

由基模群聚产生的相干谐波的功率 减少和电子束质量

丁 武

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

(1994年10月11日收到)

解析地研究了电子束的热效应对由基模群聚电子束产生的相干谐波功率的影响, 并与外源预群聚电子束产生相干谐波的机制进行了比较.

PACC: 4255T; 0250; 0260

1 引 言

在自由电子激光中, 相干谐波产生是用较低电子束能量(因而装置较小)产生较短波长激光的一条重要途径, 而且它有用多分量摇摆器设计等办法^[1]输出不同频率的光, 因而可以满足不同用户的需要的优点. Banford 等^[2]已发表了由基模群聚电子束产生相干谐波的实验结果, 本文作者对他们的结果从理论上已做了较全面的解释^[3]. 但在文献[3]里, 电子束的热效应没有考虑, 虽然这个效应不影响定性认识, 但对参数的定量有影响. 本文试图考虑这个效应.

2 由基模群聚热电子束产生的相干谐波的功率

2.1 由基模群聚冷电子束产生的相干谐波的功率

在文献[3]中给出了下面在共振腔中由基模群聚冷电子束产生的相干谐波的功率表达式:

$$P_{cn} = \frac{\pi}{2} n_0^2 e^2 c \frac{a_w^2}{\gamma_0^2} F_{L\theta n} \left| \int_0^\infty J_n(|A_{n1}(z)|) e^{-i\Delta k_n z} dz \right|^2, \quad (1)$$

$$|A_{n1}(z)| = \frac{\omega_n}{c} \frac{\mu^2}{\gamma_0^3} \int_0^z \Delta\gamma_{\text{mod}}(z') dz', \quad (2)$$

$$\Delta\gamma_{\text{mod}}(z') = \int_0^{z'} \frac{a_w k_1 F_{L\theta 1} |a_{1B}|}{\gamma_0} dz'', \quad (3)$$

$$\Delta k_n = k_w - k_n \left(\frac{1}{\beta_z^{(0)}} - 1 \right), \quad (4)$$

其中 $e, n_0, \beta_z^{(0)} = v_z^{(0)}/c, \gamma_0, \Delta\gamma_{\text{mod}}$ 和 Δk_n 分别是电子束的电荷、数密度、进入摇摆器后初始纵向无量纲速度、相对论因子、能量调制宽度和与 n 次谐波的失谐量; a_w 和 k_w 是摇摆器的无量纲场强和波数; $\mu^2 = 1 + a_w^2; \omega_n, k_n$ 和 $F_{L\theta n}$ 是相干谐波的频率、波数和它与电子束相互作用耦合系数; $k_1, |a_{1B}|$ 和 $F_{L\theta 1}$ 是基模波数、无量纲光场振幅和它与电子束相互作用耦合系数; c 是真空中光速; J_n 是第一类 n 阶贝塞耳函数.

在文献[3]中已表明, $\Delta\gamma_{\text{mod}}$ 在基模饱和以后是变化的, 但由于基模光场振幅作同步振荡, 这个变化是不大的, 在计算谐波功率时, 做下面近似

$$\Delta\gamma_{\text{mod}}(z) = \text{const} \quad (5)$$

是合理的. 于是(1)式等号右边可积分出

$$P_{cn} = \frac{\pi}{2} n_0^2 e^2 c \frac{a_w^2}{\gamma_0^2} F_{L\theta n}^2 \frac{1}{\alpha_n^2 - \Delta k_n^2}, \quad (6)$$

$$\alpha_n = n \frac{4\pi}{\lambda_w} \frac{\Delta\gamma_{\text{mod}}}{\gamma_0}. \quad (7)$$

2.2 由基模群聚热电子束产生的相干谐波的功率

在文献[4]中, 给出了电子束初始能量和角度的分布及在光速调管(一种预群聚机构)中热电子束辐射的相干谐波的功率表达式. 从这个公式可见, 电子束质量(能散度和发射度)对在光速调管中由外源预群产生的相干谐波功率的影响主要是能散度. 对于在共振腔中由基模群产生的相干谐波, 结果也一样. 因此只计及能散度对基模群聚产生的相干谐波的影响, 即由基模群聚热电子束产生的相干谐波的功率表达式可以写为

$$\begin{aligned} P_{tn} &= \frac{\pi}{2} n_0^2 e^2 c \frac{a_w^2}{\gamma_0^2} F_{L\theta n}^2 \left| \int_0^\infty dz \exp[-\sigma_{\gamma n}^2 z^2 / 2] \cdot e^{-i\Delta k_n z} J_n(\alpha_n z) \right|^2 \\ &= P_{cn} \frac{\pi}{2} \frac{\alpha_n^2 - \Delta k_n^2}{\sigma_{\gamma n}^2} \exp(-\alpha_n^2 / 2\sigma_{\gamma n}^2) \cdot \exp(-2\Delta k_n^2 / \sigma_{\gamma n}^2) \\ &\quad \times \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{\frac{k}{2}} I_{(n+k)/2}(\alpha_n^2 / 4\sigma_{\gamma n}^2) I_k(\alpha_n \Delta k_n / \sigma_{\gamma n}^2) \right|^2, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\sigma_{\gamma n} = n \frac{4\pi}{\lambda_w} \frac{\Delta\gamma}{\gamma_0} = n\sigma_\gamma, \quad (9)$$

$$\frac{\alpha_n}{\sigma_{\gamma n}} = \Delta\gamma_{\text{mod}} / \Delta\gamma, \quad (10)$$

$$\frac{\Delta k_n}{\sigma_{\gamma n}} = \frac{\Delta k_1 \lambda_w \gamma_0}{4\pi \Delta\gamma}, \quad (11)$$

$$\frac{\alpha_n \Delta k_n}{\sigma_{\gamma n}^2} = \frac{\Delta\gamma_{\text{mod}}}{\Delta\gamma} \frac{\Delta k_1 \lambda_w \gamma_0}{4\pi \Delta\gamma}, \quad (12)$$

其中 $\Delta\gamma/\gamma_0$ 和 $\sigma_{\gamma n}$ 是电子束的相对能散度和任意电子与峰值电子失谐参数的标准偏差;

$I_{(n+k)/2}$ 和 I_k 是第 $(n+k)/2$ 阶和 k 阶虚变量贝塞耳函数; n 是谐波次数.

3 两种产生相干谐波机制的比较

3.1 冷电子束辐射的比较

由外源预群聚冷电子束产生的相干谐波的功率为^[5]

$$P_{cn}^{OK} = \frac{\pi}{2} n_0^2 e^2 c \frac{a_w^2 L_b^2}{\gamma_0^2} F_{L\theta n}^2 (|A_n|) \frac{\sin^2 \theta_n}{\theta_n^2}, \quad (13)$$

$$|A_{n1}| = n \frac{4\pi}{\lambda_w} \frac{\Delta\gamma_{\text{mod}}}{\gamma_0} L_d, \quad (14)$$

$$\theta_n = \frac{\Delta k_n L_b}{2}, \quad (15)$$

其中 L_b 是被群聚的电子束长度, L_d 是光速调管中色散段长度.

由基模群聚冷电子束产生的相干谐波的功率为

$$P_{cn}^{OS} = \frac{\pi}{2} n_0^2 e^2 c \frac{a_w^2}{\gamma_0^2} F_{L\theta n}^2 \frac{1}{\alpha_n^2 - \Delta k_n^2}. \quad (16)$$

比较(13)与(16)式, 对于一般情况,

$$|\sin \theta_n / \theta_n| < 1, \quad |J_n| < 1, \quad (17)$$

$$L_b < 1/\alpha_n \quad (L_b \leq 1 \text{ cm}, \quad 1/\alpha_n > 1 \text{ cm}),$$

我们有

$$P_{cn}^{OS} > P_{cn}^{OK}. \quad (18)$$

3.2 热电子束辐射的比较

由外源预群聚热电子束产生的相干谐波的功率为^[4]

$$P_{tn}^{OK} = P_{cn}^{OK} \exp\{-[n4\pi(N_w + N_d) \frac{\Delta\gamma}{\gamma_0}]^2\}, \quad (19)$$

$$N_w = \frac{L_w}{\lambda_w}, \quad (20)$$

$$N_d = \frac{L_d}{\lambda_w}, \quad (21)$$

其中 λ_w 和 L_w 是摇摆器的周期和长度.

由基模群聚热电子束产生的相干谐波的功率为

$$P_{tn}^{OS} = P_{cn}^{OS} \frac{\pi}{2} \frac{\alpha_n^2 - \Delta k_n^2}{\sigma_{\gamma n}^2} \exp(-\alpha_n^2/2\sigma_{\gamma n}^2) \cdot \exp(-2\Delta k_n^2/\sigma_{\gamma n}^2) \\ \times \left| \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^{k/2} I_{(n+k)/2}(\alpha_n^2/4\sigma_{\gamma n}^2) I_k(\alpha_n \Delta k_n/\sigma_{\gamma n}^2) \right|^2. \quad (22)$$

比较(19)与(22)式, 电子束能散度对由外源预群聚产生的相干谐波功率的影响比由

基模群聚产生的大得多. 因此, 对于相干谐波产生, 在共振腔构型里, 无预群聚机构(只有一个摇摆器)比有预群聚机构(有两个分开的摇摆器)好.

4 结 论

本文得到了由基模群聚热电子束产生的相干谐波的功率表达式, 与由外源预群聚热电子束产生的相干谐波的功率表达式比较, 对于固定的群聚光场场强, 前者对电子束能散度不敏感, 后者却十分敏感.

[1] Mark J. Schmitt and C. J. Elliott, *IEEE J. Quantum Electronics*, **QE-23**(1987), 1552.

[2] Douglas J. Banford and David A. G. Deacon, *Phys. Rev. Lett.*, **62**(1989), 1106.

[3] 丁 武, 物理学报, **41**(1992), 774.

[4] W. Ding and S. H. Tian, *Proc. SPIE*, **1979**(1992), 107.

[5] Wu Ding, *Nucl. Instr. and Meth.*, **A318**(1992), 588.

DEGRADATION OF THE POWER OF COHERENT HARMONICS GENERATED BY THE FUNDAMENTAL MODE BUNCHING AND ELECTRON BEAM QUALITY

DING WU

(*Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing 100088*)

(Received 11 October 1994)

ABSTRACT

The thermal effect of the electron beam on the power of coherent harmonics generated by the fundamental mode bunching has been researched analytically, and compared with the mechanism generating coherent harmonics by the external source prebunching.

PACC: 4255T; 0250; 0260