

产生多焦环的衍射相位元件 设计的新方法^{*}

张国庆 顾本源 杨国桢

(中国科学院物理研究所, 北京 100080)

(1995 年 6 月 23 日收到)

基于光学变换的一般理论, 提出了一种产生多焦环的衍射相位元件的新设计方法, 焦环的数目、位置和焦环的宽度可以任意设定. 在高斯型激光束照明下进行模拟设计, 并讨论了相位量化对结果的影响. 理论计算表明, 新的设计方法可有效地用于衍射光学元件的设计.

PACC: 4230; 4240J

1 引 言

随着计算机产生全息图与相息图设计、制作技术的完善和微电子加工技术的进步, 应用光学衍射原理, 能够设计并制作各种高性能的衍射光学元件^[1-8]. 衍射光学元件和传统的折射、反射光学元件不同, 是利用衍射原理有效地控制传播光波的波前, 从而实现各种所需要的功能. 衍射光学元件的设计是通过计算机设计元件表面的刻蚀图案, 从而灵活地控制波前和光线偏折. 衍射光学元件以其能集多种光学功能于一体和可复制的特点, 使得光学系统向轻型化、微型化和集成化发展, 这种光学元件已广泛应用于激光波面校正、光束剖面成形、光束阵列发生器、光学互连、光学平行计算、微型光通信和激光加工等方面^[1-8].

衍射光学元件的设计和应用已成为当今光学的重要研究领域之一, 目前还不能用一般的方法设计产生任意波前的衍射光学元件. 本文从光学变换的一般理论出发, 利用杨-顾算法^[9-14], 设计了一种新型的衍射光学元件——生成多焦环的衍射相位元件, 焦环的数目、位置和宽度可以任意设定. 在高斯型激光束照明下进行模拟设计, 该元件可以提供环状光源, 在许多领域都有重要用途, 例如在圆柱形工件的热处理, 以及激光烧环等工艺中都有潜在的应用. 为了实际制作的需要, 讨论了相位量化效应对设计结果的影响, 对不同的设计参数进行了计算. 理论计算表明, 新的设计方法可有效地用于衍射光学元件的设计.

^{*} 国家自然科学基金资助的课题.

2 理论设计公式和优化迭代算法

所考虑的光学系统如图 1 所示. 系统由垂直入射的单波长的高斯型光束照明, P_1 和 P_2 分别表示输入和输出平面.

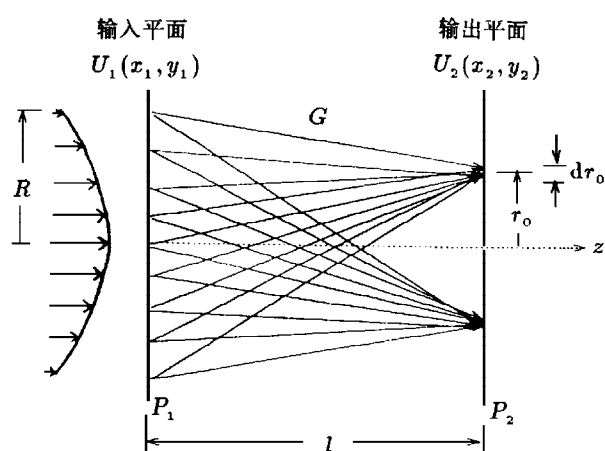


图 1 实现将入射高斯型激光束转变成焦环的衍射光学系统示意图

在一定波长下, 输入平面 P_1 ($z=0$) 上的波函数为

$$U_1 = U_1(\mathbf{X}_1) = \rho_1(\mathbf{X}_1) \exp[i\phi_1(\mathbf{X}_1)], \quad (1)$$

输出平面 P_2 上的波函数为

$$U_2 = U_2(\mathbf{X}_2) = \rho_2(\mathbf{X}_2) \exp[i\phi_2(\mathbf{X}_2)]. \quad (2)$$

z 轴的方向沿系统光轴方向, 在输入和输出平面上点的坐标分别用矢量 $\mathbf{X}_1 = (x_1, y_1)$ 和 $\mathbf{X}_2 = (x_2, y_2)$ 表示. 根据光学变换的一般理论, 输入和输出波函数由给定系统的变换函数 $G(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1)$ 联系起来^[15]

$$U_2(\mathbf{X}_2) = \int G(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) U_1(\mathbf{X}_1) d\mathbf{X}_1. \quad (3)$$

(3) 式可写成

$$U_2(\mathbf{X}_2) = \hat{G}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) U_1(\mathbf{X}_1). \quad (4)$$

$\hat{G}(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1)$ 代表一积分算子. 对于无衍射损耗和满足傍轴近似的光学系统, $\hat{G}$ 是一么正算符, 但在通常情况和非傍轴条件下, $\hat{G}$ 是非么正的, 即

$$\hat{G}^+ \hat{G} = \hat{A} \neq \hat{I}, \quad (5)$$

式中 $+$ 表示厄密共轭, $\hat{A}$ 是厄密算子, $\hat{I}$ 是么正变换.

对于实际的光学系统, 可认为所涉及的波函数和变换函数是带限的, 根据 Whittaker-Shannon 的取样定理^[15], 原始连续函数可以借助于一组分立取样点上的值来表示. 在一维情况下, 输入和输出波函数的取样点数目分别为 N_1 和 N_2 , 则 $U_1(x_1)$ 和 $U_2(x_2)$ 可表示为 N_1 和 N_2 维的单列矩阵, 算符 $\hat{G}$ 则对应于 $N_2 \times N_1$ 矩阵, 可得到方程的离散表示:

$$U_{1l} = \rho_{1l} \exp[i\phi_{1l}], \quad (6)$$

$$U_{2m} = \rho_{2m} \exp[i\phi_{2m}], \quad (7)$$

$$U_{2m} = \sum_{l=1}^{N_1} G_{ml} U_{1l}, \quad l = 1, 2, \dots, N_1; \quad m = 1, 2, \dots, N_2. \quad (8)$$

产生多焦环的衍射相位元件的设计问题可描述为: 如果已知系统的线性变换核 $\hat{G}$ 和

输入波函数 U_{1l} 、输出波函数 U_{2m} 的振幅分布, 如何确定衍射相位元件的相位分布, 使(8)式高精度地得到满足? 为了描述计算所得的波前 $\hat{G}U_1$ 与所需要的波前 U_2 的接近程度, 定义 $\hat{G}U_1$ 逼近 U_2 的距离测度是

$$D^2(\rho_1, \phi_1; \rho_2, \phi_2) = \|U_2 - GU_1\|^2 = \frac{1}{N_2} \sum_{k=1}^{N_2} |U_{2k} - (GU_1)_k|^2, \quad (9)$$

这里 $\|\cdots\|$ 表示求模数. 产生多焦环的衍射相位元件的最佳设计, 它要求 D^2 极小化, 通过严格推导, 可得到一组 ϕ_1 和 ϕ_2 所满足的方程

$$\phi_{1k} = \arg \left[\sum_{j=1}^{N_2} G_{jk}^* \rho_{2j} \exp(i\phi_{2j}) - \sum_{j \neq k} A_{kj} \rho_{1j} \exp(i\phi_{1j}) \right], \quad k = 1, 2, 3, \dots, N_1, \quad (10)$$

$$\phi_{2l} = \arg \left[\sum_{j=1}^{N_1} G_{lj} \rho_{1j} \exp(i\phi_{1j}) \right], \quad l = 1, 2, 3, \dots, N_2. \quad (11)$$

(10)式和(11)式不存在解析的解, 应用杨-顾迭代算法^[13,14], 对(10)式和(11)式进行数值求解, 可以得到 ϕ_1 的收敛解, 可实现生成多焦环的衍射相位元件的设计. 优化迭代的具体步骤如下: (1)以任意实数 $\phi_{1i}^{(0,0)}$ 作为 ϕ_{1i} 的初始相位分布开始迭代, 将 $\phi_{1i}^{(0,0)}$ 和已知的振幅 ρ_{1i} 代入(11)式得到 $\bar{\phi}_{2j}^{(1)}$; (2)将 $\phi_{1i}^{(0,0)}$ 和 $\bar{\phi}_{2j}^{(1)}$ 以及已知的振幅分布 ρ_{1i} 和 ρ_{2j} 代入(10)式, 得到 $\bar{\phi}_{1i}^{(0,1)}$; (3)重复步骤(2)并保持 $\phi_{2j} = \bar{\phi}_{2j}^{(1)}$, 直到重复次数 (即小循环次数) m 超过给定值 $m_{\max}$ 或者 $\bar{\phi}_{1i}$ 满足(12)式为止,

$$\frac{1}{N_1} \sum_{i=1}^{N_1} |\bar{\phi}_{1i}^{(0, m_1)} - \bar{\phi}_{1i}^{(0, m_1+1)}| \leq \epsilon_1, \quad (12)$$

其中 ϵ_1 是一给定正小量, m_1 是迭代循环的次数; (4)取 $\phi_{1i}^{(1,0)} = \bar{\phi}_{1i}^{(0, m_1+1)}$, 再回到步骤(1), 开始又一次大循环迭代, 迭代计算直到下面定义的误差(SSE)达到设计的精度, 即

$$\text{SSE} = \frac{\sum_{k=1}^{N_2} |\rho_{2k} \exp(i\bar{\phi}_{2k}) - \sum_{j=1}^{N_1} G_{kj} \rho_{1j} \exp(i\bar{\phi}_{1j})|^2}{\sum_{k=1}^{N_2} \rho_{2k}^2} \leq \epsilon, \quad (13)$$

其中 ϵ 是设定解的精度, 或者大循环次数 n 超过给定值 $n_{\max}$ 终止.

3 模拟设计和结果

高斯型激光束照明的光学系统如图1所示, l 是输入平面 P_1 和输出平面 P_2 间的距离, R 是输入孔径的半径, r_0 是在输出平面上所期望焦环的中心半径, $d r_0$ 是焦环的径向宽度. 根据光波传播的一般理论, 该系统实现一线性变换 $G(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1)$. 在傍轴近似条件下, 可求得该系统的变换函数为^[15]

$$G(\mathbf{X}_2, \mathbf{X}_1) = \frac{\exp(ikl)}{i\lambda l} \exp \left\{ \frac{ik}{2l} [(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2] \right\}. \quad (14)$$

在生成多焦环的衍射相位元件的设计中, 基于输入波函数和输出波函数的强度分布

具有旋转对称性,因而方便地采用极坐标系下的表达式

$$U_2(r_2) = \int_0^R G(r_2, r_1) U_1(r_1) dr_1, \quad (15)$$

$$G(r_2, r_1) = \frac{2\pi}{i\lambda l} \exp(i2\pi l/\lambda) \exp\left[\frac{i\pi(r_2^2 + r_1^2)}{\lambda l}\right] J_0\left(\frac{2\pi r_2 r_1}{\lambda l}\right) r_1, \quad (16)$$

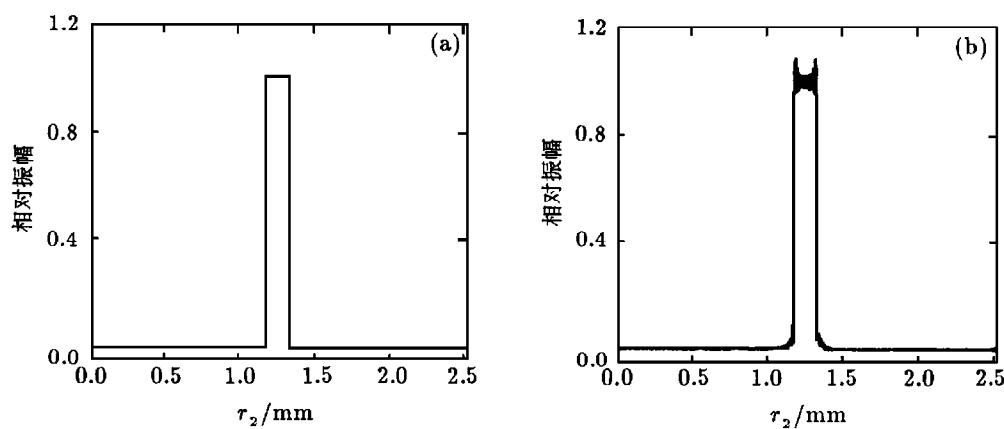
r_1 和 r_2 分别是输入和输出平面上的径向坐标, $J_0[2\pi r_2 r_1/(\lambda l)]$ 是第一类零阶 Bessel 函数. 利用这个变换函数和迭代算法求解(10)式和(11)式,从而可确定所需衍射相位元件的相位分布.

数值模拟计算中,具体参数选择如下:照明的高斯激光束的波长 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, 输入和输出孔径的半径 $r_{1\text{max}} = r_{2\text{max}} = 2.52 \text{ mm}$, 输入平面 P_1 和输出平面 P_2 间的距离 $l = 100 \text{ mm}$, 输入平面和输出平面上取样点的数目是 $N_1 = N_2 = 512$. 入射的高斯型激光束的振幅分布为

$$\rho_1(r_1) = e^{-r_1^2/w^2}, \quad (17)$$

其中 w 是高斯光束的宽度参数,模拟设计时,取 $w = 2.52 \text{ mm}$, 并且假定输出平面上的焦环内有均匀的强度分布.

首先讨论单焦环的设计,在对(10)式和(11)式进行数值求解的过程中,我们尝试了各种的初始相位分布 $\phi_1^{(0)}$, 如常数、线性函数、抛物函数和随机函数,在每种情况下都能得到较高精度的收敛解. 图 2 是一个常数初始位相分布 $\phi_1^{(0)} = 0.5$ 的计算结果, (a) 是理想焦环的振幅分布; (b) 是由所设计的衍射相位元件生成的焦环的振幅分布. 焦环的中心半径 $r_0 = 1.26 \text{ mm}$, 焦环的径向宽度 $d r_0 = 80.5 \mu\text{m}$. 由图 2 可见,除存在小的精细振荡结构外,所生成的焦环的振幅分布与理想焦环的振幅分布符合得非常好,图 2(b) 所对应的 SSE 为 1.19%. 图 3 是所设计的衍射相位元件位相分布剖面.



(a) 理想焦环的振幅分布

(b) 所设计的衍射相位元件生成焦环的振幅分布

图 2 中心半径 $r_0 = 1.26 \text{ mm}$, 径向宽度 $d r_0 = 80.5 \mu\text{m}$ 的单焦环的振幅分布

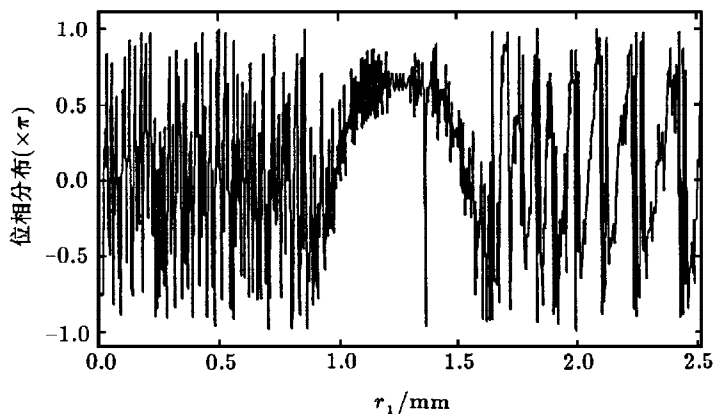


图3 所设计的衍射相位元件的位相分布

为了满足实际制作衍射相位元件的需要,必须对设计得到的位相分布在 $[-\pi, \pi]$ 区域内进行量化和编码,使位相分布转化成制作元件所用的表面刻蚀材料上的厚度分布.我们研究了位相量化对所设计的衍射相位元件性能的影响,图4是32等级量化后由衍射相位元件所产生的输出振幅分布,显而易见,除背景噪声有所增加外,仍能产生所期望的焦环,背景噪声导致SSE由位相量化前的1.19%增加到位相量化后的3.15%.

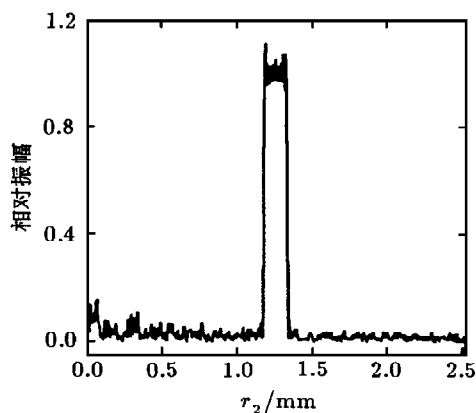
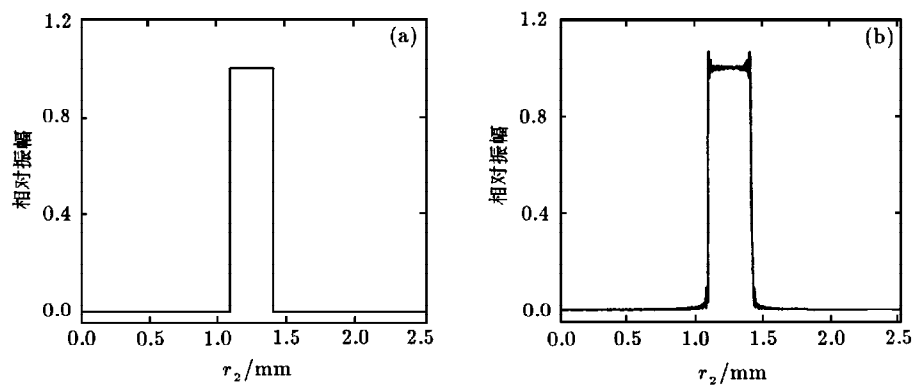


图4 进行32等级位相量化后的衍射相位元件所产生焦环的振幅分布

为了进一步说明新设计方法的有效性,通过改变焦环的宽度和数目,进行了相关的模拟计算.图5对应于焦环的径向宽度 $d r_0 = 161 \mu\text{m}$,其他的参数与图2相同,图5(a)是输出平面上理想的焦环的振幅分布;图5(b)是由设计的衍射相位元件产生的焦环的振幅分布,对应的SSE是0.56%.可见,随着焦环宽度的增加,所对应的SSE减小.

图6是双焦环的设计结果,其中心半径分别为 $r_{01} = 0.75 \text{ mm}$, $r_{02} = 1.76 \text{ mm}$,双焦环的径向宽度相等,图6(a)对应 $d r_{01} = d r_{02} = 80.5 \mu\text{m}$, $\text{SSE} = 1.15\%$;图6(b)对应 $d r_{01} = d r_{02} = 161 \mu\text{m}$, $\text{SSE} = 0.68\%$,其他参数与图2相同.图7是三焦环的设计结果,其中心半径分别为 $r_{01} = 0.50 \text{ mm}$, $r_{02} = 1.26 \text{ mm}$, $r_{03} = 2.01 \text{ mm}$,三焦环的径向宽度相等,图7(a)对应 $d r_{01} = d r_{02} = d r_{03} = 80.5 \mu\text{m}$, $\text{SSE} = 1.22\%$;图7(b)对应 $d r_{01} = d r_{02} = d r_{03} = 161 \mu\text{m}$, $\text{SSE} = 1.13\%$,其他参数与图2相同.



(a)理想焦环的振幅分布

(b)所设计的衍射相位元件产生焦环的振幅分布

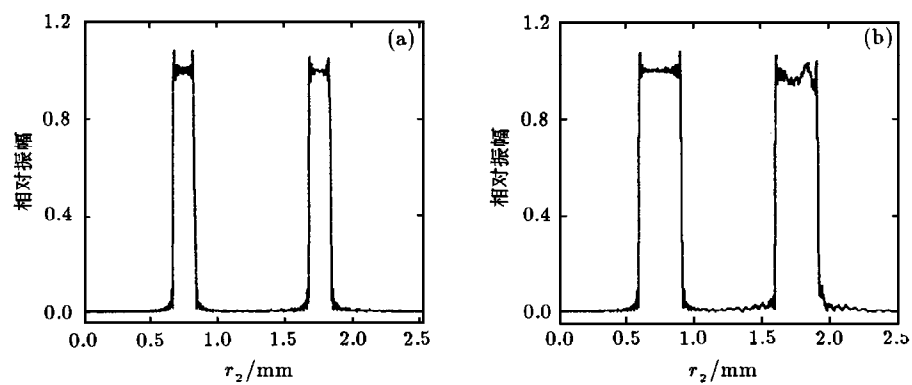
图5 $r_0 = 1.26$ mm, 径向宽度 $d r_0 = 161$ μm 的单焦环的振幅分布(a)径向宽度为 80.5 μm 焦环的振幅分布(b)径向宽度为 161 μm 焦环的振幅分布

图6 双焦环的振幅分布

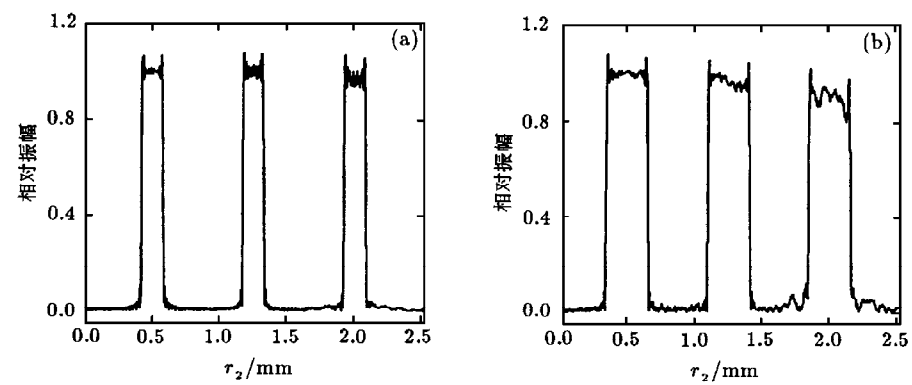
(a)径向宽度为 80.5 μm 焦环的振幅分布(b)径向宽度为 161 μm 焦环的振幅分布

图7 三焦环的振幅分布

4 小 结

本文提出了一种新型的生成多焦环的衍射相位元件的设计方法,该元件可将入射的高斯型光束变换成多焦环.基于振幅-相位恢复的一般理论,严格推导了确定衍射相位元件位相分布的一组方程,利用杨-顾算法可数值求解这些方程.我们进行了相关的数值模拟,计算结果表明:由所设计的衍射相位元件所产生的衍射图样与所期望的图样符合得很好,同时我们研究了相位量化对结果的影响.由于生成的多焦环的衍射相位元件所产生焦环的数目、位置和宽度可以任意设定,所以可满足各种特定的要求.这种新的设计方法有可能成为微光学系统中衍射光学元件设计的有效方法. ...

- [1] J. Cordingley, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2538.
- [2] W. B. Veldkamp and G. J. Kastner, *Appl. Opt.*, **21**(1982), 345.
- [3] V. V. Wong and G. J. Swanson, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2502.
- [4] N. Streibe, *J. Modern Opt.*, **36**(1983), 1559.
- [5] M. T. Gale *et al.*, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2526.
- [6] P. Ehbets *et al.*, *J. Modern Opt.*, **40**(1993), 637.
- [7] J. R. Leger and G. M. Morris, *Appl. Opt.*, **32**(1993), 2481.
- [8] F. Wyrowski and G. M. Morris, *J. Modern Opt.*, **40**(1993), 551.
- [9] 汪 力、董碧珍、杨国桢, *物理学报*, **38**(1989), 1809.
- [10] B. Dong, B. Gu and G. Yang, *J. Opt. Soc. Am.*, **A8**(1991), 1408.
- [11] 顾本源、杨国桢, *光学学报*, **1**(1981), 517.
- [12] 杨国桢、顾本源, *物理学报*, **30**(1981), 410.
- [13] G. Yang, B. Gu and B. Dong, *Int. J. Modern Phys.*, **B7**(1993), 3153.
- [14] G. Z. Yang, B. Z. Dong, B. Y. Gu, J. Y. Zhuang and O. K. Ersoy, *Appl. Opt.*, **33**(1994), 209.
- [15] J. W. Goodman, *Introduction to Fourier Optics* (McGraw-Hill, San Francisco, 1968).

A NEW DESIGN METHOD OF DIFFRACTIVE PHASE ELEMENTS FOR GENERATING MULTI-FOCAL ANNULI

ZHANG GUO-QING GU BEN-YUAN YANG GUO-ZHEN

(*Institute of Physics, Academia Sinica, Beijing 100080*)

(Received 23 June 1995)

ABSTRACT

Based on the general theory of the optical transformation, a new method for designing diffractive phase elements generating multi-focal annuli is presented. The number and the position of focal annuli, as well as the width of focal annuli may be predetermined arbitrarily according to the particular demands. Several simulation designs are carried out for the Gaussian-profile laser illumination. We also investigate the influence of phase quantization on the results of designs. The simulation calculations show that the new method can be successfully applied to the designs of the desired diffractive phase elements for generating multi-focal annuli.

PACC: 4230; 4240J