

决定论性逐步加速交通流模型的 渐近稳态行为^{*}

王 雷 汪秉宏

(中国科学技术大学近代物理系和非线性科学中心, 合肥 230026)

(1998 年 9 月 29 日收到)

研究 Nagel-Schreckenberg(NS)交通流元胞自动机模型在不考虑车辆随机延迟情况下的决定论性模型的基本图,即渐近稳态的车流平均速度作为车辆密度的函数关系.证明决定论性 NS 模型,在车流的自组织作用下,其渐近稳态的基本图,与决定论性 Fukui-Ishibashi(FI)交通流模型的基本图完全相同.这个结果表明,若把 FI 交通流模型中的车辆突然加速方式(即车辆速度可以在仅仅一个时步内加速到其最高速限 M 或前方空距所允许的最大速度),改变为车辆逐步加速方式(车辆速度在每一时步中最多仅能增加一个速度单位),则车辆的自组织相互作用,并不会改变其车流的长时间渐近稳态行为.

PACC: 0550; 0520; 6470

1 引 言

由于车辆运输交通问题在国民经济建设中的重要性,历来受到各国政府的重视.近代大都市的发展与环境建设更与良好的交通管理密不可分.交通流系统是一个复杂系统,在众多行驶车辆之间的自组织相互作用下,它表现出车流的自组织临界性和阻塞相变等渐近行为.交通流元胞自动机模型可以很好地模拟真实的交通流行为.它既具有修改灵活、便于在计算机上操作的好处,又能捕获交通流这一复杂系统的自组织临界性特征,因而目前已成为模拟交通流和研究交通问题的一种重要方法^[1,2].

基于第 184 号规则的 Wolfram 元胞自动机,是一维交通流的最基本模型^[1].粒子(代表车辆)在一维格点链(代表高速公路)上运动,所有的车,若在同一时步中,只要其前方紧邻的格点未被车占据,则在每一时步中,可向前运动一个格点.基本模型对于高速车辆交通流的推广是如下的模型:如果每一车辆的允许最高速度为 M 个单位,则每一时步中车在一维格点链上可移动 M 个格点,只要其前方紧邻的 M 个格点是空的(未被车占据).否则,若其前方紧邻的空格点仅有 $C < M$ 个,则该车在此时步中仅能前移 C 个格点.基本模型把交通流模拟为车在格点链上的一种非对称排斥过程.这种最简单的模型已经能呈现出随车辆密度的增大而发生的交通流从自由运动相到堵塞相的自组织相变行为.

为了模拟车辆的加速行为和由于司机对于环境反应的不同而引起的车辆的随机延迟

^{*} 国家攀登计划“非线性科学”和国家自然科学基金(批准号:49474216;59876039)资助的课题.

行为, 德国学者 Nagel 和 Schreckenberg 在 1992 年提出了一维交通流元胞自动机模型^[3]. 只要前方空格数足够, 则每一时步中所有低于最高速度 M 的车可将速度增加 1 个单位: $v \rightarrow v+1$, 然后又允许所有车以某一给定概率 f 将速度降低一个单位 $v \rightarrow v-1$. 如果经过加速和随机减速两个阶段后的速度 v 不超过车的前方空间距 C , 则该车以速度 v 运动: 前移 v 个格点, 否则, 当 $C < v$, 车仅在该时步中前移 C 个格点. 取 $M=5$, NS 模型可以再现出高速公路真实交通流中能够观察到的启动-停车波动(start-stop wave)现象^[3,4]. 对于 NS 模型的基本图(车流平均速度作为车辆密度的函数曲线), 除了由数值模拟得到外, 也可从描述格点状态更新规则的微观基本运动方程出发, 进行统计力学平均处理^[5,6]. 然而, 车之间的相互作用导致格点占据状态的复杂的空间和时间关联, 必须通过对于格点状态的空间关联函数进行解耦截断, 才能得到基本图的近似解^[4]. 当 $M > 1$, 即使把相邻车之间的空隙距离作为动力学变量考虑, 仍未得到该模型基本图的精确解析解^[7,8].

日本学者 Fukui-Ishibashi 为了对 NS 模型进行某种简化, 在 1996 年提出非逐步加速并允许最高车速延迟的一维交通流元胞自动机模型^[9]. FI 模型的运动规则是, 任何一个低速车 $v < \min\{C, M\}$ 可以突然加速到前方紧邻空区所允许的速度或最高速度 $v \rightarrow \min\{C, M\}$. 然而, 仅有获得最高速度($v = M$)的车可能发生随机延迟, 以概率 f 慢化一个速度单位: $v \rightarrow M-1$. 这一模型与 NS 模型的区别在于, 车辆的加速方式由限制性的逐步加速 $v \rightarrow \min\{C, v+1, M\}$ 变为无限制的突然加速 $v \rightarrow \min\{C, M\}$, 同时, 车辆的延迟方式由所有车辆可随机延迟改变为仅是达到最高速限的车辆发生随机延迟. 对于这一模型, 我们从对应于格点状态更新规则的微观运动方程出发进行统计力学系综平均, 并对于空间关联函数进行解耦截断, 可得到基本图的近似解^[10-12]. 更进一步采用以相邻车之间距为动力学变量考察系统随时间的演化, 并应用统计力学平衡态的细致平衡条件, 可以求得对于一般 M 的基本图的精确解析平均场方程^[13-16].

从实际的车辆加速情况考虑, NS 模型的逐步有限加速方式比较符合真实, 而 FI 模型的突然无限加速方式显然不符合实际. 从车辆的随机减速情况考虑, 则 FI 模型的仅高速车可发生延迟的方式可能比 NS 模型的所有车辆在每一时步中都可发生延迟的方式更符合实际. 在真实的交通运行中, 应该主要是那些高速车辆为了避免与前方车辆的紧靠和相撞而进行减速, 当然这依赖于司机对环境的不同反应. 而且, 给 NS 模型的精确解析计算带来困难的正是其所有车辆均可发生随机延迟的方式^[4,7,8]. 有鉴于此, 提出介于 FI 模型和 NS 模型之间的一种新模型是有意义的. 新模型采用 NS 模型的车辆逐步有限加速方式, 然而却采用 FI 模型的仅最高速车可发生随机延迟的车辆慢化方式. 新模型的数值模拟显示, 文献[16]所给出的高速车随机延迟 FI 交通流模型渐近稳态的基本图, 并不因车辆的突然无限加速方式改变为 NS 模型的逐步有限加速方式而有所改变. 尽管在每一时步中, 车辆的速度最多只能提高一个速度单位, 然而在车辆的自组织作用下, 其长时间渐近稳态的基本图却与车辆速度可在一个时步内直接提高到最高速限或前方车头间距所允许的最大速度的稳态的基本图完全相同. 也就是说, 新模型的基本图, 同样由文献[16]给出的一般 FI 模型的解析平均场方程精确地描述.

在不考虑车辆随机延迟的情况下, 新模型就是 NS 模型. 首先用逻辑推理的方式证明: 具有车辆逐步有限加速方式的决定论性 NS 模型(亦即决定论性新模型)与具有车辆

突然加速方式的决定论性 FI 模型两者的渐近稳态的基本图完全相同,也就是说,决定论性的 NS 模型和 FI 模型,两者的基本图皆由下式表示

$$v = \begin{cases} M & \text{当 } \rho \leq \frac{1}{M+1}, \\ \frac{1}{\rho} - 1 & \text{当 } \rho \geq \frac{1}{M+1}. \end{cases} \quad (1)$$

这一基本图方程也是 184 规则 CA 基本模型对于车辆最高速限为 $M > 1$ 的推广模型的基本图方程.因此,在不允许车辆随机延迟的情况下,基本模型,FI 模型和 NS 模型三者的渐近稳态的基本图都是相同的,其基本图的平均场方程皆由(1)式表示.

第 2 节给出所讨论的决定论性 NS 系统的定义和车辆间距的基本演化方程,定义慢速车,快速车,与车追尾等概念,并以 3 个定理给出系统的自组织演化规律.在第 3 节证明

在低车辆密度区域 $\left(\rho \leq \frac{1}{M+1}\right)$ 中,车流的渐近稳态为自由运动相,其平均速率即为车辆的

最高速限 M .在第 4 节中证明,高车辆密度区域 $\left(\rho \geq \frac{1}{M+1}\right)$ 中的车流,在自组织作用下会发展为局部堵塞相,车流的平均速率将随密度 ρ 的上升从最高速限 M 降为 $1/\rho - 1$.

2 决定论性 NS 模型中车距和车速的自组织演化

设链长(总格点数)为 L ,它代表高速公路的长度.粒子数为 N ,代表公路上的汽车总数.在格点链上运动的粒子数密度 $\rho = N/L$ 代表所考虑公路的车辆密度.一个粒子即代表一辆车.将车由左至右编号为: $n = 1, 2, 3, \dots, N$,车的前进方向设为由左至右.链的两端施以周期性边界条件,因此实际上考察的是周长为 L 的环形公路上的车流.若以 $C_n(t)$ 表示在第 t 时步中第 n 车与第 $n+1$ 车之间的空格数,则车的平均空隙间距(代表相邻车辆的平均空距)为

$$\bar{C} = \frac{1}{N} \sum_n C_n = \frac{1}{\rho} - 1. \quad (2)$$

选择车间距 $C_n(t)$ 为动力学变量,考察它随时间的演化.对于车辆逐步有限加速方式而不考虑车辆随机延迟的决定论性 NS 模型,其车间距随时间演化的基本方程为

$$C_n(t+1) = C_n(t) - v_n(t) + v_{n+1}(t). \quad (3)$$

其中 $v_n(t)$ 为第 n 车在第 t 时步中所获得的速度,亦是它在该时步中所前移的格点数.

车速随时间演化的方程则为

$$v_n(t+1) = \min\{M, v_n(t) + 1, C_n(t+1)\}. \quad (4)$$

对于 NS 模型,可以定义“慢速车”,“快速车”与车辆“追尾”的概念.

“慢速车”:若 $v_n(t) < v_{n+1}(t) - 1$,则称第 n 车在第 t 时步中为慢速车;

“快速车”:若 $v_n(t) \geq v_{n+1}(t) - 1$,则称第 n 车在第 t 时步中为快速车;

“追尾”:若有 $v_n(t) = C_n(t)$,则称第 $n+1$ 车在 t 时段被第 n 车追尾.

关于 NS 模型中慢速车与快速车在车流自组织作用下的时间演化规律,我们可以总结为如下三条定理.

定理 1 在 NS 模型中, 慢速车必加速, 即

$$v_n(t) < v_{n+1}(t) - 1 \Rightarrow v_n(t+1) = v_n(t) + 1. \quad (5)$$

证明 首先, 由(3)式及 $v_n(t) \leq C_n(t)$ 可知

$$C_n(t+1) \geq v_{n+1}(t), \quad (6)$$

故知速度更新规则(4)式可以改写为

$$v_n(t+1) = \min\{M, v_n(t) + 1, v_{n+1}(t)\},$$

又由所设 $v_n(t) + 1 < v_{n+1}(t) \leq M$, 得 $v_n(t+1) = v_n(t) + 1$. 因而(5)式成立, 定理获证.

定理 2 在决定论性 NS 模型中, 若在某时步中某车为快速车, 则它以后将一直保持为快速车, 即

$$v_n(t) \geq v_{n+1}(t) - 1 \Rightarrow v_n(t+1) \geq v_{n+1}(t+1) - 1. \quad (7)$$

证明 由所设 $v_n(t) + 1 \geq v_{n+1}(t)$ 及(6)式可知

$$\begin{aligned} v_n(t+1) &= \min\{M, v_n(t) + 1, C_n(t+1)\} \geq \min\{M, v_{n+1}(t), v_{n+1}(t)\} \\ &= \min\{M, v_{n+1}(t)\} \geq \min\{M, v_{n+1}(t+1) - 1\}, \end{aligned}$$

而由 $v_{n+1}(t+1) \leq M$, 得 $v_{n+1}(t+1) - 1 \leq M - 1$, 因而

$$v_n(t+1) \geq \min\{M, v_{n+1}(t+1) - 1\} = v_{n+1}(t+1) - 1,$$

于是(7)式成立, 定理获证.

由定理(1), (2). 显然可得如下推论.

推论 1 NS 模型中, 经过有限长时间后, 所有车均成为快速车.

我们进一步可证明如下结论.

定理 3 决定论性 NS 模型中的某车若被一快速车追尾, 则它以后将一直被快速车追尾. 即

$$\text{若有 } v_n(t) = C_n(t), \quad \text{且 } v_n(t) \geq v_{n+1}(t) - 1,$$

$$\text{则 } v_n(t+1) = C_n(t+1), \quad \text{且 } v_n(t+1) \geq v_{n+1}(t+1) - 1. \quad (8)$$

证明 由所设第 $n+1$ 车被第 n 车追尾的条件: $v_n(t) = C_n(t)$, 及(3)式可知

$$C_n(t+1) = v_{n+1}(t) \leq M,$$

又由快速车条件 $v_n(t) \geq v_{n+1}(t) - 1$ 可知

$$v_n(t) + 1 \geq v_{n+1}(t) = C_n(t+1),$$

因而

$$v_n(t+1) = \min[M, v_n(t) + 1, C_n(t+1)] = C_n(t+1),$$

这表明第 $n+1$ 车在时步 $t+1$ 中亦被第 n 车追尾.

在 $t+1$ 时步中第 n 车仍为快速车的条件 $v_n(t+1) \geq v_{n+1}(t+1) - 1$ 的证明可见定理 2.

令 t 时刻前方空车距长度为 i 的车辆数目为 $N_i(t)$. 即设 $N_i(t) = \sum_n \delta[C_n(t), i]$.

定理 4 NS 模型的零长车距的数目 $N_0(t)$ 不随时间增加.

证明 若 $C_{n+1}(t) > 0$, 则

$$v_{n+1}(t) = \min\{M, v_{n+1}(t-1) + 1, C_{n+1}(t)\} > 0.$$

又由(6)式可知 $C_n(t+1) > 0$, 即我们证明了

$$C_{n+1}(t) > 0 \Rightarrow C_n(t+1) > 0. \quad (9)$$

这就是说, 如果在 t 时步中第 $n+1$ 车前方有空格, 则 $t+1$ 时步中第 n 车前方亦必有空格. 因此零车距数 $N_0(t)$ 不增.

事实上, 如果发现了某个 n , 使得 $C_{n+1}(t) = 0$ 和 $C_n(t+1) > 0$, 则可以断定 $N_0(t)$ 减少.

3 低密度区的渐近稳态

假设每车速限为 M 的决定论性 NS 模型中的平均车距为 $\bar{C} \geq M$, 即车密度 $\rho \leq \frac{1}{M+1}$. 定理 4 指出 NS 模型中的 $N_0(t)$ 不随时间增加, 现在进一步证明它在低密度区中将随时间减少.

定理 5 在 $M \geq 1$ 的 NS 模型中, 当 $\rho \leq \frac{1}{M+1}$, 只要 $N_0 > 0$, 则 N_0 不能永远不减.

证明 用反证法. 假设 $N_0(t)$ 永远不减, 保持为常数: $N_0(t) = \text{const.}$ 不妨设 $C_N(0) = 0$, 若欲使 $N_0(t)$ 保持为常数, 则必须有

$$C_{N-1}(1) = C_{N-2}(2) = \cdots = C_{N-m}(m) = \cdots = 0. \quad (10)$$

要使 $C_{N-1}(1) = 0$, 则第 N 车在第 0 时步中被追尾, 即

$$v_{N-1}(0) = C_{N-1}(0). \quad (11)$$

同理要使 $C_{N-2}(2) = 0$, 要求第 $N-1$ 车在第 1 时步中被追尾, 即

$$v_{N-2}(0) + v_{N-2}(1) = C_{N-2}(0) + C_{N-1}(0). \quad (12)$$

以此类推, 可用数学归纳法证明要使此状态保持至 m 时步, 要求第 $N-(m-1)$ 车在第 $m-1$ 时步中被追尾, 有

$$\sum_{t=0}^{m-1} v_{N-m}(t) = \sum_{n=1}^m C_{N-n}(0). \quad (13)$$

这意味着, 第 $N-m$ 车要在 m 个时步中走完在 0 时刻它前方 m 个车间距的总和.

若在(13)式中令 $m = N$, 得

$$\sum_{t=0}^{N-1} v_N(t) = \sum_{n=1}^N C_{N-n}(0). \quad (14)$$

上式右方为

$$\sum_{n=1}^N C_{N-n}(0) = N\bar{C} \geq N \cdot M. \quad (15)$$

至于左方, 由假设 $C_N(0) = 0$, 可知 $v_N(0) = 0$, 因而上式左方为

$$\sum_{t=0}^{N-1} v_0(t) \leq \sum_{t=2}^N M = (N-1)M, \quad (16)$$

显然(15), (16)两式与(14)式产生矛盾, 因而假设(10)式不真. 定理获证.

由此定理可知, 任何决定论性 NS 系统, 在经过有限时步后, 必有 $N_0 = 0$, 亦即不再存在长度为零的车间距.

对于一个最大速度为 $v_{\max} = M$ 的 $N_0 = 0$ 系统, 又可以考虑如下的新系统

$$\begin{aligned} v_{\max}^{\text{new}} &= v_{\max} - 1 = M - 1; & C_n^{\text{new}}(t) &= C_n(t) - 1; \\ v_n^{\text{new}}(t) &= v_n(t) - 1, \quad \forall n, \forall t > 0. \end{aligned} \quad (17)$$

显然, 这一新系统的演化与原系统是一一对应的. 根据定理 5, 知道最大速度为 $M - 1$ 的新系统也必将在有限时间内演化到不存在零车间距的状态. 这意味着, 原系统必将在有限时间内演化到不存在长度为 0 和 1 的车间距. 这样的推理可以继续作下去, 一直到考虑如下的新系统

$$\begin{aligned} v_{\max}^{\text{new}} &= v_{\max} - (M - 1) = 1; & C_n^{\text{new}}(t) &= C_n(t) - (M - 1); \\ v_n^{\text{new}}(t) &= v_n(t) - (M - 1), \quad \forall n, \forall t > 0. \end{aligned} \quad (18)$$

同样可以论证这一新系统必将在有限时间内演化到不存在零车间距. 而这意味着原系统在有限长时间以后, 不存在长度为 $0, 1, \dots, M - 1$ 的车间距: $N_i = 0, \forall i < M$. 也就是说, 系统经过有限长时间后, 必将演化到所有车间距的长度都不短于 M 的状态: $C_n \geq M, \forall n$.

根据以上的推理, 可知, 系统由任意初始状态经过有限长时间演化后必定达到如下的状态:

$$C_n \geq M, \quad v_n = M, \quad \forall n.$$

这证明, 当车密度为 $\rho \leq 1/(M + 1)$, 最大车速度为 M 的决定论性 NS 系统的渐近稳态的平均速度是

$$\langle V(t \rightarrow \infty) \rangle = M.$$

4 高密度区的渐近稳态

设 NS 模型中的平均车距为 $\bar{C} < M$, 亦即 $\rho > \frac{1}{M + 1}$.

在这种情况下, 可以证明, 任何一个车都终将被追尾. 或者说, 任何一个车不能在某个有限时间之后永远不被跟在后面的车追尾.

定理 6 在车辆速限为 M 的决定论性 NS 模型中, 当 $\bar{C} < M$, 不存在某个有限的 t_0 , 使得 $v_n(t) < C_n(t), \forall t > t_0$ 永远成立.

证明 可用反证法. 假设第 $n + 1$ 车在 t_0 时间后永不被第 n 车追尾, 即对于 $t > t_0$ 皆有 $v_n(t) < C_n(t)$ 和 $v_n(t + 1) < C_n(t + 1)$ 成立. 于是有

$$v_n(t + 1) = \min[M, v_n(t) + 1, C_n(t + 1)] = \min[M, v_n(t) + 1]. \quad (19)$$

这意味着第 n 车的速度或者增加, 或者保持为 M . 也就是说所有车的速度最后都必然增加到 M , 然后保持不变. 由此可知, 所有的车间距都不短于 M : $C_n(t) \geq M, \forall n$.

但由于有 $\bar{C} < M$, 可知这是不可能的. 因而假设不成立, 定理 6 得证.

由定理 4、定理 6、推论 1 可得

推论 2 决定论性 NS 模型中, 当 $\bar{C} < M$, 经过有限长时间后, 所有车均被快速车追尾, 且此状态将永远保持不变. 即有

$$v_n(t) = C_n(t), \quad \forall n, \forall t > t_0. \quad (20)$$

因而对于决定论性 NS 模型的高密度区 $\left(\rho \geq \frac{1}{M+1}\right)$, 车流渐近稳态的平均速率是

$$\langle V(t \rightarrow \infty) \rangle = \frac{1}{N} \sum_n v_n = \frac{1}{N} \sum_n C_n = \frac{1}{\rho} - 1. \quad (21)$$

推论 2 给出

$$C_n(t \rightarrow \infty) \leq M, \quad \forall n. \quad (22)$$

也就是说, 在车高密度区, 通过车流的自组织作用, 必将趋于所有比 M 长的车间距都消失的状态.

5 总结和讨论

综上所述, 对于最大车速为 M 的无延迟决定论性 NS 交通流模型, 我们严格证明了, 其渐近稳态的车流平均速度对于车辆密度 ρ 的依赖关系(基本图方程)应由(1)式给出. 此结果与最大车速为 M 的非逐步加速的无延迟决定论性 FI 交通流模型的结果完全相同. 这一结果表明, 在不存在司机对于环境延迟反应的随机性下, 当车辆的突然加速方式改变为逐步加速方式, 其长时间演化后的渐近稳态的车流量(或车流平均速度)与车密度之间的关系并不改变. 基于逻辑推理所得到的结论与数值模拟结果完全一致. 在考虑随机延迟的更一般的情况下, 模拟亦显示, 车辆的两种不同加速方式并不改变渐近稳态的行为. 关于一般情形下的结论的证明将在另文中论述.

有必要指出, 两种不同的车辆加速方式所产生的稳态集合是不同的. 可以证明, 对于低密度区 $\left(\rho \leq \frac{1}{M+1}\right)$, 决定论性 FI 模型和 NS 模型所产生的稳态集合是相同的. 然而, 对于高密度区, 后者仅仅是前者的一个子集. 事实上, 可以从(22)式看出, 对于决定论性 FI 模型, 凡是满足 $C_n(t) \leq M, \forall n$ 的集合都可以成为其稳态集合. 然而, 对于决定论性 NS 模型, 其稳态集合除了必须满足(21)式的要求外, 尚须满足“快速车”条件, 即 $v_n(t) \geq v_{n+1}(t) - 1$. 又由稳态条件(20)式, 知有

$$C_n(t) \geq C_{n+1}(t) - 1. \quad (23)$$

由条件(22)和(23)式确定的稳态集合是仅由条件(22)式确定的稳态集合的子集. 例如, 我们取 $M=2, N=10, L=17$; 则车距序列 $\{C_1, C_2, \dots, C_9, C_{10}\}$ 为 $\{1, 2, 0, 1, 1, 0, 1, 1, 0, 0\}$ 或 $\{2, 1, 0, 0, 1, 1, 0, 1, 0, 1\}$ 的状态既可以是决定论性 FI 模型的稳态, 也可以是决定论性 NS 模型的稳态. 然而, 车距序列 $\{0, 2, 1, 0, 2, 0, 0, 2, 0, 0\}$ 或 $\{2, 1, 1, 0, 0, 2, 0, 0, 1, 0\}$ 的状态只可能是决定论性 FI 模型的稳态, 而不是决定论性 NS 模型的稳态, 因为当车距 0 的右边紧急着出现车距 2 时, 条件(23)式不能满足.

- [1] S. Wolfram. Theory and Application of Cellular Automata(World Scientific, Singapore, 1986).
- [2] N. H. Gartner, N. H. M. Wilson, Transportation and Traffic Theory(Elsevier, New York, 1987).
- [3] K. Nagel, M. Schreckenberg, J. Phys. I France, **2**(1992), 2221.
- [4] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, N. Ito, Phys. Rev., **E51**(1995), 2939.
- [5] B. H. Wang, P. M. Hui, G. Q. Gu, Chin. Phys. Lett., **14**(1997), 202.
- [6] B. H. Wang, P. M. Hui, J. Phys. Soc. Japan, **66**(1997), 1238.

- [7] A. Schadschneider, M. Schreckenberg, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **30**(1997), L69; **31**(1998), L225.
- [8] D. E. Wolf, M. Schreckenberg, A. Bachem(eds), *Traffic Flow and Granular Flow*(World Scientific, Singapore, 1996).
- [9] M. Fukui, Y. Ishibashi, *J. Phys. Soc. Japan*, **65**(1996), 1868.
- [10] 汪秉宏、邝乐琪、许伯铭. 物理学报, **47**(1998), 906 [Wang Bing-hong, Kuang Le-qi, Xu Bo-ming, *Acta Physica Sinica*, **47**(1998), 906(in Chinese)].
- [11] B. H. Wang, Y. R. Kwong, P. M. Hui, *Phys. Rev.*, **E57**(1998), 2568.
- [12] B. H. Wang, Y. R. Kwong, P. M. Hui, *Physica*, **A254**(1998), 122.
- [13] L. Wang, B. H. Wang, P. M. Hui, *Acta Physica Sinica*(Overseas Edition), **6**(1997), 829.
- [14] 汪秉宏、王雷、陈龙康. 非线性动力学学报, **4**(1997), 374. [Wang Bing-hong, Wang Lei, Chen Long-kang, *Journal of Nonlinear Dynamics in Science and Technology*, **4**(1997), 374(in Chinese)].
- [15] B. H. Wang, L. Wang, P. M. Hui, *J. Phys. Soc. Japan*, **66**(1997), 3683.
- [16] B. H. Wang, L. Wang, P. M. Hui, B. Hu, *Phys. Rev.*, **E58**(1998), 2876.

THE ASYMPTOTIC STEADY STATE BEHAVIOR OF DETERMINISTIC GRADUAL ACCELERATION TRAFFIC FLOW MODEL *

WANG LEI WANG BING-HONG

(Department of Modern Physics and Nonlinear Science Center,
University of Science and Technology of China, Hefei 230026)

(Received 29 September 1998)

ABSTRACT

In this paper, the fundamental diagram of the average traffic flow speed in the asymptotic steady state as a function of vehicle density for deterministic Nagel-Schreckenberg(NS) traffic flow cellular automaton model of high speed car without stochastic delay has been studied. It is proved that due to self organization of traffic flow, the fundamental diagram in steady state of deterministic NS model is exactly the same as that of deterministic Fukui-Ishibashi(FI) traffic flow model. This result shows if the abrupt acceleration scenario(where the speed of a car may be accelerated to the velocity limit M or the maximum velocity permitted by the spacing ahead in only one time step) is changed to the gradual acceleration scenario(where the speed of a car can increase one unit at most in one time step), the traffic flow behavior in asymptotic steady state will not be changed by self organization car interactions).

PACC: 0550; 0520; 6470

* Project supported by the National Climbing Project "Nonlinear Science" and by the National Natural Science Foundation of China (Grant No.49474216 and 59876039).