

关于 GLR 方程动量守恒的讨论

何 波

(上海交通大学闵行分部应用物理系, 上海 200240)

朱 伟 徐在新

(华东师范大学物理系, 上海 200062)

(1997 年 6 月 23 日收到)

动力学演化(GLR)方程是小 x 物理学的一个基本的动力学方程, 特别是对于分析 HERA 的轻子和强子的非弹性散射实验结果以及核内的 EMC 效应是非常重要的. 但是, GLR 方程一个严重缺陷就是违背动量守恒. 讨论了动量守恒对 GLR 方程修正的意义, 并且指出对实验结果做分析时须注意影响.

PACC: 1235

1 引 言

量子色动力学(QCD)中最成功的是微扰 QCD, 微扰 QCD 运用于许多强相互作用过程的计算结果与实验符合得很好. 这些过程是 x 比较大的情况. 由于加速器能量的提高, 人们盼望在 x 比较小的情况下微扰 QCD 计算的结果、预言的现象能被实验所证实. 特别是近年来的 HERA 的实验提供了大量的数据, 如何从理论上分析这些数据是许多专家所关心的^[1].

动力学演化(GLR)方程^[2]是研究 HERA 实验的一个重要的动力学方程. 该方程是从 AP^[3]方程发展来的. 但是, GLR 方程是违背动量守恒的. 对于这样严重的错误引起一些专家的注意^[4,5]. 在目前的文献中, 有两种方法尝试使 GLR 方程经过修改后恢复动量守恒. 其一是 Levin^[4]提出的. 另外一种恢复动量守恒的方程是朱伟等^[5]提出的. 本文的重点就是分析这两个方程以及指出对实验分析的影响.

2 Levin 方程

GLR 方程最简单的形式如下^[4]:

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q^2)} = \bar{\alpha}_s xG(x, Q^2) - \frac{\gamma}{Q^2} [xG(x, Q^2)]^2, \quad (1)$$

式中 $\bar{\alpha}_s = 3\alpha_s/\pi$, $\gamma = \alpha_s^2 \frac{9N_c^2}{2R^2(N_c^2-1)}$. 方程(1)是 GLR 方程的微分积分形式^[2]变换后得到的. 方程(1)的矩方程可以由梅林变换得到:

$$\omega \frac{\partial M(\omega, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \bar{\alpha}_s M(\omega, Q^2) - \frac{\gamma}{Q^2} \int \frac{d\omega'}{2\pi i} M(\omega', Q^2) M(\omega - \omega', Q^2). \quad (2)$$

从方程(2)中可以发现非线性项对二极矩的贡献(即 $\omega=1$)不为零,所以必然违背动量守恒.这样对 GLR 方程的可靠性就产生了疑问. GLR 方程的提出者之一 Levin 发现了该错误^[4].根据对于扇形图中非线性项的求和,他提出方程(2)修改如下:

$$\omega \frac{\partial M(\omega, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \bar{\alpha}_s M(\omega, Q^2) - \frac{\gamma}{Q^2} \int \frac{d\omega'}{2\pi i} \cos^2\left(\frac{\pi\omega}{2}\right) M(\omega', Q^2) M(\omega - \omega', Q^2). \quad (3)$$

可以发现非线性项对二极矩的贡献(即 $\omega=1$)为零,保证了动量守恒.方程(3)用梅林逆变换得

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q^2)} = \bar{\alpha}_s xG(x, Q^2) - \frac{\gamma}{Q^2} \cos^2\left[\frac{\pi}{2} \frac{\partial}{\partial \ln(1/x)}\right] [xG(x, Q^2)]^2. \quad (4)$$

但是,经过计算发现方程(4)并没有恢复动量守恒(见附录),其原因是方程(3)和方程(4)并不等价.从方程的性质上分析,方程(4)也是有问题的.因为动量守恒意味着二极矩的贡献为零.但方程(3)却要求所有偶极矩都为零.这样就对修改 GLR 方程使之恢复动量守恒附加了过多的限制性的条件.所以方程(3)及方程(4)(即 Levin 方程)是有问题的.

3 MGLR 方程

除方程(4)外, MGLR 方程^[5]也是尝试恢复动量守恒的方程. MGLR 方程的形式如下^[5,6]:

$$\frac{\partial^2 xG(x, Q^2)}{\partial \ln(1/x) \partial \ln(Q^2)} = \bar{\alpha}_s xG(x, Q^2) - \frac{2\gamma}{Q^2} [xG(x, Q^2)]^2 + \frac{\gamma}{Q^2} \left[\frac{x}{2} G\left(\frac{x}{2}, Q^2\right) \right]^2. \quad (5)$$

将方程(5)与方程(1)进行比较后可以发现方程(5)多出一项

$$- \frac{2\gamma}{Q^2} [xG(x, Q^2)]^2 + \frac{\gamma}{Q^2} \left[\frac{x}{2} G\left(\frac{x}{2}, Q^2\right) \right]^2. \quad (a)$$

该项(a)的来源和方程(1)中非线性项的来源是一样的,即来自胶子的重组效应.方程(1)只考虑了胶子重组效应中的遮蔽效应(shadowing)而忽视了反遮蔽效应(antishadowing),所以破坏了动量守恒.项(a)是反遮蔽效应,使动量守恒得以恢复.从方程(5)经梅林变换得出其矩方程不难发现:方程(5)满足动量守恒.方程(5)经梅林变换得出^[6]

$$\omega \frac{\partial M(\omega, Q^2)}{\partial \ln Q^2} = \bar{\alpha}_s M(\omega, Q^2) - \frac{\gamma}{Q^2} (2 - 2^\omega) \int \frac{d\omega'}{2\pi i} M(\omega', Q^2) M(\omega - \omega', Q^2). \quad (6)$$

比较方程(3)和方程(6)可以发现:两个方程的形式几乎相同,只是非线性项的系数有些差别,分别是 $\cos^2\left(\frac{\pi\omega}{2}\right)$ 和 $2 - 2^\omega$. 方程(3)的非线性项对所有偶极矩都为零,即当 $\omega = 2k + 1$ (k 为自然数)时, $\cos^2\left(\frac{\pi\omega}{2}\right) = 0$. 动量守恒只要求二极矩的贡献为零,而方程(6)正好满足

动量守恒条件, 即 $\omega=1$ 时, $2-2^\omega=0$. 关于 MGLR 方程(5), (6)已被广泛研究过^[5,6], 并且可以解释 HERA 的轻子和强子的深度非弹性散射实验^[7]. 目前的实验数据似乎用线性演化方程^[1]也可以很好地解释, 这是因为方程(5), (6)的反遮蔽效应在起作用, 削弱了遮蔽效应. 但是在原子核中的情况就不一样, 可以明显地表现出遮蔽效应和反遮蔽效应^[1]. 对此, 方程(5), (6)可以给出解释^[8].

4 结 论

本文通过分析、计算, 讨论了动量守恒对于 GLR 方程修正的重要意义. 比较了两种可能使动量守恒恢复的 GLR 方程的特点和物理来源. 通过分析和计算发现方程(3)是错误的. 而方程(5)及其等价的方程(6)经受住了实验的检验. 我们相信方程(5), (6)除了研究解释 HERA 实验外, 还可以被用于解释其他的关于强相互作用现象. 方程(5)的数学性质已被研究过^[6], 由于此方程是一类非线性方程, 表现出与一般线性方程非常不同的特征. 但是, 我们只研究了方程(5)的部分性质^[6], 也许还有一些重要特征没有被发现.

附 录

只讨论方程(4)对于某类特殊情况的胶子分布函数, 例如, $xG = x^{-m}(1-x)^n$, 只须考察 $xG = c$ (c 为常数). 方程(4)非线性项 $\frac{\gamma}{Q^2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{\partial}{\partial \ln(1/x)} \right) [xG(x, Q^2)]^2$ 对于 $xG = c$, 经计算知 $\frac{\gamma}{Q^2} \cos^2 \left(\frac{\pi}{2} \frac{\partial}{\partial \ln(1/x)} \right) c^2 \neq 0$, 所以 Levin 方程(4)并没有恢复动量守恒. 由于动力学方程必须对于任何胶子分布均满足动量守恒才能成为可靠的方程. 因此只须举出一种情况不满足动量守恒的条件即可. 关于详细的计算以及对方程(3)的讨论可参见文献[9].

本研究工作得到王超和柴康敏等同志的大力协助, 谨表谢意.

- [1] B. Badelek, J. Kwiecinski, *Rev. Mod. Phys.*, **68**(1996), 445.
- [2] L. V. Gribov, E. M. Levin, M. G. Ryskin, *Phys. Rep.*, **100**(1983), 1.
- [3] G. Altarelli, G. Parisi, *Nucl. Phys.*, **B126**(1977), 298.
- [4] E. Levin, *Journal of Phys.*, **G19**(10)(1993), 1453.
- [5] W. Zhu, D. L. Xue, K. M. Chai *et al.*, *Phys. Lett.*, **B317**(1993), 200.
- [6] W. Zhu, K. M. Chai, B. He, *Nucl. Phys.*, **B427**(1994), 525.
- [7] W. Zhu, K. M. Chai, B. He, *Nucl. Phys.*, **B449**(1995), 183.
- [8] W. Zhu, J. H. Ruan, *Phys. Rev.*, **D54**(1996), 847.
- [9] 何 波, 华东师范大学硕士学位论文, (1994).

THE DISCUSSION ON MOMENTUM CONSERVATION OF GLR EQUATIONS

HE BO

(*Department of Applied Physics, Shanghai Jiaotong University, Minhang Campus, Shanghai 200240*)

ZHU WEI XU ZAI-XIN

(*Department of Physics, East China Normal University, Shanghai 200062*)

(Received 23 June 1997)

ABSTRACT

The GLR equations are the basic equations describing the phenomena in the small x region. Especially it is important to use them for analysing the deep-inelastic lepton-proton scattering and EMC effect. But GLR equations have the defect that they violate the law of conservation of momentum. We discuss this problem and point out the defect in analysing the experiment.

PACC: 1235