$$T^{r}_{r} = [f_1(J_i)e^{-A} - f_1(\phi_i)]e^{-B} - [f_2(J_i)e^{-A} - f_2(\phi_i)] - f_3(K_i)e^{-B}$$

$$+ f_4(K_i) - \frac{1}{g'^2} e^{-(A+B)}[e^A h'^2 + (4J_0 + 5J_2)^2 h^2],$$

$$T_\theta^\theta = T_\varphi^\varphi = -[f_1(J_i)e^{-A} - f_1(\phi_i)]e^{-B} - f_4(K_i) + \frac{1}{g'^2} e^{-(A+B)}$$

$$\cdot [e^A h'^2 - (4J_0 + 5J_2)^2 h^2], \tag{8}$$

其中

$$f_1(x_i) = \frac{1}{16g'^2}(320x_0'^2 + 800x_0'x_2' + 80x_1'^2 + 328x_1'x_3' + 564x_2'^2 + 365x_3'^2),$$

$$f_2(x_i) = \frac{1}{16g'^2r^2}\left(3(4K_0 + 4K_{13} + 5K_2)^2\left(2x_1 + 4x_2 + \frac{13}{2}x_3\right)^2\right.$$

$$+ (4K_0 + K_2)^2(4x_1 + x_3)^2 + 3(4K_0 - 4K_{13} + 5K_2)^2$$

$$\left.\cdot\left(2x_1 - 4x_2 + \frac{13}{2}x_3\right)^2\right),$$

$$f_3(K_i) = \frac{1}{2g'^2r^2}(40K_0'^2 + 136K_0'K_2' + 48K_{13}'^2 + 77K_2'^2),$$

$$f_4(K_i) = \frac{1}{16g'^2r^2}[K_{13}^2(2304K_{13}^2 + 10752K_0^2 + 33024K_0K_2 + 21408K_2^2 - 384)$$

$$+ K_0^2(1280K_0^2 + 13536K_2^2 + 4352K_0K_2 - 640) + K_2^2(5333K_2^2$$

$$+ 15248K_0K_2 - 616) - 1088K_0K_2 + 80],$$

其中 $K_{13} = K_1 + \frac{7}{4}K_3, i = 0,1,2,3$.

由(7)和(8)式可得

$$T_t^t - T_r^r = \frac{e^{-B}}{r}(A + B)'$$

$$= 2\left\{f_1(\phi_i)e^{-B} + f_2(J_i)e^{-A} + f_3(K_i)e^{-B} + \frac{1}{g'^2}e^{-(A+B)}\right.$$

$$\left.\cdot [e^A h'^2 + (4J_0 + 5J_2)^2 h^2]\right\} \geqslant 0.$$

为了得到 R-N 型严格解,取 $T_t^t = T_r^r$,因此有

$$(4K_0 + 4K_{13} + 5K_2)^2\left(2J_1 + 4J_2 + \frac{13}{2}J_3\right)^2 = 0,$$

$$(4K_0 - 4K_{13} + 5K_2)^2\left(2J_1 - 4J_2 + \frac{13}{2}J_3\right)^2 = 0,$$

$$(4K_0 + K_2)^2(4J_1 + J_3)^2 = 0, (4J_0 + 5J_2)^2 h^2 = 0,$$

$$A + B = \text{const} \equiv C, \quad K_i' = \phi_i' = h' = 0, \tag{9}$$

取 $C = 0$,所得解是渐近平直的.

由方程 (3b)—(3d)和(5)式,得到关于 ϕ_i, J_i, K_i 和 h 的运动方程:

$$\phi_i'' + \left[\frac{2}{r} + \frac{1}{2}(A' - B')\right]\phi_i' + g_i(\phi_K) = -\frac{1}{2}g'^2re^B\frac{\partial V}{\partial \phi_i}, \tag{10}$$

$$J_i'' + \left[\frac{2}{r} - \frac{1}{2}(A' + B')\right] J_i' + g_i(J_K) = 0, \tag{11}$$

$$K_0'' + \frac{A' - B'}{2} K_0' + \frac{e^B}{4r^2}\Big\{r^2 e^{-A}\Big[4K_{13}J_1J_2 + 13K_{13}J_2J_3 + \Big(4K_0 + \frac{15}{2}K_2\Big)J_1J_3$$
$$- K_0\Big(4J_1^2 - \frac{41}{4}J_3^2 - 4J_2^2\Big) + K_2\Big(5J_2^2 + \frac{210}{16}J_3^2\Big)\Big] - K_{13}^2(96K_0 + 60K_2)$$
$$+ 4K_0(4K_0^2 - 34K_0K_2 - K_0) - K_2^2(167K_0 + 45K_2)\Big\} = 0,$$

$$K_{13}'' + \frac{A' - B'}{2} K_{13}' - \frac{e^B}{4r^2}\Big\{r^2 e^{-B}\Big[K_{13}\Big(4J_1^2 + 26J_1J_3 + \frac{169}{4}J_3^2 + 16J_2^2\Big)$$
$$+ J_1J_2(16K_0 + 20K_2) + J_2J_3(52K_0 + 65K_2)\Big] - K_{13}(48K_{13}^2 + 112K_0^2$$
$$+ 344K_0K_2 + 223K_2^2 - 4)\Big\} = 0,$$

$$K_2'' + \frac{A' - B'}{2} K_2' - \frac{e^B}{2r^2}\Big\{r^2 e^{-A}\Big[K_{13}(8J_1J_2 + 26J_2J_3) + K_2\Big(2J_1^2$$
$$+ 16J_1J_3 + \frac{211}{8}J_3^2 + 10J_2^2\Big) + K_0(12J_1J_3 + 21J_3^2 + 8J_2^2)\Big]$$
$$- 96K_{13}^2(K_0 + K_2)$$
$$- K_2\Big(104K_0^2 + 148K_0K_2 + \frac{109}{2}K_2^2 - 2\Big)\Big\} = 0, \tag{12}$$

$$h'' + \Big(\frac{2}{r} + \frac{A' - B'}{2}\Big)h' - e^{B-A}h_1(4J_0 + 5J_2)^2 = -rg'^2 e^B \frac{\partial V}{\partial h}, \tag{13}$$

其中 g_i 分别为

$$g_0(x_\alpha) = \frac{3e^B}{8r^2}\{K_{13}[80K_{13}x_2 + 80K_0x_1 + 260K_0x_3 + 100K_2x_1 + 325K_2x_3]$$
$$+ 2K_0x_2(40K_0 + 100K_2) + 125K_2^2x_2\},$$

$$g_1(x_\alpha) = \frac{e^B}{4r^2}\Big\{4K_{13}[K_{13}(28x_1 + 91x_3) + 112K_0x_2 + 140K_2x_2]$$
$$- 4K_0(8K_0x_1 - 82K_0x_3 - 52K_2x_1 - 223K_2x_3)$$
$$+ K_2^2\Big(166x_1 + \frac{1133}{2}x_3\Big)\Big\},$$

$$g_2(x_\alpha) = -\frac{e^B}{2r^2}\{K_{13}[48K_{13}x_2 + 48K_0x_1 + 156K_0x_3 + 60K_2x_1$$
$$+ 195K_2x_3] + 75K_2^2x_2 + K_0x_2(48K_0 + 120K_2)\},$$

$$g_3(x_\alpha) = -\frac{e^B}{r^2}\Big\{4K_{13}(4x_1 + 13x_3) + 16K_{13}(4K_0x_2 + 5K_2x_3)$$
$$+ 48K_0^2x_3 + 8K_0K_2(4x_1 + 16x_2) + K_2^2(24x_1 + 81x_3)\Big\}.$$

利用(9)—(13)式和无穷远处 Higgs 场趋于其真空平均值这一边界条件，得

$$\phi_0 = \frac{37}{32}\sqrt{\frac{1}{15}}\,g'v,\quad \phi_1 = -\frac{5}{48}\sqrt{\frac{1}{15}}\,g'v,\quad \phi_2 = -\frac{5}{8}\sqrt{\frac{1}{15}}\,g'v,$$

$$\phi_3 = \frac{5}{12}\sqrt{\frac{1}{15}}\, g'\nu,\ h = \omega g',\ 4J_0 + 5J_2 = 0,$$

$$4J_1 + J_3 = 0,\ \left(2J_1 + 4J_2 + \frac{13}{2}J_3\right) = 0,$$

$$K_0 = \frac{\sqrt{6}}{48}(5\sqrt{3} - 1), K_1 = \frac{1}{2\sqrt{6}}, K_2 = \frac{\sqrt{6}}{12}(1 - \sqrt{3}), K_3 = 0. \tag{14}$$

$$J_3 = \begin{cases} 0 \\ \dfrac{b_3}{r} + c_3, \end{cases} \tag{15}$$

其中 b_3, c_3 是积分常数. $J_3 = 0$ 的解(此时 $J_0 = J_1 = J_2 = J_3 = 0$) 对应磁单极解; $J_3 \neq 0$ 的解对应所谓的双荷解. 把以上结果代入(8)式,便有

$$T_t^t = T_r^r = -T_\theta^\theta = -T_\varphi^\varphi = \frac{3 + 27b_3^2}{g'^2 r^4}. \tag{16}$$

(16)式代入(7)式并解之得

$$e^A = e^{-B} = 1 - \frac{2GM}{r} + 24\pi G\frac{1 + 9b_3^2}{g'^2 r^2}, \tag{17}$$

其中M是积分常数,讨论易知它代表本文所得解的质量.

3 讨 论

由于本文所得度规是渐近平直的, 因而可利用相应场在无穷远处球面上的积分束求场方程解所具有的电荷、磁荷和色荷. 根据文献[12],电磁场张量为

$$\tilde{F}_{\mu\nu} = \frac{2}{g'}\mathrm{Tr}[F_{\mu\nu}(r)Q(r)], \tag{18}$$

其中 $Q(r)$ 是电荷算子,其球对称形式为

$$\frac{1}{e}Q(r) \underset{r\to\infty}{\sim} \mathrm{diag}\left(-\frac{5}{12}, -\frac{5}{12}, -\frac{5}{12}, -\frac{5}{12}, 0\right)$$
$$+ \frac{1}{18}(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T}) + \frac{1}{3}(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T})^2 - \frac{2}{9}(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T})^3. \tag{19}$$

而通常形式的电场 $\boldsymbol{E}(r)$ 和磁场 $\boldsymbol{B}(r)$ 分别为

$$E_i = \tilde{F}_{0i} = \frac{2}{g'}\mathrm{Tr}[F_{0i}(r)Q(r)],$$

$$B_i = \frac{2}{g'}\mathrm{Tr}[\varepsilon_{ijk}F_{jk}(r)Q(r)], \tag{20}$$

由(5),(14)和(15)式得

$$F_{0i} = -\frac{\hat{r}_i}{g'r^2}\left[\mathrm{diag}\left(\frac{15}{8}b_3, \frac{15}{8}b_3, \frac{15}{8}b_3, \frac{15}{8}b_3, 0\right) - \frac{3}{12}b_3(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T})\right.$$
$$\left. - \frac{3}{2}b_3(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T})^2 + b_3(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T})^3\right],$$

$$F_{ij} = -\frac{1}{g'r^2}\varepsilon_{ijk}\hat{r}_k(\hat{r}\cdot \boldsymbol{T}(r) - \hat{r}\cdot \boldsymbol{I}(r)), \tag{21}$$

其中

$$\boldsymbol{I}(r) = \boldsymbol{\Omega}(\hat{r})\omega^{-1}(\hat{r})\boldsymbol{I}\omega(\hat{r})\boldsymbol{\Omega}^{-1}(\hat{r}),$$

$$\boldsymbol{\Omega}(\hat{r}) = e^{-i\varphi T^{z}(3/2)}e^{-i\theta T^{y}(3/2)}e^{i\varphi T^{z}(3/2)},$$

$$\omega(\hat{r}) = e^{-i\varphi I^{z}}e^{-i\theta I^{y}}e^{i\varphi I^{z}},$$

$$I^{y} = \frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix} 0 & -i & 0 \\ i & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{pmatrix}, \quad I^{z} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \tag{22}$$

把(22),(21)和(19)式代入(20)式,得

$$\boldsymbol{E}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} \frac{18\pi b_3}{e}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{4\pi r^3},$$

$$\boldsymbol{B}(r) \underset{r\to\infty}{\sim} \frac{6\pi}{e}\cdot\frac{\boldsymbol{r}}{4\pi r^3}. \tag{23}$$

类似地,色电场 E_i^a 和色磁场 B_i^a 定义为

$$E_i^a(r) = 2\mathrm{Tr}[F_{0i}(r)\lambda^a(r)],$$

$$B_i^a(r) = 2\mathrm{Tr}[\varepsilon_{ijk}F_{jk}(r)\lambda^a(r)], \tag{24}$$

其中 $\lambda^a(a = 1,2,\cdots,8)$ 是 Gell-Mann 矩阵。容易求出本解中的色电场和色磁场均为零。从(23)式得到,均方程所具有的电荷 Q,磁荷 P 分别为

$$Q = \frac{18\pi b_3}{e},\quad P = \frac{6\pi}{e}, \tag{25}$$

因此,本文所得的度规可写成

$$dS^2 = \left[1 - \frac{2GM}{r} + \frac{G}{4\pi r^2}(P^2 + Q^2)\right]dt^2 - \left[1 - \frac{2GM}{r} + \frac{G}{4\pi r^2}(P^2 + Q^2)\right]^{-1}dr^2$$
$$- r^2(dQ^2 + \sin^2 Q d\varphi^2). \tag{26}$$

从上式容易得到本度规存在如下视界:

$$R_H = GM \pm \sqrt{(GM)^2 - \frac{G}{4\pi}(P^2 + Q^2)}, \tag{27}$$

因此,如果

$$\frac{G}{4\pi}(P^2 + Q^2) \leqslant (GM)^2, \tag{28}$$

则本文所得到的解就描述具有 $SU(5)$ 双荷子黑洞。

当改变(5)式中 $\boldsymbol{A}(r)$ 的符号,就得到度规形式与(26)式相同的磁荷为 $-\frac{3}{2e}$ 的双荷子黑洞解。

可以证明:对于静态球对称耦合 $SU(5)$ EYMH 系统,如果时空是渐近平直的,在视界面上有 $A + B = 0$,且能量满足主能条件。那么在任一点都有 $A + B = 0$,且 $T_t^t - T_r^r = 0$。如果物质场再满足共形不变条件($T = 0$),则度规最一般的形式就是 R-N

型度规。因此,本文(26)式给出的度规,就是 5→4 + 1 型嵌入在满足以上条件及 H, ϕ, A_μ 满足所给定的渐近边界条件下的最一般的解。

[1] T. W. B. Kibble, *J. Phys. A*, **9**(1976), 1387.
[2] A. Vilenkin, *Phys. Rep.*, **121**(1985), 263.
[3] F. A. Bais and P. J. Russei, *Phys. Rev.*, **D11** (1975), 2692.
[4] Y. M. Cho and P. G. O. Freund, *Phys. Rev.*, **D12** (1975), 1588.
[5] YU Hongwei, *Gen. Rel. Grav.*, **23**(1991), 297.
[6] YU Hongwei, Jing Jiliang and WANG Yongjiu, *IL Nuovo Cimento*, **107**(1992), 863.
[7] JING Jiliang, *J. Math. Phys.*, **32**(1991), 1334.
[8] JING Jiliang, YU Hongwei and WANG Yongjiu, *Phys. Lett.*, **A178**(1993),59; JING Jiliang and WANG Yongjiu, *Phys. Lett.*, **A187**(1994), 31.
[9] 荆继良、余洪伟、王永久,科学通报,**37**(1992),1101.
[10] JING Jiliang, YU Hongwei and WANG Yongjiu, *Chinese Phys. Lett.*, **10**(1993), 445.
[11] D. V. Gal'tsov and A. A. Ershov, *Phys. Lett.*, **A138**(1989), 160.
[12] C. P. Dokos and T. N. Tomaras, *Phys. Rev.*, **D21**(1980), 2940.

STATIC DYON BLACK HOLE FOR COUPLED *SU*(5) EYMH SYSTEM

JING JI-LIANG YU HONG-WEI WANG YONG-JIU TANG ZHI-MING

(Institute of Physics, Department of Physics, Hunan Normal University, Changsha 410081)

(Received 2 September 1993)

ABSTRACT

Coupled $SU(5)$ Einstein-Yang-Mills-Higgs system is studied. A family of static spherical symmetric dyon solutions and the space-time metrics of the Reissner-Nordstrom type are obtained. The solutions represent static dyon black holes with magnetic charge $\pm 3/2e$.

PACC: 9760L; 0420